

**Дана модель объекта:**

$$\dot{x}(t) = x(t) + u(t),$$

$$x(0) = 0 = x_0$$

$$t \in [0, 1]$$

Функционал качества

$$J_0 = \int_0^1 u^2(t) dt - x(1) \rightarrow \min$$

Общая постановка задачи

$$f(x, u, t) = x + u,$$

$$F_0 = u^2, \quad \varphi_0 = -x.$$

**1. Составляем Гамильтониан**

$$H = \psi(x + u) - u^2$$

**2. Находим структуру оптимального управления из условия максимума Гамильтона по управлению**

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \psi - 2u = 0.$$

Отсюда

$$u^* = \frac{\psi}{2}$$

**3. Составить систему канонических уравнений с заданными в задаче условиями**

$$\dot{x}(t) = \frac{\partial H}{\partial \psi} = x(t) + \frac{\psi(t)}{2},$$

$$\dot{\psi}(t) = -\frac{\partial H}{\partial x} = -\psi(t),$$

$$x(0) = 0.$$

#### 4. Проверяем условие трансверсальности.

Так как

$$\varphi_0 = -x$$

То

$$\delta\varphi_0 = -\delta x$$

Отсюда

$$[-\delta x - H(t_k)\delta t_k + \psi(t_k)\delta x] = 0.$$

По условию

$$t_k = 1, \text{ то } t_k - 1 = 0 \text{ и } \delta t_k = 0.$$

Следовательно,

$$[\psi(t_k) - 1]\delta x = 0 \Rightarrow \psi(1) - 1 = 0 \Rightarrow \psi(1) = 1$$

Решая систему канонических уравнений

$$\dot{x}(t) = x(t) + \frac{\psi(t)}{2}, \quad x(0) = 0;$$

$$\dot{\psi}(t) = -\psi(t), \quad \psi(1) = 1$$

Получим

$$\psi(t) = e^{1-t}$$

и

$$u^* = \frac{1}{2}e^{1-t}$$