

## РАСЧЕТ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания к курсовому проектированию  
по дисциплине «Теория автоматического управления»

## Оглавление

Введение .....	4
1. Цель курсового проектирования .....	5
2. Задание на курсовой проект .....	5
3. Содержание курсового проекта.....	5
4. Методические указания к выполнению курсового проекта.....	6
4.1. Реферат .....	6
4.2. Введение.....	6
4.3. Исходные данные для проектирования.....	6
4.4. Структурная схема неизменяемой части САУ .....	6
4.5. Синтез системы подчиненного регулирования.....	10
4.6. Анализ аналоговой САУ .....	12
4.7. Синтез цифрового регулятора скорости .....	13
4.8. Анализ цифровой САУ .....	14
4.9 Заключение .....	14
4.10. Библиографический список.....	15
5. Оформление курсового проекта.....	15
Приложение 1. Задание на курсовой проект.....	16
Приложение 2. Синтез регулятора тока методом подчиненного регулирования .....	20
Приложение 3. Построение асимптотической ЛАЧХ неизменяемой части контура скорости.....	22
Приложение 4. Построение желаемой ЛАЧХ разомкнутого контура скорости .....	26
Приложение 5. Коррекция САУ методом желаемой ЛАЧХ .....	31

## Введение

Надежность и качество работы промышленных электроприводов существенно образом зависят от правильности решений, принимаемых при проектировании систем управления этих электроприводов.

В основе современных систем автоматизированного управления лежит принцип подчиненного регулирования, обоснованный в 50-е годы прошлого столетия. С использованием подходов, разработанных в рамках подчиненного регулирования, строятся электроприводы постоянного и переменного тока с аналоговыми и цифровыми регуляторами. Исходя из этого, понятна важность освоения студентами основных правил проектирования систем подчиненного регулирования.

В курсовом проекте следует осуществить синтез регуляторов для электропривода постоянного тока с однозонным регулированием скорости на базе двигателя с независимым возбуждением.

## 1. Цель курсового проектирования

Выполнение курсового проекта предусматривает углубление и закрепление студентами основных сведений из теории автоматического управления путем самостоятельного (под руководством преподавателя) решения основных вопросов проектирования систем автоматического управления промышленными электроприводами.

## 2. Задание на курсовой проект

Задание на курсовой проект выдается руководителем проектирования индивидуально каждому студенту. В виде исключения нескольким студентам может быть предложена одна тема, имеющая комплексный характер.

В задании на курсовой проект, как правило, предусматриваются разработка и расчет системы управления типовым промышленным электроприводом. В некоторых случаях студентам могут быть предложены работы, имеющие характер теоретического или экспериментального исследования.

## 3. Содержание курсового проекта

Курсовой проект оформляется в виде пояснительной записки и графической части. *Пояснительная записка* должна включать следующие разделы:

Реферат.

Введение.

1. Исходные данные для проектирования.
2. Структурная схема неизменяемой части САУ.
3. Синтез аналоговых регуляторов.
4. Анализ аналоговой САУ.
5. Расчет цифрового регулятора скорости.
6. Анализ цифровой САУ.

Заключение.

Библиографический список.

*Графическая часть* курсового проекта должна выполняться в объеме, достаточном для пояснения всех разделов проекта, и включать следующие разделы:

1. Структурные схемы контуров регулирования и системы в целом.
2. Графики переходных процессов.
3. Логарифмические частотные характеристики.

## 4. Методические указания к выполнению курсового проекта

### 4.1. Реферат

В реферате кратко излагаются основные сведения о синтезированной системе.

### 4.2. Введение

В данном разделе должна быть отражена сущность поставленной задачи и кратко изложены современные методы ее решения.

### 4.3. Исходные данные для проектирования

Задание на проектирование включает:

- функциональную схему неизменяемой части системы управления<sup>1</sup>;
- тип двигателя и основные параметры неизменяемой части;
- показатели качества, которые должна обеспечить синтезируемая САУ;

– параметры входных сигналов и помехи.

Основными показателями качества являются:

- порядок астатизма по сигналу задания;
- время регулирования;
- запасы устойчивости по модулю и по фазе.

Требуемый порядок астатизма равен двум или единице. В последнем случае задается также допустимое значение относительной установившейся ошибки отработки возмущающего воздействия.

Для оценки помехозащищенности и фильтрующих свойств синтезируемой САУ задается приведенная к входу помеха, состоящая из двух гармоник.

### 4.4. Структурная схема неизменяемой части САУ

В качестве базового варианта рассматривается электропривод на основе двигателя постоянного тока с независимым возбуждением. Рассчитывается система однозонного регулирования скорости.

Для питания якорной цепи используется управляемый тиристорный выпрямитель, динамические свойства которого можно описать передаточной функцией

$$W_{\text{тп}}(p) = \frac{K_{\text{тп}}}{T_{\mu}p + 1}$$

<sup>1</sup> Для студентов очно-заочной формы обучения рекомендуется задать структурную схему неизменяемой части САУ, ее параметры и перечень необходимых расчетов (прил. 1).

Коэффициент передачи можно определить по номинальному значению среднего выпрямленного напряжения  $U_{\text{тпн}}$  и соответствующему максимальному напряжению  $U_{y\text{м}}$  на входе системы импульсно-фазового управления:

$$K_{\text{тп}} = \frac{U_{\text{тпн}}}{U_{y\text{м}}}$$

Постоянную времени выпрямителя следует выбрать из условия  $0,002 \leq T_{\mu} \leq 0,02 \text{ с.}^2$

Система автоматического регулирования скорости вращения вала двигателя, в соответствии с заданием, должна быть двух- или трехконтурной. В двухконтурной системе регулируемыми координатами являются ток якоря и скорость двигателя. В трехконтурной системе добавляется внутренний контур регулирования напряжения.

Датчик напряжения обычно реализуется по схеме, приведенной на рис. 1. Здесь УГР – устройство гальванической развязки,  $U_{\text{дн}}$  – напряжение на выходе датчика напряжения.

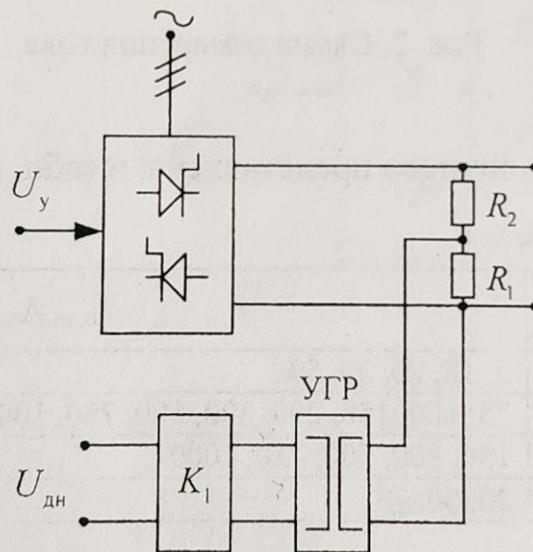


Рис. 1. Датчик напряжения

Принято считать, что УГР имеет коэффициент передачи, равный единице, тогда коэффициент обратной связи по напряжению равен

$$K_{\text{н}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot K_1$$

<sup>2</sup> Для студентов очно-заочной формы обучения  $T_{\mu} = 0,01 \text{ с.}$

Первичная информация о величине тока якоря может быть получена как путем непосредственного измерения этого тока, так и путем измерения действующего значения фазового (линейного) тока на стороне переменного тока. При проектировании системы управления рассматривается вариант измерения тока с помощью шунта, включаемого в якорную цепь (рис. 2). Шунты представляют собой калиброванные сопротивления заданной величины. Шунты стандартизированы по номинальному току  $I_{шн}$  и номинальному падению напряжения на сопротивлении шунта  $U_{шн}$ .

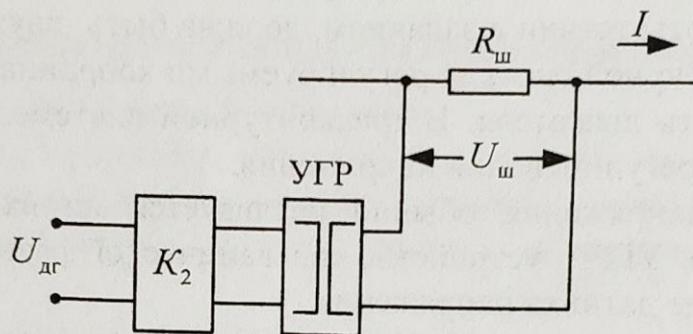


Рис. 2. Схема измерения тока

Характеристики шунтов представлены в табл. ниже.

Таблица

Тип шунта	$U_{шн}, 10^{-3}, В$	$I_{шн}, А$
75ШС	75	5, 10, 20, 30, 50
75ШСМ	75	75, 100, 150, 200, 300, 500, 750, 1000
150ШС	150	150, 300, 500, 750, 1000
300ШС	300	20, 60, 75

Шунт подбирается по величине номинального тока двигателя  $I_n$  исходя из условия

$$I_{шн} \geq I_n.$$

В соответствии со схемой измерения тока коэффициент передачи датчика тока (коэффициент обратной связи по току)  $K_T$  (Ом) определяется согласно выражению

$$K_T = R_{ш} K_2,$$

где  $R_{ш} = \frac{U_{шн}}{I_{шн}},$

Датчик скорости (рис. 3) реализуется с использованием тахогенератора постоянного тока. Пренебрегая падением напряжения в якорной цепи и инерционностью тахогенератора, коэффициент передачи датчика скорости  $K_c$  (В·с) можно определить следующим образом:

$$K_c = K_{тг} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3} \cdot K_3.$$

Здесь  $K_{тг}$  – коэффициент передачи тахогенератора, представляющий собой отношение номинальной ЭДС тахогенератора  $E_{тгн}$  к его номинальной скорости  $\omega_{тгн}$ , В·с:

$$K_{тг} = \frac{E_{тгн}}{\omega_{тгн}}.$$

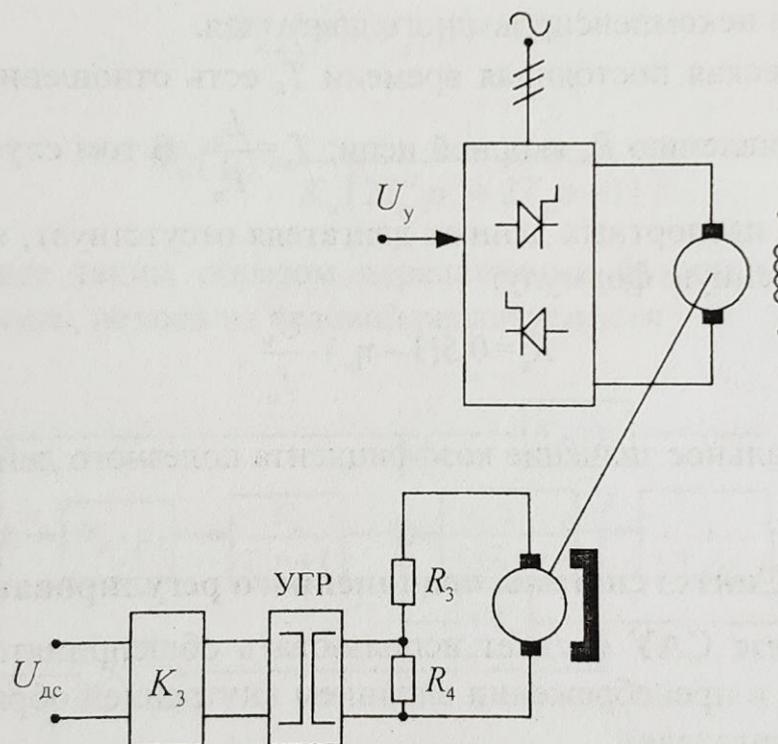


Рис. 3. Схема измерения скорости

Тахогенератор выбирается исходя из условия  $\omega_{тгн} \geq \omega_{max}$ .

Для построения модели двигателя необходимо определить значения  $S\Phi_n$ ,  $L_a$ ,  $T_a$ , где  $S$  – конструктивная постоянная двигателя,  $\Phi_n$  – номинальный поток возбуждения,  $L_a$  – индуктивность якорной цепи,  $T_a$  – электромагнитная постоянная времени.

Значение  $C\Phi_n$  (В·с) можно найти из уравнения электромеханической характеристики двигателя для номинального режима:

$$C\Phi_n = \frac{U_n - R_a I_n}{\omega_n},$$

где  $U_n$  – номинальное значение напряжения на якоре, В;  $I_n$  – номинальное значение тока, А;  $\omega_n$  – номинальное значение угловой скорости вращения, рад/с.

При отсутствии сведений о величине индуктивности якорной цепи  $L_a$  (Гн) ее величину можно определить по приближенному выражению

$$L_a = \beta \cdot \frac{U_n}{p\omega_n I_n},$$

где  $p$  – число пар полюсов,  $\beta = 0,25$  при наличии компенсирующей обмотки и  $\beta = 0,6$  для некомпенсированного двигателя.

Электрическая постоянная времени  $T_a$  есть отношение индуктивности  $L_a$  к сопротивлению  $R_a$  якорной цепи:  $T_a = \frac{L_a}{R_a}$ . В том случае, когда значение  $R_a$  (Ом) в паспортных данных двигателя отсутствует, можно использовать приближенную формулу:

$$R_a = 0,5(1 - \eta_n) \cdot \frac{U_n}{I_n},$$

где  $\eta_n$  – номинальное значение коэффициента полезного действия.

#### 4.5. Синтез системы подчиненного регулирования

При синтезе САУ следует использовать общепринятое упрощение, заключающееся в пренебрежении влиянием внутренней обратной связи по противо-ЭДС двигателя.

В этом случае структурная схема заданной части будет представлять собой соединение типовых звеньев и датчиков обратных связей. Количество контуров регулирования следует выбрать равным количеству обратных связей. При синтезе регуляторов соответствующих координат электропривода (напряжения (приложенного к якору двигателя), тока якоря, угловой скорости вращения) следует использовать стандартную процедуру синтеза регуляторов системы подчиненного регулирования. Синтез САУ завершается оценкой необходимости компенсации обратной связи по противо-ЭДС двигателя. Очевидно, что влияние этой обратной связи усиливается

при снижении механической инерционности электродвигателя, оцениваемой величиной электромеханической постоянной времени

$$T_m = \frac{JR_a}{(C\Phi)^2},$$

где  $J$  – момент инерции якоря двигателя (в курсовом проекте момент инерции рабочего механизма можно не учитывать), и ослабляется при увеличении  $T_m$ . Считается, что влияние противо-ЭДС на переходные процессы не существенно, если  $T_m > 4T_a$ . В противном случае ( $T_m < 4T_a$ ) следует ввести положительную обратную связь по ЭДС двигателя на вход регулятора внутреннего контура (рис. 4). Полная компенсация обеспечивается, если выполняются следующие условия:

$$W_{K1}(p) \cdot W_{PT}(p) \cdot \frac{K_m}{T_\mu p + 1} = C\Phi,$$

$$W_{K2}(p) \cdot W_H(p) = C\Phi,$$

где

$$W_H(p) = \frac{1}{K_H(2T_\mu^2 p^2 + 2T_\mu p + 1)}.$$

Найденные таким образом передаточные функции  $W_{K1}(p)$ ,  $W_{K2}(p)$  следует упростить, исходя из условий реализуемости.

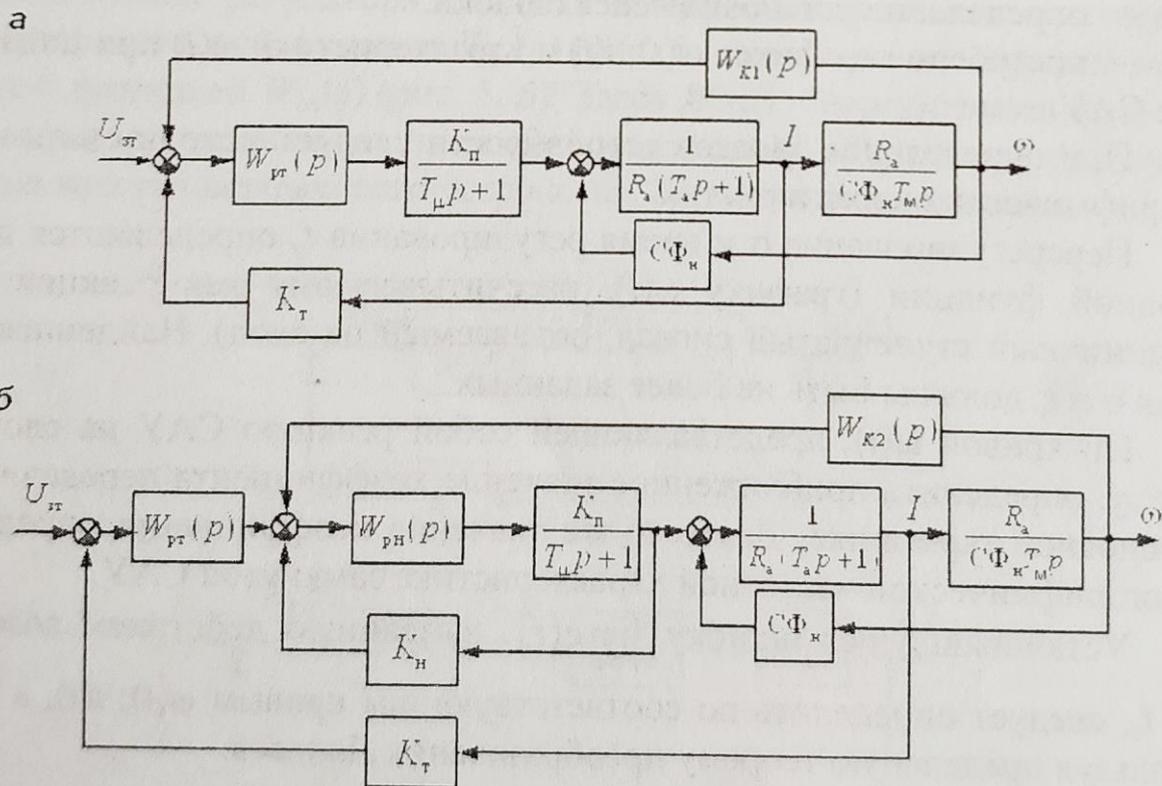


Рис. 4. Примеры компенсации влияния обратной связи по противо-ЭДС

Для систем с астатизмом второго порядка перерегулирование может превысить заданное значение. В этом случае для снижения перерегулирования на вход САУ нужно включить фильтр первого порядка. Постоянную времени фильтра при этом следует определить исходя из компромисса между временем регулирования и перерегулированием.

#### 4.6. Анализ аналоговой САУ

В соответствии с общепринятым подходом упрощение синтезированной САУ при анализе не допускается, т. е. учитываются и внутренняя обратная связь по противо-ЭДС двигателя, и канал компенсации этого влияния. Анализ включает:

- определение запасов устойчивости;
- построение графиков изменения во времени угловой скорости вращения  $\omega(t)$  и тока якоря двигателя  $i(t)$ , при подаче на вход САУ единичного ступенчатого воздействия;
- определение по кривой  $\omega(t)$  (переходной функции САУ) перерегулирования и времени регулирования;
- представление результата расчета в виде динамической электро-механической характеристики  $\omega(i)$ ;
- построение графиков  $\omega(t)$ ,  $i(t)$ , представляющих собой реакцию САУ на ступенчатое приложение нагрузки  $I_c$  и соответствующей электро-механической характеристики  $\omega(i)$ ;
- определение установившейся ошибки.
- построение графиков  $\omega(t)$ ,  $i(t)$  и характеристики  $\omega(i)$  при подаче на вход САУ помехи.

При определении запасов устойчивости следует использовать метод логарифмических характеристик.

Перерегулирование  $\sigma$  и время регулирования  $t_p$  определяются по переходной функции (графику  $\omega(t)$ , рассчитываемому как реакция САУ на единичный ступенчатый сигнал, подаваемый на вход). Найденные значения  $\sigma$  и  $t_p$  должны быть не более заданных.

По кривой  $\omega(t)$ , представляющей собой реакцию САУ на сложную помеху, определить приближенное значение коэффициента передачи САУ на основной гармонике. Далее то же значение коэффициента определить по логарифмической частотной характеристике замкнутой САУ.

Установившуюся ошибку  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$ , вызванную действием возмущения  $I_c$ , следует определить по соответствующим кривым  $\omega(t)$ ,  $i(t)$ , а также используя предельную теорему преобразования Лапласа:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = \lim_{p \rightarrow 0} I_c \cdot W_{\omega I_c}(p),$$

где  $W_{\omega_c}(p) = \frac{\omega(p)}{I_c(p)}$ .

При первом порядке астатизма по найденному значению  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$  необходимо определить статизм  $\frac{\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)}{\omega_H}$  и сопоставить его с заданным значением. В тех случаях когда статизм синтезированной САУ превышает заданное значение, нужно рассмотреть способы удовлетворения требования.

Подход к синтезу систем подчиненного регулирования является частным случаем общего случая синтеза последовательных корректирующих устройств методом логарифмических частотных характеристик (ЛАЧХ). Поэтому предлагается синтезировать регулятор скорости также и по этому методу.

При построении ЛАЧХ исходной системы полагать, что внутренние контуры САУ синтезированы в соответствии со стандартной методикой синтеза систем подчиненного регулирования, и, кроме того, учитывать все связи в системе. Осуществляемый синтез должен обеспечивать выполнение всех требований, предъявляемых к системе. Программа анализа соответствует п. 4.6.

#### 4.7. Синтез цифрового регулятора скорости

Реализация регулятора скорости в цифровой форме соответствует замене передаточной функции  $W_{pc}(p)$  (рис. 5, а) в аналоговой форме передаточной функцией  $W_{pc}(z)$  (рис. 5, б). Здесь  $W_1(p)$  – передаточная функция подсистемы регулирования тока (без упрощений),  $W_{wy}(p)$  – передаточная функция восстанавливающего устройства,  $T$  – период квантования.

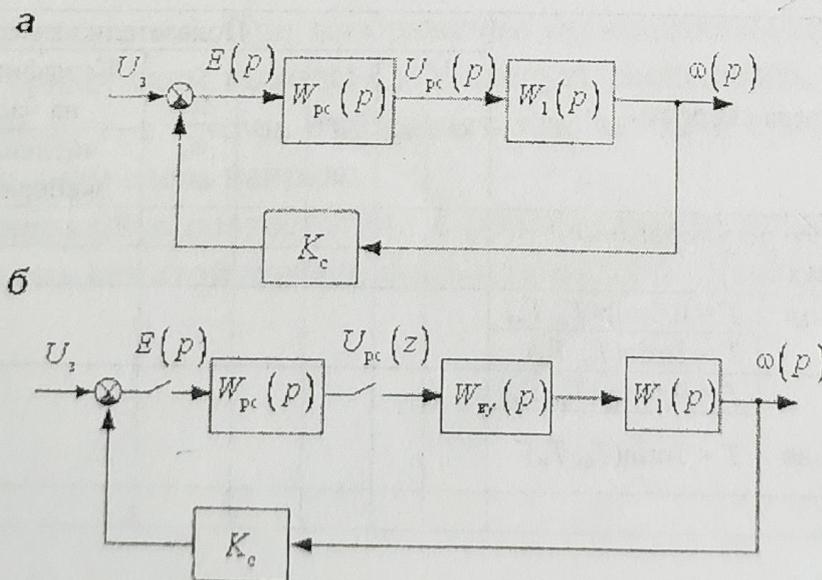


Рис. 5. Структурные схемы систем регулирования скорости

Передаточная функция цифрового регулятора определяется по передаточной функции аналогового прототипа с применением:

– неявного метода численного интегрирования Эйлера, использование которого соответствует замене переменной  $p$  в соответствии с выражением  $p = \frac{z-1}{T \cdot z}$ ;

– билинейного преобразования в соответствии с подстановкой  $p = \frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1}$ .

Для каждого варианта аппроксимации определить алгоритм работы регулятора

$$U_{pc}(kT) = \sum_{i=1}^n a_i U_{pc}(kT - iT) + \sum_{j=0}^m b_j e(kT - jT)$$

для двух значений периода квантования, равных  $T = 0,5 \min(T_a, T_m)$  и  $T = 5 \min(T_a, T_m)$ .

#### 4.8. Анализ цифровой САУ

Программа анализа соответствует п. 4.6. При этом, как следует из п. 4.7, необходимо рассмотреть четыре варианта.

#### 4.9. Заключение

В заключении следует привести сопоставительную таблицу (см. форму ниже) показателей качества САУ и сформулировать выводы.

Форма

Тип регулятора скорости		Показатели качества						
		$\sigma$	$t_p$	$\Delta L$	$\Delta \varphi$	$\frac{\Delta \omega_c}{\omega_H}$	Коэффициент передачи на частоте $\omega = \omega_c$	
							численный эксперимент	по ЛАЧХ
Система подчиненного регулирования								
Синтез методом ЛАЧХ								
Цифровой регулятор	неявный метод Эйлера	$T = 0,5 \min(T_a, T_m)$						
		$T = 5 \min(T_a, T_m)$						
	билинейное преобразование	$T = 0,5 \min(T_a, T_m)$						
		$T = 5 \min(T_a, T_m)$						
Задание								

#### 4.10. Библиографический список

Если при расчете используются готовые формулы, графики, рекомендации, то ссылка на литературный источник, откуда был взят соответствующий материал, дается в тексте номером, под которым он числится в списке использованной литературы, при этом номер берется в квадратные скобки: например, [6] означает ссылку на литературный источник под номером 6. Список использованной литературы приводится в конце пояснительной записки, где для книги последовательно дается полный перечень авторов с указанием фамилии и инициалов, название книги, место издания книги, наименование издательства, год издания, общее количество страниц. Для журнальной статьи указываются фамилии и инициалы авторов, наименование статьи, название журнала, год издания, номер журнала и номера страниц, на которых расположена статья.

### 5. Оформление курсового проекта

Пояснительную записку следует оформлять на белой бумаге стандартного формата  $297 \times 210 \text{ мм}^2$ , все расчеты выполнять в международной системе единиц (СИ). Результаты расчетов, включая и промежуточные вычисления, представлять, как правило, в табличной форме и при необходимости в пояснительной записке приводятся чертежи, поясняющие ход расчетов.

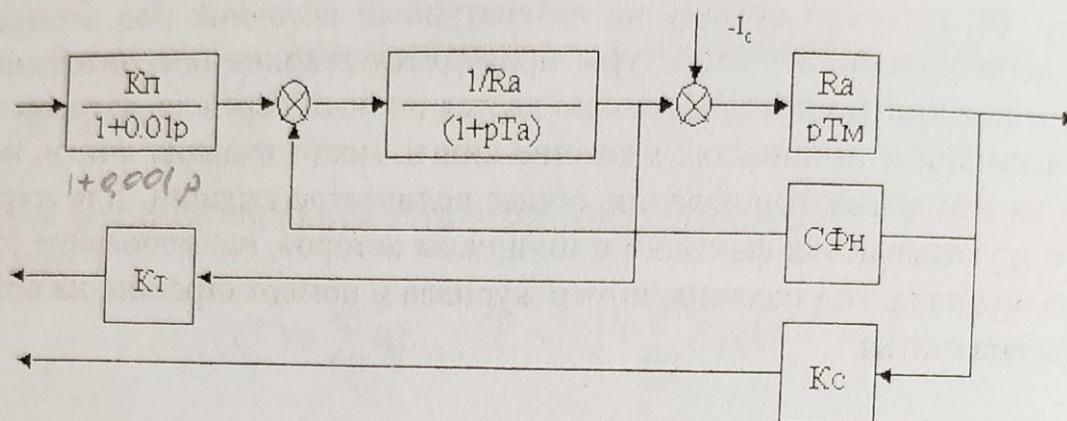
Пояснительная записка должна начинаться с титульного листа. Затем следуют реферат и оглавление. Основное содержание проекта приводится в последовательности, рассмотренной в разд. 4. Пояснительная записка заканчивается списком использованной литературы.

Графическая часть проекта оформляется на двух-трех листах чертежной бумаги формата А4. При изображении принципиальных, функциональных и структурных схем выходы САУ следует располагать справа, а основные входы слева, т. е. схемы изображать так, чтобы в прямом канале САУ сигналы проходили слева направо.

Оформленный в соответствии с приведенными правилами курсовой проект перед его защитой должен быть подписан студентом.

**Задание на курсовой проект**  
(для студентов очно-заочной формы обучения)

1. Структурная схема неизменяемой части системы управления представлена на рис. ниже.



Для всех вариантов  $C_{Фн} = 1 \text{ В}\cdot\text{с}$ ,  $K_c = 1 \text{ В}\cdot\text{с}$ , остальные данные содержатся ниже:

Номер варианта	Данные для расчета				
	$T_a, \text{ с}$	$T_m, \text{ с}$	$R_a, \text{ Ом}$	$K_t, \text{ В/А}$	$K_p$
1	0,02	0,08	0,064	0,37	3,5
2	0,037	0,106	0,17	0,52	2,5
3	0,02	0,09	0,14	0,4	5,2
4	0,048	0,189	0,136	0,5	2,8
5	0,034	0,108	0,138	0,55	5
6	0,02	0,08	0,1	0,35	2,7
7	0,042	0,121	0,056	0,4	6,5
8	0,021	0,23	0,2	0,6	4,5
9	0,062	0,09	0,08	0,1	3,5
10	0,044	0,09	0,2	0,2	4
11	0,052	0,1	0,03	0,36	1,8
12	0,031	0,011	0,2	0,21	3,5
13	0,034	0,08	0,02	0,32	2,2
14	0,052	0,09	0,15	0,44	4,3
15	0,031	0,08	0,04	0,52	3,1
16	0,041	0,07	0,024	0,34	2,8
17	0,024	0,05	0,02	0,22	3,5
18	0,036	0,11	0,28	0,21	4,5
19	0,049	0,118	0,037	0,35	1,7
20	0,024	0,06	0,028	0,24	2,7
21	0,035	0,11	0,041	0,31	1,9
22	0,026	0,11	0,028	0,25	4,4
23	0,032	0,11	0,025	0,31	4,1
24	0,037	0,118	0,049	0,36	1,5

25	0,04	0,076	0,03	0,28	2,4
26	0,026	0,11	0,21	0,25	4,2
27	0,034	0,11	0,052	0,32	2,5
28	0,015	0,09	0,028	0,21	4,8
29	0,051	0,11	0,016	0,15	4,1
30	0,045	0,114	0,035	0,36	2,1
31	0,022	0,08	0,064	0,37	3,5
32	0,037	0,106	0,17	0,52	2,5
33	0,012	0,09	0,14	0,4	5,2
34	0,058	0,189	0,136	0,5	2,8
35	0,024	0,108	0,138	0,55	5
36	0,025	0,08	0,1	0,35	2,7
37	0,046	0,121	0,056	0,4	6,5
38	0,021	0,24	0,2	0,6	4,5
39	0,062	0,095	0,08	0,1	3,5
40	0,044	0,098	0,2	0,2	4
41	0,052	0,16	0,03	0,36	1,8
42	0,031	0,019	0,2	0,21	3,5
43	0,034	0,078	0,02	0,32	2,2
44	0,052	0,091	0,15	0,44	4,3
45	0,031	0,08	0,05	0,52	3,1
46	0,041	0,07	0,029	0,34	2,8
47	0,024	0,05	0,028	0,22	3,5
48	0,036	0,11	0,282	0,21	4,5
49	0,049	0,118	0,057	0,35	1,7
50	0,024	0,06	0,03	0,24	2,7
51	0,035	0,11	0,05	0,31	1,9
52	0,026	0,11	0,03	0,25	4,4
53	0,032	0,11	0,025	0,39	4,1
54	0,037	0,118	0,049	0,34	1,5
55	0,04	0,076	0,03	0,23	2,4
56	0,026	0,11	0,21	0,28	4,0
57	0,034	0,11	0,052	0,32	3,5
58	0,015	0,09	0,028	0,21	5,8
59	0,051	0,11	0,016	0,15	2,1
60	0,045	0,114	0,035	0,36	3,3

## 2. Дополнительные требования.

2.1. Помеха содержит две гармонических составляющих с частотами 50 и 150 Гц. Амплитуда первой гармоники равна 1 В, а третьей  $1/(n + 1)$ , где  $n$  – младшая цифра номера варианта.

2.2. Синтезированная система должна иметь:

2.2.1. Порядок астатизма по сигналу задания –  $\nu = 1$  для нечетных вариантов, и  $\nu = 2$  – для четных. Статизм не более  $0,001N$ , где  $N$  – номер варианта.

2.2.2. Величину перерегулирования  $\sigma$  не более  $5(n + 1) \%$ , где  $n$  – младшая цифра номера варианта.

2.2.3. Время регулирования –  $t_p = 0,1 - 0,4$  с.

3. Содержание курсовой работы.
- 3.1. Синтез регулятора тока.
  - 3.1.1. Определить передаточную функцию регулятора тока, используя упрощенный метод синтеза – метод подчиненного регулирования.
  - 3.1.2. Построить ЛАЧХ разомкнутого контура тока.
  - 3.1.3. Записать передаточную функцию замкнутого контура тока и построить ЛАФЧХ.
- 3.2. Синтез регулятора скорости.
  - 3.2.1. Рассчитать и построить частотные характеристики неизменяемой части системы:
    - ЛАФЧХ;
    - годограф Найквиста.
  - 3.2.2. Определить полюсы и нули частной характеристики неизменяемой части. Построить асимптотическую ЛАЧХ и сравнить с характеристикой, полученной в пп. 3.2.1.
  - 3.2.3. Построить желаемую частотную характеристику контура скорости.
  - 3.2.4. Определить передаточную функцию регулятора скорости.
  - 3.2.5. Построить частотные характеристики разомкнутого контура скорости:
    - ЛАФЧХ;
    - годограф Найквиста.
  - 3.2.6. Найти передаточную функцию замкнутой скорректированной системы и построить:
    - ЛАФЧХ;
    - годограф Михайлова.
- 3.3. Анализ устойчивости.
  - 3.3.1. Записать характеристическое уравнение полученной системы.
  - 3.3.2. Выполнить анализ устойчивости по алгебраическим критериям Гурвица и Рауса.
  - 3.3.3. Используя результаты пп. 3.2.5. оценить устойчивость по критерию Найквиста. Найти запасы устойчивости по модулю и фазе.
  - 3.3.4. По результатам пп. 3.2.6 оценить устойчивость по критерию Михайлова.
  - 3.3.5. Определить граничный коэффициент усиления.
- 3.4. Анализ линейной системы во временной области.
  - 3.4.1. Рассчитать и построить реакцию системы на единичное ступенчатое воздействие (переходную функцию).
  - 3.4.2. Рассчитать и построить изменение ошибки системы при действии ступенчатого возмущающего сигнала  $I_c$ .
  - 3.4.3. Рассчитать реакцию системы (вынужденную составляющую) при действии гармонического сигнала и сравнить амплитуду и фазу со значениями, вычисленными по частотной характеристике (пп. 3.2.6).
- 3.5. Анализ качества линейной системы.
  - 3.5.1. Найти величину установившейся ошибки системы по входному воздействию и по возмущению.
  - 3.5.2. По переходной функции (пп. 3.4.1) определить перерегулирование, время регулирования и сравнить с заданными.
  - 3.5.3. Рассчитать и изобразить на комплексной плоскости картину распределения корней характеристического уравнения и определить степень устойчивости и степень колебательности.

3.6. Анализ системы с учетом нелинейностей.

3.6.1. Рассчитать и построить переходный процесс в системе при учете насыщения усилителя в регуляторе тока. Найти прямые показатели качества и сравнить с найденными в пп. 3.5.2.

3.6.2. Построить реакцию системы на периодический входной сигнал. Объяснить влияние насыщения на характер отработки гармонического сигнала в вынужденном режиме.

3.6.3. Исследовать возможные периодические движения в системе. Для автоколебаний найти их амплитуду и частоту. Определить такой коэффициент передачи, при котором автоколебания отсутствуют.

3.7. Конструктивный расчет регуляторов.

3.7.1. Разработать схему и найти параметры аналогового регулятора тока с учетом ограничения выходного сигнала.

3.7.2. Определить схему и параметры аналогового регулятора скорости.

3.7.3. Найти передаточную функцию цифрового регулятора скорости.

3.7.4. Построить переходную характеристику системы с цифровым регулятором скорости и сравнить с найденными ранее.



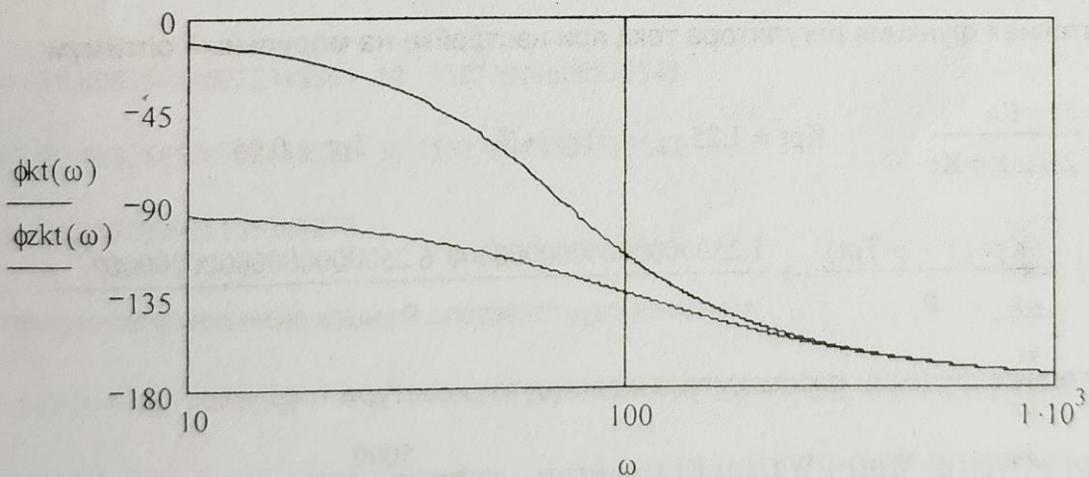
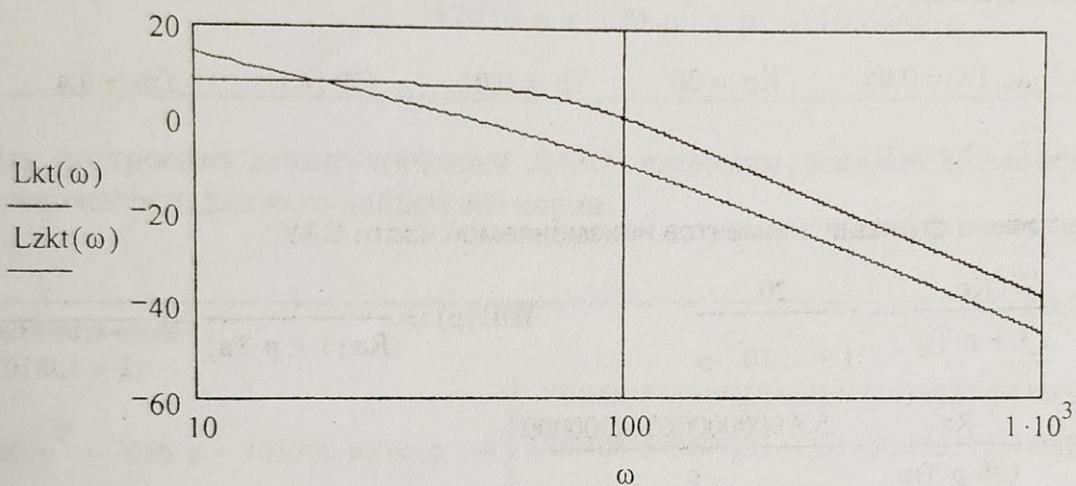
Логарифмические характеристики разомкнутого и замкнутого контура тока

$$L_{kt}(\omega) := 20 \cdot \log(|W_{kt}(\omega)|)$$

$$\phi_{kt}(\omega) := \frac{180}{\pi} \cdot \arg(W_{kt}(\omega))$$

$$L_{zkt}(\omega) := 20 \cdot \log(|W_{zkt}(\omega)|)$$

$$\phi_{zkt}(\omega) := \frac{180}{\pi} \cdot \arg(W_{zkt}(\omega))$$





Передаточная функция неизменяемой части контура скорости:

$$W_{nc}(p) := \frac{W_{zkt}(p) \cdot W_{d2}(p) \cdot K_c}{1 + W_{zkt}(p) \cdot W_{d2}(p) \cdot C\Phi \cdot \frac{1}{W_{pt}(p) \cdot W_p(p)}} \quad \left| \begin{array}{l} \text{упростить} \\ \text{collect, p} \end{array} \right. \rightarrow$$

$$6250 \cdot \frac{20 + p}{(7050 \cdot p + 120 \cdot p^2 + p^3 + 105000) \cdot p}$$

Для построения асимптотической ЛАЧХ разложим полином в знаменателе на простые множители, для чего найдем его корни:

Корни полинома

$$p^3 + 120 \cdot p^2 + 7050 \cdot p + 105000 \cdot \text{solve, p} \rightarrow \begin{pmatrix} -49.408354516922348361 - 50.155272944609517547i \\ -49.408354516922348361 + 50.155272944609517547i \\ -21.183290966155303278 \end{pmatrix}$$

$$p1 := -49.408354516922348361 - 50.155272944609517547i$$

$$p2 := -49.408354516922348361 + 50.155272944609517547i$$

$$p3 := -21.183290966155303278$$

Комплексно-сопряженным корням соответствует полином

$$(p - p1) \cdot (p - p2) \text{ collect, p} \rightarrow p^2 + 98.816709033844696727p + 4956.7369002181604889$$

Представим передаточную функцию неизменяемой части контура скорости в виде последовательного соединения типовых динамических звеньев, определив их параметры с помощью программы Mathcad:

$$W_{nkc}(p) := \frac{K \cdot (1 + p \cdot T1)}{p \cdot (1 + p \cdot T2) \cdot (1 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + T^2 \cdot p^2)}$$

$$K := \frac{6250 \cdot 20}{105000} \quad K = 1.19$$

$$T1 := \frac{1}{20} \quad T1 = 0.05$$

$$T2 := \frac{1}{21.183290966155303278} \quad T2 = 0.047$$

$$T := \sqrt{\frac{1}{4956.7369002181604889}} \quad T = 0.014$$

$$\xi := \frac{98.816709033844696722}{2 \cdot T \cdot 4956.7369002181604889} \quad \xi = 0.702$$

$$Wnkc(p) := \frac{K \cdot (1 + p \cdot T1)}{p \cdot (1 + p \cdot T2) \cdot (1 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + T^2 \cdot p^2)}$$

Построим асимптотическую ЛАЧХ неизменяемой части, как сумму ЛАЧХ звеньев:

$$Ga(\omega) := 20 \cdot (\log(K) - \log(\omega))$$

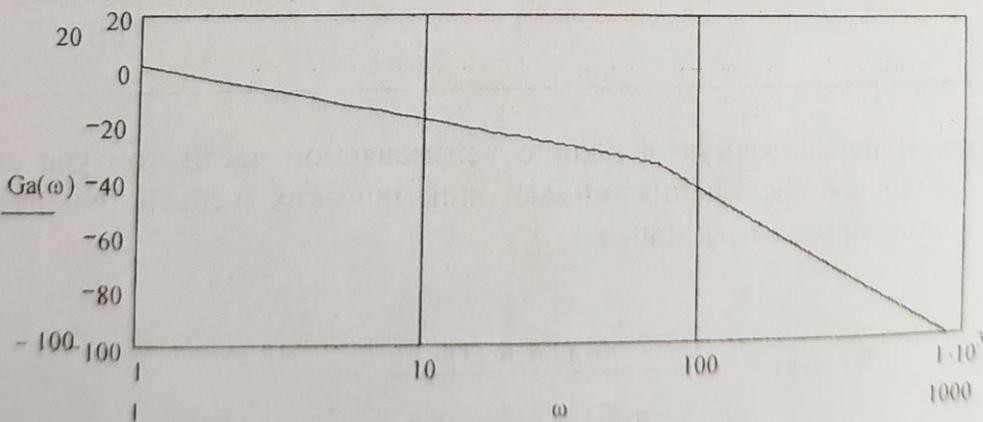
$$G1a(\omega) := \text{if} \left( \omega \leq \frac{1}{T1}, 20 \cdot \log(1), 20 \cdot \log(\omega \cdot T1) \right)$$

$$G2a(\omega) := \text{if} \left( \omega \leq \frac{1}{T2}, 20 \cdot \log(1), 20 \cdot \log(1) - 20 \cdot \log(\omega \cdot T2) \right)$$

$$G3a(\omega) := \text{if} \left( \omega \leq \frac{1}{T}, 20 \cdot \log(1), 20 \cdot \log(1) - 40 \cdot \log(\omega \cdot T) \right)$$

Асимптотическая ЛАЧХ неизменяемой части:

$$Ga(\omega) := G1a(\omega) + G2a(\omega) + G3a(\omega) + Ga(\omega)$$



При необходимости могут быть построены ЛАЧХ и ЛФЧХ неизменяемой части с помощью программы Mathcad:

Частотные характеристики отдельных звеньев:

$$W(\omega) := \frac{K}{i \cdot \omega}$$

$$W1(\omega) := 1 + i \cdot \omega \cdot T1$$

$$W2(\omega) := \frac{1}{1 + i \cdot \omega \cdot T2}$$

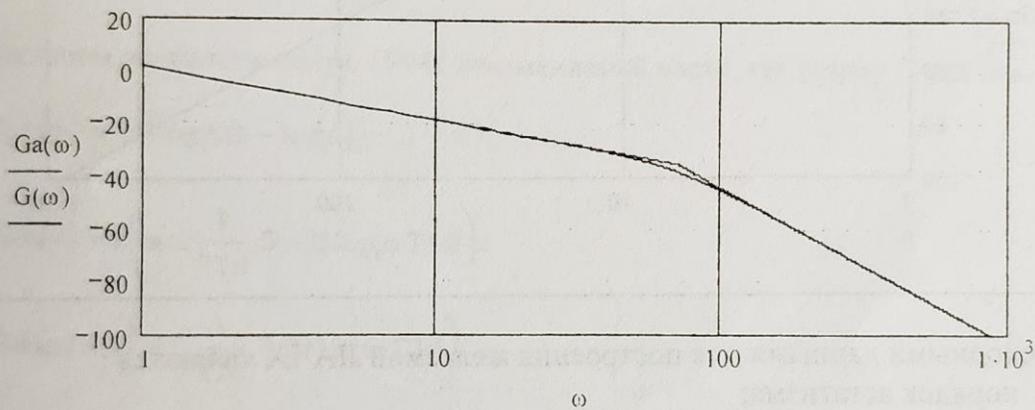
$$W3(\omega) := \frac{1}{1 + i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \xi \cdot T - \omega^2 \cdot T^2}$$

Частотная характеристика неизменяемой части контура скорости:

$$W_{нкс}(\omega) := W(\omega) \cdot W1(\omega) \cdot W2(\omega) \cdot W3(\omega)$$

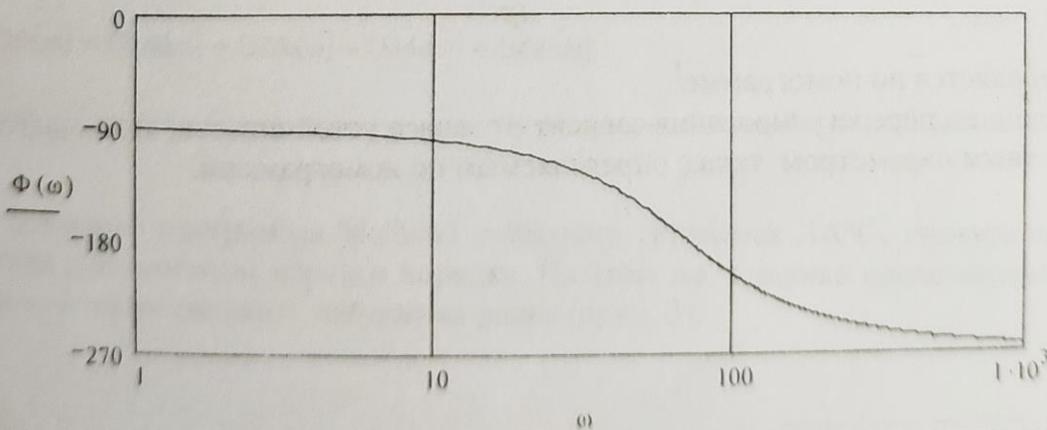
ЛАЧХ неизменяемой части контура скорости:

$$G(\omega) := 20 \cdot \log(|W_{нкс}(\omega)|)$$



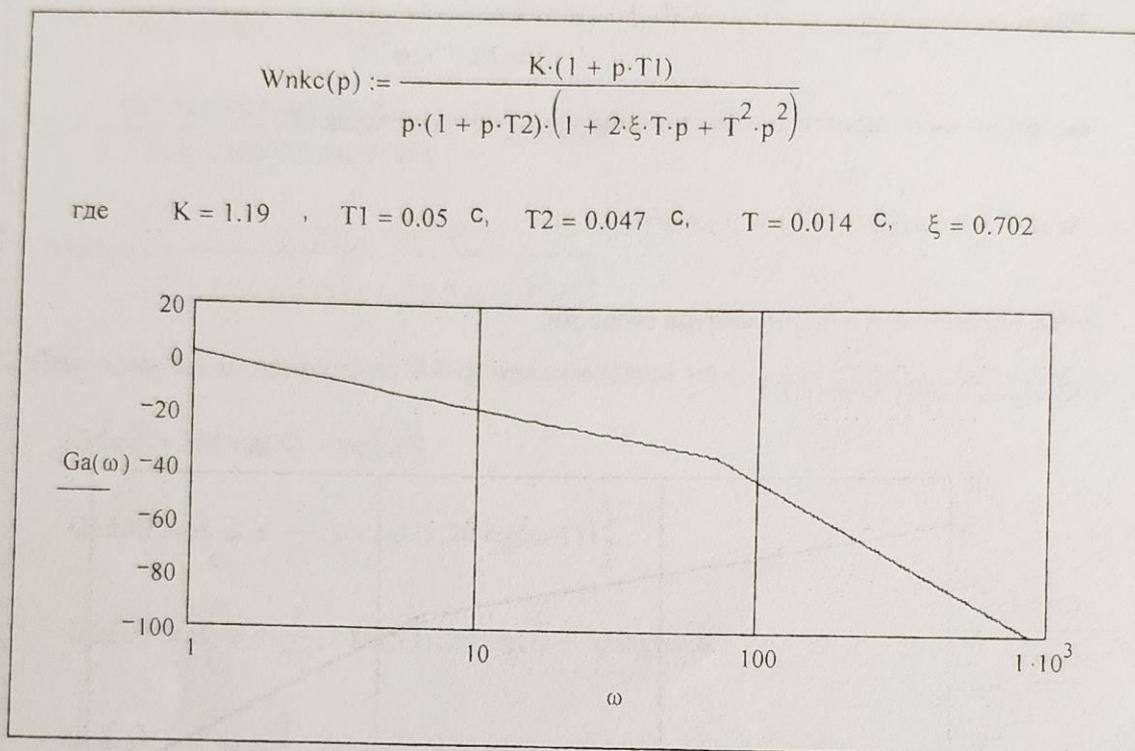
ЛФЧХ исходной системы:

$$\Phi(\omega) := \frac{180}{\pi} \cdot (\arg(W(\omega)) + \arg(W1(\omega)) + \arg(W2(\omega)) + \arg(W3(\omega)))$$



### Построение желаемой ЛАЧХ разомкнутого контура скорости

Для синтеза контура скорости методом желаемых частотных характеристик необходимо построить асимптотическую ЛАЧХ неизменяемой части, передаточная функция которой найдена с помощью программы Mathcad (прил. 3).



Исходными данными для построения желаемой ЛАЧХ являются :

- порядок астатизма;
- величина перерегулирования;
- время регулирования.

Время регулирования позволяет выбрать частоту среза системы по формуле

$$\omega_c := \frac{\lambda \pi}{t_p}$$

где  $\lambda$  определяется по номограмме<sup>1</sup>.

Величина перерегулирования зависит от запаса устойчивости, являющегося вторым расчетным параметром, также определяемым по номограммам.

<sup>1</sup> Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления / под ред. В. А. Бесекерского. - М. : Наука, 1978. - 512 с.

Исходные данные:  $t_p := 0.4$      $\sigma := 30$

По номограммам находим:  $\lambda := 4$      $\Delta L := 16$

Частота среза:  $\omega_c := \frac{\lambda \cdot \pi}{t_p}$      $\omega_c = 31.416$      $K_c := 1$

$$T_{3d} := \frac{1}{\omega_c} \cdot 10^{\frac{-\Delta L}{20}} \quad T_{2d} := \frac{1}{\omega_c} \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}} \quad T_{1d} := \frac{T_{2d}}{\omega_c \cdot T_{3d}} \quad K_d := \frac{1}{T_{3d}}$$

Желаемую передаточную функцию представим в виде последовательного соединения типовых динамических звеньев:

$$W_1(p) = \frac{K_d}{p} \quad W_2(p) = \frac{1}{1 + p \cdot T_{1d}} \quad W_3(p) = 1 + p \cdot T_{2d} \quad W_4(p) = \frac{1}{1 + p \cdot T_{3d}}$$

Желаемая передаточная функция:

$$W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_4(p)$$

Построим асимптотическую ЛАЧХ неизменяемой части, как сумму ЛАЧХ звеньев

$$G_{1da}(\omega) = 20 \cdot (\log(K_d) - \log(\omega))$$

$$G_{2da}(\omega) := \text{if}\left(\omega \leq \frac{1}{T_{1d}}, 0, -20 \cdot \log(\omega \cdot T_{1d})\right)$$

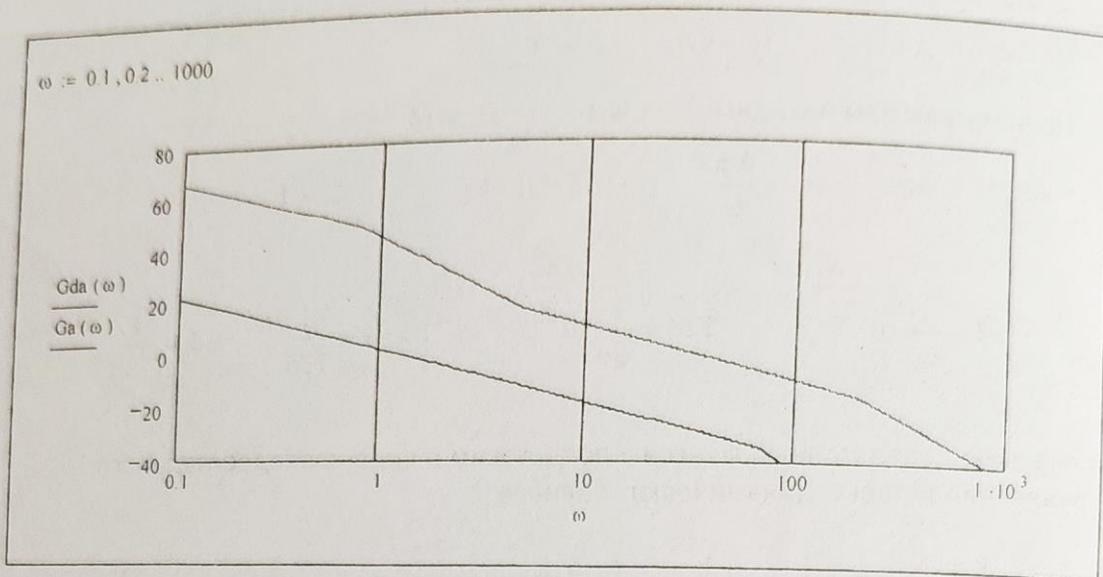
$$G_{3da}(\omega) := \text{if}\left(\omega \leq \frac{1}{T_{2d}}, 0, 20 \cdot \log(\omega \cdot T_{2d})\right)$$

$$G_{4da}(\omega) := \text{if}\left(\omega \leq \frac{1}{T_{3d}}, 0, -20 \cdot \log(\omega \cdot T_{3d})\right)$$

Асимптотическая желаемая ЛАЧХ:

$$G_{da}(\omega) = G_{1da}(\omega) + G_{2da}(\omega) + G_{3da}(\omega) + G_{4da}(\omega)$$

С помощью программы Mathcad построена желаемая ЛАЧХ контура скорости для системы с астатизмом первого порядка. На этом же графике представлена ЛАЧХ неизменяемой части системы, найденная ранее (прил. 3).



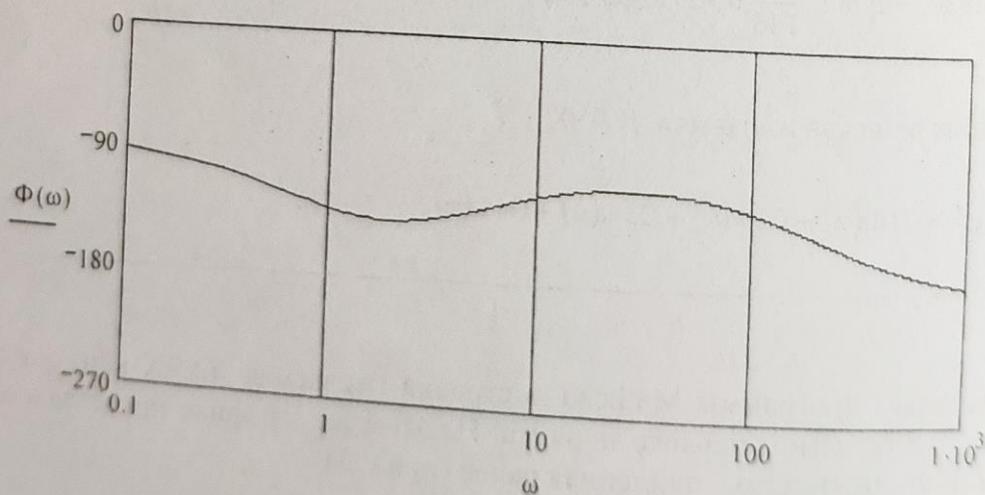
Желаемая ЛФЧХ строится как сумма фазовых характеристик отдельных звеньев с помощью программы Mathcad:

Частотные характеристики отдельных звеньев:

$$W1(\omega) := \frac{Kd}{i \cdot \omega} \quad W2(\omega) := \frac{1}{(1 + i \cdot \omega \cdot T1d)} \quad W3(\omega) := 1 + i \cdot \omega \cdot T2d$$

$$W4(\omega) := \frac{1}{(1 + i \cdot \omega \cdot T3d)}$$

$$\Phi(\omega) := \frac{180}{\pi} \cdot (\arg(W1(\omega)) + \arg(W2(\omega)) + \arg(W3(\omega)) + \arg(W4(\omega)))$$





Построим асимптотическую ЛАЧХ, как сумму ЛАЧХ звеньев:

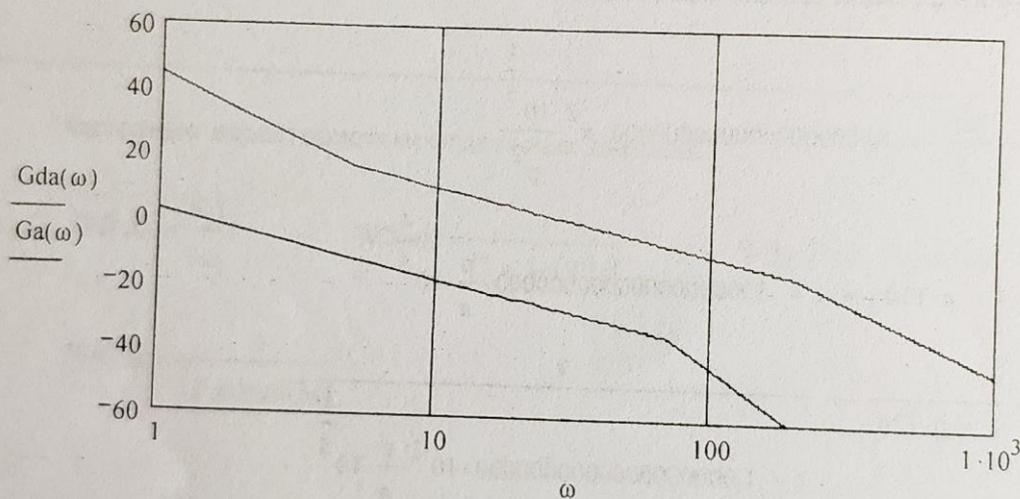
$$G1da(\omega) := 20 \cdot (\log(Kd) - 2 \log(\omega))$$

$$G2da(\omega) := \text{if} \left( \omega \leq \frac{1}{T1d}, 0, 20 \cdot \log(\omega \cdot T1d) \right) \quad \frac{1}{T1d} = 4.979$$

$$G3da(\omega) := \text{if} \left( \omega \leq \frac{1}{T2d}, 0, -20 \cdot \log(\omega \cdot T2d) \right) \quad \frac{1}{T2d} = 198.221$$

Асимптотическая желаемая ЛАЧХ:

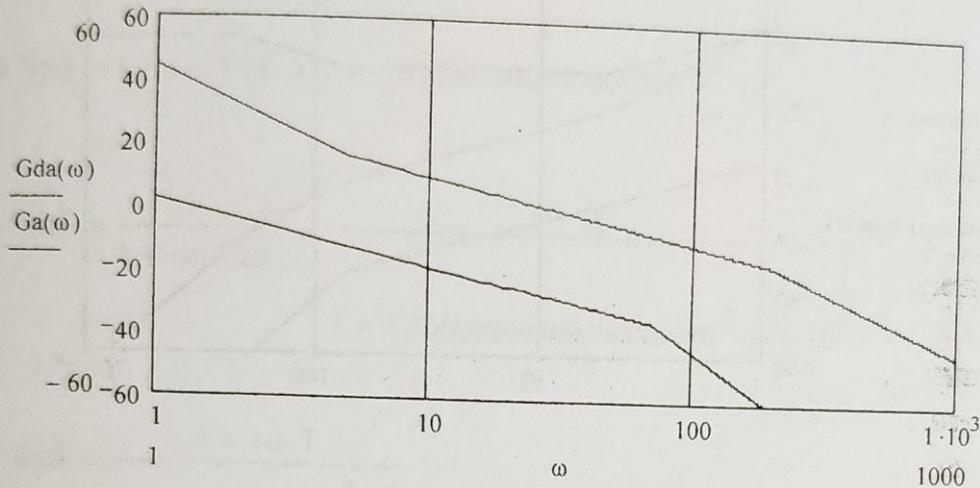
$$Gda(\omega) := G1da(\omega) + G2da(\omega) + G3da(\omega)$$



Построенные желаемая частотная характеристика и характеристика неизменяемой части контура скорости (прил. 3), могут быть использованы для определения передаточной функции корректирующего звена (регулятора скорости).

### Коррекция САУ методом желаемой ЛАЧХ

Для синтеза регулятора скорости предлагаемым методом, необходимо построить желаемую логарифмическую частотную характеристику и характеристику неизменяемой части (прил. 4).



ЛАЧХ корректирующего устройства (регулятора скорости) может быть найдена путем вычитания из желаемой ЛАЧХ  $G_{da}(\omega)$  частотной характеристики неизменяемой части  $G_a(\omega)$ . Однако, получаемое в этом случае корректирующее устройство может оказаться сложным при реализации.

Для получения более простого корректирующего устройства изменим желаемую ЛАЧХ, совместив частоты перегиба желаемой характеристики и исходной:

$$G_{1da}(\omega) := 20 \cdot (\log(K_d) - 2 \log(\omega))$$

$$G_{2da}(\omega) := \text{if} \left( \omega \leq \frac{1}{T_{1d}}, 0, 20 \cdot \log(\omega \cdot T_{1d}) \right) \quad \frac{1}{T_{1d}} = 4.979$$

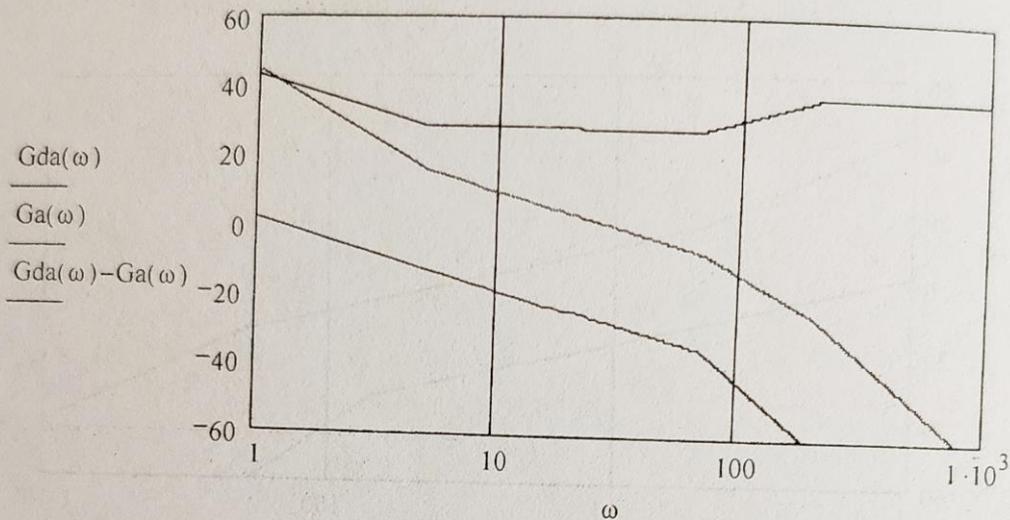
$$G_{3da}(\omega) := \text{if} \left( \omega \leq \frac{1}{T}, 0, -20 \cdot \log(\omega \cdot T) \right) \quad \frac{1}{T_{2d}} = 198.221$$

$$G_{4da}(\omega) := \text{if} \left( \omega \leq \frac{1}{T_{2d}}, 0, -20 \cdot \log(\omega \cdot T_{2d}) \right)$$

В результате получим:

Асимптотическая желаемая Л АЧХ:

$$G_{da}(\omega) := G_{1da}(\omega) + G_{2da}(\omega) + G_{3da}(\omega) + G_{4da}(\omega)$$



Передаточная функция последовательного корректирующего звена:

$$W_k(p) := \frac{K_d}{K \cdot p} \cdot \frac{(1 + p \cdot T_{1d}) \cdot (1 + p \cdot T)}{(1 + p \cdot T_{2d})}$$

Параметры корректирующего звена:

а) коэффициент усиления  $K_k := \frac{K_d}{K} \quad K_k = 131.395$

б) постоянные времени  $T = 0.014 \text{ с}, \quad T_{1d} = 0.201 \text{ с}, \quad T_{2d} = 5.045 \times 10^{-3} \text{ с}.$

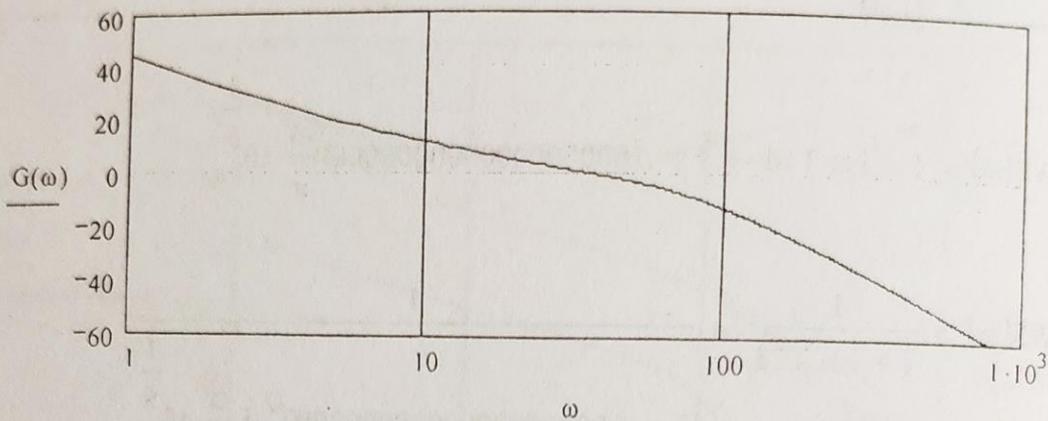
Проверим, удовлетворяет ли полученная система предъявляемым требованиям.  
Для этого построим годограф ее частотной характеристики.



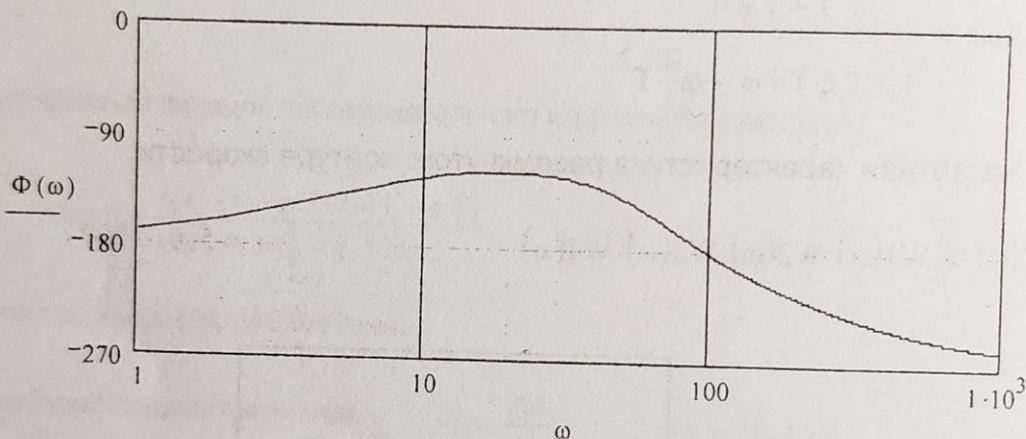
## Логарифмические характеристики

$\omega := 1, 2, \dots, 1000$

$$G(\omega) := 20 \cdot \log(|W(\omega)|)$$



$$\Phi(\omega) := \frac{180}{\pi} \cdot (-\pi + \arg(W2(\omega)) + \arg(W3(\omega)) + \arg(W4(\omega)))$$



Частота среза:

$$\omega_c := 33.9545 \quad G(\omega_c) = 8.306 \times 10^{-5}$$

Запас устойчивости по фазе:

$$\Delta\Phi := 180 + \Phi(\omega_c) \quad \Delta\Phi = 56.27$$

Частота переворота фазы:

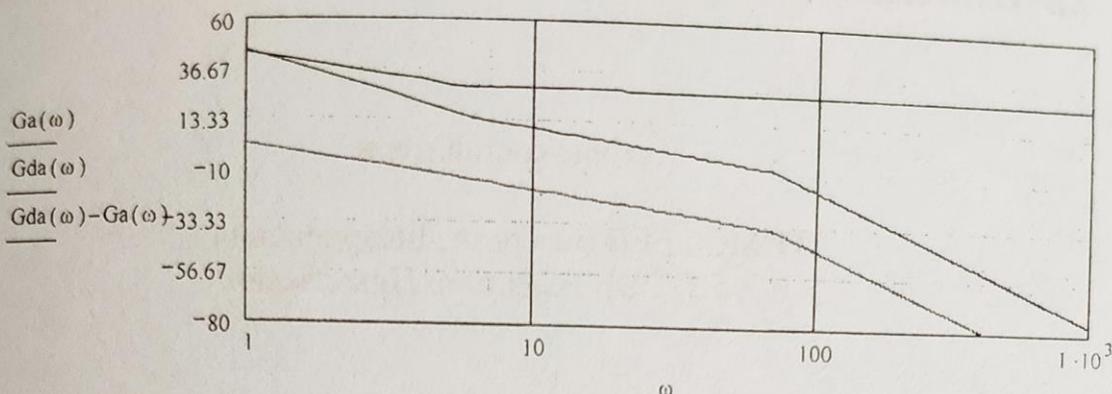
$$\omega_\pi := 97.2 \quad \Phi(\omega_\pi) = -180.03$$

Запас устойчивости по амплитуде:

$$\Delta L := -G(\omega_\pi) \quad \Delta L = 12.706$$

Еще более простое корректирующее устройство получится, если выбрать второй вариант желаемой характеристики.

$$G_{da}(\omega) := G_{1da}(\omega) + G_{2da}(\omega) + G_{3a}(\omega)$$



В этом случае

$$W_{ks}(p) := \frac{K}{p^2} \cdot \frac{(1 + p \cdot T_I d)}{(1 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + T^2 \cdot p^2)}$$

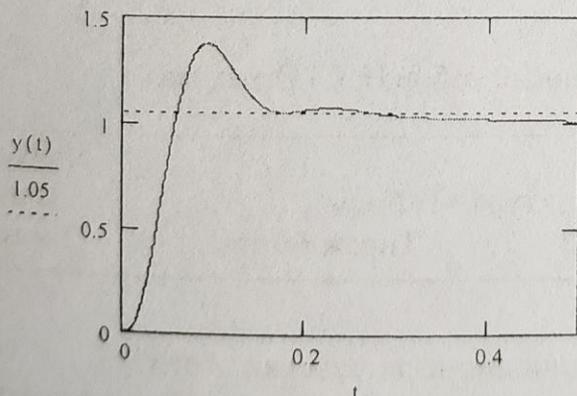
А передаточная функция регулятора может быть аппроксимирована ПИ звеном.

Изображение переходной функции:

$$Y(p) := \frac{W_{ks}(p)}{1 + W_{ks}(p)} \cdot \frac{1}{p} \quad \left| \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{convert, parfrac, p} \end{array} \right. \rightarrow$$

Переходная функция:

$$y(t) := Y(p) \text{ invlaplace, p} \rightarrow$$



Легко заметить, что и в этом случае система управления удовлетворяет предъявляемым требованиям.