**Задание 37 вариант 5**

**Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание**

1. **многочлены Лагерра**

Решение этой задачи опирается на теоретические сведения, изложенные в конспекте лекций: понятие ортогональных многочленов и основные типы (§9, пункт 9.2, §10, пункт 10.2), определение и сходимость ряда Фурье (§11).

Многочлены Лагерра образуют ортогональный (после нормировки – ортонормированный) базис в гильбертовом пространстве  . Обозначим этот ортонормированный базис следующим образом:

  
Коэффициенты Фурье для функции  вычисляются по формуле

   
Вычислим первые 15 коэффициентов Фурье: 

    
Все значения приведены с округлением ради экономии места, хотя вычисления проводились с гораздо более высокой точностью (если быть точным, все коэффициенты рациональные числа и они вычислялись точно).   
  
Значения полученных коэффициентов Фурье стремятся к нулю при увеличении номера. Это является необходимым признаком того, что они вычислены правильно.   
По условию задачи требуется подтвердить графически сходимость ряда Фурье к функции :

  
Для этого необходимо вычислить частичные суммы ряда Фурье



и продемонстрировать, что дистанция между графиками и  сокращается с увеличением порядка .

На рисунке 1 представлены графики функций  и  (пунктиром):



На рисунке 2 представлены графики функций  и  (пунктиром):



На рисунке 3 представлены графики функций  и  (пунктиром):



На рисунке 4 представлены графики функций  и  (пунктиром):



На рисунке 5 представлены графики функций  и  (пунктиром):



На рисунке 6 представлены графики функций  и  (пунктиром):



По графикам видно, что при увеличении порядка n частичная сумма ряда Фурье все более точно аппроксимирует функцию . Промежуток [0;8] для построения графиков и порядки частичных сумм ряда Фурье подобраны так, чтобы динамика сходимости была видна наилучшим образом.