

## Раздел 1. Линейное программирование

**ЗАДАНИЕ.** Решить одну из задач 1.1 - 1.23.

Решить задачи линейного программирования 1.1 -1.8 графически:

**1.1.**  $Z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$4x_1 - 2x_2 \leq 12$$

$$-x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$2x_1 + 4x_2 \geq 16$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

**1.2.**  $Z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$

$$4x_1 - 2x_2 \leq 12$$

$$-x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$2x_1 + 4x_2 \geq 16$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

**1.3.**  $Z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$

$$5x_1 + 3x_2 \geq 15$$

$$x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 + 6x_2 \geq 6$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

**1.4.**  $Z = 8x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$-2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$2x_1 - 3x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 \geq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

**1.5.**  $Z = -11x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

$$x_1 - x_2 \geq 0$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$x_2 \leq 2$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 6$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

**1.6.**  $Z = x_1 + x_2 \rightarrow \min$

$$x_1 + 2x_2 \geq 20$$

$$4x_1 - x_2 \geq 8$$

$$x_1 - 3x_2 \geq -22$$

$$-8x_1 + 2x_2 \geq -16$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

**1.7.**  $Z = -2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$

$$2x_1 - 3x_2 \geq 6$$

$$-4x_1 + 3x_2 \geq 12$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 10$$

$$x_1 \leq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

**1.8.**  $Z = -8x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

$$2x_1 - x_2 \geq 0$$

$$11x_1 + 9x_2 \leq 99$$

$$7x_1 + 4x_2 \geq 30$$

$$3x_1 - 5x_2 \leq 15$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

**1.9.** Фирма выпускает два вида изделий: А и В. Для выпуска каждого изделия необходимо израсходовать определенное количество трех видов ресурсов: сырья, оборудования и труда. Нормы расхода ресурсов, их наличные объемы и цены изделий приведены в таблице.

Вид ресурса	Нормы расхода на изделие		Объем ресурса
	А	В	
Сырье (кг)	4	4	200
Оборудование (ст./час)	3	7	210
Труд (чел./час)	5	2	500
Цена реализации (руб.)	71	91	

Предполагается, что производимая продукция пользуется спросом, и любой ее объем будет реализован на рынке. Требуется определить план производства, обеспечивающий получение максимальной выручки от продажи выпущенных изделий.

В задачах 1.10 – 1.14 проверить, будет ли вектор  $X$  оптимальным решением задачи линейного программирования.

**1.10.**  $Z = 6x_1 - x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$   $X = (7; 0; 0)$ .

$$3x_1 - 7x_2 + 5x_3 \leq 15$$

$$2x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq 16$$

$$6x_1 + 5x_2 - 8x_3 \leq 12$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 3.$$

**1.11.**  $Z = -2x_1 + 5x_2 - 4x_3 \rightarrow \min$   $X = (6; 0; 0)$ .

$$4x_1 + 2x_2 - 3x_3 \geq 9$$

$$3x_1 - 2x_2 + 5x_3 \geq 8$$

$$x_1 + 3x_2 + 4x_3 \geq 12$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 3.$$

**1.12.**  $Z = 2x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 \rightarrow \min$   $X = (0; 8; 0; 6)$ .

$$-2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 \geq 18$$

$$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 \geq 24$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 \geq 30$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 4.$$

**1.13.**  $Z = 5x_1 + 6x_2 + 9x_3 - 2x_4 \rightarrow \max$   $X = (1; 0; 0; 3)$ .

$$2x_1 + 2x_2 + 4x_4 \leq 16$$

$$3x_1 - 4x_3 \geq -10$$

$$x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 \leq 8$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 4.$$

**1.14.**  $Z = 2x_1 - 2x_2 - 6x_3 + 4x_4 + 2x_5 \rightarrow \max$   $X = (1; 3; 0; 1; 0)$ .

$$2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 6$$

$$3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 + x_5 \leq 15$$

$$-x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 \geq 9$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 5.$$

В задачах 1.15 – 1.17 проверить, будет ли вектор  $U$  оптимальным решением задачи, двойственной к задаче линейного программирования.

**1.15.**  $Z = 2x_1 + x_3 - x_4 \rightarrow \max$   $U = (1; 0; 1)$ .

$$x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 \leq 4$$

$$2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 5$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 4$$

$$1.16. \quad Z = -2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max \quad U = (2;1;0).$$

$$x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 \leq 6$$

$$3x_1 - x_4 \leq 8$$

$$-x_1 + 4x_4 \leq 1$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 4$$

$$1.17. \quad Z = 9x_1 - 5x_2 - 8x_3 + x_4 + 24x_5 \rightarrow \max \quad U = (5;1;2)$$

$$2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_5 \leq 2$$

$$-x_1 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 \leq -1$$

$$2x_4 + 4x_5 \leq 2$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 5$$

В задачах 1.18 – 1.23 решить графически двойственную, найти решение исходной задачи.

$$1.18. \quad Z = 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 + 4x_5 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 + 2x_5 \leq 6$$

$$-2x_1 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 \leq 1$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 5$$

$$1.19. \quad Z = -x_1 - 5x_2 + 7x_3 + x_4 + 2x_5 \rightarrow \max$$

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_5 \leq 6$$

$$3x_1 - 2x_3 - 4x_4 \geq -7$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 5$$

$$1.20. \quad Z = -7x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \max$$

$$-4x_1 + 2x_2 + x_5 \leq 16$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 4$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 5$$

$$1.21. \quad Z = -12x_2 - 2x_3 + 6x_4 \rightarrow \max$$

$$x_1 - 4x_2 + x_4 \leq 10$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 \geq 4$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 4$$

$$1.22. \quad Z = 10x_1 + 3x_2 + 13x_3 \rightarrow \max$$

$$5x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$

$$3x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 8$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 3$$

$$1.23. \quad Z = 8x_1 + 12x_2 + 21x_3 + 9x_4 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 6$$

$$x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 9x_4 \leq 1$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 4$$

## Раздел 2. Транспортная задача

**ЗАДАНИЕ.** Решить одну из задач 2.1 - 2.9.

В задачах 2.1 – 2.9 найти оптимальные планы.

$$\mathbf{2.1.} \ A = (60, 110, 170, 160), \ B = (210, 50, 90, 150), \ C = \begin{pmatrix} 5 & 15 & 10 & 9 \\ 8 & 10 & 9 & 7 \\ 7 & 6 & 6 & 9 \\ 11 & 5 & 7 & 12 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.2.} \ A = (100, 100, 80, 110), \ B = (90, 120, 180), \ C = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 4 \\ 5 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.3.} \ A = (15, 11, 12), \ B = (10, 11, 9, 8), \ C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.4.} \ A = (160, 140, 60), \ B = (80, 80, 60, 80), \ C = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 5 & 5 \\ 1 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.5.} \ A = (80, 12, 38, 45), \ B = (10, 20, 40, 75), \ C = \begin{pmatrix} 7 & 12 & 18 & 19 \\ 7 & 13 & 11 & 11 \\ 19 & 18 & 12 & 13 \\ 11 & 3 & 11 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.6.} \ A = (240, 110, 70, 120), \ B = (60, 290, 40, 90), \ C = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 12 & 8 \\ 10 & 6 & 11 & 7 \\ 9 & 15 & 12 & 5 \\ 9 & 10 & 8 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.7.} \ A = (27, 6, 17), \ B = (31, 25, 2, 8), \ C = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 6 & 5 & 8 \\ 5 & 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}.$$

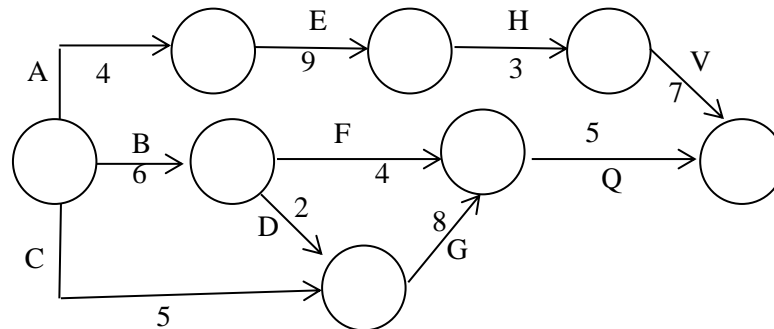
$$\mathbf{2.8.} \ A = (21, 2, 26), \ B = (2, 5, 17, 34), \ C = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 6 & 6 \\ 8 & 5 & 8 & 7 \\ 8 & 5 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.9.} \ A = (16, 36, 4), \ B = (23, 17, 6, 18), \ C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 3 & 3 \\ 7 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

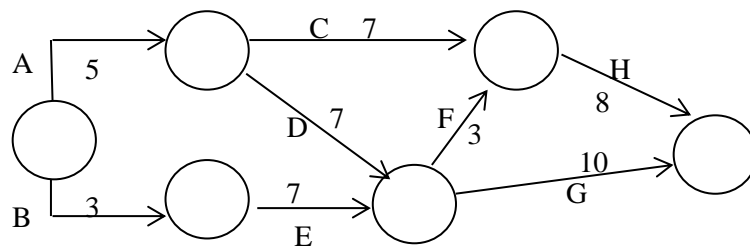
## Раздел 4. Сетевые модели планирования и управления

**ЗАДАНИЕ.** Решить одну из задач 4.1 - 4.10.

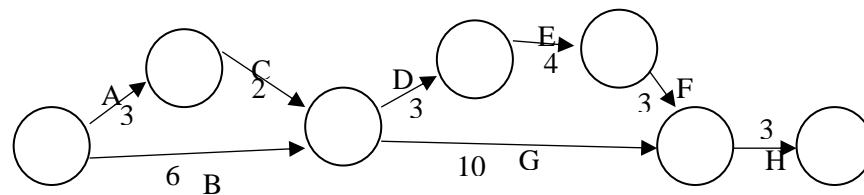
**4.1.** Для сетевого графика, представленного на рисунке, определите критическое время и критические пути:



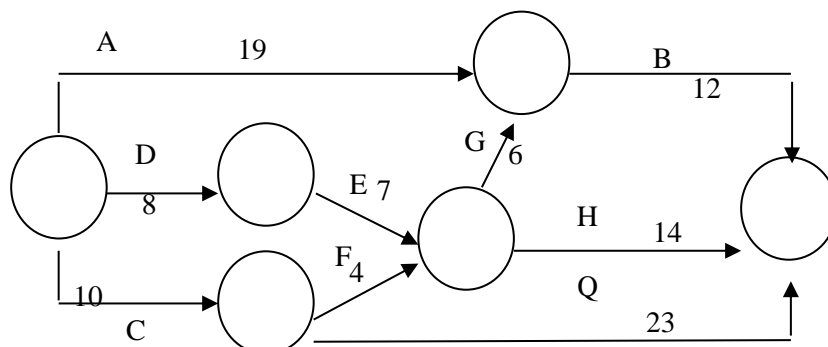
**4.2.** Для сетевого графика, представленного на рисунке, определите критическое время и критические пути:



**4.3.** Для сетевого графика, представленного на рисунке, определите критическое время и критические пути:



**4.4.** Для сетевого графика, представленного на рисунке, определите критическое время и критические пути



**4.5.** Центральная клиническая больница рассматривает предложение о строительстве нового корпуса. Перечень работ, которые нужно выполнить до начала строительства, представлены в таблице:

Описание работы	Обозначение работы	Опирается на работу	Время выполнения (нед.)
Определить место строительства	A	-	4
Разработать первоначальный проект	B	-	6
Получить разрешение на строительство	C	A, B	10
Выбрать архитектурную мастерскую	D	C	2
Разработать смету затрат	E	C	4
Закончить разработку проекта	F	D	13
Получить финансовое обеспечение	G	E	10
Нанять подрядчика	H	F, G	6

Построить сетевой график выполнения комплекса работ по подготовке к началу строительства. Найти критическое время и критический путь. Определить временные характеристики событий и работ.

**4.6.** Имеется табличное представление проекта подготовки к переходу на производство нового изделия:

Содержание работы	Имя работы	Опирается на работу	Время выполнения		Ожидаемые затраты	
			в нормальном режиме, нед.	минимальное, нед.	в нормальном режиме, тыс. руб.	при минимальном времени, тыс. руб.
Подготовить конструкторский проект продукта	A	-	6	4	90	120
Разработать план исследования рынка	B	-	2	2	16	16
Подготовить маршрутные карты	C	A	3	2	3	4
Построить прототипную модель	D	A	5	3	100	150
Подготовить рекламную брошюру	E	A	3	1	6	10
Подготовить оценку затрат	F	C	2	1	2	4
Провести предварительное тестирование изделия	G	D	3	2	60	64

Выполнить исследование рынка	H	B, E	4	3	20	30
Подготовить доклад о ценах	Q	H	2	2	4	4
Подготовить заключительный доклад	V	F, G, Q	2	1	5	7

Построить сетевой график выполнения комплекса работ по подготовке к началу строительства. Найти критическое время и критический путь и стоимость выполнения проекта при нормальном режиме. Определить временные характеристики событий и работ при нормальном режиме выполнения. Определить стратегию минимального удорожания проекта, если необходимо завершить его за 13 недель.

**4.7.** Фирма может влиять дополнительным финансированием на скорость строительства своего торгового павильона. Очередность выполнения работ, их нормальная и ускоренная продолжительность выполнения, а также стоимость строительно-монтажных работ при нормальном и ускоренном режиме их выполнения приведены в таблице:

Имя работы	A	B	C	D	E
Опирается на работу	B, F	H, Q	-	E	G, V
Нормальный срок (дни)	6	5	9	4	11
Ускоренный срок (дни)	5	3	6	3	7
Норм. стоим. (млн. р.)	10	5,5	8	6	9
Плата за ускор. (млн. р.)	12	9.5	21,5	9,5	13

Имя работы	F	G	H	Q	V
Опирается на работу	H, Q	C	C	G, V	-
Нормальный срок (дни)	5	4	10	8	10
Ускоренный срок (дни)	3	2	7	5	7
Норм. стоим. (млн. р.)	6	7	8	11	9
Плата за ускор. (млн. р.)	10	12	17	26	24

Требуется:

1. С учетом технологической последовательности работ построить сетевой график выполнения этих работ.
2. Рассчитать временные характеристики сетевого графика при нормальном режиме выполнения работ. Найти критический путь и его продолжительность, указать все возможные критические пути, определить стоимость всего комплекса работ.
3. Указать стратегию минимального удорожания комплекса работ при сокращении сроков строительства на 4 дня. В какую итоговую сумму обойдется фирме ускоренная стройка павильона?

**4.8.** Центр дополнительного образования университета предполагает провести курсы переподготовки специалистов. Необходимо выполнить следующие работы:

Содержание работы	Имя работы	Опирается на работу	Время выполнения		Ожидаемые затраты	
			в нормальном режиме, дни.	минимальное, дни.	в нормальном режиме, тыс. руб.	минимальное, тыс. руб.
Определить темы проведения занятий	A	-	17	14	20	26
Определить время проведения занятий	B	-	5	4	6	9
Определить место проведения занятий	C	B	14	9	25	45
Договориться с лекторами	D	A, C	17	10	18	53
Составить окончательное расписание	E	D	7	5	9	10
Подготовить и разослать приглашения	F	D	8	6	6	10
Выполнить последние приготовления	G	F, E	14	10	15	31

Требуется:

1. С учетом технологической последовательности работ построить сетевой график выполнения этих работ.
2. Рассчитать временные характеристики сетевого графика при нормальном режиме выполнения работ. Найти критический путь и его продолжительность, указать все возможные критические пути, определить стоимость всего комплекса работ.
3. Указать стратегию минимального удорожания комплекса работ при необходимости завершить проект через 7 недель, то есть через 49 дней. Какова будет итоговая сумма подготовки к проведению курсов?

**4.9.** В таблице приведены работы и порядок их выполнения при разработке веб-сайта:

Содержание работы	Имя работы	Опирается на работу	Время выполнения		Ожидаемые затраты	
			в нормальном режиме, дни.	минимальное, дни.	в нормальном режиме, тыс. руб.	минимальное, тыс. руб.
Собрать требования заказчика	A	-	5	4	20	25
Сформировать функциональную спецификацию	B	A	10	8	40	52
Составить техническую спецификацию	C	B	25	22	100	112
Спроектировать макет	D	B	15	12	60	75
Подготовить дизайн	E	D	20	16	80	108
Согласовать дизайн с заказчиком	F	E	2	2	8	8
Создать шаблоны	G	C	20	18	80	86
Применить дизайн	H	F	10	8	40	49
Первоначальное наполнение контентом	I	G, H	7	5	28	37
Протестировать сайт	J	I	15	11	60	80



Продемонстрировать сайт заказчику	K	J	3	2	12	13,5
Учесть замечания	Q	K	15	10	60	85
Окончательно наполнить контентом	V	Q	20	17	80	90,5

1. С учетом технологической последовательности работ построить сетевой график выполнения этих работ.

2. Рассчитать временные характеристики сетевого графика при нормальном режиме выполнения работ. Найти критический путь и его продолжительность, указать все возможные критические пути, определить стоимость всего комплекса работ.

3. Указать стратегию минимального удорожания комплекса работ при необходимости завершить проект на 7 дней раньше. Какова будет итоговая сумма разработки веб-сайта?

**4.10.** Завод планирует провести реконструкцию цеха. В таблице приведён перечень работ проекта, их последовательность и также примерные оценки длительности каждой из них.

Содержание работы	Имя работы	Опирается на работу	Время выполнения		Ожидаемые затраты	
			в нормальном режиме, дни.	минимальное, дни.	в нормальном режиме, млн. руб.	минимальное, млн. руб.
Подготовительные работы	A	-	8	5	1	2
Демонтаж старого оборудования	B	A	4	3	3	4
Строительно-монтажные работы	C	D	36	30	6	9
Укрепление фундамента	D	B	21	16	0,5	1
Доставка нового оборудования	E	C	13	10	5	5,6
Электротехнические работы	F	C	15	12	5	7
Монтаж нового оборудования	G	E, J	10	8	3	6
Подключение оборудования к сети	H	G	2	2	0,7	0,7
Пуско-наладочные работы	I	H	7	6	1	1,5
Отделочные работы	J	F	9	8	3	4,5
Приёмка цеха	K	I	2	1	0,5	1,5

1. С учетом технологической последовательности работ построить сетевой график выполнения этих работ.

2. Рассчитать временные характеристики сетевого графика при нормальном режиме выполнения работ. Найти критический путь и его продолжительность, указать все возможные критические пути, определить стоимость всего комплекса работ.

3. Указать стратегию минимального удорожания комплекса работ при необходимости завершить проект на 5 дней раньше. Какова будет итоговая сумма реконструкции цеха?