

4. Комплект задач для домашних контрольных заданий (1 семестр)

Пакет №1

Найти область определения функции:

1. $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x-4}$;
2. $y = \frac{\ln(x+2)}{x}$;
3. $y = \frac{1}{\ln(x-5)}$;
4. $y = \frac{\sqrt{2-x}}{x-1}$;
5. $y = \frac{\ln(6-x)}{x-3}$;
6. $y = \frac{2}{\ln(4-x)}$;
7. $y = \frac{\sqrt{x+4}}{x+2}$;
8. $y = \frac{\ln(x-5)}{x-7}$;
9. $y = \frac{4}{\lg(x+3)}$;
10. $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$.

Пакет № 2

Заданы функция спроса $Q = Q_D(P)$ и функция предложения $Q = Q_S(P)$, где p – цена единицы выпускаемой продукции. Найти координаты точки равновесия и построить графики функций спроса и предложения.

1. $Q_D(P) = -P^2 + 9$; $Q_S(P) = P + 3$;
2. $Q_D(P) = -(P+1)^2 + 1$; $Q_S(P) = 2P - 12$;
3. $Q_D(P) = -(P+2)^2 + 2$; $Q_S(P) = P - 8$;
4. $Q_D(P) = -P^2 + 4$; $Q_S(P) = 2P + 1$;
5. $Q_D(P) = -P^2 + 1$; $Q_S(P) = P - 11$;
6. $Q_D(P) = 8 / (P + 2)$; $Q_S(P) = P - 5$;
7. $Q_D(P) = 7 / (P + 3)$; $Q_S(P) = P - 3$;
8. $Q_D(P) = 5 / (P + 2)$; $Q_S(P) = P - 2$;
9. $Q_D(P) = 3 / (P + 1)$; $Q_S(P) = P - 1$;
10. $Q_D(P) = 7 / (P + 1)$; $Q_S(P) = P - 5$.

Пакет №3

Найти пределы функций:

1. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9}$;
2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{3x^2 - 16x + 5}$;
3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 - x - 2}$;
4. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{3x^2 + 7x + 2}$;
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{2x^2 - x - 1}$;
6. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - x - 6}$;
7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 9x - 2}{x^2 - 4x + 4}$;
8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{3x^2 - x - 2}$;
9. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 9x - 5}{x^2 - 10x + 25}$;
10. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$.

Пакет №4

Найти пределы функций:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 16}{4x - x^2}$;
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - x^3}{x^2 - 3x^3}$;
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 4x - x^2}{2x + 3x^3}$;
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 1 - 2x^3}{x^2 + 7 + 3x^3}$;
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 8}{3 + 4x^2}$;
6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x^3}{1 - 2x^3}$;
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{6x^2 + 7x + 2}$;
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{2 + 3x^3}$;
9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{-x^2 - 4x + 5}$;
10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - 6x^3 + 3}{1 - 6x^2 + x^4}$.

Пакет №5

Используя правила вычисления производных и таблицу, найти производные функций:

- 1.1. $y = 3x^3 + \sqrt{x} + \ln(2x + 1)$;
- 1.2. $y = \frac{5x - 1}{e^x}$;
- 2.1. $y = x^4 + \frac{1}{x^2} + \sin(5x - 3)$;
- 2.2. $y = \sqrt{x} \cdot \ln x$;
- 3.1. $y = 2x^5 + \sqrt[4]{x} + e^{3x-1}$;
- 3.2. $y = \frac{\ln x}{x}$;
- 4.1. $y = x^{-3} - \ln(4x - 5) + 2^x$;
- 4.2. $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{e^x}$;
- 5.1. $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + x^{-5} + \cos(6x - 7)$;
- 5.2. $y = \frac{x^3 - 1}{2^x}$;
- 6.1. $y = \frac{1}{x^4} - \sin(7x + 4) - 3^x$;
- 6.2. $y = \frac{x^2}{\ln x}$;
- 7.1. $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}} - 5x^3 + e^{2-3x}$;
- 7.2. $y = \frac{\ln x}{\sqrt[4]{x}}$;
- 8.1. $y = 5^x - 6\sqrt[3]{x} + \ln(5 - 2x)$;
- 8.2. $y = e^x \cdot (x^3 - 1)$;
- 9.1. $y = \ln x + \cos(1 + 5x) - \sqrt[3]{x^5}$;
- 9.2. $y = \frac{\sqrt{x+3}}{e^x}$;
- 10.1. $y = \frac{1}{x^3} + \sin(8 - 3x) - \sqrt[3]{x^2}$;
- 10.2. $y = \sqrt{5x} \ln x$.

Пакет №6

Для функции полных издержек $C = C(Q)$ найти средние издержки $AC = C/Q$ и предельные издержки $MC = C'(Q)$ при $Q = Q_0$ и пояснить экономический смысл полученного результата.

1. $C(Q) = 400 + 32Q + Q^2 / 4$; $Q_0 = 2$;
2. $C(Q) = 1000 + 100Q + Q^2$; $Q_0 = 5$;
3. $C(Q) = Q + 0,1Q^2$; $Q_0 = 10$;
4. $C(Q) = 900 + 75Q + 0,01Q^2$; $Q_0 = 2$;
5. $C(Q) = 800 + 14Q + 0,04Q^2$; $Q_0 = 5$;
6. $C(Q) = Q^2 + 4Q + 20$; $Q_0 = 5$;
7. $C(Q) = 4Q^2 + 10Q + 5$; $Q_0 = 2$;
8. $C(Q) = 2Q^2 + 8Q + 16$; $Q_0 = 10$;
9. $C(Q) = 2Q^2 + 4Q + 10$; $Q_0 = 5$;
10. $C(Q) = Q^2 + 4Q + 15$; $Q_0 = 10$.

Пакет №7

Найти пределы функций, используя правило Лопиталя-Бернулли:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln 2x}{x}$;
2. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2+x}{\operatorname{tg} \pi x}$;
3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x}$;
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 3x}{x^2 + 4x}$;
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}$;
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^{3x}}{\sin 4x - \sin 3x}$;
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+4}}{e^x}$;
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\ln(2+x)}$;
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\ln(x+e) + 1}$;
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{e^{3x} - e^{2x}}$.

Пакет №8

Составить уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $x = x_0$.

Построить в *одной системе* координат Oxy кривую и касательную к ней.

- 1) $y = \frac{x^2}{2} - x - 3$; $x_0 = 2$;
- 2) $y = x^2 + 2x$; $x_0 = 1$;
- 3) $y = -x^2 + 3x$; $x_0 = 2$;
- 4) $y = x^2 - 6x$; $x_0 = 2$;
- 5) $y = 2 - \frac{1}{x}$; $x_0 = 2$;
- 6) $y = \frac{x+1}{x-1}$; $x_0 = 2$;
- 7) $y = \frac{x+2}{x-1}$; $x_0 = -2$;
- 8) $y = \frac{3x-6}{x+2}$; $x_0 = -3$;
- 9) $y = \frac{x-2}{x+1}$; $x_0 = 2$;
- 10) $y = \frac{4}{x-2}$; $x_0 = 0$.

Пакет №9

Вычислить коэффициент эластичности функции спроса $Q = Q_D(p)$ в точке $p = p_0$ и пояснить экономический смысл полученного результата:

- 1) $Q_D(p) = 20 - p$; $p_0 = 4$;
- 2) $Q_D(p) = 200 - 0,5p$; $p_0 = 5$;
- 3) $Q_D(p) = 100 - 0,2p$; $p_0 = 10$;
- 4) $Q_D(p) = \frac{8}{p^2}$; $p_0 = 2$;
- 5) $Q_D(p) = \frac{4}{p^{0,3}}$; $p_0 = 2$;
- 6) $Q_D(p) = \frac{8}{p^{0,2}}$; $p_0 = 2$;
- 7) $Q_D(p) = 600 - 100p$; $p_0 = 50$;
- 8) $Q_D(p) = 45 - 3p$; $p_0 = 2$;
- 9) $Q_D(p) = \frac{2}{p}$; $p_0 = 5$;
- 10) $Q_D(p) = 2400 - 100p$; $p_0 = 10$.

Пакет №10

Найти экстремум функции:

1. $y = x^3 - 12x - 1$;
2. $y = 3x^3 - 36x + 7$;
3. $y = 3x^3 - 81x - 1$;
4. $y = 4x^3 - 48x - 1$;
5. $y = 4x^3 - 12x$;
6. $y = 2x^3 - 54x + 4$;
7. $y = 5x^3 - 60x + 11$;
8. $y = 7x^3 - 21x$;
9. $y = 2x^3 - 6x + 5$;
10. $y = 5x^3 - 15x$.

Пакет №11

Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

1. $y = x^3 - 6x^2 + 5$; $[-2; 3]$;
2. $y = 4x^3 - 10x^2 + 12$; $[-2; 2]$;
3. $y = 6x^3 - 12x^2 + 15$; $[-3; 5]$;
4. $y = 5x^3 - 12x^2 + 27$; $[-3; 4]$;
5. $y = 3x^3 - 4x^2 + 12$; $[-2; 1]$;
6. $y = 3x^3 - 5x^2 + 12$; $[-3; 5]$;
7. $y = 3x^3 - 10x^2 + 7$; $[-4; 3]$;
8. $y = 2x^3 - 21x^2 + 10$; $[-1; 3]$;
9. $y = 2x^3 - 5x^2 + 4$; $[-3; 2]$;
10. $y = 5x^3 - 8x^2 + 21$; $[-3; 2]$.

Пакет № 12

Провести полное исследование функции средних издержек $y = AC(Q)$ и построить ее график, если известна функция полных издержек:

1. $C(Q) = Q^2 + Q + 10$; 4. $C(Q) = Q^2 + 2Q + 15$; 7. $C(Q) = Q^2 + 4Q + 9$;
2. $C(Q) = Q^2 + 4Q + 20$; 5. $C(Q) = 4Q^2 + 10Q + 5$; 8. $C(Q) = 2Q^2 + 8Q + 16$;
3. $C(Q) = 2Q^2 + 4Q + 10$; 6. $C(Q) = Q^2 + 4Q + 15$; 9. $C(Q) = Q^2 + 2Q + 16$;
10. $C(Q) = Q^2 + 2Q + 5$.

Пакет №13

Найти оптимальный объем выпуска и максимально возможную прибыль однопродуктовой фирмы, если известны функция полных издержек $C = C(Q)$ и цена продукции на рынке p :

1. $C(Q) = Q^2 + 6Q + 10$; $p = 18$; 6. $C(Q) = Q^2 + 2Q + 10$; $p = 20$;
2. $C(Q) = 2Q^2 + 4Q + 15$; $p = 24$; 7. $C(Q) = Q^2 + 2Q + 5$; $p = 10$;
3. $C(Q) = 3Q^2 + Q + 7$; $p = 31$; 8. $C(Q) = Q^2 + 4Q + 44$; $p = 20$;
4. $C(Q) = Q^2 + 4Q + 10$; $p = 14$; 9. $C(Q) = Q^2 + 4Q + 10$; $p = 12$;
5. $C(Q) = 2Q^2 + 2Q + 11$; $p = 18$; 10. $C(Q) = Q^2 + 2Q + 5$; $p = 12$.

Пакет №14

Найти цену, оптимальный объем выпуска и максимально возможную прибыль фирмы, если известны функции спроса $Q = Q_D(P)$ и полных издержек $C = C(Q)$:

1. $C(Q) = Q^2 + 16$; $Q = 10 - p$; 6. $C(Q) = Q^2 - 60Q + 10$; $Q = 150 - 0,5p$;
2. $C(Q) = Q^2 + 18$; $Q = 24 - 2p$; 7. $C(Q) = 4Q^2 + 10Q + 40$; $Q = 20 - p/5$;
3. $C(Q) = Q^2 + 14$; $Q = 16 - p$; 8. $C(Q) = 2Q^2 + 4Q + 15$; $Q = 10 - p/4$;
4. $C(Q) = 20Q + 80$; $Q = 28 - p/5$; 9. $C(Q) = 90Q + 3000$; $Q = 400 - p$;
5. $C(Q) = Q^2 + 25$; $Q = 48 - p/3$ 10. $C(Q) = 60Q + 1000$; $Q = 200 - p$.

Пакет №15

Даны векторы $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$. Найти косинус угла между векторами $\vec{c} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$ и \vec{b} .

1. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$; $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{k}$; 6. $\vec{a} = 6\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$; $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{k}$;
 $\alpha = 1$; $\beta = 3$; $\alpha = -1$; $\beta = 3$;
2. $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$; $\vec{b} = \vec{j} + 2\vec{k}$; 7. $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$; $\vec{b} = 2\vec{j} - \vec{k}$;
 $\alpha = 2$; $\beta = -1$; $\alpha = -1$; $\beta = 2$;

$$3. \bar{a} = -\bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}; \bar{b} = 2\bar{i} + \bar{j};$$

$$\alpha = 3; \beta = 1;$$

$$4. \bar{a} = 3\bar{i} + \bar{j} - 2\bar{k}; \bar{b} = -\bar{i} + \bar{k};$$

$$\alpha = 1; \beta = 2;$$

$$5. \bar{a} = -2\bar{i} + 3\bar{j} + 2\bar{k}; \bar{b} = 3\bar{i} + 4\bar{j};$$

$$\alpha = 2; \beta = 1;$$

$$8. \bar{a} = -\bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}; \bar{b} = 3\bar{i} - 2\bar{j};$$

$$\alpha = 2; \beta = 1;$$

$$9. \bar{a} = 4\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}; \bar{b} = 2\bar{i} + 3\bar{k};$$

$$\alpha = 1; \beta = 2;$$

$$10. \bar{a} = 3\bar{i} - \bar{j} + 3\bar{k}; \bar{b} = \bar{j} - 3\bar{k};$$

$$\alpha = -1; \beta = 2.$$

Пакет №16

Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $\alpha A + \beta B$.

$$1. \alpha = 2; \beta = 3; \quad 2. \alpha = -1; \beta = 2; \quad 3. \alpha = 2; \beta = -3; \quad 4. \alpha = 3; \beta = -2;$$

$$5. \alpha = -2; \beta = 3; \quad 6. \alpha = 4; \beta = -2; \quad 7. \alpha = 3; \beta = -4; \quad 8. \alpha = -3; \beta = 2;$$

$$9. \alpha = 2; \beta = -1; \quad 10. \alpha = 1; \beta = -2.$$

Пакет №17

Даны матрицы A и B . Найти определитель матрицы $A - B^T$, где B^T - транспонированная матрица B .

$$1. A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix};$$

$$6. A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 3 \end{pmatrix};$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$7. A = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix};$$

$$8. A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix};$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix};$$

$$9. A = \begin{pmatrix} 8 & 7 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -5 & -7 \end{pmatrix};$$

$$5. A = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$10. A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Пакет №18

Определить, при каких значениях α и β уравнения задают параллельные прямые:

$$1. \frac{x-5}{\alpha} = \frac{y}{6} = \frac{z+1}{8}; \frac{x-2}{4} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+3}{\beta};$$

2. $\frac{x-1}{9} = \frac{y+4}{\alpha} = \frac{z-3}{6}; \frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+8}{\beta};$
3. $\frac{x+4}{\alpha} = \frac{y-3}{5} = \frac{z}{3}; \frac{x+1}{4} = \frac{y-6}{\beta} = \frac{z-7}{2};$
4. $\frac{x-2}{6} = \frac{y+1}{7} = \frac{z+6}{\alpha}; \frac{x-7}{\beta} = \frac{y}{14} = \frac{z+4}{5};$
5. $\frac{x-7}{5} = \frac{y+8}{\alpha} = \frac{z+4}{3}; \frac{x}{3} = \frac{y+4}{6} = \frac{z-1}{\beta};$
6. $\frac{x+5}{6} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+2}{\alpha}; \frac{x-4}{\beta} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+5}{3};$
7. $\frac{x+8}{\alpha} = \frac{y-9}{4} = \frac{z}{5}; \frac{x+5}{9} = \frac{y+7}{\beta} = \frac{z+6}{2};$
8. $\frac{x+2}{5} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-6}{\alpha}; \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{\beta} = \frac{z-2}{3};$
9. $\frac{x-3}{6} = \frac{y-1}{\alpha} = \frac{z+7}{8}; \frac{x-6}{3} = \frac{y-8}{5} = \frac{z-9}{\beta};$
10. $\frac{x+5}{7} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-1}{\alpha}; \frac{x-5}{\beta} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{4}.$

Пакет №19

Определить, при каком значении α уравнения задают перпендикулярные плоскости:

1. $\alpha x + 2y - 7z + 11 = 0; 2x + 3y + \alpha z - 9 = 0;$
2. $2x - \alpha y + 3z - 7 = 0; x - 4y + \alpha z - 1 = 0;$
3. $3x - 4y + \alpha z + 1 = 0; 4x - \alpha y + 5z + 7 = 0;$
4. $4\alpha x - 3y + 4z + 5 = 0; 3x - 5y - \alpha z + 6 = 0;$
5. $5x + \alpha y + 8z - 3 = 0; \alpha x - 4y - 3z + 5 = 0;$
6. $6x + y - \alpha z + 9 = 0; 2x - \alpha y + 6z + 1 = 0;$
7. $\alpha x - 4y + 5z + 6 = 0; 5x + \alpha y + 7z - 8 = 0;$
8. $7x - 3y + \alpha z - 8 = 0; \alpha x - 4y + 3z - 3 = 0;$
9. $8x - 2\alpha y + z + 7 = 0; \alpha x - 6y - 4z + 9 = 0;$
10. $3x + 5y + 2\alpha z - 4 = 0; x - 3\alpha y + 6z + 2 = 0.$

Пакет № 20

Построить кривые, координаты точек которых удовлетворяют уравнениям:

1. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$; 4. $x + (y-1)^2 = 4$; 7. $(x-1)^2 + 4(y+2)^2 = 4$;
2. $9x^2 - 4y^2 - 36 = 0$; 5. $4x^2 - (y+2)^2 = -4$; 8. $x - (y-2)^2 + 1 = 0$;
3. $9(x-1)^2 + y^2 = 9$; 6. $y = 9 - (x+1)^2$; 9. $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 9$;
10. $(x-3)^2 - y + 1 = 0$.

Пакет № 21

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\bar{N} = \{A; B; C\}$

1. $M(-1; 2; 4)$; $\bar{N} = \{1; -2; 1\}$; 6. $M(-2; 3; -1)$; $\bar{N} = \{3; -1; -1\}$;
2. $M(2; -1; 5)$; $\bar{N} = \{0; 1; -1\}$; 7. $M(-4; 2; -3)$; $\bar{N} = \{1; 2; 1\}$;
3. $M(4; -2; 1)$; $\bar{N} = -\{1; 1; 0\}$; 8. $M(4; -2; 0)$; $\bar{N} = \{-1; 2; -1\}$;
4. $M(7; 1; -1)$; $\bar{N} = \{2; -1; 1\}$; 9. $M(7; 0; -3)$; $\bar{N} = \{2; 2; -1\}$;
5. $M(-4; -2; 0)$; $\bar{N} = \{2; 0; -3\}$; 10. $M(-1; 3; 1)$; $\bar{N} = \{-1; 2; 0\}$.

Пакет № 22

Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(x_0; y_0; z_0)$ параллельно вектору $\bar{s} = \{x_1; y_1; z_1\}$:

1. $M(-1; 2; 4)$; $\bar{s} = \{2; -3; 1\}$; 6. $M(-2; 3; -1)$; $\bar{s} = \{-2; -1; 0\}$;
2. $M(-1; 2; 4)$; $\bar{s} = \{0; -3; -5\}$; 7. $M(-4; 2; -3)$; $\bar{s} = \{-7; -2; 0\}$;
3. $M(2; -1; 5)$; $\bar{s} = \{5; -3; 0\}$; 8. $M(4; -2; 0)$; $\bar{s} = \{2; -3; 1\}$;
4. $M(7; 1; -1)$; $\bar{s} = \{4; -2; 1\}$; 9. $M(7; 0; -3)$; $\bar{s} = \{-7; -1; 1\}$;
5. $M(-4; -2; 0)$; $\bar{s} = \{9; 5; -3\}$; 10. $M(-1; 3; 1)$; $\bar{s} = \{3; -5; 0\}$.

Пакет № 23

Найти координаты точки пересечения прямой $\frac{x-a}{k} = \frac{y-b}{l} = \frac{z-c}{m}$ и плоскости

$$Ax + By + Cz + D = 0:$$

1. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{-1}$; $3x - y + 3z + 19 = 0$;

2. $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$; $2x - y + 2z + 6 = 0$;
3. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-3}$; $3x - y + z + 15 = 0$;
4. $\frac{x+1}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$; $-x - y + 2z - 1 = 0$;
5. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{-1}$; $3x - y + 3z + 19 = 0$;
6. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{2}$; $x - 2y + z - 12 = 0$;
7. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-1}$; $4x - y + z + 11 = 0$;
8. $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-4}{2}$; $x - 2y + z + 3 = 0$;
9. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{4}$; $-2x + y + z + 10 = 0$;
10. $\frac{x}{-5} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{-1}$; $x - y + 4z + 2 = 0$.

Пакет № 24

Построить бюджетное множество, которое отражает покупательные возможности потребителя двух товаров, если на приобретение этих товаров расходуется не более M д. ед. и цены товаров равны P_1 д. ед. и P_2 д. ед. соответственно.

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1. $P_1 = 3$; $P_2 = 2$; $M = 12$; | 6. $P_1 = 4$; $P_2 = 5$; $M = 80$; |
| 2. $P_1 = 6$; $P_2 = 3$; $M = 36$; | 7. $P_1 = 4$; $P_2 = 5$; $M = 60$; |
| 3. $P_1 = 5$; $P_2 = 6$; $M = 60$; | 8. $P_1 = 5$; $P_2 = 8$; $M = 40$; |
| 4. $P_1 = 3$; $P_2 = 5$; $M = 60$; | 9. $P_1 = 4$; $P_2 = 5$; $M = 20$; |
| 5. $P_1 = 3$; $P_2 = 4$; $M = 48$; | 10. $P_1 = 6$; $P_2 = 5$; $M = 60$. |

Пакет № 25

Полные издержки производства Q_1 штук товара составляют C_1 тыс. руб., а Q_2 штук – C_2 тыс. руб. Считая функцию полных издержек линейной: $C(Q) = aQ + b$, определить величину $C(Q_3)$.

- | | |
|---|--|
| 1. $Q_1 = 100$; $Q_2 = 500$; $C_1 = 300$;
$C_2 = 600$; $Q_3 = 400$; | 6. $Q_1 = 100$; $Q_2 = 500$; $C_1 = 200$;
$C_2 = 400$; $Q_3 = 00$; |
| 2. $Q_1 = 100$; $Q_2 = 300$; $C_1 = 200$; | 7. $Q_1 = 100$; $Q_2 = 300$; $C_1 = 300$; |

$$C_2 = 500; Q_3 = 200;$$

$$3. Q_1 = 100; Q_2 = 400; C_1 = 300;$$

$$C_2 = 500; Q_3 = 300;$$

$$4. Q_1 = 200; Q_2 = 400; C_1 = 500;$$

$$C_2 = 600; Q_3 = 300;$$

$$5. Q_1 = 200; Q_2 = 400; C_1 = 500;$$

$$C_2 = 600; Q_3 = 300;$$

$$C_2 = 600; Q_3 = 200;$$

$$8. Q_1 = 100; Q_2 = 400; C_1 = 200;$$

$$C_2 = 500; Q_3 = 200;$$

$$9. Q_1 = 200; Q_2 = 400; C_1 = 500;$$

$$C_2 = 700; Q_3 = 300;$$

$$10. Q_1 = 400; Q_2 = 500; C_1 = 600;$$

$$C_2 = 800; Q_3 = 00.$$

Пакет № 26

Бюджетная линия потребителя с доходом M д. ед. проходит через точки $A(0; a)$ и $B(b; 0)$. Написать уравнение бюджетной линии и найти цены товаров.

$$1. M = 120; A(0;10); B(20;0);$$

$$6. M = 120; A(0;20); B(10;0);$$

$$2. M = 60; A(0;15); B(40;0);$$

$$7. M = 60; A(0;40); B(15;0);$$

$$3. M = 2000; A(0;20); B(50;0);$$

$$8. M = 2000; A(0;50); B(20;0);$$

$$4. M = 500; A(0;50); B(10;0);$$

$$9. M = 500; A(0;10); B(50;0);$$

$$5. M = 1800; A(0;30); B(20;0);$$

$$10. M = 1800; A(0;20); B(60;0).$$

Комплект задач для домашних контрольных заданий (2 семестр)

Пакет № 27

Построить на плоскости Oxy область определения функции $z = f(x; y)$:

$$1. z = \sqrt{x} + \sqrt{y-1};$$

$$6. z = \ln(4 - x^2 - y^2)$$

$$2. z = \ln(1 - 2x + y);$$

$$7. z = \sqrt{9 - 9x^2 - y^2}$$

$$3. z = \sqrt{xy};$$

$$8. z = \lg(y - \frac{1}{x});$$

$$4. z = \ln(2 - x - y);$$

$$9. z = \sqrt{x^2 - y - 1}$$

$$5. z = \sqrt{x^2 + y^2 - 9};$$

$$10. z = \ln(x - y^2 + 4)$$

Пакет № 28

2.1. Полные издержки фирмы, производящей товар двух видов в количествах x и y , заданы функцией $C(x, y)$. Построить на плоскости Oxy множество производственных возможностей, определяемое ограничением на издержки производства в объеме C_0 д. ед.

$$1. C(x, y) = 9x + 3y + 10; C_0 = 20;$$

$$2. C(x, y) = (x+1)^2 + (y-1)^2 + 7; C_0 = 16;$$

$$3. C(x, y) = x + (y+3)^2 + 5; C_0 = 10;$$

$$4. C(x, y) = 4x^2 + y^2 + 8; C_0 = 12.$$

2.2. Производственная функция однопродуктовой фирмы, использующей два

вида ресурсов, имеет вид $Q = Q(x, y)$, где Q – объем выпуска, x, y – объемы ресурсов. Построить на плоскости Oxy изокванту – линию постоянного выпуска $Q = Q_0$ ед.

5. $Q(x, y) = 30\sqrt{xy}$; $Q_0 = 90$;

6. $Q(x, y) = 14xy$; $Q_0 = 70$;

7. $Q(x, y) = 3x + 4y$; $Q_0 = 60$;

8. $Q(x, y) = 5x + 4y$; $Q_0 = 80$.

2.3. Функция полезности потребителя двух товаров, приобретаемых им в количествах x и y , задана функцией $U(x, y)$. Построить на плоскости Oxy кривую безразличия – линию постоянной полезности $U = U_0$ ед.

9. $U(x, y) = 3x^2y$; $U_0 = 12$;

10. $U(x, y) = 3 \cdot \sqrt[3]{xy}$; $U_0 = 9$.

Пакет № 29

Найти частные производные функции $z = f(x, y)$:

1. $z = -x + 3y^2 - x^2y - y + 2e$;

6. $z = -x^2 + 2xy^2 - 2x + 5y - \sin 1$;

2. $z = -x^2y^2 - 2x + y + xy - \ln 2$;

7. $z = 2x^2 + 6xy + 4y^2 + 5x - y + e^3$;

3. $z = -3xy^2 + 3x^2y + 4x - \sqrt{2}$;

8. $z = -x^2y + 2x - 3y + \sin 4$;

4. $z = y^2x - 3xy + x^3 - y + \cos 1$;

9. $z = 2x - 3y^2 + 2x^2y^3 + 2\ln 3$;

5. $z = -x^2y + 3x^3 - 2y + 4\sin 2$;

10. $z = 3y + 2x^2y - 5xy + 3\sqrt{5}$.

Пакет № 30

Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $F(x, y, z) = 0$ в точке $A(x_0; y_0; z_0)$:

1. $z^2 + x^2 = yz$; $A(1; 2; 1)$;

6. $z^3 = x^2 + y^2$; $A(2; 2; 2)$;

2. $xy^2 + x^2 = z$; $A(1; 1; 2)$;

7. $x^4 - y^3 + z = -2$; $A(-1; 2; 5)$;

3. $z^2 = xy^2 + 12$; $A(4; 1; 4)$;

8. $z^2 = x^2y$; $A(2; 4; 4)$;

4. $5x^2 + 4y^2 - z^2 = 0$; $A(-1; 1; 3)$;

9. $z^2 = 2x^2y$; $A(2; 2; 4)$;

5. $xyz = 6$; $A(1; 2; 3)$;

10. $x^3 + y^3 - 6xy = z$; $A(1; 1; -4)$.

Пакет № 31

Найти градиент функции $z = f(x, y)$ в точке $A(x_0; y_0)$:

1. $z = 2x^2y + 3x - y$; $A(-1; 1)$;

6. $z = (x^3 + y)x$; $A(1; 1)$;

2. $z = 3x^2y - 2x + 3y^2 - 2$; $A(1; -1)$;

7. $z = 2x(y^3 - 2y)$; $A(-1; 1)$;

3. $z = 4x^2 - xy - y^2 + x - y$; $A(1;1)$;
8. $z = 3y(x^2 + 1)$; $A(1;1)$;
4. $z = 2x^2 + 5xy - y^2 + x - y$; $A(1;1)$;
9. $z = 3xy(y + 1)$; $A(1;1)$;
5. $z = 2xy - xy^2 + 3x - 2y$; $A(-1;1)$;
10. $z = x^3y^2 + 3x - 2y$; $A(-1;1)$.

Пакет № 32

Найти стационарные точки функции $z = f(x, y)$ и исследовать ее на экстремум:

1. $z = x^2 - 4xy + 6y^2 + 7x - 20y + 2$;
6. $z = 5x^2 - 6xy + 2y^2 - 2x + 2y$;
2. $z = -2x^2 - 3xy - 3y^2 - x - 12y + 4$;
7. $z = 3x^2 + 8xy + 5y^2 + 4x + 6y$;
3. $z = 2x^2 - 5xy + 5y^2 + x - 5y - 2$;
8. $z = 2x^2 + 6xy + 5y^2 + 14x + 22y - 7$;
4. $z = 7x^2 - 8xy + 2y^2 + 8x - 4y$;
9. $z = -9x^2 + 8xy - 2y^2 + 4x - 4y$;
5. $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$;
10. $z = x^2 + 2y^2 + xy + x - 3y + 1$.

Пакет № 33

Фирма производит товар двух видов в количествах x и y . Задана функция полных издержек $C(x, y)$. Цены этих товаров на рынке равны $P_1(x)$ и $P_2(y)$ соответственно. Определить, при каких объемах выпуска достигается максимальная прибыль и чему она равна.

1. $C(x, y) = x^2 + y^2 + 3x + 4y + 20$; $P_1 = 13$; $P_2 = 24$;
2. $C(x, y) = 3x^2 + 5y^2 + 250$; $P_1 = 60$; $P_2 = 80$;
3. $C(x, y) = x^2 + 6y^2 + 300$; $P_1 = 80$; $P_2 = 144$;
4. $C(x, y) = 3x^2 + 3y^2 + 300$; $P_1 = 120$; $P_2 = 90$;
5. $C(x, y) = 2x^2 + 5y^2 + 120$; $P_1 = 40$; $P_2 = 80$;
6. $C(x, y) = 9x + 3y + 10$; $P_1 = 25 - x$; $P_2 = 35 - y$;
7. $C(x, y) = 2x + 3y + 10$; $P_1 = 6 - 0,1x$; $P_2 = 9 - 0,2y$;
8. $C(x, y) = 2x + 3y + 4$; $P_1 = 10 - x$; $P_2 = 11 - 2y$;
9. $C(x, y) = 3x^2 + 3y^2 + 160$; $P_1 = 240 - x$; $P_2 = 160 - y$;
10. $C(x, y) = x^2 + y^2 + 5$; $P_1 = 20 - x$; $P_2 = 12 - 2y$.

Пакет № 34

Фирма производит товар двух видов в количествах x и y . Задана функция полных издержек $C(x, y)$. Цены этих товаров на рынке равны $P_1(x)$ и $P_2(y)$ соответственно. Определить, при каких объемах выпуска достигается максимальная прибыль на множестве производственных возможностей, ограниченном издержками производства в объеме $C = C_0$. Найти эту прибыль.

1. $C(x, y) = x + 2y + 150$; $P_1(x) = 21 - x$; $P_2(y) = 62 - 2y$; $C_0 = 175$;
2. $C(x, y) = 9x + 3y + 10$; $P_1(x) = 25 - x$; $P_2(y) = 35 - y$; $C_0 = 100$;
3. $C(x, y) = 4x + 4y + 10$; $P_1(x) = 20 - x$; $P_2(y) = 24 - y$; $C_0 = 74$;
4. $C(x, y) = 3x + 2y + 200$; $P_1(x) = 23 - x$; $P_2(y) = 42 - 2y$; $C_0 = 228$;
5. $C(x, y) = 4x + 8y + 20$; $P_1(x) = 60 - 2x$; $P_2(y) = 80 - 2y$; $C_0 = 180$;
6. $C(x, y) = 18x + 6y$; $P_1(x) = 25 - x$; $P_2(y) = 35 - y$; $C_0 = 180$;
7. $C(x, y) = 4x + 8y + 20$; $P_1(x) = 48 - x$; $P_2(y) = 36 - y$; $C_0 = 180$;
8. $C(x, y) = x + 2y + 0,5$; $P_1(x) = 10 - 0,5x$; $P_2(y) = 15 - 0,5y$; $C_0 = 0,5$;
9. $C(x, y) = 2x + y + 140$; $P_1(x) = 62 - 2x$; $P_2(y) = 21 - y$; $C_0 = 165$;
10. $C(x, y) = 6x + 3y + 450$; $P_1(x) = 126 - 3x$; $P_2(y) = 63 - 2y$; $C_0 = 516$.

Пакет № 35

Производственная функция однопродуктовой фирмы задана соотношением $Q = Q(K, L)$. Известны цены на ресурсы P_K и P_L д. ед. Вычислить оптимальный объем выпуска продукции, если издержки фирмы равны C_0 д. ед.

1. $Q(K, L) = 5 \cdot \sqrt[3]{KL^2}$; $P_K = 3$; $P_L = 4$; $C_0 = 84$;
2. $Q(K, L) = 10 \cdot \sqrt[3]{KL}$; $P_K = 4$; $P_L = 3$; $C_0 = 48$;
3. $Q(K, L) = 4 \sqrt[3]{K^2 L}$; $P_K = 5$; $P_L = 6$; $C_0 = 48$;
4. $Q(K, L) = 15 \sqrt{KL}$; $P_K = 5$; $P_L = 6$; $C_0 = 60$;
5. $Q(K, L) = 15KL^{1/2}$; $P_K = 4$; $P_L = 6$; $C_0 = 84$;
6. $Q(K, L) = 2K^{1/2}L$; $P_K = 5$; $P_L = 6$; $C_0 = 72$;
7. $Q(K, L) = 30K^{1/2}L^{1/3}$; $P_K = 5$; $P_L = 10$; $C_0 = 600$;
8. $Q(K, L) = 10K^{1/2}L^{1/3}$; $P_K = 2$; $P_L = 4$; $C_0 = 12$;
9. $Q(K, L) = 24K^{1/2}L^{2/3}$; $P_K = 27$; $P_L = 4$; $C_0 = 6$;

10. $Q(K, L) = 100K^{1/2}L^{1/4}$; $P_K = 8$; $P_L = 4$; $C_0 = 54$.

Пакет № 36

Найти неопределенные интегралы:

1. $\int \left(3x^2 - e^{2x+1} - \frac{2}{x^2 + 4} \right) dx$;
2. $\int \left(\frac{3}{\sqrt{9-x^2}} + 2\sqrt{x} + \cos(3x-4) \right) dx$;
3. $\int \left(\frac{3}{x} + \frac{7}{\sqrt{x^2-4}} - 8(3+5x)^3 \right) dx$;
4. $\int \left(\sqrt[3]{x^4} - 3\sin(4x-1)x - \frac{2}{x^2-16} \right) dx$;
5. $\int \left(3\sqrt{6x+7} + \frac{2}{x^2} - \frac{10}{x^2+25} \right) dx$;
6. $\int \left(7\sqrt{x^5} - \frac{5}{\sqrt{x^2+7}} + 6e^{2-3x} \right) dx$;
7. $\int \left(\frac{4}{x^3} - \frac{5}{\sqrt{16-x^2}} - \cos(5-2x) \right) dx$;
8. $\int \left(\sqrt[4]{x^3} - \frac{3}{(7-4x)^2} + \frac{4}{x^2-36} \right) dx$;
9. $\int \left(\frac{4}{x^5} - \frac{2}{3x-1} - \frac{15}{9+x^2} \right) dx$;
10. $\int \left(\sqrt[3]{(5-2x)^2} - \cos x + \frac{7}{25-x^2} \right) dx$.

Пакет № 37

Построить на плоскости Oxy область, ограниченную графиками заданных функций, и найти её площадь.

1. $y = x - 1$; $y = 1$; $x = 0$;
2. $y = 4 - x$; $y = x$; $x = 0$;
3. $y = x + 2$; $y = 4 - x$; $x = -2$;
4. $y = -2 - x$; $y = 2x - 2$; $x = 2$;
5. $y = -2x + 2$; $y = 2$; $x = 1$;
6. $y = 5 - x$; $y = 1$; $x = 1$; $x = 3$;
7. $y = x$; $y = 3 - x$; $x = 0$; $x = 1$;
8. $y = x + 5$; $y = 0$; $x = -3$; $x = -1$;
9. $y = -2x$; $y = 6$; $x = -2$; $x = 0$;
10. $y = x - 1$; $y = 5$; $x = 2$; $x = 4$.

Пакет № 38

Вычислить коэффициент Джини распределения доходов в компании, если известна кривая Лоренца распределения дохода в этой компании. Пояснить геометрический и экономический смысл результата.

1. $L(x) = 0,85x^2 + 0,15x$;
2. $L(x) = 0,3x^2 + 0,7x^3$;
3. $L(x) = 0,65x^3 + 0,35x$;
4. $L(x) = 0,2x^2 + 0,8x^3$;
5. $L(x) = 0,75x^2 + 0,25x$;
6. $L(x) = 0,4x + 0,6x^4$;
7. $L(x) = 2^x - 1$;
8. $L(x) = x^2$;
9. $L(x) = 3^x - 1$;
10. $L(x) = x^4$.

Пакет № 39

Предельные затраты однопродуктовой фирмы заданы соотношением $MC = MC(Q)$. Найти функцию полных затрат $C = C(Q)$, если известны фиксированные издержки FC фирмы:

1. $MC(Q) = 4$, $FC = 23$;
2. $MC(Q) = 4Q + 3$, $FC = 23$;
3. $MC(Q) = Q + 6$, $FC = 17$.
4. $MC(Q) = 3Q^2 + 1$, $FC = 21$;
5. $MC(Q) = 6Q^2 + 2Q$, $FC = 12$.

Предельный доход однопродуктовой фирмы от реализации производимой продукции задан соотношением $MR = MR(Q)$. Найти функцию дохода $R = R(Q)$.

6. $MR(Q) = 8$;
7. $MR(Q) = -Q + 14$;
8. $MR(Q) = -2Q + 16$.
9. $MR(Q) = -5Q + 19$;
10. $MR(Q) = -7Q + 14$.

Пакет № 40

Исследовать числовой ряд на сходимость:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4-3n+2n^2}{4n^2+5}$;
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{2n^2-n}$;
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2+n}{5n+7}$;
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2+5n-2}{7+6n^2}$;
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2+3n-1}{5n^2+n+2}$;
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2n+5}{9n+8}$;
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{n+1}$;
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+3n}{n^2+1}$;
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{n+7}$;
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{n+1}$.

Пакет № 41

Исследовать числовой ряд на сходимость:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} (\sin 4)^n$;
2. $\sum_{n=1}^{\infty} (\ln 3)^n$;
3. $\sum_{n=1}^{\infty} (\cos 7)^n$;
4. $\sum_{n=1}^{\infty} (\lg 8)^n$;
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi}{4}\right)^n$;
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e}{2}\right)^n$;
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{26}}{5}\right)^n$;
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e}{3}\right)^n$;
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi}{2}\right)^n$;
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n$.

Пакет № 42

Решить дифференциальное уравнение:

1. $(x+1)dy = e^{-y}dx$;
2. $xyy' = 1+x^2$;
3. $(y^3+y)y' = y$;
4. $y' = y\sqrt{x}$;
5. $y' = \frac{\sin x}{\sqrt[3]{y}}$;
6. $x^3 \cdot 2^y y' = 2$;
7. $y' = y^3(2x-1)$;
8. $yy' = \frac{x}{3y-2}$;
9. $\cos^2 x \cdot y' = \sqrt{y}$;
10. $x^2 y' = \cos^2 y$.

Пакет № 43

Найти решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию:

1. $2\sqrt{x} \cdot y' = y$; $y(4) = 1$;
2. $y' = 3x^2 e^{2y}$; $y(-1) = 0$;
3. $x^2 y' + y^3 = 0$; $y(0,5) = 1$;
4. $y' = ye^{1-x}$; $y(1) = 1$;
5. $xy'(2y+3)^2 = 1$; $y(1) = -1$;
6. $y' = (y-3)e^{3y}$; $y(0) = 4$;
7. $(1+x^2)y' - xy = 0$; $y(0) = e$;
8. $y' = x^2(3y+1)$; $y(3) = 0$;
9. $y' = (x^3+5) \cdot \sqrt{y}$; $y(0) = 1$;
10. $y' = (2x+1) \cdot e^{1-2x}$; $y(0,5) = 0,5$.

Пакет № 44

Решить дифференциальное уравнение:

1. $y' + 4y = x^2 e^{-4x}$;
2. $y' - 5x^4 y = e^{x^5}$;
3. $xy' - y = x^2 \sin x$;
4. $y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \frac{3x^2}{1+x^2}$;
5. $y' - \frac{2y}{x+1} = e^x(x+1)^2$;
6. $y' - \frac{2y}{x} = x^3 \cos x^2$;
7. $y' - y = \frac{e^x}{x}$;
8. $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$;
9. $y' + y \cos x = e^{-\sin x}$;
10. $y' + 2y = e^{-2x}$.

Пакет № 45

Решить дифференциальное уравнение:

1. $y'' = e^{2x} + x$;
4. $y'' = \sin 3x + \sqrt{x}$;
7. $y'' = e^{-x} + 3x^2$;

2. $y'' = \cos 4x - \frac{1}{2\sqrt{x}}$; 5. $y'' = (4x-1)^5 - \frac{1}{x^2}$; 8. $y'' = \frac{1}{(2x+1)^2} + 2x$;
 3. $y'' = \cos(2x+3) - \sqrt[3]{x}$; 6. $y'' = \sqrt{1+2x} - 4$; 9. $y'' = \sin 2x + 4$;
 10. $y'' = \sqrt{3x-1} - 6x$.

Пакет № 46

Решить дифференциальное уравнение:

1. $y'' + 6y' + 9y = 0$; 4. $y'' - 4y' = 0$; 7. $y'' - 4y' + 4y = 0$;
 2. $y'' - 4y = 0$; 5. $y'' - 2y' + y = 0$; 8. $y'' - 5y' + 4y = 0$;
 3. $y'' - 2y' - 3y = 0$; 6. $y'' + 10y' + 25y = 0$; 9. $y'' - 8y' + 16y = 0$;
 10. $y'' + 2y' - 8y = 0$.

Пакет № 47

Динамика основных производственных фондов (ОПФ) отрасли $K(t)$ определяется дифференциальным уравнением $\frac{dK}{dt} = I - mK$, где I – объём инвестиций в момент времени t , а m – коэффициент выбытия основных фондов. В начальный момент времени $t = 0$ объём фондов составлял K_0 ед.

1) Найти стационарное решение уравнения K_e . 2) Вывести уравнение динамики основных производственных фондов $K = K(t)$. 3) Построить график функции $K = K(t)$.

1. $I = 50; m = 0,1; K(0) = 600$; 6. $I = 90; m = 0,2; K(0) = 100$;
 2. $I = 60; m = 0,2; K(0) = 200$; 7. $I = 90; m = 0,1; K(0) = 1000$;
 3. $I = 70; m = 0,1; K(0) = 600$; 8. $I = 60; m = 0,2; K(0) = 200$;
 4. $I = 60; m = 0,1; K(0) = 700$; 9. $I = 100; m = 0,1; K(0) = 800$;
 5. $I = 80; m = 0,2; K(0) = 300$; 10. $I = 1000; m = 0,2; K(0) = 500$.

Пакет № 48

Динамика процентной ставки $r = r(t)$ определяется дифференциальным уравнением $\frac{dr}{dt} = \frac{I(r) - S(r)}{a}$, где $I(r)$ – функция инвестиций, а $S(r)$ – функция сбережений, a – параметр. 1) Вывести уравнение динамики процентной ставки $r = r(t)$, если в начальный момент времени $t = 0$ она составляет r_0 .

2) Построить график функции $r = r(t)$. 3) Вычислить уровень процентной став-

ки в момент времени $t = 20$.

1. $I(r) = 2000 - 0,2(r - 0,2)$; $S(r) = 2000 + 0,1(r - 0,2)$; $r_0 = 0,1$; $a = 4$;
2. $I(r) = 3000 - 0,2(r - 0,3)$; $S(r) = 3000 + 0,25(r - 0,3)$; $r_0 = 0,1$; $a = 2$;
3. $I(r) = 1000 - 0,1(r - 0,1)$; $S(r) = 1000 + 0,2(r - 0,1)$; $r_0 = 0,12$; $a = 3$;
4. $I(r) = 2000 - 0,25(r - 0,2)$; $S(r) = 2000 + 0,2(r - 0,2)$; $r_0 = 0,25$; $a = 4$;
5. $I(r) = 2000 - 0,1(r - 0,2)$; $S(r) = 2000 + 0,2(r - 0,2)$; $r_0 = 0,3$; $a = 2$;
6. $I(r) = 2000 - 0,2(r - 0,2)$; $S(r) = 2000 + 0,2(r - 0,2)$; $r_0 = 0,25$; $a = 4$;
7. $I(r) = 3000 - 0,2(r - 0,3)$; $S(r) = 3000 + 0,25(r - 0,3)$; $r_0 = 0,4$; $a = 2$;
8. $I(r) = 1000 - 0,5(r - 0,1)$; $S(r) = 1000 + 0,5(r - 0,1)$; $r_0 = 0,05$; $a = 3$;
9. $I(r) = 5000 - 0,25(r - 0,2)$; $S(r) = 5000 + 0,5(r - 0,2)$; $r_0 = 0,1$; $a = 4$;
10. $I(r) = 4000 - 0,2(r - 0,3)$; $S(r) = 4000 + 0,1(r - 0,3)$; $r_0 = 0,1$; $a = 3$.

Комплект задач для домашних контрольных заданий (3 семестр)

Задача №1

При перевозке $(150 + \alpha)$ деталей, из которых $(2 + \alpha)$ были забракованы, утеряна 1 стандартная деталь. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь окажется стандартной.

Задача №2

В ящике $(\alpha + 3)$ красных и $(\alpha + 2)$ синих пуговиц. Вынимаются наудачу две пуговицы. Какова вероятность, что пуговицы будут одноцветными?

Задача №3

Среди $(10 + \alpha)$ лотерейных билетов 8 выигрышных. Найти вероятность того, что из пяти наудачу взятых билетов $\alpha + 1$ окажутся выигрышные.

Задача №4

Брокер на бирже закрывает $(4 + \alpha)$ сделок. Вероятность осуществления каждой сделки 0,8. Вычислить вероятность того, что три сделки окажутся успешными.

Задача №5

Сотрудник консалтингового агентства проводит анализ тенденций на валютном рынке с целью расчета доходности будущих инвестиций. Согласно предварительному прогнозу, укрепление доллара США в период активного экономического роста ожидается с вероятностью $(60 + 2\alpha)\%$; в период умеренного экономического роста с вероятностью $(40 + 5\alpha)\%$ и в период стагнации с вероятностью

стью $(20+3\alpha)\%$. Кроме того, есть основания полагать, что активный экономический рост будет происходить с вероятностью 25%, умеренный экономический рост с вероятностью 35% и будет наблюдаться стагнация с вероятностью 40%. Какова вероятность того, что в прогнозируемый период произойдет укрепление доллара?

Задача № 6

В данный район изделия поставляются тремя фирмами в отношении 3:4:6. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют $(5\alpha+50)\%$, второй – $(5\alpha+35)\%$, третьей – $(5\alpha+30)\%$. Приобретенное изделие оказалось нестандартным. Какова вероятность того, что оно изготовлено третьей фирмой?

Задача № 7

Некоторая игра имеет следующий закон распределения размера выигрыша X :

X	-1	0	α
P	1/4	c	1/2

- 1) Найти значение числа c .
- 2) Вычислить $M(2X+4)$.
- 3) Найти вероятности $P(X > -1)$; $P(X = \alpha + 2)$; $P(-1 < X \leq \alpha)$.
- 4) Построить график функции распределения размера выигрыша X .

Задача № 8

Закон распределения случайной величины X – количества попаданий стрелком в мишень – имеет вид:

X	-1	c	α
P	0,5	0.25	0,25

- 1) Найти значение числа c , если $MX = 4,1$.
- 2) Вычислить дисперсию DX и среднеквадратическое отклонение σ случайной величины X .
- 3) Построить многоугольник распределения случайной величины X - количества попаданий стрелком в мишень.

Задача № 9

Задана функция распределения непрерывной случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{3\alpha}, & 0 \leq x \leq \alpha \\ 1, & x > \alpha \end{cases}$$

- 1) Определить вероятность того, что в результате испытаний случайная величина X примет значение, большее $0,3+\alpha$, но меньшее $0,7+\alpha$.
- 2) Построить график функции плотности распределения вероятности случайной величины X .
- 3) Найти математическое ожидание случайной величины X .

Задача № 10

Плотность распределения непрерывной случайной величины X имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0, \alpha + 1], \\ Cx^2, & x \in [0, \alpha + 1]. \end{cases}$$

- 1) Определить константу C .
- 2) Построить график функции распределения $F(x)$.
- 3) Вычислить вероятности $P\{-1 \leq X \leq 1\}$; $P\{X = 0\}$.

Задача № 11

Дан совместный закон распределения системы двух дискретных случайных величин (X, Y) :

$Y \backslash X$	0	1	α
1	0,2	0,1	0
2	0,15	0,1	0,15
5	0,1	0,15	0,05

- 1) Построить безусловные ряды распределения случайных величин X и Y .
- 2) Определить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.
- 3) Построить ряд распределений случайной величины Y , при условии, что случайная величина X приняла значение 1.
- 4) Найти условное математическое ожидание $M[Y|X = 1]$.

Задача №12

Случайные приращения цен акций двух компаний за день X и Y имеют совместное распределение, заданное таблицей:

$Y \backslash X$	-1	α
-1	0,3	0,2
+1	0,1	0,4

Найти корреляционный момент (коэффициент ковариации) и коэффициент корреляции случайных величин X и Y .

Задача № 13

В партии деталей стандартные составляют 97%. Наугад из партии берут $(200+10\alpha)$ деталей. Определить $M(X)$, $D(X)$ и $S(X)$ числа стандартных деталей среди $(200+10\alpha)$ наугад взятых.

Задача № 14

Студент может сдавать экзамен по математике до получения положительной оценки. Вероятность сдать экзамен у студента равна $(10+\alpha)\%$. Найти математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение случайной величины X – числа двоек, которые будут получены студентом до получения положительной оценки.

Задача № 15

Известно, что процент брака для некоторой детали равен 0,5%. Контролер проверяет $900+10\alpha$ деталей. Какова вероятность обнаружить ровно три бракованные детали?

Задача № 16

Автобусы идут строго по расписанию. Интервал движения $\alpha+1$ мин. Найти:

- 1) вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее двух минут;
- 2) математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение случайной величины X – времени ожидания пассажира.

Задача № 17

Время ремонта железнодорожных вагонов есть случайная величина, распределенная по показательному закону.

- 1) Определить вероятность того, что на ремонт вагона потребуется не менее $\alpha+2$ дней, если среднее время ремонта вагонов составляет 10 дней.
- 2) Найти функцию распределения случайной величины и построить ее график.

Задача № 18

Доход фирмы за месяц – нормально распределенная случайная величина X , математическое ожидание которой равно $(\alpha+1)$ млн. \$, а среднеквадратическое отклонение – $(\alpha+1)/6$ млн. \$.

- 1) Построить график функции плотности распределения X .
- 2) Найти вероятность того, что доход фирмы будет больше $(\alpha+2)$ млн. \$.

Задача № 19

Проведена серия из 15 экспериментов со случайной величиной X . По результатам наблюдений получена выборка значений этой случайной величины. Для

$\alpha = 0$ (нулевой вариант курсовой работы) эта выборка имеет вид: $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{15}) = (6; 6; 5; 3; 8; 5; 5; 6; 3; 7; 4; 5; 2; 4; 4)$. Для любого варианта с номером $\alpha \in (0; 9]$ выборка выглядит так: $(x_1 + \alpha + 1; x_2 + \alpha + 1; \dots; x_{15} + \alpha + 1)$, т.е. к каждому элементу выборки прибавляется число, равное номеру варианта, увеличенному на единицу. Например, если номер варианта $\alpha = 5$, то выборка выглядит так: 12; 12; 11; 9; 14; 11; 11; 12; 9; 13; 10; 11; 8; 10; 10.

По данной выборке требуется:

- 1) построить дискретный вариационный ряд;
- 2) определить численное значение моды Mo и медианы Me ;
- 3) построить ряд распределения относительных частот;
- 4) дать графическое изображение ряда в виде гистограммы относительных частот, полигона и кумуляты;
- 5) записать выборочную функцию распределения и построить ее график.

Задача №20

Считая, что в условии задачи №17 случайная величина X имеет нормальное распределение,

- 1) найти выборочную среднюю \bar{X}_B
- 2) найти смещенную и несмещенную оценки генеральной дисперсии и соответствующие оценки среднего квадратичного отклонения с надежностью 0,99;
- 3) построить 99% доверительный интервал для математического ожидания случайной величины X при известной дисперсии /неизвестной дисперсии/.

5. Литература

1. Математика в экономике и управлении /В.В Лебедев. - М.: НВТ-Дизайн, 2004.
2. Конспект лекций и задачи по курсу «Высшая математика»: учебное пособие Часть 1 / под ред. В.В. Лебедева. – М.: еТест, 2012.
3. Конспект лекций и задачи по курсу «Высшая математика»: учебное пособие Часть 2 / под ред. В.В. Лебедева. – М.: еТест, 2011.
4. Конспект лекций и задачи по курсу «Высшая математика»: учебное пособие Часть 3 / под ред. В.В. Лебедева. – М.: еТест, 2013.
5. Конспект лекций и задачи по курсу «Высшая математика»: учебное пособие Часть 4 / под ред. А.А.Перфильева. – М.: ГУУ, 2018.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие/В.Е. Гмурман. – М.: ЮРАЙТ, 2006, 2008, 2010.