

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

**РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ
СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ПО
ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ**

*для студентов специальностей 190303.65
«Электрический транспорт железных дорог», 190302.65 «Вагоны,
вагонное хозяйство» очной формы обучения*

ИРКУТСК 2010

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

**РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ
СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ПО
ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ**

*для студентов специальностей 190303.65
«Электрический транспорт железных дорог», 190302.65 «Вагоны,
вагонное хозяйство» очной формы обучения*

ИРКУТСК 2010

УДК 681.32

Ил. 27. Табл. 3. Библиогр.: 7 назв,

Составители:

канд. техн. наук, А.П. Степанов, доцент,
канд. техн. наук, Н.М. Астраханцева, доцент,
Г.Г. Кудряшова, ст. преподаватель.
Кафедра теоретических основ электротехники

Рецензенты:

канд. тех. наук, доц. З.А. Федорова,
кафедра ЭЭТ, Иркутский государственный
технический университет;

канд. техн.наук, доц. Д.В. Коноваленко,
кафедра ЭПС, Иркутский государственный
университет путей сообщения

Предлагаемые методические указания содержат 100 заданий по темам: «Расчет цепей однофазного синусоидального тока» и «Расчет цепей трехфазного синусоидального тока». В методических указаниях приведены краткие теоретические сведения по предлагаемым темам и даны примеры электрических цепей. Предназначены для студентов специальностей 190303.65 «Электрический транспорт железных дорог» и 190302.65 «Вагоны, вагонное хозяйство» очной формы обучения.

Содержание

	стр.
ВВЕДЕНИЕ	4
I. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА.....	5
1.1. Задание и постановка задачи по расчету разветвленной цепи однофазного синусоидального тока	10
1.2. Методические указания и примеры расчета	
1.2.1. Комплексный метод расчета линейных электрических цепей синусоидального тока.....	11
1.2.2. Операции с комплексными числами.....	11
1.2.3. Комплексное изображение синусоидальных напряжений, ЭДС, токов.....	13
1.2.4. Резистивный, индуктивный и емкостный элементы электрических цепей переменного тока, комплексные значения их сопротивлений.....	14
1.2.5. Закон Ома и законы Кирхгофа в комплексной форме записи.....	19
1.2.6. Баланс мощностей.....	20
1.2.7. Пример расчета цепи синусоидального тока комплексным методом	22
2. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ТРЕХФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА.....	28
2.1. Основные понятия и соотношения в трехфазных электрических цепях.....	34
2.2. Расчет трехфазной электрической цепи "звезда-звезда".....	38
2.3. Расчет трехфазной электрической цепи "треугольник- -треугольник".....	39
2.4. Мощность трехфазных приемников	39
2.5. Примеры расчета.....	40
2.5.1. Несимметричный режим при соединении «звезда- -звезда».....	41
2.5.2. Несимметричный режим при соединении нагрузки «звездой» при обрыве одного из линейных проводов.....	43
2.5.3. Несимметричный режим при соединении нагрузки «звездой» при обрыве нулевого провода.....	45
2.5.4. Несимметричный режим при соединении нагрузки «треугольником».....	47
2.5.5. Несимметричный режим при соединении нагрузки «треугольником» при обрыве фазного провода приемника.....	49
2.5.6. Несимметричный режим при соединении нагрузки «треугольником» при обрыве линейного провода приемника.....	50
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	52

ВВЕДЕНИЕ

Основная роль в практической электротехнике принадлежит переменному току. В настоящее время большая часть электрической энергии вырабатывается в виде энергии переменного тока. Это объясняется рядом особенностей его производства и распределения. Особое преимущество переменного тока заключается в возможности просто и с малыми потерями преобразовывать напряжение при передаче энергии. Кроме этого, генераторы и электродвигатели переменного тока имеют более простое устройство, надежней в работе и проще в эксплуатации по сравнению с машинами постоянного тока.

Практическое применение трехфазных систем является основой современного этапа развития железнодорожного транспорта. Основное преимущество трехфазного тока перед однофазным током заключается в простоте получения вращающегося магнитного поля, использование свойств которого лежит в основе принципа действия и конструкции широко применяемых на железнодорожном транспорте трехфазных электрических машин. Кроме того, система трехфазного тока дает экономию материалов проводов линий электропередач.

Несмотря на общность теории переменных токов, расчет и анализ трехфазных цепей гораздо сложнее чем однофазных цепей, так как они содержат несколько ЭДС и токов, и требуют учитывать способ соединения источников и приемников. Целесообразность технического использования синусоидального тока обусловлена еще и тем, что КПД генераторов, электродвигателей, трансформаторов, линий электропередач при синусоидальной форме тока получается наивысшим по сравнению с несинусоидальным током. Важную роль играет и тот факт, что расчеты цепей при синусоидальном токе значительно проще, чем при несинусоидальном токе.

В методических указаниях представлены материалы по расчету цепей однофазного и трехфазного синусоидального тока, приведены примеры расчета указанных электрических цепей. При написании методических указаний использовалась литература [1-7].

1. РАСЧЕТ ЦЕПЕЙ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

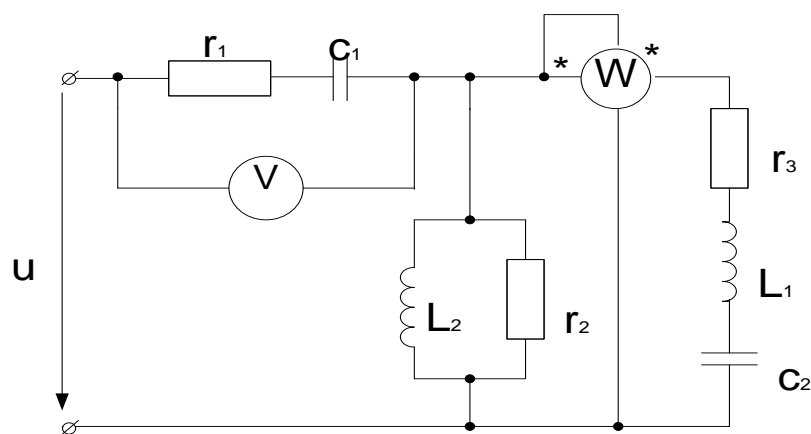
1.1. Задание и постановка задачи по расчету разветвленной цепи однофазного синусоидального тока

Напряжение на зажимах электрических цепей переменного тока, представленных на рис. 1.1, изменяется по синусоидальному закону $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$

В таблице 1.1 приведены: амплитудное значение напряжения U_m , начальная фаза напряжения φ , а также параметры всех элементов цепи. Частота питающей цепи $f=50$ Гц, угловая частота $\omega = 2\pi f$.

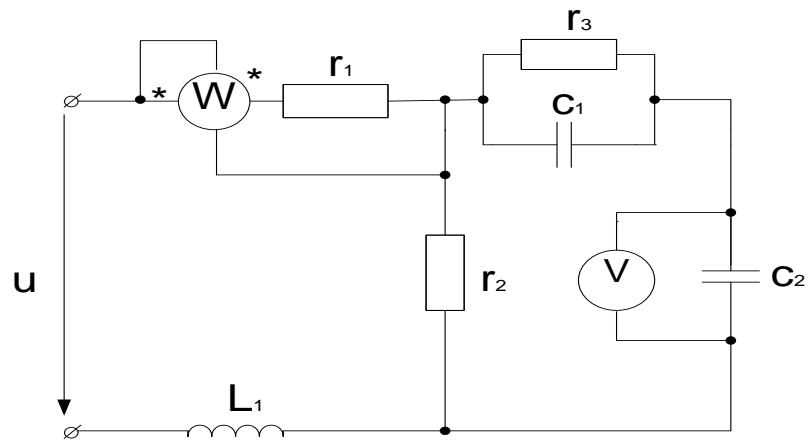
Необходимо:

1. Определить действующие значения токов и напряжений ветвей заданной электрической цепи комплексным методом расчета.
2. Определить показания приборов.
3. Записать мгновенное значение тока в неразветвленной части цепи.
4. Составить баланс мощностей.
5. Построить векторную диаграмму напряжений, совмещенную с векторной диаграммой токов.

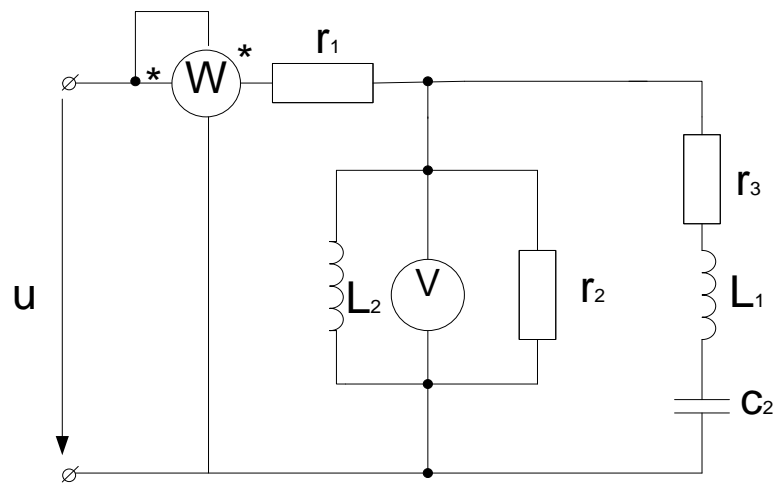


1)

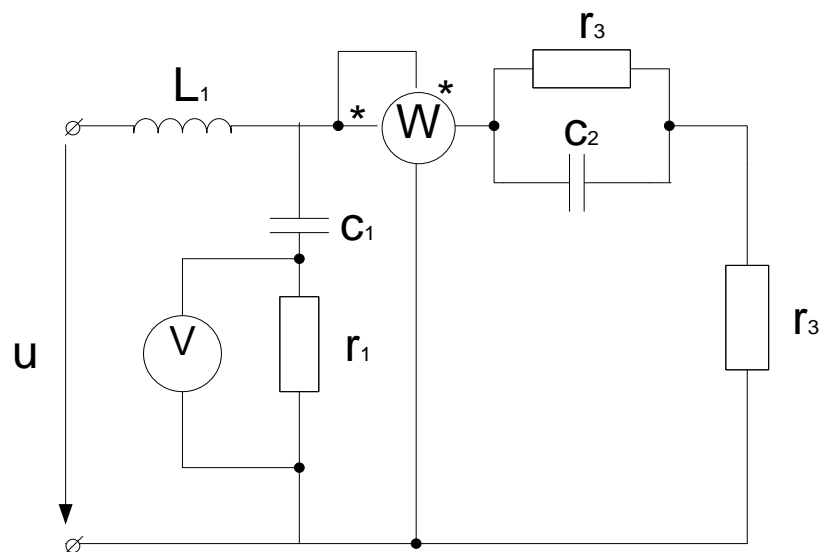
Рис. 1.1. Электрические цепи однофазного синусоидального тока



2)



3)



4)

Рис. 1.1. Электрические цепи однофазного синусоидального тока

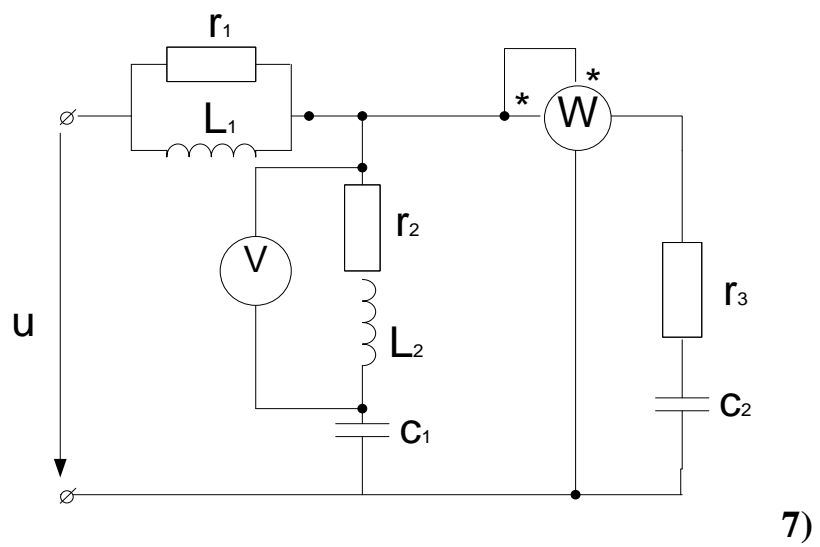
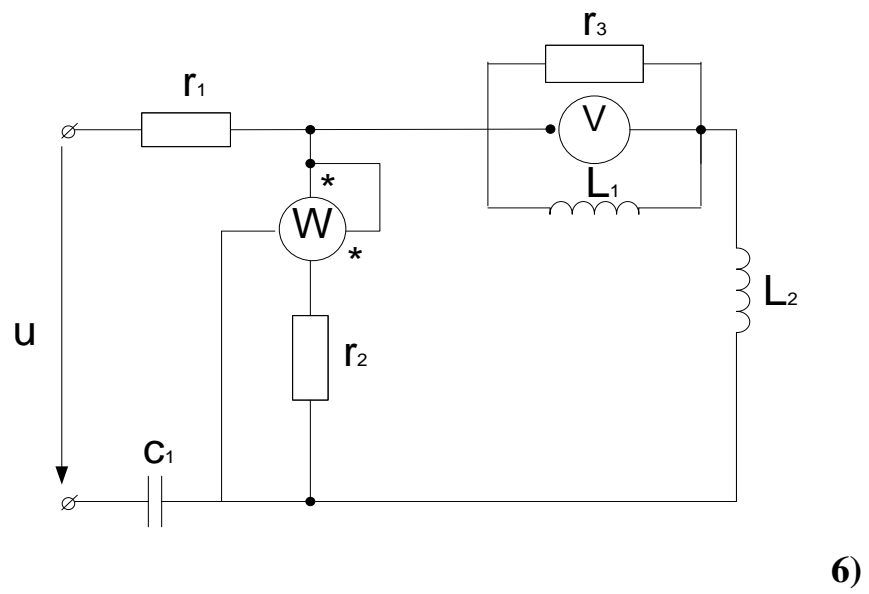
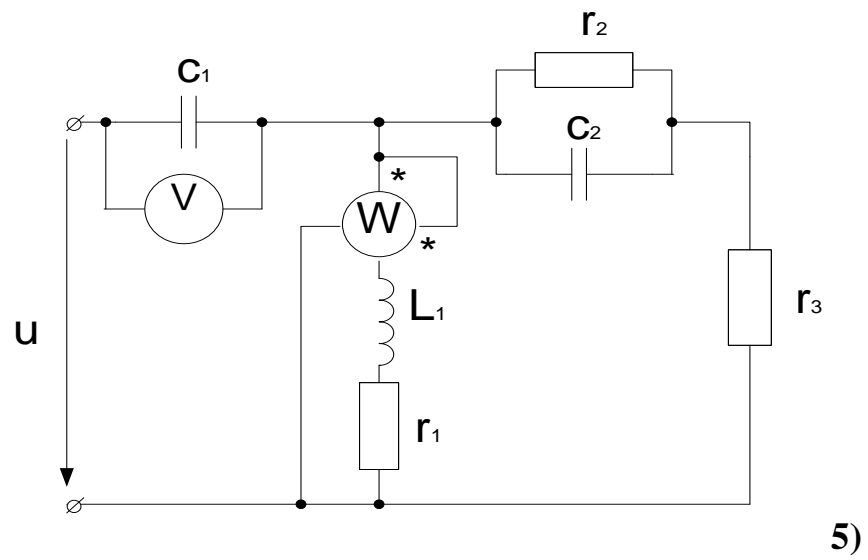
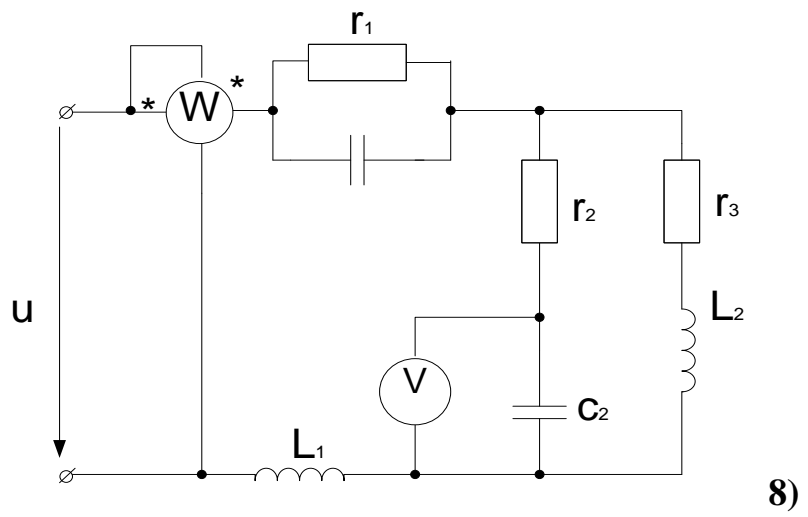
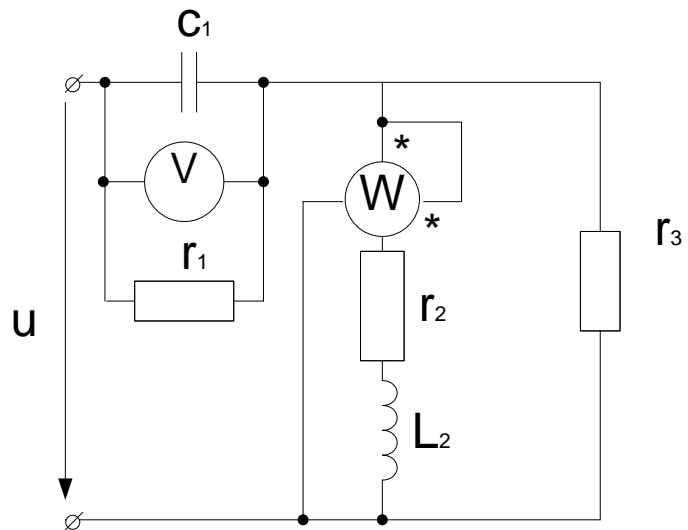


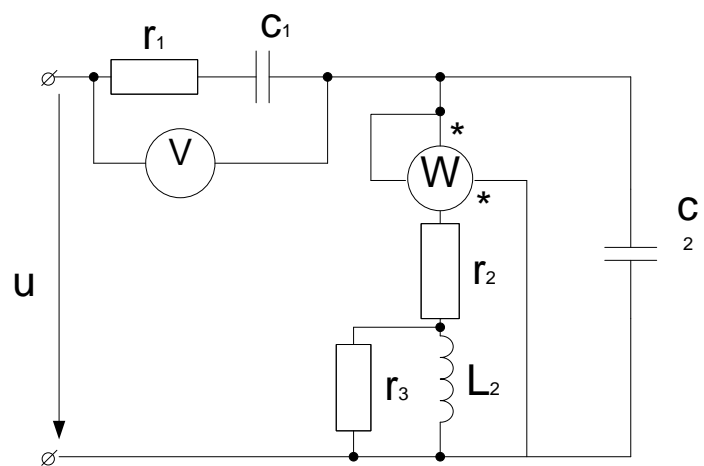
Рис. 1.1. Электрические цепи однофазного синусоидального тока



8)



9)



10)

Рис. 1.1. Электрические цепи однофазного синусоидального тока

Таблица 1.1

Параметры электрических цепей однофазного синусоидального тока

№ варианта	№ схемы	U _m	φ	r ₁	r ₂	r ₃	L ₁	L ₂	C ₁	C ₂
		В	град	Ом	Ом	Ом	мГн	мГн	мкФ	мкФ
01	1	240	40	15	10	30	31,8	63,7	127,2	79,5
02	2	179	60	20	12	25	79,6	47,8	159,2	132,7
03	3	220	15	35	20	25	57,3	76,4	246	106,2
04	4	400	30	30	24	20	60,5	79,6	199	90,9
05	5	45	20	22	30	51	60,5	60,5	318,5	212,3
06	6	200	75	25	32	40	63,7	95,5	132,7	106,2
07	7	260	30	20	15	30	47,8	31,8	176,9	159,2
08	8	300	60	24	32	10	95,5	51	113,7	318,5
09	9	280	75	18	30	20	11,5	57,3	90,9	127,2
10	10	240	40	35	20	40	79,6	51	106,2	79,5
11	1	179	60	20	20	20	50	63,7	127,2	79,5
12	2	220	15	35	20	25	87,3	76,4	246	88
13	3	400	30	30	24	20	90	79,6	199	99
14	4	180	45	20	22	30	51	60,5	120	212,3
15	5	200	75	25	38	40	63,7	95,5	132,7	106,2
16	6	260	30	20	15	30	47,8	65	176,9	159,2
17	7	300	60	24	32	10	95,5	51	135	318,5
18	8	280	75	18	30	20	80	57,3	90,9	127,2
19	9	240	40	35	43,6	40	79,5	51	106,2	79,5
20	10	280	75	18	30	20	111,5	57,3	148	127,2
21	1	220	15	35	20	25	57,3	76,4	246	135
22	2	400	30	40	24	20	60,5	79,6	199	90,9
23	3	180	45	20	22	30	51	60,5	318,5	149
24	4	200	75	25	32	35	63,7	95,5	132,7	106,2
25	5	260	30	38	15	30	47,8	31,8	176,9	159,2
26	6	300	60	27	32	10	95,5	51	113,7	318,5
27	7	280	75	18	30	20	111,5	82	90,9	127,2
28	8	240	40	35	20	40	79,6	51	210	79,5
29	9	300	60	45	32	10	95,5	51	113,7	318,5
30	10	240	40	15	10	30	70	63,7	127,2	79,5
31	1	400	30	30	24	20	60,5	79,6	130	90,9
32	2	180	45	20	22	30	50,8	60,5	318,5	212,3

Продолжение таблицы 1.1

№ ва- рианта	№ схемы	Um	φ	r ₁	r ₂	r ₃	L ₁	L ₂	C ₁	C ₂
		B	град	Ом	Ом	Ом	мГн	мГн	мкФ	мкФ
33	3	200	75	25	34	40	63,7	95,5	132,7	106,2
34	4	260	30	34,3	15	30	47,8	31,8	176,9	159,2
35	5	300	60	24	32	35	95,5	51	113,7	318,5
36	6	280	75	18	30	20	111,5	57,3	115	90,9
37	7	240	40	35	20	40	79,6	51	106,2	110
38	8	200	75	25	35	40	63,7	95,5	132,7	106,2
39	9	179	60	48	12	25	79,6	47,6	159,2	132,7
40	10	180	45	20	22	30	51	60,5	318,5	212,3
41	1	200	75	25	32	40	63,7	95,5	132,7	106,2
42	2	260	30	20	15	30	47,8	31,8	176,9	159,2
43	3	300	60	24	45	10	95,5	51	113,7	318,5
44	4	280	75	18	30	20	40	57,3	90,9	127,2
45	5	240	40	35	20	35,8	79,6	51	106,2	79,5
46	6	180	45	20	22	20	51	60,5	318,5	212,3
47	7	400	30	30	24	20	60,5	62,5	199	90,9
48	8	220	15	35	20	43	57,3	76,4	246	106,2
49	9	200	75	25	32	40	63,7	95,5	132,7	106,2
50	10	260	30	20	15	30	47,8	31,8	176,9	159,2
51	1	300	60	24	32	10	95,5	51	113,7	318,5
52	2	280	75	35,5	30	20	115,5	57,3	90,9	213
53	3	240	40	42	27	40	79,6	51	106,2	79,5
54	4	240	40	15	10	30	31,8	58,5	127,2	79,5
55	5	179	60	20	39	25	79,6	47,8	159,2	132,7
56	6	220	15	35	20	22	57,3	76,4	246	106,2
57	7	400	30	30	24	20	60,5	79,6	199	90,9
58	8	180	45	20	22	30	43,7	60,5	145,7	212,3
59	9	260	30	23	15	30	62,4	31,8	176,9	159,2
60	10	300	60	41,5	32	10	95,5	51	113,7	141,6

1.2. Методические указания и примеры расчета

1.2.1. Комплексный метод расчета линейных электрических цепей синусоидального тока

Электрическое состояние цепей синусоидального тока, так же как и цепей постоянного тока, описывается уравнениями Кирхгофа. Однако математический аппарат при анализе таких цепей более сложен, так как уравнения, составленные по законам Кирхгофа для мгновенных значений, являются дифференциальными.

Для упрощения расчета электрических цепей переменного тока применяют символический или комплексный метод. В данном методе синусоидально изменяющиеся ЭДС, токи, напряжения, а также сопротивления, проводимости, полную мощность и другие параметры электрической цепи представляют в виде комплексных чисел. Это позволяет записать дифференциальные уравнения в виде алгебраических, что значительно упрощает процедуру расчета электрических цепей.

При использовании комплексного метода расчета электрических цепей переменного тока необходимо выполнить:

- 1) синусоидальные ЭДС или токи источников энергии, заданные мгновенными значениями, представить комплексными значениями;
- 2) для индуктивных и емкостных элементов цепи определить соответствующие комплексные сопротивления или комплексные проводимости;
- 3) нарисовать схему замещения для расчета цепей комплексным (символическим) методом расчета;
- 4) выполнить расчет электрической цепи, используя при этом любой из методов расчета, которые рассматривались в разделе цепей постоянного тока;
- 5) определить мгновенные значения требуемого тока и напряжения.

В следующих разделах разберем более подробно комплексный метод расчета.

1.2.2. Операции с комплексными числами

Комплексное число A можно записать в одной из трех форм записи:

$$\text{Алгебраической} \quad A = a + jb \quad (1.2. 1, а)$$

$$\text{Тригонометрической} \quad A = A \cos \varphi + jA \sin \varphi \quad (1.2. 1, б)$$

Показательной

$$A = Ae^{j\varphi} \quad (1.2. 1, в)$$

где a, b - действительная и мнимая части комплексного числа A

A - модуль комплексного числа;

φ - аргумент комплексного числа (может быть как положительным, так и отрицательным).

Все три формы записи равнозначны. Выбор той или иной формы в каждом конкретном случае диктуется удобством осуществления нужной математической операции с комплексными числами, например, при суммировании и вычитании удобна алгебраическая форма, при делении и умножении - показательная.

Переход от одной формы записи к другой осуществляется по следующим формулам:

I. От алгебраической к показательной:

$$A = a + jb = Ae^{j\varphi} \quad (1.2. 2)$$

где $A = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}, \quad \text{при } a > 0$$

$$\varphi = 180^\circ + \operatorname{arctg} \frac{b}{a}, \quad \text{при } a < 0$$

2. От показательной к алгебраической:

$$A = Ae^{j\varphi} = a + jb \quad (1.2. 3)$$

где $a = A \cos \varphi, \quad b = A \sin \varphi,$

При суммировании (вычитании) комплексных чисел отдельно суммируются (вычитаются) их действительные и мнимые части:

• • •

$$A = A_1 \pm A_2 = (a_1 + jb_1) \pm (a_2 + jb_2) = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2) = a + jb \quad (1.2.4)$$

При умножении комплексных чисел в показательной форме их модули умножаются, а аргументы складываются:

• • •

$$A = A_1 \times A_2 = A_1 e^{j\varphi_1} \cdot A_2 e^{j\varphi_2} = (A_1 \times A_2) e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} = Ae^{j\varphi} \quad (1.2.5)$$

При делении комплексных чисел в показательной форме их модули делятся, а из аргумента числителя вычитается аргумент знаменателя:

$$A = \frac{\dot{A}_1}{\dot{A}_2} = \frac{A_1 e^{j\varphi_1}}{A_2 e^{j\varphi_2}} = \frac{A_1}{A_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} = A e^{j\varphi} \quad (1.2.6)$$

1.2.3 Комплексное изображение синусоидальных ЭДС, напряжений, токов

Значения переменных ЭДС, напряжений и токов в любой момент времени t называют мгновенными и обозначают соответственно e , u и i .

Мгновенные значения изменяются по синусоидальному закону

$$\begin{aligned} e &= E_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_e) & u &= U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_u) \\ i &= I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_i) \end{aligned} \quad (1.2.7)$$

где E_m, U_m, I_m - амплитудные (максимальные) значения соответственно ЭДС, напряжения и тока;

$(\omega t + \varphi)$ - фаза колебания;

$\varphi_e, \varphi_u, \varphi_i$ - начальные фазы колебания соответственно для ЭДС, напряжения и тока;

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \text{ - угловая частота, С}^{-1};$$

T - период, С;

$$f = \frac{1}{T} \text{ - частота, Гц.}$$

При расчете цепей переменного тока пользуются понятием действующих значений ЭДС, напряжений и токов.

Действующими значениями называют среднее квадратичное значение переменной величины за период

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt}, \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}, \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad (1.2.8)$$

где E, U, I - действующие значения соответственно ЭДС, напряжения, тока.

При синусоидальных ЭДС, напряжениях и токах действующие и амплитудные значения связаны между собой следующими соотношениями:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (1.2.9)$$

Комплексные значения величин, изменяющихся по гармоническому закону,

• • •

обозначают \dot{E} , \dot{U} , \dot{I} и называют комплексными действующими значениями ЭДС, напряжения и тока. Комплексы действующих значений определяются по формулам:

$$\dot{E} = E e^{j\varphi_e}, \quad \dot{U} = U e^{j\varphi_u}, \quad \dot{I} = I e^{j\varphi_i} \quad (1.2.10)$$

где E , U , I - действующие значения ЭДС, напряжения, тока;

$\varphi_e, \varphi_u, \varphi_i$ - их начальные фазы.

Например, синусоидальной ЭДС $e = 310 \sin(\omega t + 60)$ соответствует комплекс действующего значения:

$$\dot{E} = E e^{j\varphi_e} = 220 e^{j60^\circ},$$

где $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{310}{\sqrt{2}} = 220 \text{ В}.$

1.2.4. Резистивный, индуктивный и емкостный элементы электрических цепей переменного тока, комплексные значения их сопротивлений

Идеальными элементами электрической цепи переменного тока являются резистивный элемент, обладающий сопротивлением r , индуктивный элемент с индуктивностью L и емкостный с емкостью C

Резистивный элемент r - это идеализированный элемент цепи, в котором при прохождении тока происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую.

Мгновенные значения напряжения и тока резистивного элемента связаны законом Ома. При синусоидальном напряжении источника $u = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_u)$, (рис.1.2,а) ток элемента будет также синусоидальным:

$$i = \frac{u}{r} = \frac{U_m \sin(\omega t + \varphi_u)}{r} = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_i) \quad (1.2.11)$$

где $I_m = \frac{U_m}{r}$ - амплитудное значения тока;

$$\varphi_i = \varphi_u$$

Из выражения (1.2.11) видно, что напряжение и ток совпадают по фазе. Графики мгновенных значений i , u и p показаны на рис. 1.2, б.

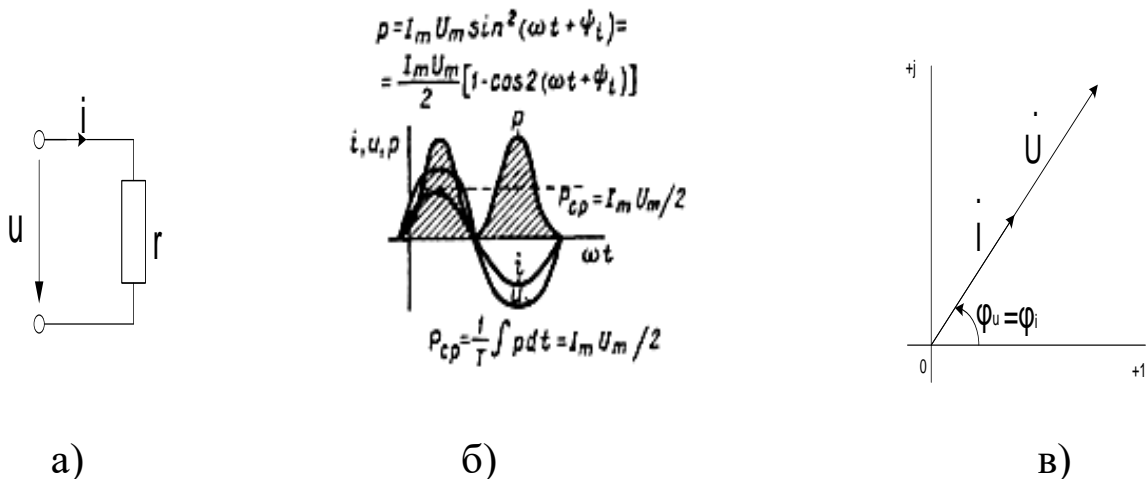


Рис. 1.2. Электрическая цепь, содержащая резистивный элемент (а), графики мгновенных значений i , u и p (б), векторная диаграмма (в)

Напряжение и ток резистивного элемента можно записать в комплексной форме:

$$\dot{U} = U e^{j\varphi_u}, \quad \dot{I} = I e^{j\varphi_i} \quad (1.2.12)$$

где $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$, $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ - действующие значения напряжения и тока.

Комплекс тока \dot{I} и комплекс напряжения \dot{U} показаны на векторной диаграмме (рис. 1.2, в). Закон Ома в комплексной форме для резистивного элемента имеет вид

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_r}$$

где комплексное сопротивление резистивного элемента равно активному сопротивлению r и обозначается \underline{Z}_r

$$\underline{Z}_r = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{Ue^{j\varphi_u}}{Ie^{j\varphi_i}} = \frac{U}{I} e^{j0} = r \quad (1.2.13)$$

Индуктивным элементом L называется идеализированный элемент электрической цепи, который накапливает энергию в виде энергии магнитного поля. Условное графическое изображение этого элемента показано на рис. 1.3, а

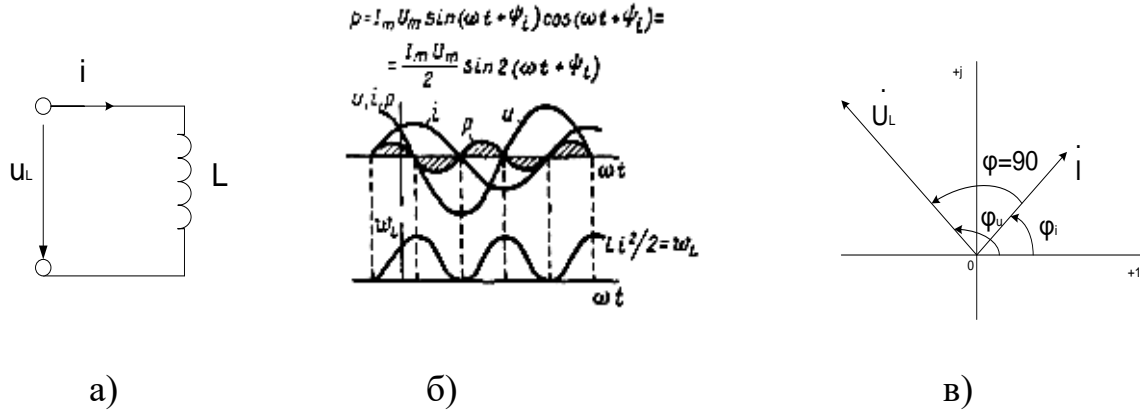


Рис. 1.3. Электрическая цепь, содержащая индуктивный элемент (а), графики мгновенных значений u , i и p (б), векторная диаграмма (в)

При протекании по индуктивному элементу синусоидального тока $i = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_i)$ согласно закону электромагнитной индукции, на элементе появится напряжение

$$u_L = -e_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{dI_m \sin(\omega t + \varphi_i)}{dt} = \omega L I_m \cos(\omega t + \varphi_i) = U_m \sin(\omega t + \varphi_i + 90^\circ) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) \quad (1.2.14)$$

где $U_m = I_m \omega L = L_m x_L$ - амплитудное значение напряжения;

$x_L = \omega L = 2\pi fL$ - индуктивное сопротивление, Ом.

Как видно из выражения (1.2.14), напряжение и ток индуктивного элемента изменяются с одинаковой частотой, напряжение опережает ток по фазе на угол, равный 90° , т.е. угол сдвига фаз $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 90^\circ$

Графики мгновенных значений напряжения, тока и мощности показаны на рис 1.3, б.

В комплексной форме ток и напряжение индуктивного элемента записываются следующим образом:

$$\dot{I} = I e^{j\varphi_i} ; \quad \dot{U}_L = U_L e^{j(\varphi_i + \frac{\pi}{2})} = U_L e^{j\varphi_u} \quad (1.2.15)$$

где $U_L = Ix_L$ - действующее значение напряжения.

Векторы \dot{U}_L , \dot{I} показаны на рис. 1.3, в. Закон Ома для индуктивного элемента имеет вид $\dot{I} = \frac{\dot{U}_L}{\underline{Z}_L}$. Комплексное сопротивление индуктивного элемента обозначается \underline{Z}_L , модуль которого равен x_L

$$\underline{Z}_L = \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}} = \frac{U_L e^{j\varphi_u}}{I e^{j\varphi_i}} = \frac{Ix_L e^{j(\varphi_i+90^\circ)}}{I e^{j\varphi_i}} = x_L e^{j90^\circ} = jx_L \quad (1.2.16)$$

Емкостным элементом называется идеализированный элемент электрической цепи, который накапливает энергию в виде энергии электрического поля. Условное графическое изображение емкостного элемента, графики мгновенных значений тока, напряжения и мощности, а также комплексы действующих значений тока и напряжения этого элемента показаны на рис. 1.4.

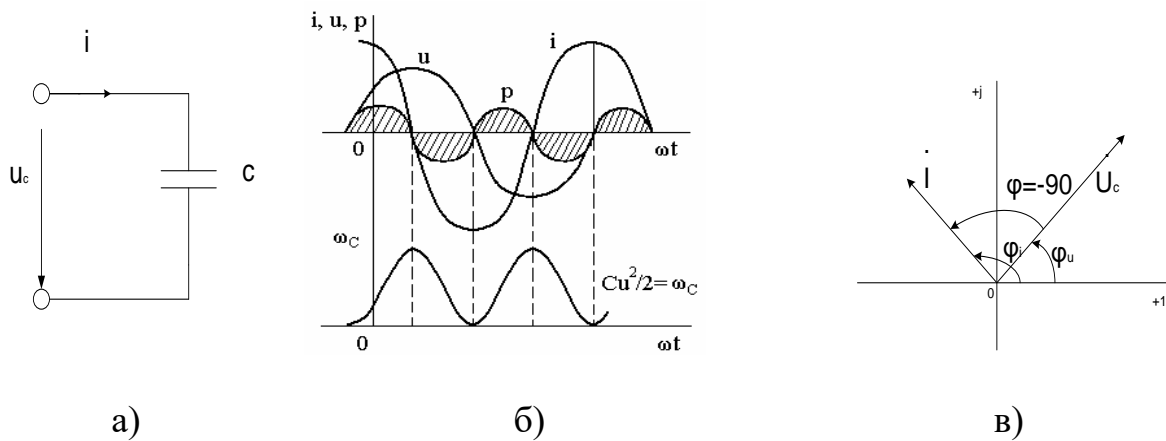


Рис. 1.4. Электрическая цепь, содержащая емкостный элемент (а), графики мгновенных значений u , i и p (б), векторная диаграмма (в)

При изменении напряжения, приложенного к емкостному элементу, изменяется заряд $q = Cu_c$ следовательно, в цепи возникает ток.

При синусоидальном напряжении $u_c = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_u)$ ток емкостного элемента также синусоидален

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{dU_m \sin(\omega t + \varphi_u)}{dt} = I_m \sin(\omega t + \varphi_u + 90^\circ) \quad (1.2.17)$$

$$I_m = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U_m}{x_c} \quad - \text{ амплитудное значение тока,}$$

$$x_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} \quad - \text{ сопротивление емкостного элемента, Ом.}$$

Напряжение и ток емкостного элемента изменяются с одинаковой частотой, ток опережает напряжение по фазе на угол 90° , следовательно, угол сдвига фаз $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 90^\circ$

В комплексной форме записи закон Ома записывается следующим образом:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c}; \quad (1.2.18)$$

здесь $\dot{U} = U_c e^{j\varphi_u}$; $\dot{I} = I e^{j\varphi_i} = I e^{j(\varphi_u + 90^\circ)}$ - комплексы действующих значений напряжения и тока;

$$I = \frac{U_c}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U_c}{x_c} \quad - \text{ действующее значение тока,}$$

$\underline{Z}_c = -jx_c$ - комплексное сопротивление емкостного элемента

$$\underline{Z}_c = \frac{\dot{U}_c}{\dot{I}} = \frac{U_c e^{j\varphi_u}}{I e^{j\varphi_i}} = \frac{U_c e^{j\varphi_u}}{\frac{U_c}{x_c} e^{j(\varphi_u + 90^\circ)}} = x_c e^{-j90^\circ} = -jx_c; \quad (1.2.19)$$

Простая электрическая цепь переменного тока может содержать параллельное, последовательное или смешанное соединение резистивных емкостных и индуктивных элементов.

Полное комплексное сопротивление цепи \underline{Z} для последовательно и параллельно включенных элементов определяется по следующим формулам соответственно

$$\underline{Z} = \sum_k \underline{Z}_k \quad \text{и} \quad \underline{Y} = \sum_n Y_n, \quad \underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} \quad (1.2.20)$$

здесь \underline{Z}_k - комплексное сопротивление к-го элемента, включенного последовательно;

$\underline{Y}_n = \frac{1}{\underline{Z}_n}$ - комплексная проводимость n-го элемента, включенного

параллельно.

1.2.5. Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме записи

1. Рассмотрим Закон Ома на примере рис. 1.5.

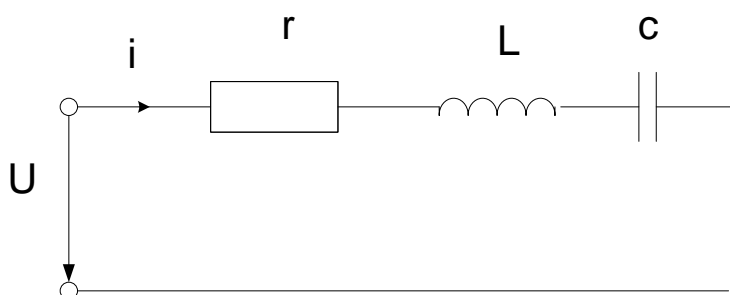


Рис. 1.5. Электрическая цепь, содержащая активный r , индуктивный L и емкостный C элементы цепи

Для участка цепи, содержащей последовательное соединение резистивного, индуктивного и емкостного элементов, закон Ома в комплексной форме запишется в виде

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{\dot{U}}{r + jx_L - jx_C} \quad (1.2.21)$$

$\underline{Z} = \underline{Z}_r + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C = r + jx_L - jx_C$ - полное комплексное сопротивление электрической цепи, где сопротивления элементов x_L и x_C определяются по выше приведенным формулам.

2. Первый закон Кирхгофа формулируется следующим образом: алгебраическая сумма токов ветвей, сходящихся в любом узле электрической цепи, равна нулю. Для мгновенных значений

$$\sum_k i_k = 0 \quad (1.2.22)$$

Для комплексных значений

$$\sum_k \dot{I}_k = 0 \quad (1.2.23)$$

3. Второй закон Кирхгофа: для любого контура электрической цепи алгебраическая сумма падений напряжений на элементах равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в данном контуре.

Для мгновенных значений:

$$\sum_k u_k = \sum_n e_n$$

Для комплексных значений:

$$\sum_k \dot{U}_k = \sum_n \dot{E}_n \quad (1.2.24)$$

или

$$\sum_k \dot{I}_k \underline{Z}_k = \sum_n \dot{E}_n \quad (1.2.25)$$

1.2.6. Баланс мощностей

Из закона сохранения энергии следует, что для любой электрической цепи сумма мощностей, отдаваемой источниками, равна сумме мощностей, потребляемой нагрузками.

Комплексное значение полной мощности электрической цепи синусоидального тока обозначается \tilde{S} и определяется по формуле

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \dot{U} \dot{I}^* = U e^{j\varphi_u} I e^{-j\varphi_i} = U I e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = S e^{j\varphi} = \\ &= S \cos \varphi + j S \sin \varphi = P + jQ \end{aligned} \quad (1.2.26)$$

где $\dot{U} = U e^{j\varphi_u}$ - комплексное значение напряжения;

$\dot{I}^* = I e^{-j\varphi_i}$ - комплексное сопряженное значение тока, отличается от

\dot{I} знаком перед мнимой частью при алгебраической форме записи или

знаком у аргумента при показательной форме записи;

$S = UI$ - полная мощность, ВА;

$P = S \cos \varphi$ - активная мощность, Вт;

$Q = S \sin \varphi$ - реактивная мощность, вар;

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ - сдвиг фаз между напряжением и током.

Тогда баланс мощностей можно записать

$$\tilde{S}_{\dot{E}} = \tilde{S}_{\dot{I}} \quad (1.2.27)$$

где $\tilde{S}_{\dot{E}}$, $\tilde{S}_{\dot{I}}$ - полные комплексные мощности соответственно источников и приемников электрической энергии. Комплексные мощности источников и приемников определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\dot{E}} &= \Sigma \tilde{S}_{\dot{E}\dot{E}} = \Sigma \dot{U}_{\dot{E}\dot{E}} I_{\dot{E}\dot{E}}^* = S_{\dot{E}} a^{j\varphi_{\dot{E}}} = S_{\dot{E}} \cos \varphi_{\dot{E}} + j S_{\dot{E}} \sin \varphi_{\dot{E}} = \\ &= \mathcal{D}_{\dot{E}} + jQ_{\dot{E}} \end{aligned} \quad (1.2.28)$$

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\dot{I}} &= \Sigma \tilde{S}_{\dot{I}\dot{E}} = \Sigma \dot{U}_{\dot{I}\dot{E}} I_{\dot{I}\dot{E}}^* = \Sigma Z_K I_{\dot{I}\dot{E}}^2 = S_{\dot{I}} a^{j\varphi_{\dot{I}}} = \\ &= S_{\dot{I}} \cos \varphi_{\dot{I}} + j S_{\dot{I}} \sin \varphi_{\dot{I}} = \mathcal{D}_{\dot{I}} + jQ_{\dot{I}} \end{aligned} \quad (1.2.29)$$

$\dot{U}_{\dot{e}\dot{e}}$ - комплексное значение напряжения к-го источника энергии;

$I_{\dot{e}\dot{e}}^*$, $I_{\dot{i}\dot{e}}^*$ - сопряженное комплексное значение тока соответственно к-го источника и приемника электрической энергии;

Z_k - полное комплексное сопротивление к-го приемника электрической энергии;

$I_{\dot{i}\dot{e}}$ действующее значение тока к-го приемника электрической энергии;

$P_{\dot{e}}$, $P_{\dot{i}}$ активные мощности соответственно источников и приемников электрической энергии;

$Q_{\dot{e}}$, $Q_{\dot{i}}$ реактивные мощности соответственно источников и приемников электрической энергии;

$S_{\dot{e}}$, $S_{\dot{i}}$ - полные мощности источников и приемников электрической энергии соответственно.

Формулу (1.2.27) баланса мощностей с учетом соотношений (1.2.28)

и (1.2.29) можно записать как формулы для баланса активных и реактивных мощностей,

$$P_{\Sigma} = P_{\Sigma} \quad \text{и} \quad Q_{\Sigma} = Q_{\Sigma} \quad (1.2.30)$$

которые часто используют самостоятельно.

1.2.7 Пример расчета электрической цепи синусоидального тока комплексным методом

Для электрической цепи синусоидального тока, представленной на рис 1.6 задано: $U_m = 220$ В; $\varphi = 60^\circ$; $r_1 = 20$ Ом; $r_2 = 32$ Ом; $r_3 = 40$ Ом; $L_1 = 63,7$ мГн; $C_1 = 32,7$ мкФ, $f = 50$ Гц. Требуется определить действующие значения токов, показания приборов, составить баланс мощности, построить векторную диаграмму напряжений, совмещенную с векторной диаграммой токов.

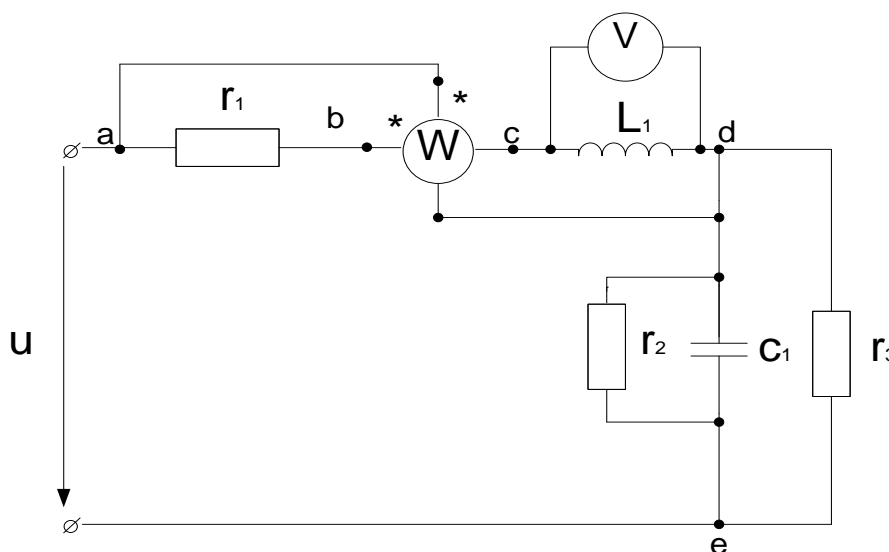


Рис. 1.6

При расчете электрических цепей со смешанным соединением приемников электрической энергии и одним источником целесообразно использовать метод преобразования сложной цепи в простую эквивалентную цепь, а затем воспользоваться законами Ома и Кирхгофа.

Порядок расчета:

1. На основании исходной электрической цепи (рис. 1.6) нарисовать схему замещения и определить ее параметры (рис. 1.7)

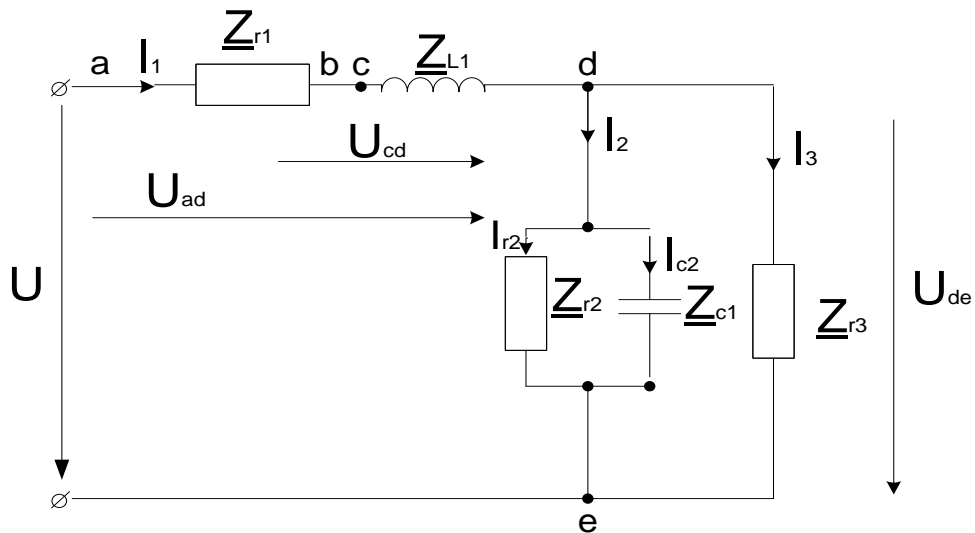


Рис. 1.7

$$\underline{Z}_{r_1} = r_1 = 20;$$

$$\underline{Z}_{L_1} = jx_{L_1} = j\omega L_1 = j2\pi fL_1 = j2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 63,7 \cdot 10^{-3} =$$

$$= j20 = 20e^{j90^\circ};$$

$$\underline{Z}_{r_2} = r_2 = 32;$$

$$\underline{Z}_{C_1} = -jx_{C_1} = -j \frac{1}{\omega C_1} = -j \frac{1}{2\pi f C_1} = -j \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 132,7 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= -j24 = 24e^{-j90^\circ};$$

$$\underline{Z}_{r_3} = r_3 = 40.$$

2. Преобразуем схему рисунка 1.7, при этом заменим параллельное соединение сопротивлений \underline{Z}_{c1} и \underline{Z}_{r2} на эквивалентное \underline{Z}_2 и последовательное соединение сопротивлений \underline{Z}_{L1} и \underline{Z}_{r1} на эквивалентное \underline{Z}_1 , в результате получим схему, показанную на рис 1.8

Эквивалентные сопротивления будут находиться по следующим формулам:

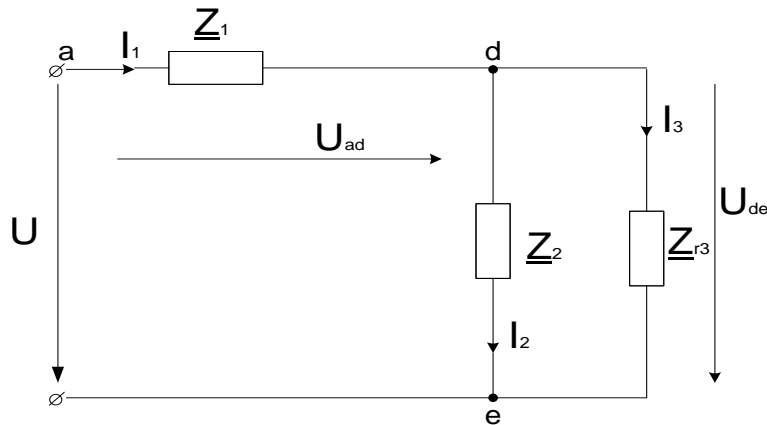


Рис. 1.8

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{r_1} + \underline{Z}_{L_1} = r_1 + jx_{L_1} = 20 + j20 = 28,3e^{j45^\circ};$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{C_1} \cdot \underline{Z}_{r_2}}{\underline{Z}_{C_1} + \underline{Z}_{r_2}} = \frac{r_2(-jx_{C_1})}{r_2 - jx_{C_1}} = \frac{32 \cdot (-j24)}{32 - j24} = \frac{768e^{-j90^\circ}}{40e^{-j36,9^\circ}} = 19,2e^{-j53,1^\circ} = 11,5 - j15,4.$$

Примечание: Здесь и далее аргументы указываются в градусах.

3. Преобразуем электрическую цепь (рис.1.8) в одноконтурную (рис.1.9), для этого заменим параллельное соединение сопротивлений \underline{Z}_2 и \underline{Z}_{r_3} эквивалентным сопротивлением \underline{Z}_{23} .

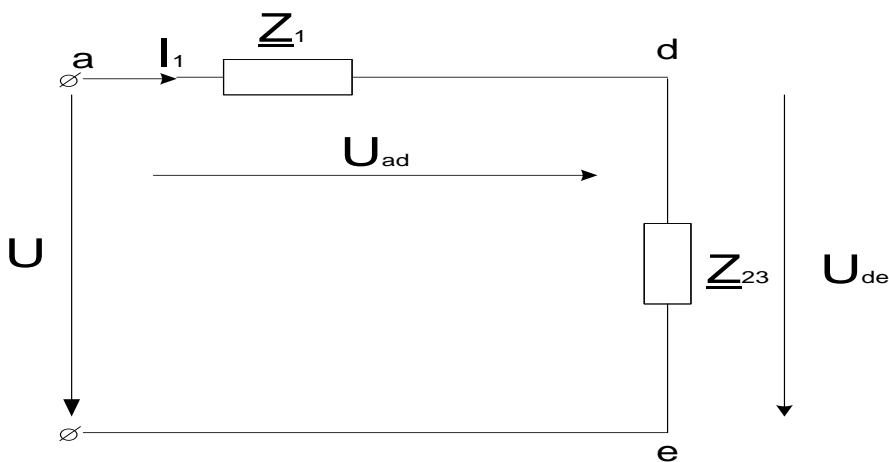


Рис. 1.9

4. Ток I_1 определим по закону Ома, предварительно записав комплексное значение напряжения (рис. 1.9):

$$\dot{U} = U e^{j\varphi} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\varphi} = \frac{220}{\sqrt{2}} e^{j60} = 156 e^{j60};$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23}} = \frac{156 e^{j60}}{20 + j20 + 11,5 - j8,5} = \frac{156 e^{j60}}{33,5 e^{j20}} = 4,66 e^{j40} = 3,57 + j3,0.$$

5. Определим напряжение на параллельном участке (рис. 1.9):

$$\dot{U}_{de} = \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_{23} = 4,66 e^{j40} \cdot 14,3 e^{-j36,5} = 66,6 e^{j3,5}.$$

6. По закону Ома найдем токи, рассматривая электрические цепи, приведенные на рисунках 1.7 и 1.8:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{de}}{\underline{Z}_2} = \frac{66,6 e^{j3,5}}{19,2 e^{-j53,1}} = 3,47 e^{j56,6} = 1,91 + j2,89;$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{de}}{\underline{Z}_{r_3}} = \frac{66,6 e^{j3,5}}{40} = 1,67 e^{j3,5} = 1,66 + j0,1;$$

$$\dot{I}_{r_2} = \frac{\dot{U}_{de}}{\underline{Z}_{r_2}} = \frac{66,6 e^{j3,5}}{32} = 2,08 e^{j3,5} = 2,07 + j0,13;$$

$$\dot{I}_{c_1} = \frac{\dot{U}_{de}}{-jx_{c_1}} = \frac{66,6 e^{j3,5}}{24 e^{-j90}} = 2,78 e^{j93,5} = -0,17 + j2,77.$$

7. Сделаем предварительную проверку токов:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 3,57 + j2,99; \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_{r_2} + \dot{I}_{c_1} = 1,9 + j2,9.$$

8. Подсчитаем мощность источников и потребителей.

$$\tilde{S}_{\dot{U}} = \dot{U} \dot{I}_1^* = 156 \overset{\circ}{a}^{j60} 4,66 \overset{\circ}{a}^{-j40} = 726,96 \overset{\circ}{a}^{j20} = 683,1 + j248,6$$

$$\begin{aligned}\tilde{S}_i &= \sum_{k=1} Z_k I_k^2 = I_1^2 Z_1 + I_{r_2}^2 Z_{r_2} + I_{\tilde{n}_1}^2 Z_{\tilde{n}_1} + I_3^2 Z_{r_3} = \\ &= 4,66^2 \cdot 28,3 \dot{a}^{j45} + 2,08^2 \cdot 32 + 2,787^2 \cdot 24 \dot{a}^{-j90} + 1,67^2 \cdot 40 = \\ &= 434,6 + j 434,6 + 138,4 - j185,5 + 111,6 = 684,6 + j249,1\end{aligned}$$

9. Правильность расчета проверим по балансу мощностей

$$\delta_P = \frac{|P_{\dot{E}} - P_{i\dot{i}\dot{o}}|}{P_{\dot{E}}} \cdot 100\% = \frac{|683,1 - 684,6|}{683,1} \cdot 100\% = 0,22\%;$$

$$\delta_Q = \frac{|Q_{\dot{E}} - Q_i|}{Q_{\dot{E}}} \cdot 100\% = \frac{|248,6 - 249,1|}{248,6} \cdot 100\% = 0,2\%.$$

Ошибка не превышает 5%, расчет токов выполнен верно.

10. Определим показания приборов, включенных в электрическую схему (рис. 1.6). Вольтметр включен между точками **c** и **d**, по закону Ома

определим комплексное напряжение \dot{U}_{cd}

$$\dot{U}_{cd} = \dot{I}_1 \cdot (jx_{L_1}) = 4,66e^{j40} \cdot 20e^{j90} = 93,2e^{j130}.$$

Следовательно, показания вольтметра $U = 93,2$ В.

Ваттметр измеряет активную мощность. По ваттметру течет ток \dot{I}_1 . Его обмотка напряжения подключена к точкам **a** и **d**, следовательно, находится под напряжением \dot{U}_{ad} , оба вектора входят в начало обмоток, поэтому берутся со знаком «+», рис. 1.6.

По закону Ома определим падение напряжения на участке электрической цепи между точками **a** и **d** по эквивалентной схеме (рис. 1.8):

$$\dot{U}_{ad} = \dot{I}_1 \cdot Z_1 = 4,66e^{j40} \cdot 28,3e^{j45} = 131,9e^{j95}.$$

Тогда показание ваттметра:

$$P_w = \operatorname{Re} \left[\dot{U}_{ad} \dot{I}_1^* \right] = \operatorname{Re} \left[131,9e^{j95} \cdot 4,66e^{-j40} \right] = \operatorname{Re} \left[614,7e^{j45} \right] =$$

$$= \operatorname{Re} \left[614,7 \cos 45^\circ + j614,7 \sin 45^\circ \right] = \operatorname{Re} \left[434,6 + j434,6 \right] = 434,6 \text{ Вт}.$$

11. Для построения векторной диаграммы определим напряжения на каждом элементе схемы.

$$\dot{U}_{r_1} = \dot{I}_1 \cdot r_1 = 4,66e^{j40} \cdot 20 = 93,2e^{j40};$$

$$\dot{U}_{L_1} = \dot{I}_1 \cdot jx_{L_1} = 4,66e^{j40} \cdot 20e^{j90} = 93,2e^{j130};$$

$$\dot{U}_{r_2} = \dot{I}_{r_2} \cdot r_2 = 2,08e^{j3,5} \cdot 32 = 66,6e^{j3,5};$$

$$\dot{U}_{c_1} = \dot{U}_{r_3} = \dot{U}_{r_2} = \dot{U}_{de}.$$

Векторную диаграмму напряжений следует строить на основании уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа для обоих контуров.

Для построения векторной диаграммы (рис 1.10) задаемся масштабом m_U , одинаковым для вещественной и мнимой осей $m_U = 24$ В/см.

Запишем исходные уравнения для построения векторной диаграммы по схеме рисунка 1.6:

$$\dot{U} = \dot{U}_{r_1} + \dot{U}_{L_1} + \dot{U}_{r_2}.$$

Масштаб $m_U = 24$ В/см

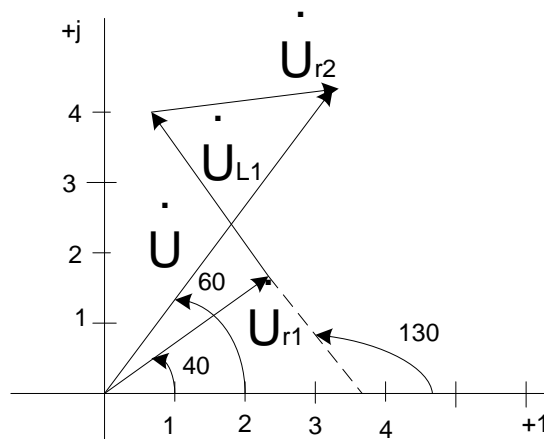


Рис 1.10

Векторную диаграмму токов (рис 1.11) строим на основании уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа, а также из найденных значений токов.

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3; \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_{r_2} + \dot{I}_{c_1}.$$

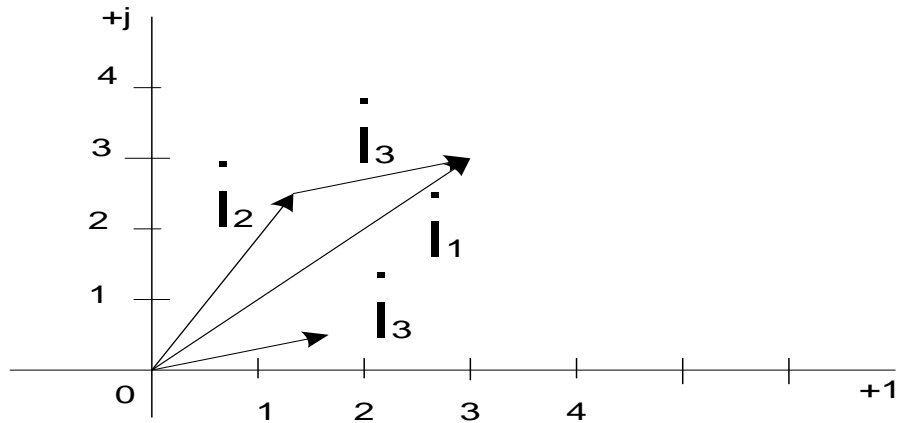


Рис. 1.11

2. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ТРЕХФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

К синусоидальному трехфазному источнику тока с заданным линейным напряжением подключена трехфазная нагрузка, схема которой представлена на рис.2 1. Значение линейного (междуфазного) напряжения ($U_{л}$), активных (r_1, r_2, r_3), индуктивных (x_{L1}, x_{L2}) и емкостных (x_{c1}, x_{c2}) сопротивлений приведены в таблице 2.1.

Необходимо:

1. Для нагрузки по схеме соединения «звезда»:
 - а) определить токи в фазных и нейтральном проводах, а также активную и реактивную мощности, потребляемые приемниками при соединении их «звездой»;
 - б) определить фазные токи при обрыве одного из линейных проводов;
 - в) определить фазные токи при обрыве нейтрального провода.
2. Соединить те же элементы нагрузки по схеме соединения «треугольник»:
 - а) определить линейные и фазные токи, активную и реактивную мощности;
 - б) определить линейные и фазные токи при обрыве одного из фазных проводов приемника;
 - в) определить линейные и фазные токи при обрыве одного из линейных проводов приемника.
3. Для всех указанных режимов работы трехфазных электрических цепей построить векторные диаграммы токов и напряжений.

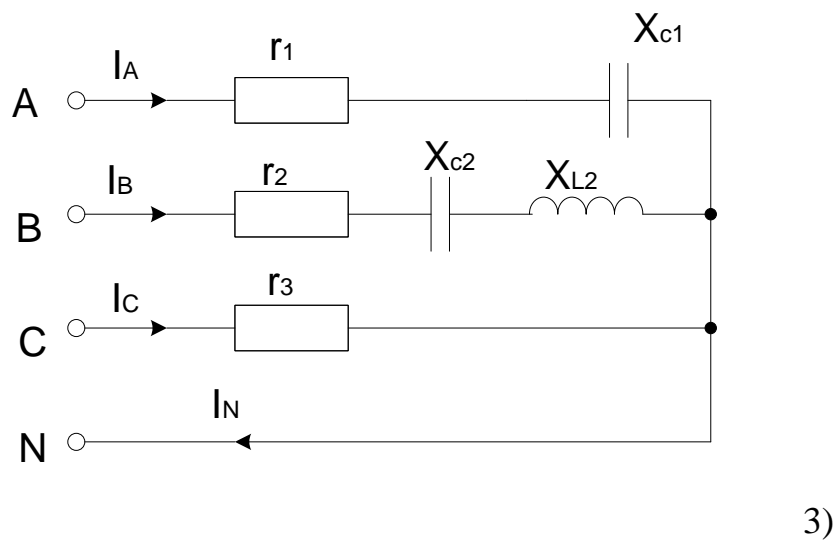
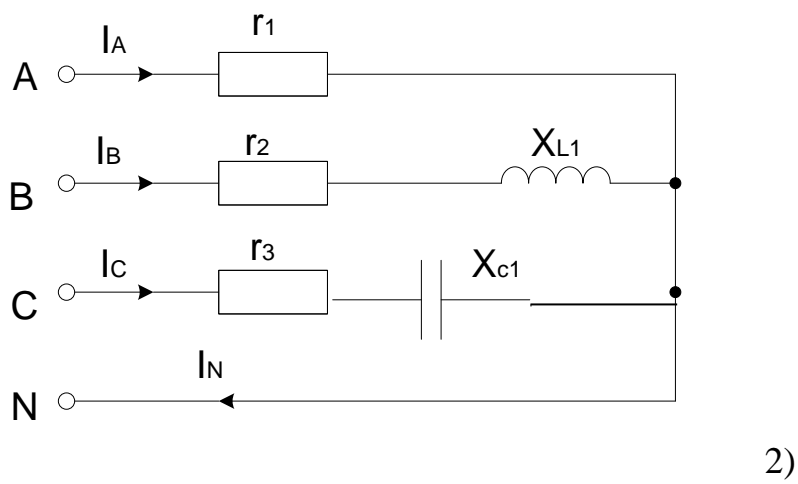
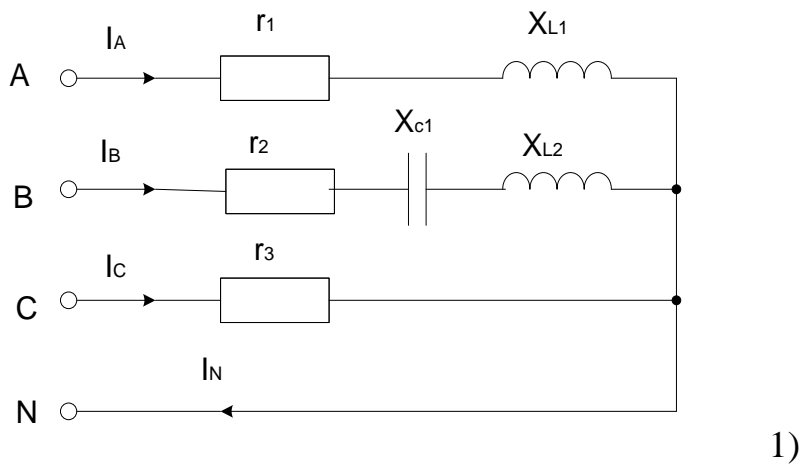


Рис. 2.1. Электрические цепи трехфазного синусоидального тока

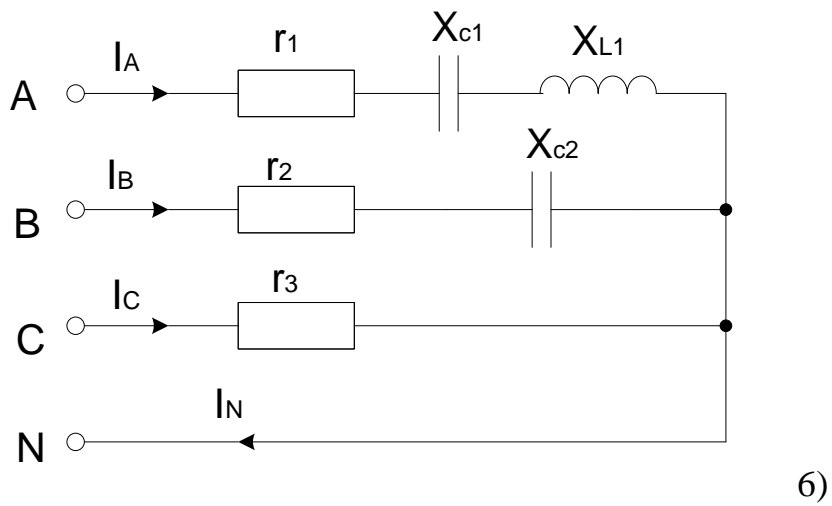
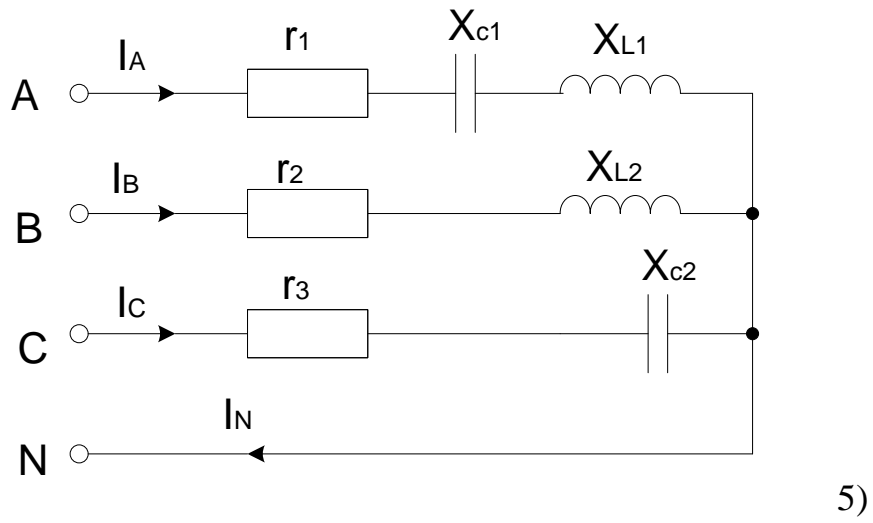
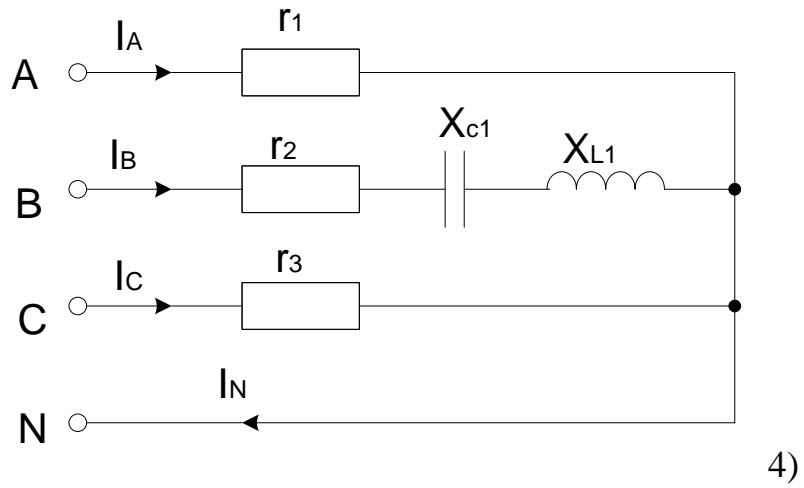


Рис. 2.1. Электрические цепи трехфазного синусоидального тока

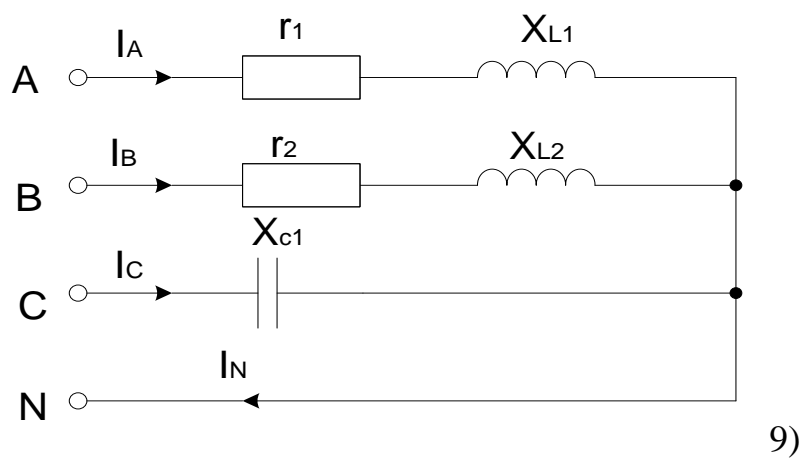
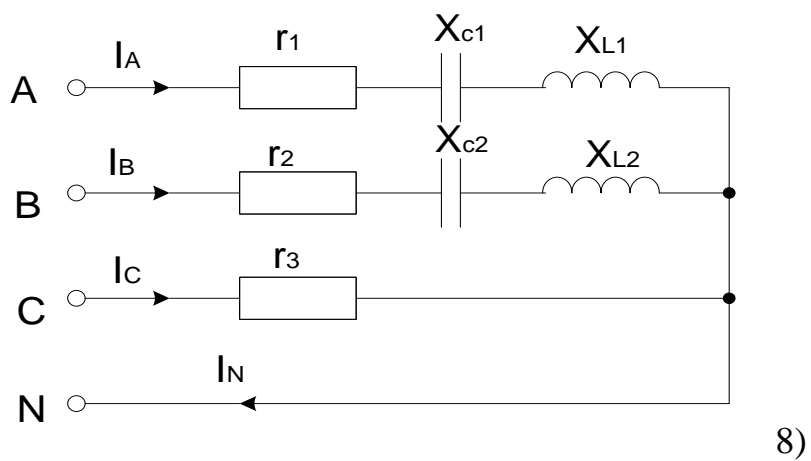
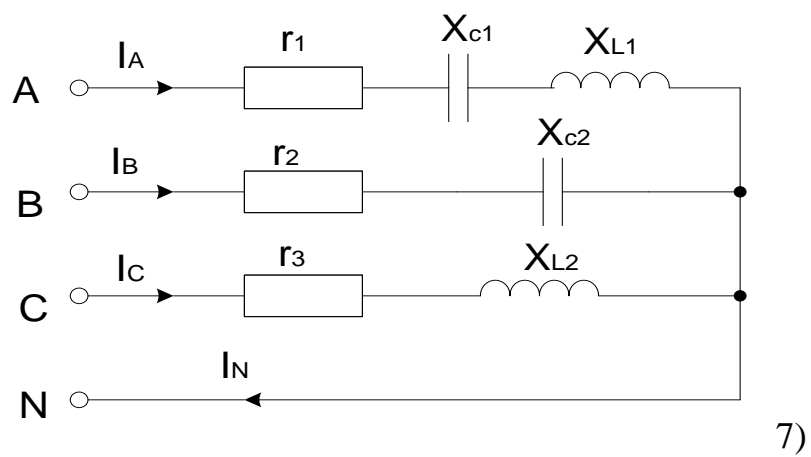
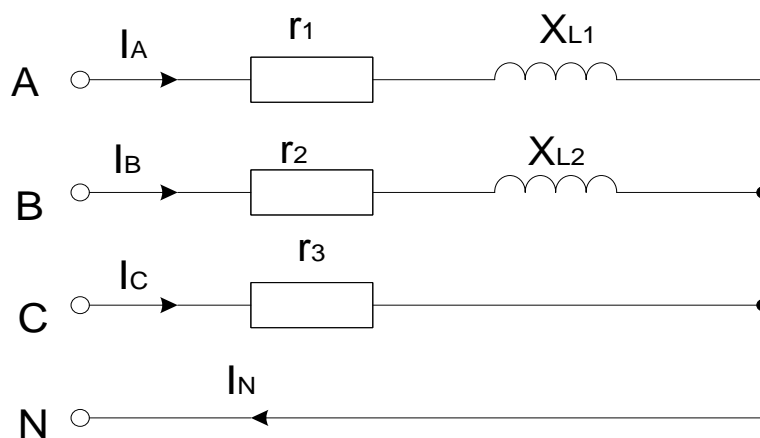


Рис. 2.1. Электрические цепи трехфазного синусоидального тока



10)

Рис. 2.1. Электрические цепи трехфазного синусоидального тока

Таблица 2.1

Параметры электрических цепей трехфазного синусоидального тока

№ варианта	№ Схемы	U_L	r_1	r_2	r_3	X_{L1}	X_{L2}	X_{C1}	X_{C2}
		В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
1	1	380	20	20	10	30	10	5	10
2	2	220	10	10	5	20	20	15	6
3	3	220	30	30	15	40	50	20	10
4	4	380	20	40	20	19	18	20	40
5	5	380	21	21	10	40	10	10	5
6	6	380	22	10	12	15	25	30	10
7	7	220	17	17	34	17	10	8	16
8	8	220	25	25	25	25	10	20	30
9	9	380	30	20	25	15	20	15	30
10	10	380	32	25	15	25	20	15	20
11	1	220	4	20	5	40	18	10	10
12	2	220	5	10	20	50	20	40	5
13	3	220	20	10	15	19	10	30	16
14	4	380	10	30	20	40	25	8	30
15	5	220	30	40	10	15	10	20	30
16	6	220	20	21	12	17	10	15	30
17	7	380	21	10	34	25	20	15	20
18	8	380	22	17	25	15	20	10	5

Продолжение таблицы 2.1

№ ва- рианта	№ Схемы	<i>U_л</i>	<i>r₁</i>	<i>r₂</i>	<i>r₃</i>	<i>X_{L1}</i>	<i>X_{L2}</i>	<i>X_{C1}</i>	<i>X_{C2}</i>
		В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
19	9	380	17	25	25	15	18	40	15
20	10	220	25	20	15	40	20	30	16
21	1	220	5	10	20	50	20	40	10
22	2	220	30	6	20	20	15	10	6
23	3	220	10	5	20	40	20	40	20
24	4	380	21	40	15	20	10	5	10
25	5	380	20	30	5	30	30	10	10
26	6	380	17	10	10	19	50	15	10
27	7	380	25	17	12	40	18	20	6
28	8	220	30	25	34	15	10	20	10
29	9	380	32	20	25	17	25	10	40
30	10	220	4	25	25	25	10	30	5
31	1	220	5	20	15	15	10	8	10
32	2	220	20	10	5	25	20	20	16
33	3	220	10	10	20	40	20	15	30
34	4	380	38	25	34	40	50	15	10
35	5	380	4	20	25	15	18	20	6
36	6	380	5	20	25	17	10	20	16
37	7	380	20	10	15	25	25	10	40
38	8	220	10	10	20	25	10	30	5
39	9	220	20	30	15	40	20	8	10
40	10	220	22	21	10	19	18	15	16
41	1	380	16	8	25	17	25	34	10
42	2	380	30	5	15	30	18	20	40
43	3	220	10	40	5	19	18	10	5
44	4	220	21	30	12	15	25	30	10
45	5	380	20	10	12	17	10	8	16
46	6	380	17	17	34	25	10	15	6
47	7	380	25	25	17	8	16	20	30
48	8	220	30	20	25	15	50	20	16
49	9	220	32	25	15	25	20	20	40
50	10	380	4	20	5	40	18	10	10
51	1	380	22	30	15	17	50	8	40

№ ва- рианта	№ Схемы	$U_{л}$	r_1	r_2	r_3	X_{L1}	X_{L2}	X_{C1}	X_{C2}
		В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
52	2	220	20	10	25	40	20	30	40
53	3	220	10	10	25	40	20	30	10
54	4	220	20	20	25	34	10	10	6
55	5	380	5	20	34	25	10	20	6
56	6	220	4	25	5	25	20	20	10
57	7	380	38	10	15	17	18	10	10
58	8	380	10	20	25	15	50	5	6
59	9	380	5	20	34	19	10	40	16
60	10	220	32	25	12	30	20	30	15

2.1 Основные понятия и соотношения в трехфазных электрических цепях

Систему трех ЭДС, сдвинутых по фазе одна относительно другой, называют трехфазной. Если три ЭДС системы равны по амплитуде и сдвинуты по фазе одна относительно другой на угол $2\pi/3$, то такую систему называют симметричной трехфазной системой. Совокупность устройств, по которым может протекать один из токов трехфазной системы ЭДС, называют фазой. Фазы принято обозначать А, В, С.


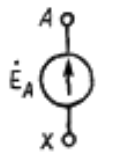
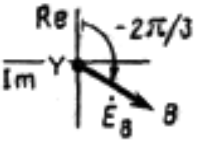
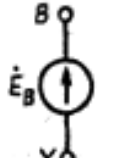


Для трехфазной системы ЭДС можно записать:

$$e_A(t) + e_B(t) + e_C(t) = 0; \quad \dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0.$$

При генерировании, передаче и преобразовании электрической энергии, трехфазные цепи имеют ряд преимуществ по сравнению с однофазными: 1) меньший расход меди в проводах; 2) меньший расход стали в трансформаторах; 3) простота получения вращающегося поля в электродвигателях; 4) меньшие пульсации момента на валу роторов генераторов и двигателей.

Мгновенные значения ЭДС для трех фаз, их комплексные изображения, а также изображения на топографических диаграммах напряжений и в схемах приведены в табл. 2.2. Здесь через А, В, С обозначены начала обмоток, в которых наводятся электродвижущие силы (ЭДС) трех фаз, а через X, Y, Z — их концы.

Таблица 2.2

Мгновенное значение ЭДС	Комплексное изображение ЭДС	Изображения	
		на топографической диаграмме	На схеме
$e_A(t) = E_m \sin \omega t$	$\dot{E}_A = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = E_A$		
$e_B(t) = E_m \sin (\omega t - 2\pi/3)$	$\dot{E}_B = E_A e^{-j\frac{2\pi}{3}} = E_A \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$		
$e_C(t) = E_m \sin (\omega t + 2\pi/3)$	$\dot{E}_C = E_A e^{j\frac{2\pi}{3}} = E_A \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$		

Соединение источника и приемника производят с помощью трех или четырех проводов. При этом образуется трёхпроводная или четырёхпроводная линия передачи электрической энергии от источника к приемнику.

При трёхпроводной линии передачи источник и приемник могут быть соединены как треугольником, так и звездой. В последнем случае точка соединения концов обмоток (нейтраль) остается неподключенной и схема не имеет нейтрального провода.

Трёхфазная цепь состоит из трех основных элементов: трёхфазного генератора, в котором механическая энергия преобразуется в электрическую, линии передачи и приемников.

Если в трех обмотках статора генератора индуктируются три одинаковые по амплитуде синусоидальные ЭДС, имеющие одну и ту же частоту, сдвинутые по фазе относительно друг друга на угол 120° , то такую систему ЭДС называют симметричной.

Мгновенные значения ЭДС изменяются в соответствии с выражениями

$$\begin{aligned}
 e_A &= E_m \cdot \sin(\omega t); & e_B &= E_m \cdot \sin(\omega t - 120^\circ); \\
 e_C &= E_m \cdot \sin(\omega t + 120^\circ). & &
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Комплексные действующие значения ЭДС можно записать в виде

$$\dot{E}_a = Ee^{j0}, \dot{E}_B = Ee^{-j120}, \dot{E}_C = Ee^{j120}, \quad (2.2)$$

где E - действующее значение ЭДС фаз.

От трехфазного генератора получают питание приемники электрической энергии, которые могут быть как трехфазными, так и однофазными.

Для источников и приемников трехфазной цепи существует две основные схемы соединения: схема «звезда» (рис.2.2, а) и схема «треугольник» (рис.2.2, б). При соединении «звездой» концы фаз X, Y, Z объединяют в одну общую точку, называемую нейтральной. При соединении «треугольником» конец предыдущей фазы соединяют с началом последующей фазы. ($X-B; Y-C; Z-A$). В обоих случаях к началам фаз A, B и C подключают линейные провода, которые соединяют источники и приемники электрической энергии, нейтральные точки генератора и приемника (при соединении по схеме «звезда-звезда») могут соединяться нейтральным проводом.

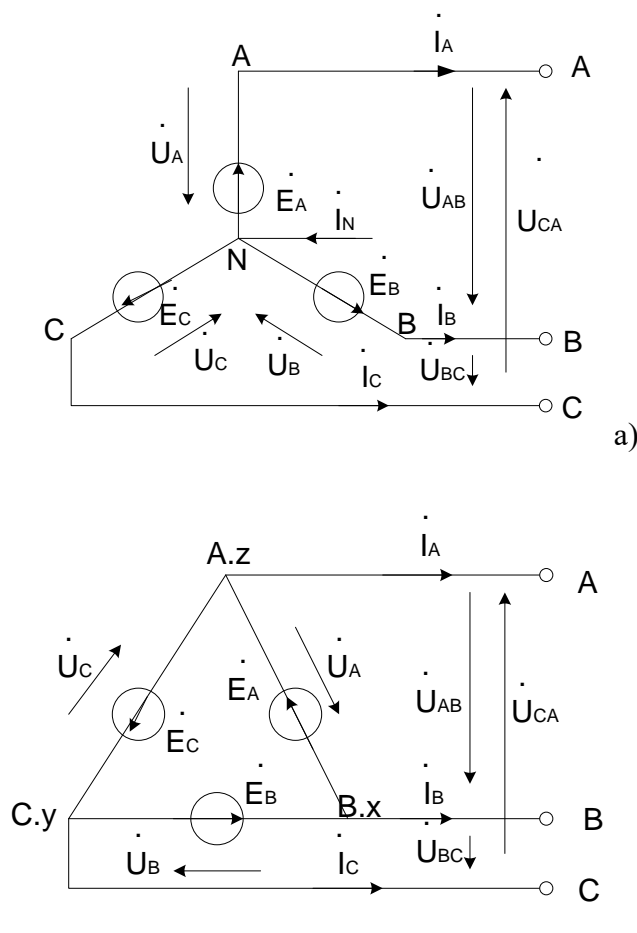


Рис.2.2. Схема соединения фаз источника «звездой» (а) и «треугольником» (б).

Токи, протекающие по линейным проводам, называются линейными токами и обозначаются $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$,

$$\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C,$$

за положительные направления токов принимаются направления от генератора к нагрузке. За положительное направление тока, протекающего по нейтральному проводу \dot{I}_N , принимается направление от нагрузки к генератору, рис.2.2, а.

На рис. 2.2 показаны положительные направления фазных

$\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ и линейных ($\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$) напряжений. При соединении обмоток генератора звездой соотношения между фазными и линейными напряжениями определяются из второго закона Кирхгофа:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A; \quad (2.3)$$

Здесь $U_A = E_A$, $U_B = E_B$ и $U_C = E_C$ согласно выражений (2.2).

Из векторной диаграммы напряжений (рис.2.3), построенной в соответствии с уравнениями (2.3), следует соотношение между действующими значениями симметричных фазных U_ϕ и линейных U_L напряжений:

$$U_L = \sqrt{3}U_\phi; \quad (2.4)$$

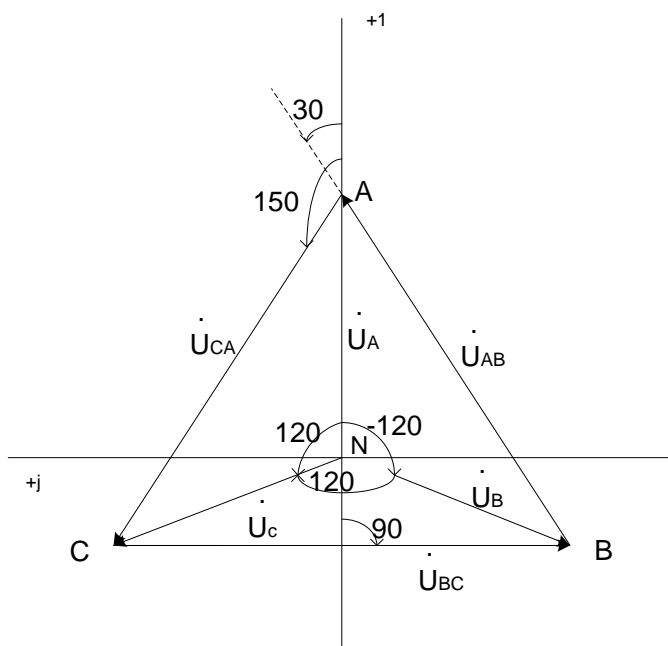


Рис.2.3. Векторная диаграмма напряжений при соединении «звездой»

Комплексы действующих значений линейных напряжений можно записать в виде

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_L e^{j30}; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_L e^{-j90}; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_L e^{j150}; \quad (2.5)(2.5)$$

При соединении обмоток генератора «треугольником» фазные и линейные напряжения равны

$$U_L = U_\Phi \quad (2.6)$$

В комплексной форме записи линейные напряжения по схеме «треугольник» имеют вид

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A = U_\Phi e^{j0}; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B = U_\Phi e^{-j120}; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C = U_\Phi e^{j120}; \quad (2.7)$$

2.2 Расчет трехфазной электрической цепи «звезда - звезда»

Для расчета трехфазных цепей применим комплексный (символический) метод расчета электрических цепей.

Если приемник соединен «звездой», а сопротивлениями в линейных и нейтральном проводах можно пренебречь, то, так как фазные напряжения на нагрузке будут равны соответствующим фазным напряжениям на ЭДС генератора, расчет линейных токов следует осуществлять по закону Ома, (рис.2.4):

$$\dot{U}_{A1} = \dot{U}_A = \dot{E}_A; \quad \dot{U}_{B1} = \dot{U}_B = \dot{E}_B \quad \text{и} \quad \dot{U}_{C1} = \dot{U}_C = \dot{E}_C$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B}; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C}. \quad (2.8)$$

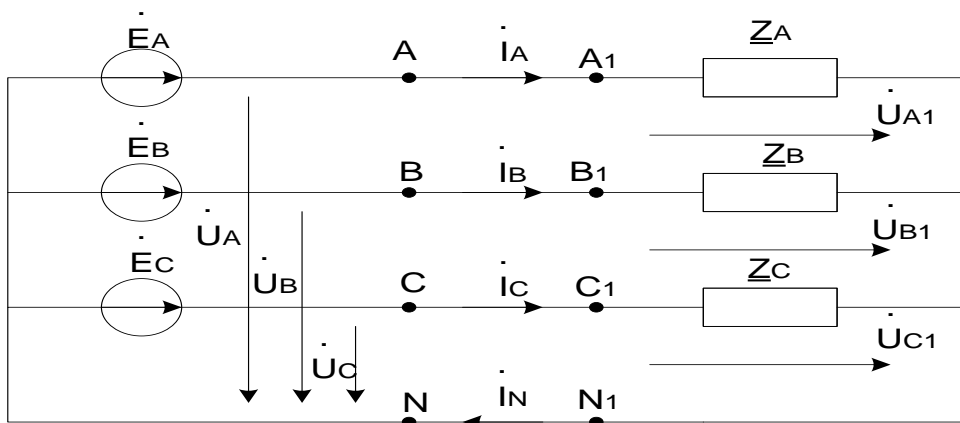


Рис.2.4. Трехфазная электрическая цепь «звезда - звезда»

Ток в нейтральном проводе I_N определяется по первому закону Кирхгофа:

$$I_N = I_A + I_B + I_C, \quad (2.9)$$

2.3. Расчет трехфазной электрической цепи «треугольник - треугольник»

При соединении приемника треугольником (рис.2.5) и при пренебрежимо малых сопротивлениях в проводах фазные токи (т.е. токи, протекающие в фазах приемника) определяются по закону Ома, т.к. фазные (линейные) напряжения на нагрузке равны соответствующим фазным (линейным) напряжениям генератора:

$$U_{A_1B_1} = U_{AB} = E_A; \quad U_{B_1C_1} = U_{BC} = E_B \quad \text{и} \quad U_{C_1A_1} = U_{CA} = E_C \quad (2.10)$$

$$I_{AB} = U_{AB} / Z_{AB}; \quad I_{BC} = U_{BC} / Z_{BC}; \quad I_{CA} = U_{CA} / Z_{CA};$$

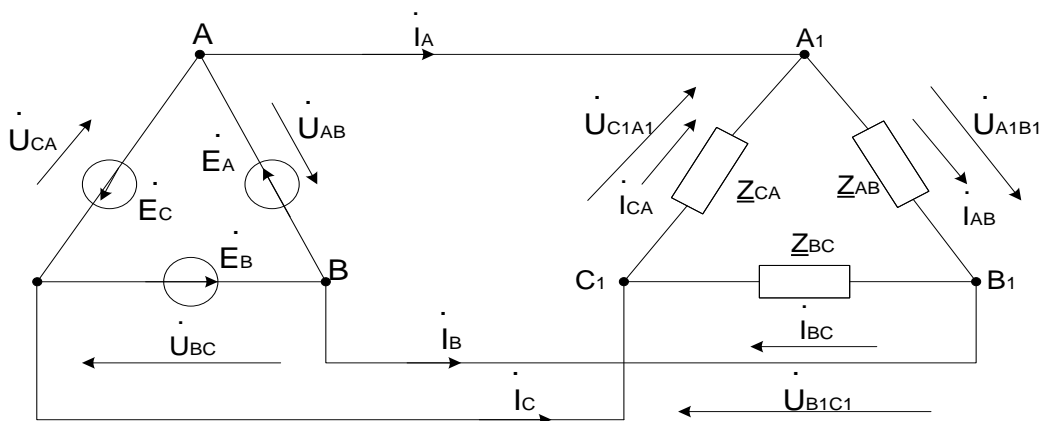


Рис. 2.5. Трехфазная электрическая цепь «треугольник - треугольник»

Линейные токи выражаются через фазные токи из уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}; \quad I_B = I_{BC} - I_{AB}; \quad I_C = I_{CA} - I_{BC} \quad (2.11)$$

2.4. Мощность трехфазных приемников

Полная комплексная мощность приемников трехфазных электрических цепей равна сумме комплексных мощностей ее фаз. При соединении приемников звездой

$$\tilde{S} = \tilde{S}_A + \tilde{S}_B + \tilde{S}_C = U_A I_A + U_B I_B + U_C I_C = P + jQ \quad (2.12)$$

где P - активная мощность;

Q - реактивная мощность.

Активную и реактивную мощности можно найти по формулам:

$$P = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C, \quad (2.13)$$

$$Q = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C, \quad (2.14)$$

где $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$ - сдвиги фаз между соответствующими фазными напряжениями и токами.

При соединении приемников треугольником имеем аналогичные формулы в общепринятых обозначениях:

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \tilde{S}_{\hat{A}\hat{A}} + \tilde{S}_{\hat{A}\hat{N}} + \tilde{S}_{\hat{N}\hat{A}} = \dot{U}_{\hat{A}\hat{A}} I_{\hat{A}\hat{A}}^* + \dot{U}_{\hat{A}\hat{N}} I_{\hat{A}\hat{N}}^* + \dot{U}_{\hat{N}\hat{A}} I_{\hat{N}\hat{A}}^* = \\ &= P + jQ \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$P = U_{AB} I_{AB} \cos \varphi_{AB} + U_{BC} I_{BC} \cos \varphi_{BC} + U_{CA} I_{CA} \cos \varphi_{CA};$$

$$Q = U_{AB} I_{AB} \sin \varphi_{AB} + U_{BC} I_{BC} \sin \varphi_{BC} + U_{CA} I_{CA} \sin \varphi_{CA}.$$

Для симметричных трехфазных систем формулы упрощаются до следующих выражений

$$P = \sqrt{3} U_{\ddot{E}} I_{\ddot{E}} \cos \varphi_{\hat{o}} = 3 U_{\hat{o}} I_{\hat{o}} \cos \varphi_{\hat{o}},$$

$$Q = \sqrt{3} U_{\ddot{E}} I_{\ddot{E}} \sin \varphi_{\hat{o}} = 3 U_{\hat{o}} I_{\hat{o}} \sin \varphi_{\hat{o}},$$

$$S = \sqrt{3} U_{\ddot{E}} I_{\ddot{E}} = 3 U_{\hat{o}} I_{\hat{o}},$$

где $\varphi_{\hat{o}}$ - сдвиг по фазе между соответствующим фазным напряжением и током.

2.5. Примеры расчета

Для трехфазной цепи переменного тока, представленной на рисунке 2.6, заданы: линейное (междуфазное) напряжение $U_L = 380 \text{ В}$ и следующие параметры цепи: $r_1 = 20 \text{ Ом}$; $r_2 = 30 \text{ Ом}$; $r_3 = 25 \text{ Ом}$; $x_{L1} = 40 \text{ Ом}$; $x_{L3} = 15 \text{ Ом}$; $x_{C3} = 30 \text{ Ом}$

Необходимо:

1. Определить фазные и линейные токи, активные и реактивные мощности, потребляемые цепью, построить векторные диаграммы токов и напряжений при соединении приемников «звездой».
2. Определить фазные токи при обрыве одного из линейных проводов для случая соединения приемника «звездой», построить векторные диаграммы токов и напряжений.
3. Определить напряжение смещения нейтрали при соединении приемников «звездой», фазные токи при обрыве нулевого провода, построить векторные диаграммы токов и напряжений.
4. Определить фазные и линейные токи, активные и реактивные мощности, потребляемые цепью, построить векторные диаграммы токов и напряжений при соединении приемников «треугольником».
5. Определить фазные и линейные токи, построить векторные диаграммы токов и напряжений при обрыве одной из фаз приемника для случая соединения нагрузки «треугольником».
6. Определить фазные и линейные токи при обрыве одного из линейных проводов приемника для случая соединения нагрузки «треугольником» и построить векторные диаграммы токов и напряжений.

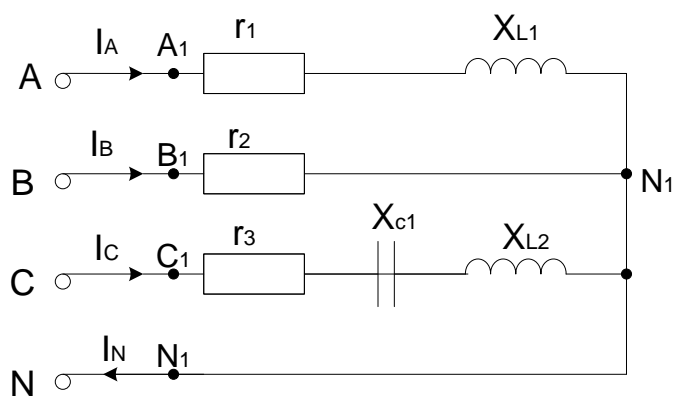


Рис.2.6. Схема соединения «Звезда-звезда» с нейтральным проводом

2.5.1. Несимметричный режим при соединении «звезда-звезда»

Проведем расчет трехфазной цепи, применив комплексный метод расчета. Сопротивления фаз генератора, сопротивления линейных проводов и нейтрального провода пренебрегаем (по условию задачи не заданы). Определим комплексные сопротивления фаз приемника:

$$\underline{Z}_A = r_1 + jx_{L1} = 20 + j40 = 44,7e^{j63,4}$$

$$\underline{Z}_B = r_2 = 30;$$

$$\underline{Z}_C = r_3 + jx_{L3} - jx_{C3} = 25 + j15 - j30 = 25 - j15 = 29,2e^{-j31}$$

Используя формулу (2.4), определим значения фазного напряжения:

$$U_{\phi} = \frac{U_{\dot{E}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220\hat{A}.$$

Запишем фазные напряжения источника электрической энергии в комплексной форме записи:

$$\dot{U}_A = U_{\phi} e^{j0} = 220 e^{j0}; \quad \dot{U}_B = U_{\phi} e^{-j120} = 220 e^{-j120}; \quad \dot{U}_C = U_{\phi} e^{j120} = 220 e^{j120}$$

По закону Ома определим линейные токи:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{220e^{j0}}{44,7e^{j63,4}} = 4,9e^{-j63,4} = 2,2 - j4,4;$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{220e^{-j120}}{30e^{j0}} = 7,3e^{-j120} = -3,7 - j6,3;$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{220e^{j120}}{29,2e^{-j31}} = 7,5e^{j151} = -6,6 + j3,6.$$

Определим по первому закону Кирхгофа ток в нейтральном проводе:

$$\begin{aligned} \dot{I}_N &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 2,2 - j4,4 - 3,7 - j6,3 - 6,6 + j3,6 = \\ &= -8,1 - j7,1 = 10,8e^{-j139} (A) \end{aligned}$$

Определим полную мощность, потребляемую каждой фазой приемника

$$\begin{aligned} \sim \quad \dot{S}_A &= \dot{U}_A \dot{I}_A^* = 220e^{j0} 4,9e^{j63,4} = 1078e^{j63,4} = 482,7 + j964; (BA) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sim \quad \dot{S}_B &= \dot{U}_B \dot{I}_B^* = 220e^{-j120} 7,3e^{j120} = 1606e^{j0} = 1606; (BA) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sim \quad \dot{S}_C &= \dot{U}_C \dot{I}_C^* = 220e^{j120} 7,5e^{-j151} = 1650e^{-j31} = 1414 - j849,8 (BA) \end{aligned}$$

Полная мощность всей цепи

$$\sim \quad \dot{S} = \dot{S}_A + \dot{S}_B + \dot{S}_C = 3503 + j114,2$$

$$P = 3503 \text{ Вт}, \quad Q = 114,2 \text{ ВАр},$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3503^2 + 114,2^2} = 3504,8 \text{ ВА}.$$

Построим векторную диаграмму при соединении нагрузки звездой. Построение векторной диаграммы начинаем с построения векторов фазных и линейных напряжений на генераторе и нагрузке (рис.2.7), согласно формул (2.3)...(2.9).

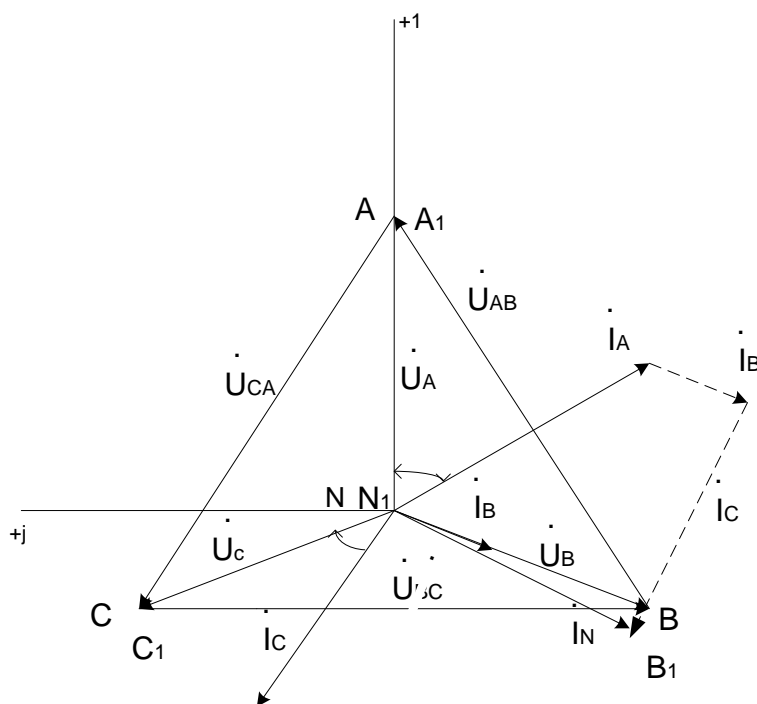


Рис. 2.7. Векторные диаграммы напряжений и токов при соединении «звезда-звезда» с нейтральным проводом. Несимметричный режим работы

2.5.2. Несимметричный режим при соединении нагрузки «звезда-звезда» при обрыве одного из линейных проводов

Проведем расчет фазных токов при обрыве одного из линейных проводов для случая соединения «звезда-звезда» (рис.2.8).

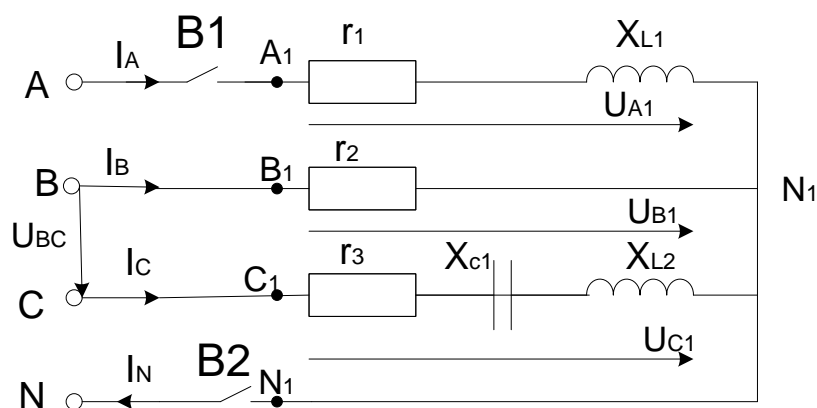


Рис.2.8

Ключ В1 разомкнут, ключ В2 замкнут. Тогда ток $I_A = 0$,

$$U_{A1} = 0, \quad U_{B1} = U_B, \quad U_{C1} = U_C$$

$$I_B = \frac{U_{B1}}{Z_B} = -3,7 - j6,3;$$

$$I_C = \frac{U_{C1}}{Z_C} = -6,6 + j3,6. \quad (\text{см. раздел 2.5.1})$$

Ток в нейтральном проводе

$$I_N = I_A + I_B + I_C = 0 - 3,7 - j6,3 - 6,6 + j3,6 = -10,3 - j2,7 = 10,65e^{-j165}.$$

Произведем построение векторной диаграммы (рис.2.9), при этом задаемся масштабом по току и напряжению.

На векторной диаграмме (рис.2.9):

U_A, U_B, U_C - фазные напряжения генератора;

U_{A1}, U_{B1}, U_{C1} - фазные напряжения приемника.

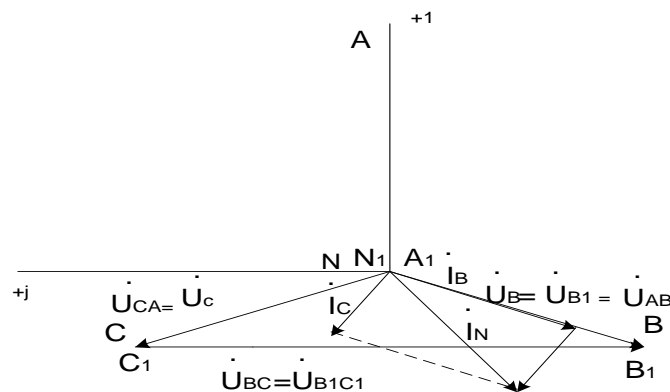


Рис.2.9. Векторные диаграммы напряжений и токов при соединении «звезда-звезда» с нейтральным проводом при обрыве линейного провода «А - А1».

$$\begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & \bullet & \bullet \\ U_{AB} = U_{A|B|} = U_B = U_{B|}; & & & & & U_{B|C|} = U_{BC}; \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ U_{CA} = U_{C|A|} = U_C = U_{C|} \end{array}$$

2.5.3. Несимметричный режим при соединении нагрузки «звездой» при обрыве нулевого провода

Рассмотрим трехфазную трехпроводную цепь с оборванным нейтральным проводом (ключ В2 разомкнут, ключ В1 замкнут).

В рассматриваемом режиме ток I_N будет равен нулю, а нагрузка несимметрична, поэтому появляется напряжение смещения нейтрали

$U_N^{I_N}$, которое будем определять по формуле межузлового напряжения.

$$\dot{U}_{N^1N} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_{-A} + \dot{U}_B \underline{Y}_{-B} + \dot{U}_C \underline{Y}_{-C}}{\underline{Y}_{-A} + \underline{Y}_{-B} + \underline{Y}_{-C}}$$

Определим проводимости \underline{Y}_A ; \underline{Y}_B ; \underline{Y}_C

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \frac{1}{44,7 \cdot e^{j63,4^\circ}} = 0,0223 \cdot e^{-j63,4^\circ} (\text{Ci}), ;$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{30} = 0,033(\tilde{N}\tilde{i});$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{1}{29,2 e^{-j31^\circ}} = 0,034 e^{j31^\circ}(\tilde{N}\tilde{i});$$

$$\begin{aligned}
\dot{U}_{N'N} &= \frac{220 \cdot 0,0223 \cdot e^{-j63,4^\circ} + 220 \cdot e^{-j120^\circ} \cdot 0,033 + 220 \cdot e^{j120^\circ} \cdot 0,034 \cdot e^{j31^\circ}}{0,0023 \cdot e^{-j63,4^\circ} + 0,033 + 0,034 \cdot e^{j31^\circ}} = \\
&= \frac{4,906 \cdot e^{-j63,4^\circ} + 7,26 \cdot e^{-j120^\circ} + 7,48e^{j151^\circ}}{0,00985 - j0,0199 + 0,033 + 0,0291 + j0,0175} = \\
&= \frac{2,196 - j4,39 - 3,63 - j6,287 - 6,542 + j3,626}{0,07195 - j0,0024} = \\
&= \frac{-7,976 - j7,043}{0,07195 - j0,002} = \frac{10,64 \cdot e^{-j138,55^\circ}}{0,07195 \cdot e^{-j1,91^\circ}} = 147,98 \cdot e^{-j136,64^\circ} = \\
&= 107,589 - j101,61 \quad (B)
\end{aligned}$$

Находим напряжения по фазам относительно напряжения смещения нейтрали:

$$\dot{U}_{A'} = \dot{U}_A - \dot{U}_{NN'} = 220 + 107,598 + j101,6 = 307,598 + j101,6(B),$$

$$\dot{U}_{B'} = \dot{U}_B - \dot{U}_{NN'} = -110 - j190 + 107,598 + j101,6 = -2,402 - j88,4(B),$$

$$\dot{U}_{C'} = \dot{U}_C - \dot{U}_{NN'} = -110 + j190 + 107,598 + j101,6 = -2,402 + j291,6(B).$$

На основании расчетов производим построение векторной диаграммы.

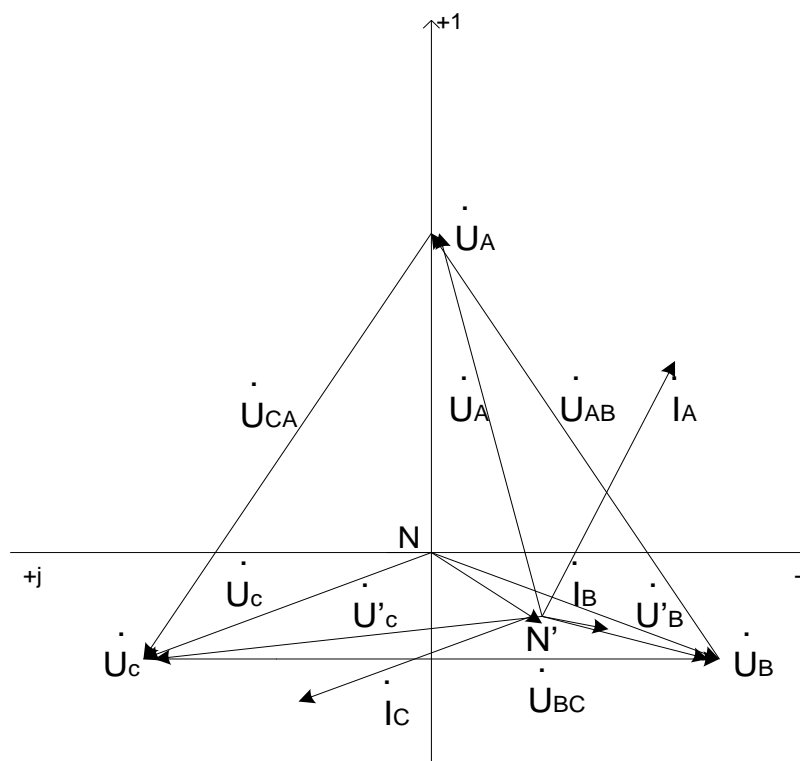


Рис. 2.10. Векторные диаграммы напряжений и токов при соединении нагрузки «звездой» с обрывом нулевого провода

2.5.4. Несимметричный режим при соединении нагрузки «треугольником»

Соединим приемники по схеме соединения «треугольник» (рис.2.11)
 При этом примем значения сопротивлений $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_A$, $\underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_B$, $\underline{Z}_{CA} = \underline{Z}_C$.
 Линейные напряжения на нагрузке равны соответствующим линейным

напряжениям на зажимах генератора $U_{A1B1} = U_{AB}$; $U_{B1C1} = U_{BC}$;

$U_{C1A1} = U_{CA}$;

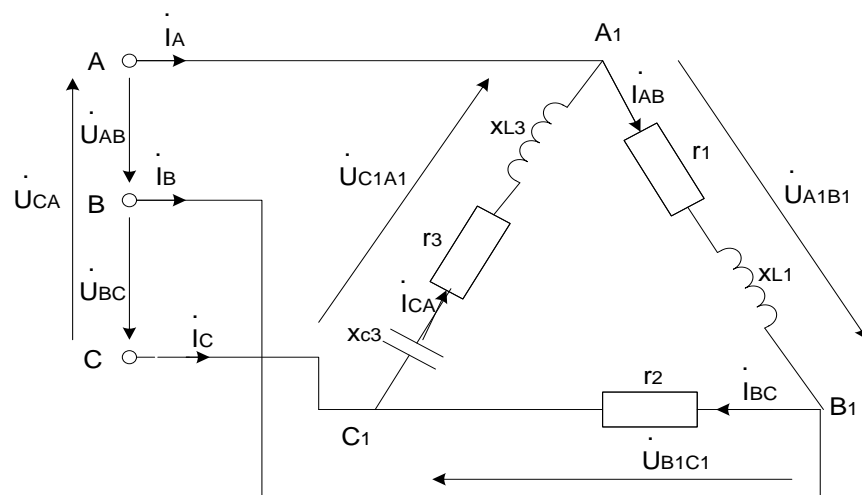


Рис.2.11. Схема соединения нагрузки «треугольником»

Фазные токи I_{AB} , I_{BC} , I_{CA} определим по закону Ома:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{380e^{j0}}{44,7e^{j63,4}} = 8,5e^{-j63,4} = 3,8 - j7,6(A);$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{380e^{-j120}}{30} = 12,7e^{-j120} = -6,3 - j11(A);$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} = \frac{380e^{+j120}}{29,2e^{-j31}} = 13e^{j151} = -11,4 - j6,3(A).$$

По первому закону Кирхгофа определим линейные токи:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = 15,2 - j13,9 = 20e^{-j42} (A);$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = -10,1 - j3,4 = 10,7e^{j161,4} (A);$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = -5,1 + j17,3 = 18e^{j106,5} (A).$$

Проверка: $I_A + I_B + I_C = 0$

Для определения полной комплексной мощности всей цепи воспользуемся формулой

$$S = S_{AB} + S_{BC} + S_{CA} = U_{AB} I_{AB} + U_{BC} I_{BC} + U_{CA} I_{CA} =$$

$$\begin{aligned} &= 380e^{j0} 8,5e^{+j63,4} + 380e^{-j120} 12,7e^{+j120} + 380e^{j120} 13e^{-j151} = \\ &= 3230e^{+j63,4} + 4826e^{j0} + 4940e^{-j31} = 1446,6 + j2888 + 4826 + 4324,4 - j2544,3 = \\ &= 10596,7 + j343,7 \text{ (ВА)}. \end{aligned}$$

$$P = 10596,7 \text{ Вт}, \quad Q = 343,7 \text{ вар.}$$

Построение векторной диаграммы начинаем с построения равностороннего треугольника для векторов линейных напряжений

$$U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$$

Затем строим векторы фазных и линейных токов (рис.2.12)

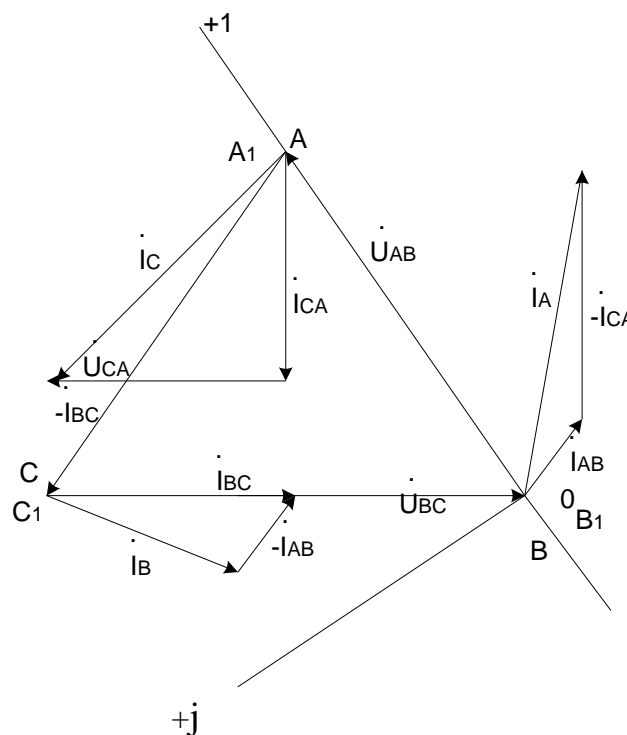


Рис. 2.12. Векторные диаграммы напряжений и токов при соединении нагрузки «треугольником» при несимметричной нагрузке

2.5.5. Несимметричный режим при соединении нагрузки треугольником при обрыве фазного провода приемника

Проведем расчет фазных и линейных токов при соединении приемников «треугольником» в случае обрыва одной из фаз приемника (рис.2.13).

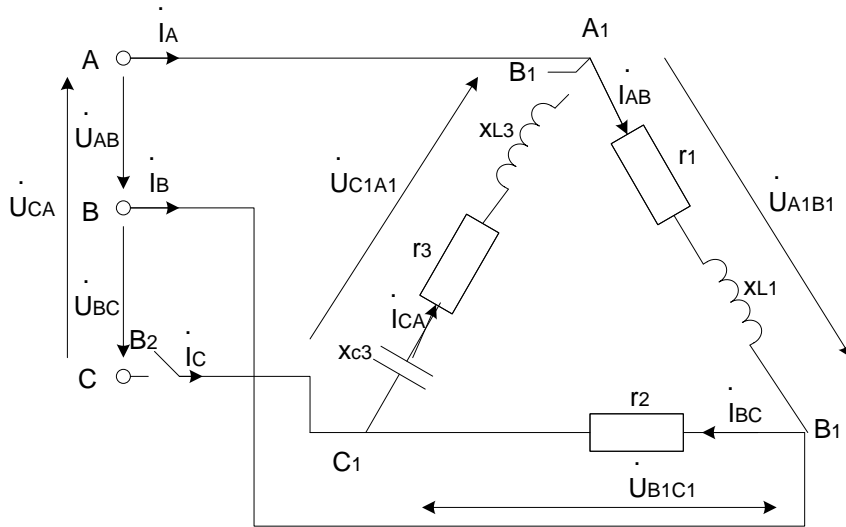


Рис. 2.13

При обрыве провода в фазе C_1A_1 (выключатель B_1 на схеме рисунка 2.13

разомкнут) ток $I_{CA} = 0$, токи I_{AB} и I_{BC} останутся такими же, как в разделе 2.5.4, т.е. $I_{AB} = 3,8 - j7,6$; $I_{BC} = -6,3 - j11$, так как фазные (линейные) напряжения остались прежними. I

Тогда линейные токи будут следующими:

$$I_A = I_{AB} = 3,8 - j7,6 = 8,5e^{-j63,4};$$

$$I_C = -I_{BC} = 6,3 + j11 = 12,7e^{j60};$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = -6,3 - j11 - 3,8 + j7,6 = -10,1 - j3,4 = 10,7e^{-j161,4};$$

На основании расчетных данных строим векторные диаграммы напряжений и токов, рис. 2.14,

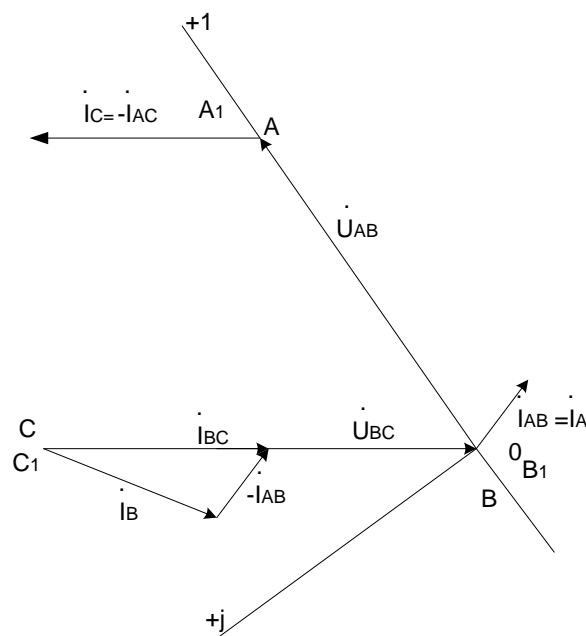


Рис.2.14 . Векторные диаграммы напряжений и токов при соединении нагрузки «треугольником» при обрыве фазного провода приемника

2.5.6. Несимметричный режим при соединении нагрузки «треугольником» при обрыве линейного провода приемника

При обрыве одного из линейных проводов, например, линейного провода С (выключатель **В₂** разомкнут, а выключатель **В₁** замкнут) режим работы фазы АВ не изменится, а две другие фазы окажутся включенными

последовательно на линейное напряжение U_{AB} . Трехфазная система превращается в двухфазную с двумя параллельными ветвями (Рис.2.15), расчет которой рассмотрим далее:

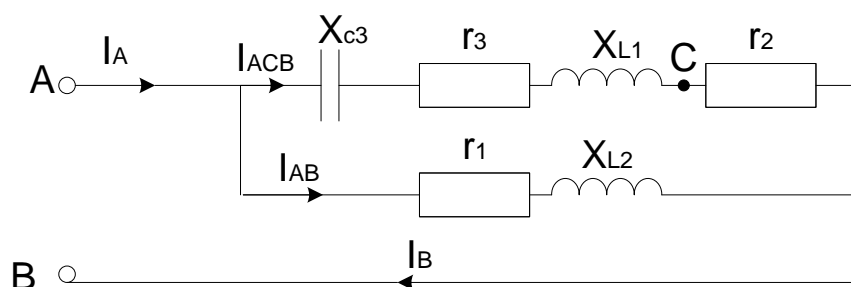


Рис. 2.15.

$$\underline{z}_1 = \underline{z}_{CA} + \underline{z}_{BC} = 25 - j15 + 30 = 55 - j15 = 57,008 \cdot e^{-j15,25^\circ} (\hat{I} \hat{i}),$$

$$\underline{z}_2 = 20 + j40 = 44,7 \cdot e^{j63,4} (\hat{I} \hat{i}),$$

$$\dot{I}_{ACB} = \frac{U_{AB}}{\underline{z}_1} = \frac{220}{57,008 \cdot e^{-j15,25^\circ}} = 3,859 \cdot e^{+j15,25^\circ} = 3,723 + j1,015(A),$$

$$\dot{I}_{AB} = \frac{220}{\underline{z}_2} = \frac{220}{44,7 \cdot e^{j63,4^\circ}} = 4,92 \cdot e^{-j63,4^\circ} = 2,202 - j4,399(A).$$

Складывая токи \dot{I}_{ACB} и \dot{I}_{AB} получим ток \dot{I}_A :

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ACB} + \dot{I}_{AB} = 5,925 - j3,384 = 6,823 \cdot e^{-j29,73^\circ} (A).$$

На основании расчетов производим построение векторной диаграммы (Рис. 2.16):

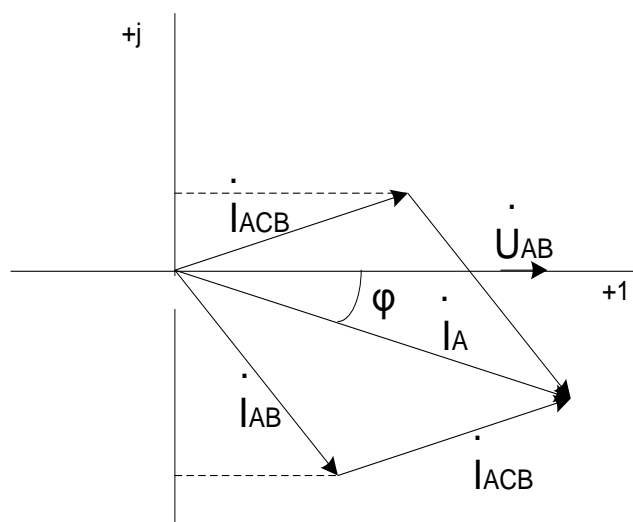


Рис. 2.16. Векторные диаграммы напряжений и токов при соединении нагрузки «треугольником» при обрыве линейного провода приемника

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Касаткин А.С.* Электротехника /*А.С. Касаткин, М.В. Немцов.* – М.: Высшая школа, 2006.
2. *Рекус Г.Г.* Сборник задач и упражнений по электротехнике и основам электроники /*Г.Г. Рекус, А.И. Белоусов.* – М.: Высшая школа, 2001.
3. Задания на контрольные работы с краткими методическими указаниями по электротехнике и электронике /*Н.М. Астраханцева, Г.Г. Кудряшова.* – Иркутск.: ИрГУПС, 2007.
4. *Бессонов Л.А.* Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учебник. – 10-е изд. /*Л.А. Бессонов.* – М.: Гардарики, 2000.
5. *Кононенко В.В.* Электротехника и электроника. Учебное пособие для вузов. /*В.В. Кононенко, В.В. Муханов.* – Ростов н/Д.: Феникс, 2004.
6. *Степанов А.П.* Расчет линейных электрических цепей. Учебное пособие по теоретическим основам электротехники. /*А.П. Степанов.* – Иркутск.: ИрИИТ, 2001.
7. Расчет электрических цепей синусоидального тока. Методические указания к выполнению расчетно-графической работе по электротехнике. /*А.П. Степанов, Н.М. Астраханцева, Г.Г. Кудряшова.* – Иркутск.: ИрИИТ, 2000.