ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 7

АНАЛИЗ САУ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

Содержание практического занятия:

7.1. Дифференциальные уравнения состояния

Представление моделей объектов и систем управления в пространстве состояний широко используется в теории управления, начиная с работ Калмана, опубликованных в 1960 г. Метод пространства состояний может быть использован для описания как линейных, так и нелинейных систем. Дадим определение понятию состояния системы.

Состояние системы – это совокупность таких переменных, знание которых совместно со знанием входных переменных, функций и уравнений, описывающих динамику системы, позволяет определить ее будущее состояние и выходную переменную.

Состояние динамической системы описывается вектором или набором переменных состояния $x_1(t)$, $x_2(t)$,…, $x_n(t)$, которые определяют будущее поведение системы, если известно ее текущее состояние и все внешние воздействия. Рассмотрим систему на рис. 7.1, в которой $\boldsymbol{y}(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t))$ – вектор выходных переменных, а $\boldsymbol{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t))$ – вектор входных переменных. Для данной системы вектор переменных состояния $\boldsymbol{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ имеет следующий смысл: если в начальный момент *t*0 известны значения $\boldsymbol{x}(t_0) = (x_1(t_0), x_2(t_0), \dots, x_n(t_0))$ и входные переменные $u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)$ для $t > t_0$, то этой информации достаточно, чтобы определить будущие значения всех переменных состояния $x_1(t)$, $x_2(t)$,…, $x_n(t)$ и выходных переменных $y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)$ для $t > t_0$.

Рис. 7.1. Модель САУ в пространстве состояний

Пример 7.1. Переменной состояния может служить положение выключателя электролампочки с одним из двух значений «включено» или «выключено».

Если мы знаем, в каком состоянии или положении находится выключатель в момент времени t_0 и если мы прикладываем к нему воздействие, то можно точно определить будущее состояние объекта.

Пример 7.2. Определить в пространстве состояний уравнение движения механической системы

$$m\ddot{y} + K_д\dot{y} + K_п y = K_п u, \tag{7.1}$$

где $\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$, $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$.

Решение. Примем в качестве переменных состояния $x_1(t) = y(t)$ и $x_2(t) = \dot{y}$. С учетом принятых переменных состояния уравнение (7.1) будет иметь вид

$$m\dot{x}_2 + K_д x_2 + K_п x_1 = K_п u.$$

Тогда последнее дифференциальное уравнение можно записать в виде эквивалентной системы двух дифференциальных уравнений первого порядка 2

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{K_п}{m}x_1 - \frac{K_д}{m}x_2 + \frac{K_п}{m}u \tag{7.2}$$

или в следующей матричной форме:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -\frac{K_п}{m} & -\frac{K_д}{m}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \frac{K_п}{m}\end{bmatrix}u,$$

$$y = \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}.$$

С точки зрения инженера такими характеристиками (переменными состояния) могут быть скорости перемещения или изменения давления, температуры и других параметров.

Состояние объекта или системы описывается дифференциальными уравнениями первого порядка по отношению к каждой переменной состояния, которые в общем виде записываются так

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + \dots + b_{1r}u_r,$$

$$\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + b_{21}u_1 + \dots + b_{2r}u_r,$$

$$\vdots$$

$$\dot{x}_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + \dots + b_{nr}u_r. \tag{7.3}$$

Систему уравнения (7.3) можно представить в матричной форме

$$
\begin{array}{ccccccccc}
\dot{\boldsymbol{x}} & & A & & \boldsymbol{x} & & B & & \boldsymbol{u} \\
\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} & + & \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1r} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & \dots & b_{nr} \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix}
\end{array} \tag{7.4}
$$

или в виде дифференциального уравнения или просто уравнения для состояний

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u}. \tag{7.5}$$

Здесь $\dot{\boldsymbol{x}}$, $\boldsymbol{x}$ – векторы-столбцы переменных состояний размером $1\times n$; A – квадратная матрица коэффициентов размером $n \times n$; B – прямоугольная матрица коэффициентов размером $n \times r$.

Выходные сигналы линейной системы связаны с переменными состояния и входными сигналами уравнением выхода

$$\boldsymbol{y} = C\boldsymbol{x} + D\boldsymbol{u}, \tag{7.6}$$

где $\boldsymbol{y}$ – вектор-столбец выходных переменных размером $1\times m$; C – выходная матрица коэффициентов размерности $m\times n$; D – матрица коэффициентов обхода размерности $m\times r$.

7.2. Анализ моделей в пространстве состояния

Анализу системы управления во временной области предшествует задание ее модели в пространстве состояний

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u}. \tag{7.7}$$

$$\boldsymbol{y} = C\boldsymbol{x} + D\boldsymbol{u}, \tag{7.8}$$

Если рассматривать систему с одним входом u и одним выходом y, то $n = m = 1$, а u и y являются скалярными переменными и не выделяются полужирным шрифтом.

Пример 7.3. Для объекта с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{s^2 + 6s + 12}{s^3 + 18s^2 + 36s + 48}$$

в MATLAB определить модель в пространстве состояний и наоборот, по найденной модели в пространстве состояний определить передаточную функцию.

Решение. Итак, основными элементами модели в пространстве состояний являются вектор $\boldsymbol{x}$ и матрицы (A, B, C, D). Их можно легко получить из передаточной функции и, наоборот, из передаточной функции найти матрицы (A, B, C, D), используя соответствующие функции `ss` и `tf`.

Приступим к решению дифференциального уравнения (7.7). В качестве примера начнем с достаточно простого дифференциального уравнения со скалярными коэффициентами

$$\dot{x}(t) = ax(t) + bu(t)\,,$$

а затем перейдем к дифференциальному уравнению (7.7).

Дифференциальное уравнение со скалярными коэффициентам преобразуем по Лапласу

$$sX(s) - x(0) = aX(s) + bU(s).$$

```
>> W=tf([1,6,12],[1,18,36,48]);
>> W1=ss(W)
W1 =
  a =
       x1    x2    x3
   x1   -18  -4.5    -3
   x2     8     0     0
   x3     0     2     0
  b =
      u1
   x1   2
   x2   0
   x3   0
  c =
        x1     x2     x3
   y1    0.5  0.375  0.375
  d =
      u1
   y1   0
Continuous-time state-space model.

>> A=[-18,-4.5,-3; 8,0,0;0,2,0];
>> B=[2;0;0];
>> C=[0.5,0.375,0.375];
>> D=0;
>> W=ss(A,B,C,D);
>> W1=tf(W)
W1 =
      s^2 + 6 s + 12
  -----------------------
  s^3 + 18 s^2 + 36 s + 48
Continuous-time transfer function.
```

Перенесем $x(0)$ в правую, а $aX(s)$ в левую части дифференциального уравнения

$$sX(s) - aX(s) = x(0) + bU(s),$$

и разрешим его относительно $X(s)$

$$X(s) = \frac{1}{s-a}x(0) + \frac{b}{s-a}U(s)\,.$$

Применяя к последнему уравнению обратное преобразование Лапласа и используя выражение свертки, получим решение дифференциального уравнения со скалярными коэффициентами

$$\boldsymbol{x}(t) = \exp(at)\, \boldsymbol{x}(0) + \int_0^t \exp[a(t-\tau)] b u(\tau) d\tau\,,$$

Теперь преобразуем по Лапласу дифференциальное уравнение (7.7)

$s\boldsymbol{X}(s) - \boldsymbol{x}(0) = A\boldsymbol{X}(s) + B\boldsymbol{U}(s)$.

Перенесем $x(0)$ в правую, а $A\boldsymbol{X}(s)$ в левую части уравнения

$s\boldsymbol{X}(s) - A\boldsymbol{X}(s) = \boldsymbol{x}(0) + B\boldsymbol{U}(s)$,

вынесем за скобки $\boldsymbol{X}(s)$

$\boldsymbol{X}(s)(sI - A) = \boldsymbol{x}(0) + B\boldsymbol{U}(s)$,

разрешим последнее уравнение относительно $\boldsymbol{X}(s)$

$$\boldsymbol{X}(s) = (sI - A)^{-1}\boldsymbol{x}(0) + (sI - A)^{-1}B\boldsymbol{U}(s)$$

и применим к нему обратное преобразование Лапласа

$$\boldsymbol{x}(t) = \mathcal{L}^{-1}[(sI - A)^{-1}]\boldsymbol{x}(0) + \mathcal{L}^{-1}[(sI - A)^{-1} \cdot B\boldsymbol{U}(s)]\,.$$

Отметим, что соотношение $(sI - A)^{-1}$ представляет собой ряд

$$(sI - A)^{-1} = \frac{I}{s} + \frac{A}{s^2} + \frac{A^2}{s^3} + \frac{A^3}{s^4} + \dots\,,$$

каждый член которого подвергнем обратному преобразованию Лапласа

$$\mathcal{L}^{-1}[(sI - A)^{-1}] = I + At + A^2t^2 / 2! \;\; + A^3t^3 / 3! \;\; \dots = \exp(At)\,.$$

Подставляя $\exp(At)$ в уравнение для $\boldsymbol{x}(t)$ и используя выражение свертки, получим решение уравнения состояния (7.7)

$$\boldsymbol{x}(t) = \exp(At)\, \boldsymbol{x}(0) + \int_0^t \exp[A(t-\tau)] B u(\tau) d\tau\,, \tag{7.9}$$

Матричная экспоненциальная функция в (7.9) – это переходная матрица состояния $\varphi(t)$, т. е. $\varphi(t) = \exp(At)$. Для вычисления переходной матрицы состояния при заданном шаге дискретности применяется функция expm.

Пример 7.4. Пусть уравнения состояния имеют две переменные состояния один вход и выход, а также матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1{,}5 \end{bmatrix}, D = [0]\,.$$

Решение. При начальных условиях $x_1(0) = x_2(0) = 1$, значении входного сигнала $u(t) = 0$ и шаге 0.2 с вычислим переходную матрицу состояния системы (7.7), (7.8) в момент времени t = 1 с, используя функцию expm, и функцию lsim.

```
>> A=[0 -1;2 -3];
>> dt=0.2;
>> P=expm(A*dt)
P =
   0.9671   -0.1484
   0.2968    0.5219
```

```
>> A=[0 -1;2 -3];B=[1;0];
>> C=[0 1.5]; D=[0];
>> W=ss(A,B,C,D);
>> x0=[1 1];
>> t=[0:0.01:1];
>> u=0*t;
>> [y,T,x]=lsim(W,u,t,x0);
>> plot(T,y)
>> xlabel('t');ylabel('y');
```

и выведем график временной характеристики $y(t)$ (рис. 7.2) при произвольных входных сигналах.

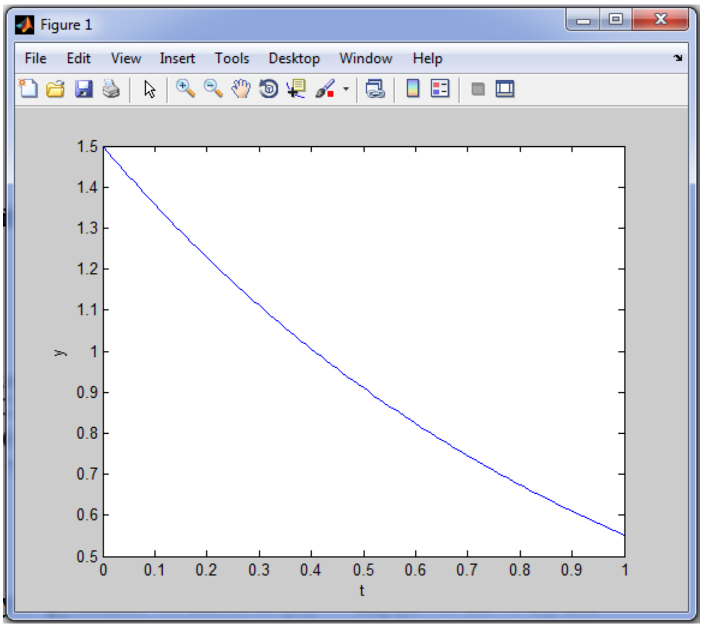

Рис. 7.2. Временная характеристика

Используя передаточную функцию объекта $W(s) = 12/(s^2 + 5s + 6)$, его можно представить в пространстве состояний с помощью функции tf2ss и построить переходную (рис. 7.3) и импульсную переходную функции (рис. 7.4), предварительно определив значения элементов матриц дифференциальных уравнений в пространстве состояний

```
>> num = [12];
>> den = [1 5 6];
>> [A,B,C,D]=tf2ss(num,den)
A =
   -5    -6
    1     0
B =
    1
    0
C =
    0    12
```

```
D =
    0
>> step(A,B,C,D)
>> figure
>> impulse(A,B,C,D)
```

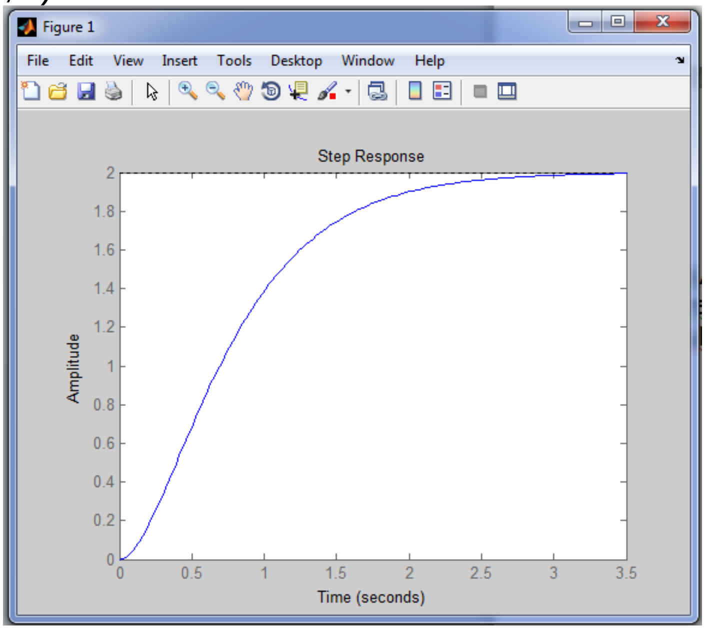

Рис. 7.3. Переходная характеристика

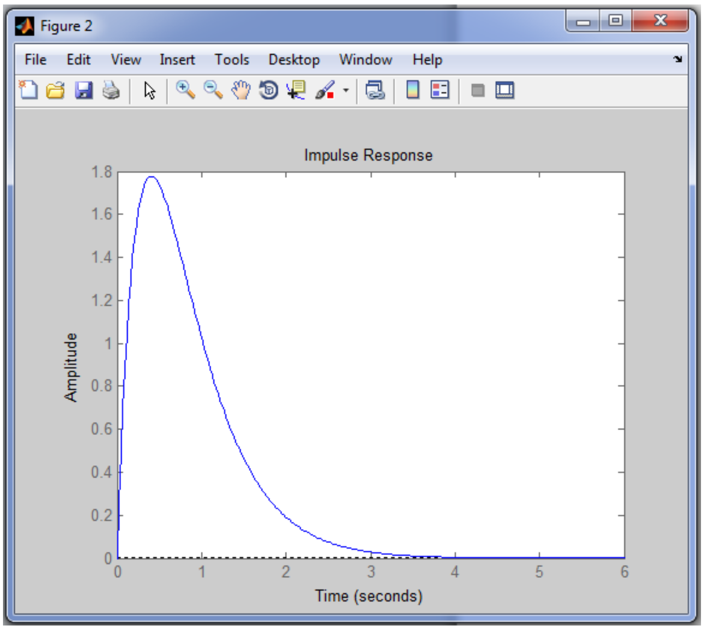

Рис. 7.4. Импульсная переходная характеристика

Переходную $h(t)$ и импульсную $w(t)$ функции для объекта с одним входом и выходом в пространстве состояний, описываемого дифференциальными уравнениями в пространстве состояний, можно получить и в SIMULINK, используя соответствующие модели на рис. 7.5 и 7.6.

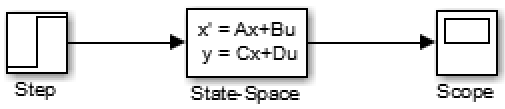

Рис. 7.5. Модель для построения переходной характеристики

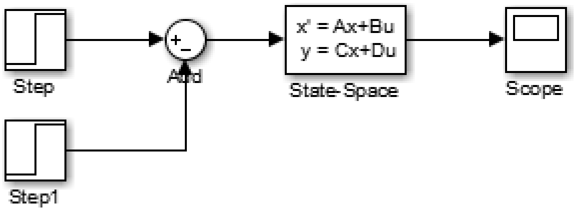

Рис. 7.6. Модель для построения импульсной переходной характеристики

7.3. Связь передаточной функции с уравнениями состояния

Получим передаточную функцию из уравнений состояния

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u}. \tag{7.10}$$

$$\boldsymbol{y} = C\boldsymbol{x}. \tag{7.11}$$

Преобразуем их по Лапласу

$$s\boldsymbol{X}(s) = A\boldsymbol{X}(s) + BU(s), \tag{7.12}$$

$$Y(s) = C\boldsymbol{X}(s). \tag{7.13}$$

Перенесем в левую часть (7.12) первый член правой части уравнения и вынесем за скобку $\boldsymbol{X}(s)$

$$(sI - A)\boldsymbol{X}(s) = BU(s).$$

Разделим левую и правую части последнего уравнения на $(sI - A)$ и получим

$$\boldsymbol{X}(s) = (sI - A)^{-1}BU(s). \tag{7.14}$$

Подставляя $\boldsymbol{X}(s)$ в (7.13), находим

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}BU(s).$$

Ввиду того, что передаточная функция $W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$, то имеем

$$W(s) = C(sI - A)^{-1}B.$$

Пример 7.5. Дана модель системы в пространстве состояний

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} u;$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

Найти ее передаточную функцию.

Решение. Вначале определим исходную матрицу $sI - A$, т. е.

$$sI - A = s\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 2 & s+4 \end{bmatrix},$$

а затем – обратную матрицу $(sI - A)^{-1}$, руководствуясь изложенным ниже алгоритмом.

1. Вместо каждого из элементов ставится его алгебраическое дополнение. Алгебраическое дополнение – это определитель матрицы, полученной при вычеркивании столбца и строки, на пересечении которых стоит этот элемент. Кроме того, определитель необходимо умножить на $(-1)^{i+j}$, i, j – номер строки и столбца, соответственно.

2. Полученную матрицу необходимо транспонировать.

3. Каждый элемент полученной таким образом матрицы поделить на определитель исходной матрицы.

После выполнения первого пункта алгоритма получим алгебраическое дополнение

$$\begin{bmatrix} s+4 & -2 \\ 1 & s \end{bmatrix}.$$

После выполнения второго пункта получим транспонированное алгебраическое дополнение

$$\begin{bmatrix} s+4 & 1 \\ -2 & s \end{bmatrix}.$$

Находим определитель исходной матрицы $sI - A$

$$\Delta(s) = \begin{vmatrix} s & -1 \\ 2 & s+4 \end{vmatrix} = s(s+4) + 2 = s^2 + 4s + 2.$$

Тогда обратная исходной матрице будет равна

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} s+4 & 1 \\ -2 & s \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta(s)}.$$

В итоге получим

$$W(s) = C[sI - A]^{-1} B = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} s+4 & 1 \\ -2 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta(s)} = \frac{s+2}{s^2+4s+2}.$$

Аналогичный результат получаем с помощью программы в MATLAB

```
>> A=[0,1;-2,-4];
>> B=[1;-2];
>> C=[1,0];
>> D=[0];
>> W0=ss(A,B,C,D);
>> W=tf(W0)
W =
     s + 2
  -------------
  s^2 + 4 s + 2
```

Continuous-time transfer function.

7.4. Определение управляемости и наблюдаемости

Рассмотрим условие управляемости для общего случая линейных объектов

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u}. \tag{7.15}$$

$$\boldsymbol{y} = C\boldsymbol{x}. \tag{7.16}$$

$\boldsymbol{x} \in R^n, \boldsymbol{u} \in R^m.$

Определение 7.1. Если для произвольных заданных состояний $x^0 = x(t_0)$, $x^1 = x(t_1)$ существует управление $u(t)$, переводящее систему (7.15) за конечное время $t_1 - t_0$ из состояния x^0 в состояние x^1, то система (7.15) или пара A, B называется вполне управляемой (по Калману).

Необходимое и достаточное условие полной управляемости проверяется с помощью критерия управляемости. Система (7.15) будет управляема тогда и только тогда, когда матрица управляемости имеет ранг n

$$\mathrm{rank}[B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] = n\,. \tag{7.17}$$

Если условие (7.17) не выполняется, т. е.

$$n - \mathrm{rank}[B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] = q > 0\,, \tag{7.18}$$

то система не вполне управляема (по Калману), при этом q называется степенью неуправляемости.

Пример 7.6. С помощью MATLAB проверить управляемость системы, заданной моделью в пространстве состояний.

$$\dot{x} = \overset{A}{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 3 \end{bmatrix}} x + \overset{B}{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}} u\,, \tag{7.19}$$

$$y = \overset{C}{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}} x\,. \tag{7.20}$$

Решение. Для этого необходимо вычислить ранг матрицы

$$[B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B]\,, \tag{7.21}$$

используя функции вычисления матрицы управляемости Tc=[B,A*B,A^2*B,A^3*B] или Tc=ctrb(A,B) и ее ранга rank(Tc). Вычисление ранга матрицы (5.21) и степени неуправляемости осуществляется в MATLAB.

```
>> A =[1,1,2,3;1,1,-1,2;1,2,3,1;1,1,5,3];
>> B =[1;0;0;0];
>> n = 4;
>> Tc1=[B,A*B,A^2*B,A^3*B];
>> Tc2=ctrb(A,B);
>> q1= n-rank(Tc1)
q1 =
    0
>> q2= n-rank(Tc2)
q2 =
    0
```

Поскольку степень неуправляемости $q = 0$, то ранг матрицы T_c равен $n = 4$ и система (7.19) является вполне управляемой.

Понятие наблюдаемости дает возможность оценить переменные состояния системы (7.15), (7.16) по результатам измерения входных $u(t)$ и выходных $y(t)$ переменных.

Определение 5.2. Система или состояние $x(t)$ называется наблюдаемым, если в произвольный момент времени $t_1 > 0$ исходное состояние $x(0)$ может быть определено из предистории входа $u(t)$ и выхода $y(t)$ на интервале времени $[0, t_1]$.

Выполнение условия наблюдаемости проверяется с помощью критерия наблюдаемости. Система (7.15), (7.16) наблюдаема тогда и только тогда, когда матрица наблюдаемости

$$T_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

имеет полный ранг, т. е.

$$rank[T_o] = n.$$

Следует отметить, что задача синтеза будет иметь решение, если система наблюдаема.

Пример 5.7. Определить наблюдаемость системы (7.15), (7.16).

Решение. Определим наблюдаемость системы (7.15), (7.16) с помощью MATLAB, используя функцию obsv(A,C) для вычисления матрицы To.

```
>> A =[1,1,2,3;1,1,-1,2;1,2,3,1;1,1,5,3];
>> C =[1,0,0,0];
>> To1 = [C;C*A;C*A^2;C*A^3];
>> To2 = obsv(A,C);
>> p1 = rank(To1)
p1 =
    4
>> p2 = rank(To2)
p2 =
    4
```

Рассчитанные индексы наблюдаемости p1 и p2 равны рангу 4 матриц To1 и To2, поэтому систему (7.15), (7.16) следует считать наблюдаемой.

7.5. Задания

Для дифференциальных уравнений в пространстве состояний выполнить следующие задания:

1. Определить передаточную функцию объекта $W(s) = Y(s)/U(s)$ с помощью методики, рассмотренной в примере 7.5.
2. Найти передаточную функцию объекта с помощью программы MATLAB (см. примеры 7.3 и 7.5).

3. Выполнить обратные преобразования, то есть по найденной в пункте 2 передаточной функции, определить модель в пространстве состояний (см. пример 7.3).

4. Используя передаточную функцию объекта, постройте переходную и импульсную переходную характеристики, предварительно получив модель объекта в пространстве состояний (с помощью функции tf2ss – см. пример 5.4).

5. Постройте переходную и импульсную переходную характеристики в пакете Simulink, используя для представления объекта блок State-Space.

6. Проверить управляемость системы, заданной моделью в пространстве состояний.

7. Определить наблюдаемость системы, заданной моделью в пространстве состояний.

Исходные данные:

1. $\dot{x}_1 = x_1 + x_2$,
$\dot{x}_2 = -x_1 + 2x_2 + x_3$,
$\dot{x}_3 = -4x_1 - 3x_3 + 2u$,
$y = x_1$.

2. $\dot{x}_1 = x_2$,
$\dot{x}_2 = x_3$,
$\dot{x}_3 = -5x_1 - x_2 - x_3 + 2u$,
$y = 3x_1 + 2x_2 + x_3$.

3. $\dot{x}_1 = x_2$,
$\dot{x}_2 = x_3$,
$\dot{x}_3 = -2x_1 - 5x_2 - x_3 + 10u$,
$y = x_1$.

4. $\dot{x}_1 = x_1 + x_2$,
$\dot{x}_2 = -5x_1 + x_3$,
$\dot{x}_3 = -3x_1 - 2x_2 - x_3 + 4u$,
$y = x_1 + x_2$.

5. $\dot{x}_1 = -x_1 + x_2$,
$\dot{x}_2 = 2x_1 - x_3$,
$\dot{x}_3 = -4x_1 - x_2 + x_3 + 5u$,
$y = x_1 - 4x_2 + x_3$.

6. $\dot{x}_1 = x_2$,
$\dot{x}_2 = x_3$,
$\dot{x}_3 = -x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 6u$,
$y = x_1$.

7. $\dot{x}_1 = -x_1 + x_2$,
$\dot{x}_2 = 2x_1 + x_3$,
$\dot{x}_3 = -5x_1 + x_2 - x_3 + 10u$,
$y = x_1$.

8. $\dot{x}_1 = x_2$,
$\dot{x}_2 = x_1 + x_3 + 2u$,
$\dot{x}_3 = -3x_1 + 5x_2 - 7x_3 - u$,
$y = x_1$.

9. $\dot{x}_1 = x_2$,
$\dot{x}_2 = x_3$,
$\dot{x}_3 = -4x_1 - x_2 - x_3 + 6u$,
$y = x_1 + 2x_2 - x_3$.

10. $\dot{x}_1 = 2x_2$,
$\dot{x}_2 = 5x_3$,
$\dot{x}_3 = -4x_1 - 2x_2 - x_3 - 5u$,
$y = 0.1x_1$.