ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 6

КАЧЕСТВО СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Содержание практического занятия:

6.1. Корневые показатели качества в переходном режиме

Показатели качества в переходном режиме делятся на *прямые* и *косвенные*. Последние делятся на *корневые*, *частотные* и *интегральные*.

Прямыми показателями качества называются показатели, которые получаются непосредственно по переходной характеристике. Из прямых показателей качества наиболее часто используют время регулирования и перерегулирование.

Временем регулирования t_p называют минимальное время, по истечении которого отклонение выходной величины от установившегося значения $h(\infty)$ не превышает некоторой заданной величины Δ (обычно принимают $\Delta = (0{,}05 \div 0{,}1)h(\infty)$), *перерегулированием* σ — максимальное отклонение переходной функции от установившегося значения $h(\infty)$, выраженное в процентах по отношению к $h(\infty)$:

$$\sigma = \frac{h_m - h(\infty)}{h(\infty)} \cdot 100\%$$

где h_m — максимальное значение переходной функции.

Корневые показатели качества. В качестве корневых показателей используют степень устойчивости и колебательность (степень колебательности). *Степенью устойчивости* η *системы управления* (или характеристического полинома) называют расстояние от мнимой оси до ближайшего корня ее характеристического уравнения на комплексной плоскости, или

$$\eta = \min_{\nu} |\operatorname{Re}\lambda_\nu| = \min_{\nu}(-\operatorname{Re}\lambda_\nu) = -\max_{\nu}\operatorname{Re}\lambda_\nu;$$

степень колебательности системы (или ее характеристического полинома) можно определить следующим образом:

$$\mu = \max_{\nu} \left| \frac{\operatorname{Im} \lambda_\nu}{\operatorname{Re} \lambda_\nu} \right| \mu.$$

Здесь λ_ν — корни характеристического уравнения.

При исследовании степени устойчивости удобно воспользоваться следующим преобразованием. Полином

$$Q(\lambda) = a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \ldots + a_n,$$

преобразуем, сделав подстановку $\lambda = q - c$. Тогда получим:

$$Q_n(q) = Q(\lambda)|_{\lambda = q - c} = a_{0n} q^n + a_{1n} q^{n-1} + \ldots + a_{nn},$$

где

$$a_{kn} = \frac{1}{(n-k)!} \left. \frac{\partial^{n-k} Q(\lambda)}{\partial \lambda^{n-k}} \right|_{\lambda = -c}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots, n. \qquad (4.1)$$

Преобразование $\lambda = q - c$ соответствует сдвигу мнимой оси влево и преобразованный полином $Q_n(q)$ будет устойчивым полиномом, если $c < \eta$ (η — степень устойчивости исходного полинома), и неустойчивым полином, если $c > \eta$. Поэтому исследование степени устойчивости полинома $Q(\lambda)$сводится к исследованию устойчивости преобразованного полинома $Q_n(q)$.

Пример 6.1. Задан характеристический полином

$$Q(\lambda) = \lambda^4 + 2\lambda^3 + 5\lambda^2 + 3\lambda + 1.$$

Исследовать, превышает ли степень устойчивости заданного полинома единицу.

Решение. Убедимся сначала, что рассматриваемый полином является устойчивым полиномом, для чего вычислим определитель Гурвица 3-го порядка, составленный из его коэффициентов.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 2(15 - 2) - 9 = 17 > 0.$$

Полином $Q(\lambda)$ является устойчивым. Сделаем подстановку $\lambda = q - 1$ и вычислим коэффициенты преобразованного полинома. В данном случае $n = 4$ и $c = 1$. Поэтому из (4.1) имеем:

$$a_{n4} = Q\ (\lambda)|_{\lambda=-1} = \lambda^4 + 2\lambda^3 + 5\lambda^2 + 3\lambda + 1|_{\lambda=-1} = 2,$$

$$a_{n3} = \left. \frac{\partial Q(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda=-1} = 4\lambda^3 + 6\lambda^2 + 10\lambda + 3|_{\lambda=-1} = -5.$$

Без дальнейших вычислений ясно, что необходимое условие устойчивости преобразованного полинома не выполняется, и он является неустойчивым полиномом. Следовательно, степень устойчивости $\eta < 1$.

Пример 6.2. Определить, превышает ли единицу степень устойчивости характеристического полинома

$$Q(\lambda) = \lambda^3 + 3\lambda^2 + 4\lambda + 2.$$

Решение. Сначала проверим устойчивость заданного полинома. Для этого достаточно проверить знак определителя Гурвица 2-го порядка:

$$\Delta_2 = 3 \cdot 4 - 1 \cdot 2 > 0.$$

Полином $Q(\lambda)$ устойчив. Произведем подставку $\lambda = q - 1$ и найдем коэффициенты преобразованного полинома. В данном случае $n = 3$ и $c = 1$. Поэтому из (4.1) имеем

$$a_{n3} = Q(\lambda)\big|_{\lambda=-1} = \lambda^3 + 3\lambda^2 + 4\lambda + 2\big|_{\lambda=-1} = 0,$$

$$a_{n2} = \left.\frac{\partial Q(\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=-1} = 3\lambda^2 + 6\lambda + 4\big|_{\lambda=-1} = 1,$$

$$a_{n1} = \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 Q(\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=-1} = \frac{1}{2}(6\lambda + 6)\big|_{\lambda=-1} = 0,$$

$$a_{n0} = \frac{1}{3!}\left.\frac{\partial^3 Q(\lambda)}{\partial \lambda^3}\right|_{\lambda=-1} = \frac{1}{6} \cdot 6 = 1.$$

Преобразованное характеристическое уравнение имеет вид

$$Q_n(q) = q^3 + q = 0.$$

Все корни этого уравнения ($q_1 = 0$, $q_{2,3} = \pm j$) располагаются на мнимой оси. Следовательно, степень устойчивости рассматриваемой системы $\eta = 1$.

Задание 6.1. Исследовать, обладают ли системы управления с характеристическими уравнениями, приведенными ниже, степенью устойчивости $\eta \geq 1$.

а) $\lambda^3 + 3{,}1\lambda^2 + 2{,}3\lambda + 0{,}2 = 0$; б) $\lambda^3 + 5\lambda^2 + 8\lambda + 4 = 0$;
в) $\lambda^3 + 8\lambda^2 + 17\lambda + 10 = 0$; г) $\lambda^3 + 4{,}5\lambda^2 + 6{,}5\lambda + 3 = 0$;
д) $\lambda^3 + 3{,}2\lambda^2 + 2{,}6\lambda + 0{,}4 = 0$; е) $\lambda^3 + 3{,}5\lambda^2 + 3{,}5\lambda + 1 = 0$;
ж) $\lambda^3 + 6\lambda^2 + 11\lambda + 6 = 0$; з) $\lambda^3 + 7{,}5\lambda^2 + 17\lambda + 12 = 0$;
и) $\lambda^3 + 5{,}1\lambda^2 + 6{,}5\lambda + 0{,}6 = 0$; к) $\lambda^3 + 5{,}2\lambda^2 + 7\lambda + 1{,}2 = 0$.

Задание 6.2. Исследовать, обладают ли системы управления с характеристическими уравнениями, приведенными ниже, степенью устойчивости $\eta \geq 1$.

а) $\lambda^4 + 10\lambda^3 + 35\lambda^2 + 50\lambda + 24 = 0$;

б) $\lambda^4 + 9{,}5\lambda^3 + 30{,}5\lambda^2 + 37\lambda + 12 = 0$;
в) $\lambda^4 + 11\lambda^3 + 44\lambda^2 + 76\lambda + 48 = 0$;
г) $\lambda^4 + 9{,}2\lambda^3 + 27{,}8\lambda^2 + 29{,}2\lambda + 4{,}8 = 0$;
д) $\lambda^4 + 9\lambda^3 + 30\lambda^2 + 44\lambda + 24 = 0$;
е) $\lambda^4 + 7{,}1\lambda^3 + 16{,}7\lambda^2 + 13{,}6\lambda + 1{,}2 = 0$;
ж) $\lambda^4 + 5{,}1\lambda^3 + 8{,}5\lambda^2 + 4{,}8\lambda + 0{,}4 = 0$;
з) $\lambda^4 + 7\lambda^3 + 17\lambda^2 + 17\lambda + 6 = 0$;
и) $\lambda^4 + 5{,}5\lambda^3 + 9{,}5\lambda^2 + 6{,}5\lambda + 1{,}5 = 0$;
к) $\lambda^4 + 8\lambda^3 + 23\lambda^2 + 28\lambda + 12 = 0$.

6.2. Интегральные показатели качества в переходном режиме

Интегральные показатели качества. В качестве интегральных оценок наиболее часто используют *интегральную квадратическую ошибку (оценку)*

$$J_{20} = \int_0^\infty e_\text{п}^2(t)dt,$$

и *обобщенные интегральные квадратические оценки*

$$J_{2k} = \int_0^\infty \left[e_\text{п}^2(t) + \tau_1^2 \dot{e}_\text{п}^2(t) + \ldots + \tau_k^{2k} \overset{(k)}{e}_\text{п}{}^2(t) \right] dt, \quad k = 1{,}2, \ldots, m.$$

Здесь $e_\text{п}(t)$ — переходная составляющая ошибки: $e_\text{п}(t) = e(t) - e_\infty$, e_∞ — установившаяся ошибка; τ_i $(i = 1{,}2, \ldots, k)$ — весовые константы.

Вычисление интегральных квадратических оценок. Из равенства *Парсеваля*

$$\int_0^\infty x^2(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty |X(j\omega)|^2 \, d\omega,$$

где $X(s) = L\{x(t)\}$, имеем

$$J_{20} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty |E_\text{п}(j\omega)|^2 \, d\omega,$$

$$J_{2k} = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\infty}^\infty |E_\text{п}(j\omega)|^2 \, d\omega + \tau_1^2 \int_{-\infty}^\infty \left|\dot{E}_\text{п}(j\omega)\right|^2 d\omega + \ldots + \tau_k^{2k} \int_{-\infty}^\infty \left|\overset{(k)}{E}_\text{п}(j\omega)\right|^2 d\omega \right],$$

где

$$E_\text{п}(s) = L\{e_\text{п}(t)\}, \; \dot{E}_\text{п}(s) = L\{\dot{e}_\text{п}(t)\}, \ldots, \; \overset{(k)}{E}_\text{п}(s) = L\left\{\overset{(k)}{e}_\text{п}(t)\right\}.$$

Так как $\dot{E}_п(s) = L\{\dot{e}_п(t)\} = sE_п(0) - e_п(0)$, формулу для J_{21} можно записать в виде

$$J_{21} = \frac{1}{2\pi}\left[\int_{-\infty}^{\infty} |E_п(j\omega)|^2\,d\omega + \tau^2 \int_{-\infty}^{\infty} |j\omega E_п(j\omega) - e_п(0)|^2\,d\omega\right].$$

Определение интегральных квадратических показателей сводится к вычислению интеграла вида

$$I_п = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{b_0(j\omega)^{n-1} + b_1(j\omega)^{n-2} + \ldots + b_{n-1}}{a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_n}\right|^2 d\omega. \qquad (4.2)$$

Этот интеграл вычисляется с помощью теории вычетов и для $n = 1, 2, 3$ имеет следующий вид

$$n = 1: \quad I_1 = \frac{b_0^2}{2a_0a_1}, \qquad (4.3а)$$

$$n = 2: \quad I_2 = \frac{b_0^2a_2 + b_1^2a_0}{2a_0a_1a_2}, \qquad (4.3б)$$

$$n = 3: \quad I_3 = \frac{b_0^2a_2a_3 + (b_1^2 - 2b_0b_2)a_0a_3 + b_2^2a_0a_1}{2a_0a_3(a_1a_2 - a_0a_3)}. \qquad (4.3в)$$

Пример 6.3. Вычислить интегральные показатели J_{20} и J_{21} системы (рис. 6.1), когда передаточная функция $W(p) = \frac{3}{0{,}1p+1}$.

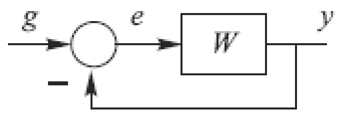

Рис. 6.1. Структурная схема САУ для примера 6.3

Решение. Вычислим $E_п(s)$ и $e_п(0)$, необходимые для нахождения указанных показателей. Но, прежде всего, найдем $E(s)$. Учитывая, что $g(t) = 1(t)$ и $G(s) = L\{g(t)\} = 1/s$, можно записать

$$E(s) = W_{eg}(s)G(s) = \frac{1}{1 + W(s)}\frac{1}{s} = \frac{0{,}1s + 1}{(0{,}1s + 4)s}.$$

Установившееся значение

$$e_\infty = \lim_{s\to 0} sE(s) = \frac{1}{4} = 0{,}25.$$

Так как $e_п(t) = e(t) - e_\infty$, то

$$E_п(s) = L\{e(t)\} - L\{e_\infty\} = E(s) - 0{,}25\frac{1}{s} = \frac{0{,}075}{0{,}1s + 4}.$$

На основании свойства преобразования Лапласа

$$e_{\text{п}}(0) = \lim_{s\to\infty} sE_{\text{п}}(s) = \lim_{s\to\infty} \frac{0{,}075s}{0{,}1s+4} = 0{,}75.$$

Интегральная квадратическая оценка имеет вид

$$J_{20} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{0{,}075}{0{,}1j\omega+4}\right|^2 d\omega.$$

В данном случае (4.2) $n = 1$, $b_0 = 0{,}075$, $a_0 = 0{,}1$, $a_1 = 4$. Поэтому согласно (4.3а) $J_{20} = \dfrac{b_0^2}{2a_0a_1} = 0{,}007$.

Теперь найдем J_{21}:

$$J_{21} = J_{20} + \tau^2\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |j\omega E_{\text{п}}(j\omega) - e_{\text{п}}(0)|^2\, d\omega.$$

Так как

$$sE_{\text{п}}(s) - e_{\text{п}}(0) = \frac{0{,}075s}{0{,}1s+4} - 0{,}75 = -\frac{3}{0{,}1s+4},$$

имеем

$$J_{21} = J_{20} + \tau^2\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{3}{0{,}1j\omega+4}\right|^2 d\omega = J_{20} + \tau^2 I_1 = 0{,}007 + 11{,}25\tau^2.$$

Задание 6.3. Определить интегральную квадратическую оценку $J_{20} = \int_0^\infty e_{\text{п}}^2(t)dt$ для системы управления, представленной на рис. 6.1 при условии, что передаточная функция разомкнутой системы $W = \frac{b}{(a_0p+a_1)p}$ и ее параметры принимают следующие значения:

а) $b = 5$, $a_0 = 2$, $a_1 = 0{,}5$; б) $b = 5$, $a_0 = 2$, $a_1 = 1$;
в) $b = 5$, $a_0 = 1$, $a_1 = 0{,}5$; г) $b = 2{,}5$, $a_0 = 2$, $a_1 = 0{,}5$;
д) $b = 2{,}5$, $a_0 = 2{,}5$, $a_1 = 0{,}5$; е) $b = 2{,}4$, $a_0 = 4$, $a_1 = 2$;
ж) $b = 6$, $a_0 = 0{,}5$, $a_1 = 2$; з) $b = 8$, $a_0 = 0{,}8$, $a_1 = 4$;
и) $b = 4$, $a_0 = 0{,}4$, $a_1 = 4$; к) $b = 9$, $a_0 = 0{,}6$, $a_1 = 3$.

Задание 6.4. Определить обобщенную интегральную квадратическую оценку $J_{21} = \int_0^\infty [e_{\text{п}}^2(t) + \dot{e}_{\text{п}}^2(t)]dt$ для системы управления, представленной на рис. 6.1, при условии, что передаточная функция разомкнутой системы $W = \frac{b}{(a_0p+a_1)p}$ и ее параметры принимают значения, приведенные в задании 6.3.

6.3. Показатели качества в установившемся режиме

Наиболее полной характеристикой качества системы в установившемся режиме является установившаяся ошибка. Если на систему действуют два внешних воздействия — задающее воздействие $g(t)$ и возмущение $f(t)$, — установившуюся ошибку можно представить в виде суммы:

$$e_{\text{в}}(t) = e_{\text{в}g}(t) + e_{\text{в}f}(t),$$

где $e_{\text{в}g}(t)$ и $e_{\text{в}f}(t)$ — установившиеся ошибки от задающего воздействия $g(t)$ и возмущения $f(t)$ соответственно.

Установившиеся ошибки $e_{\text{в}g}(t)$ и $e_{\text{в}f}(t)$ можно представить в виде ряда

$$e_{\text{в}g}(t) = C_{g0}g(t) + C_{g1}\frac{dg(t)}{dt} + C_{g2}\frac{d^2g(t)}{dt^2} + \ldots, \qquad (4.4а)$$

$$e_{\text{в}f}(t) = C_{f0}f(t) + C_{f1}\frac{df(t)}{dt} + C_{f2}\frac{d^2f(t)}{dt^2} + \ldots, \qquad (4.4б)$$

где

$$C_{g0} = W_{eg}(0), \quad C_{gi} = \frac{1}{i!}\frac{d^iW_{eg}(s)}{ds^i}\bigg|_{s=0}, \quad i = 1,\ 2,\ \ldots, \qquad (4.5а)$$

$$C_{f0} = W_{ef}(0), \quad C_{fi} = \frac{1}{i!}\frac{d^iW_{ef}(s)}{ds^i}\bigg|_{s=0}, \quad i = 1,\ 2,\ \ldots. \qquad (4.4б)$$

Здесь $W_{eg}(s)$ — передаточная функция относительно входа $g(t)$ и выхода $e(t)$, $W_{ef}(s)$ — передаточная функция относительно входа $f(t)$ и выхода $e(t)$. Предполагается, что возмущение не приложено в одной точке с задающим устройством. Коэффициенты C_{gk} $(k = 0, 1, 2, \ldots)$ называются *коэффициентами ошибки по задающему воздействию*, коэффициенты C_{fk} $(k = 0, 1, 2, \ldots)$ — *коэффициентами ошибки по возмущению*.Коэффициенты C_{g0} и C_{f0} называют *коэффициентами позиционной ошибки*, C_{g1} и C_{f1} — *коэффициентами скоростной ошибки*, C_{g2} и C_{f2} — *коэффициентами ошибки по ускорению*.

Статические и астатические системы. Установившаяся ошибка при постоянном внешнем воздействии называется *статической ошибкой*. Система называется *статической*, если статическая ошибка отлична от нуля, и *астатической*, если статическая ошибка равна нулю.

Система называется *статической относительно задающего воздействия* (*возмущения*), если статическая ошибка от задающего воздействия (возмущения) отлична от нуля, и *астатической относительно задающего воздействия* (*возмущения*), если статическая ошибка от задающего воздействия (возмущения) равна нулю.

Формулы (4.4) и (4.5) при постоянных g и f принимают вид

$$e_{\text{в}g}(t) = e_{g\infty} = C_{g0}g, \quad C_{g0} = W_{eg}(0),$$
$$e_{\text{в}f}(t) = e_{f\infty} = C_{f0}f, \quad C_{f0} = W_{ef}(0).$$

Отсюда следует, что система будет статической относительно воздействия g (возмущения f), если $C_{g0} \neq 0$ $(C_{f0} \neq 0)$, и астатической относительно задающего воздействия g (возмущения f), если $C_{g0} = 0$ $(C_{f0} = 0)$.

Говорят, что астатическая система обладает *астатизмом r-го порядка относительно задающего воздействия*, если

$$C_{g0} = C_{g1} = \ldots = C_{gr-1} = 0, \quad C_{gr} \neq 0.$$

Аналогично определяется астатическая система с астатизмом r-го порядка относительно возмущения.

Если система обладает астатизмом r-го порядка, то коэффициенты ошибок C_{gi} (C_{fi}) при $i = 1, 2, \ldots, r$ можно определить следующим образом:

$$C_{gi} = \left.\frac{W_{eg}(s)}{s^i}\right|_{s=0} \left(C_{fi} = \left.\frac{W_{ef}(s)}{s^i}\right|_{s=0}\right), \quad i = 1, 2, \ldots, r. \tag{4.6}$$

Иначе говоря, этими формулами можно пользоваться при вычислении до первого отличного от нуля коэффициента.

Пример 6.4.Определить установившуюся ошибку системы (рис. 6.2) при $W_\text{р} = 0{,}5$; $W_\text{о} = \frac{4}{p(p+1)}$; $g(t) = 1 + 0{,}1t$ и $f(t) = 0{,}2$.

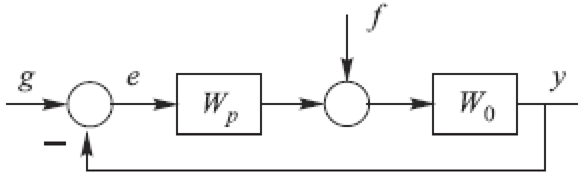

Рис. 6.2. Структурная схема САУ для примера 6.4

Решение. Так как все производные от $f(t)$ и производные выше 1-го порядка от $g(t)$ равны нулю, то в данном случае

$$e_{\text{в}g}(t) = C_{g0}g(t) + C_{g1}\frac{dg(t)}{dt}, \quad e_{\text{в}f}(t) = C_{f0}f(t).$$

Поэтому для определения искомой ошибки достаточно вычислить коэффициенты ошибок C_{g0}, C_{g1}, C_{f0}.

Передаточные функции ошибки имеют вид

$$W_{eg}(s) = \frac{1}{1 + W_1(s)W_2(s)} = \frac{s(s+1)}{s(s+1)+2},$$
$$W_{ef}(s) = \frac{-W_2(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)} = \frac{-4}{s(s+1)+2}.$$

Отсюда $C_{g0} = W_{eg}(0) = 0$, $C_{f0} = W_{eg}(0) = -2$. Так как $C_{g0} = 0$, то C_{g1} можно вычислить по формуле (4.6).

$$C_{g1} = \left.\frac{W_{eg}(s)}{s}\right|_{s=0} = \left.\frac{s+1}{s(s+1)+2}\right|_{s=0} = 0{,}5.$$

Таким образом, для ошибок имеем:

$$e_{\text{в}g} = 0{,}5 \cdot 0{,}1 = 0{,}05; \quad e_{\text{в}f} = -2 \cdot 0{,}2 = -0{,}4;$$
$$e_{\text{в}} = e_{\text{в}g} + e_{\text{в}f} = 0{,}05 - 0{,}4 = -0{,}35.$$

Структура астатической системы управления. *Для того чтобы система управления была астатической с астатизмом r-го порядка относительно задающего воздействия, нужно, чтобы она содержала r последовательно соединенных интегрирующих звеньев во всем замкнутом контуре.*

Для того чтобы система управления была астатической с астатизмом r-го порядка относительно возмущения, нужно, чтобы она содержала r последовательно соединенных интегрирующих звеньев, включенных между точкой съема ошибки e и точкой приложения возмущения f.

Задание 6.5. У системы управления (рис. 6.2) передаточная функция регулятора $W_{\text{р}} = k_{\text{П}} + k_{\text{Д}} p$, передаточная функция объекта $W_{\text{о}} = \frac{1}{a_0 p^2 + a_1 p}$. На нее действуют задающее воздействие $g = 2t$, возмущение $f = 0{,}2$. Определить установившуюся ошибку при следующих значениях параметров:

а) $k_{\text{п}} = 5$, $k_{\text{д}} = 0{,}1$, $a_0 = 2$, $a_1 = 0{,}5$;
б) $k_{\text{п}} = 5$, $k_{\text{д}} = 0{,}2$, $a_0 = 2$, $a_1 = 1$;
в) $k_{\text{п}} = 5$, $k_{\text{д}} = 0{,}3$, $a_0 = 1$, $a_1 = 0{,}5$;
г) $k_{\text{п}} = 2{,}5$, $k_{\text{д}} = 0{,}4$, $a_0 = 2$, $a_1 = 0{,}5$;
д) $k_{\text{п}} = 2{,}5$, $k_{\text{д}} = 0{,}5$, $a_0 = 2{,}5$, $a_1 = 0{,}5$;
е) $k_{\text{п}} = 2{,}4$, $k_{\text{д}} = 0{,}6$, $a_0 = 4$, $a_1 = 2$;
ж) $k_{\text{п}} = 6$, $k_{\text{д}} = 0{,}7$, $a_0 = 0{,}5$, $a_1 = 2$;
з) $k_{\text{п}} = 8$, $k_{\text{д}} = 0{,}8$, $a_0 = 0{,}8$, $a_1 = 4$;
и) $k_{\text{п}} = 4$, $k_{\text{д}} = 0{,}9$, $a_0 = 0{,}4$, $a_1 = 4$;
к) $k_{\text{п}} = 9$, $k_{\text{д}} = 1$, $a_0 = 0{,}6$, $a_1 = 3$.