

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

АНАЛИЗ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

**Методические указания к расчетно-графической работе
по теоретическим основам электротехники**

Составители: С.А.Курганов
Е. Р. Бодряков

Ульяновск
УлГТУ
2015

УДК 621.3: 621.372 (076)

ББК 31.21 я7

A45

Рецензент д-р техн. наук, профессор кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок» энергетического факультета УлГТУ В. Н. Дмитриев.

Одобрено секцией методических пособий
научно-методического совета университета

**Анализ установившихся режимов в линейных
A45 электрических цепях:** методические указания к расчетно-
графической работе по теоретическим основам электротехники
/сост. : С. А. Курганов, Е. Р. Бодряков. – Ульяновск : УлГТУ,
2015. – 48 с.

Методические указания предназначены для студентов направления подготовки бакалавров 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», изучающих теоретические основы электротехники (ТОЭ). В работе приведены индивидуальные задания и методические указания к расчетно-графической работе, которая включает задачи по следующим разделам дисциплины ТОЭ: цепи постоянного тока, цепи синусоидального тока, цепи с взаимной индуктивностью, цепи несинусоидального тока и электрические трехфазные цепи. Даны примеры решения этих задач методами построения систем уравнений, преобразования схем и схемно-алгебраическими методами.

Работа подготовлена на кафедре «Электроснабжение».

УДК 621.3:621.372 (076)

ББК 31.21 я7

©Курганов С. А., Бодряков Е. Р.,
составление, 2015

© Оформление. УлГТУ, 2015

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПРИ ПОСТОЯННОМ ВОЗДЕЙСТВИИ	5
1.1. Задание по расчету режима цепи при постоянном воздействии.....	5
1.2. Пример выполнения задания.....	8
2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПРИ СИНУСОИДАЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ	11
2.1. Задание по расчету режима цепи при синусоидальном воздействии.....	11
2.2. Пример выполнения задания.....	14
3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ВЗАИМОИНДУКТИВНОСТЯМИ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ	19
3.1. Задание по расчету режима электрической цепи с взаимоиנדуктивностью.....	19
3.2. Пример выполнения задания.....	22
4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ	27
4.1. Задание по расчету режима линейной цепи при несинусоидальном воздействии.....	27
4.2. Пример выполнения задания.....	30
5. ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ	38
5.1. Задание по расчету режима трехфазных электрических цепей.....	38
5.2. Пример выполнения задания.....	41
Приложение. Формулы метода схемных определителей.....	46
Список рекомендуемой литературы.....	48

ВВЕДЕНИЕ

В сборнике приведены индивидуальные задания к расчетно-графической работе (РГР) по теоретическим основам электротехники (ТОЭ) для студентов направления «Электроэнергетика и электротехника». РГР содержит пять задач по разделам: электрические цепи при постоянном и гармоническом воздействии, цепи с взаимоиנדуктивностями, несинусоидальные токи и трехфазные цепи. В сборнике даны краткие указания по выполнению этих задач и примеры их решения.

Каждая задача рассматривается на очередном практическом занятии, которое проводится по результатам прочитанных лекций. На этом же занятии студент получает индивидуальное задание по РГР в соответствии с групповым и индивидуальным вариантами. Групповой вариант (их всего четыре в каждом задании – по числу учебных групп) определяется преподавателем, индивидуальный вариант (их всего 24) выбирается в соответствии с порядковым номером студента в учебном журнале.

Каждая задача решается студентом самостоятельно вне аудитории. На очередном практическом (лабораторном) занятии решение должно быть представлено преподавателю. На этом же занятии студент должен подтвердить практические навыки путем аудиторного решения аналогичной задачи.

Для решения задачи требуется изучение теоретического материала в учебниках [1] и [2], в которых можно познакомиться и с примерами выполнения аналогичных задач. Схемно-алгебраические методы анализа цепей, не требующие построения систем уравнений, можно изучить в учебных пособиях [3–6]. Отчет по РГР должен содержать решение всех пяти задач и иметь единый титульный лист.

1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПРИ ПОСТОЯННОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Рассматриваются цепи, содержащие резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности, источники постоянного напряжения и тока. Установившийся режим таких цепей называется *статическим*. Расчет такого режима цепи выполняется по схеме замещения при постоянном воздействии, которая является резистивной – содержит источники и резисторы [1,2,5,6].

1.1. ЗАДАНИЕ ПО РАСЧЕТУ РЕЖИМА ЦЕПИ ПРИ ПОСТОЯННОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Дано:

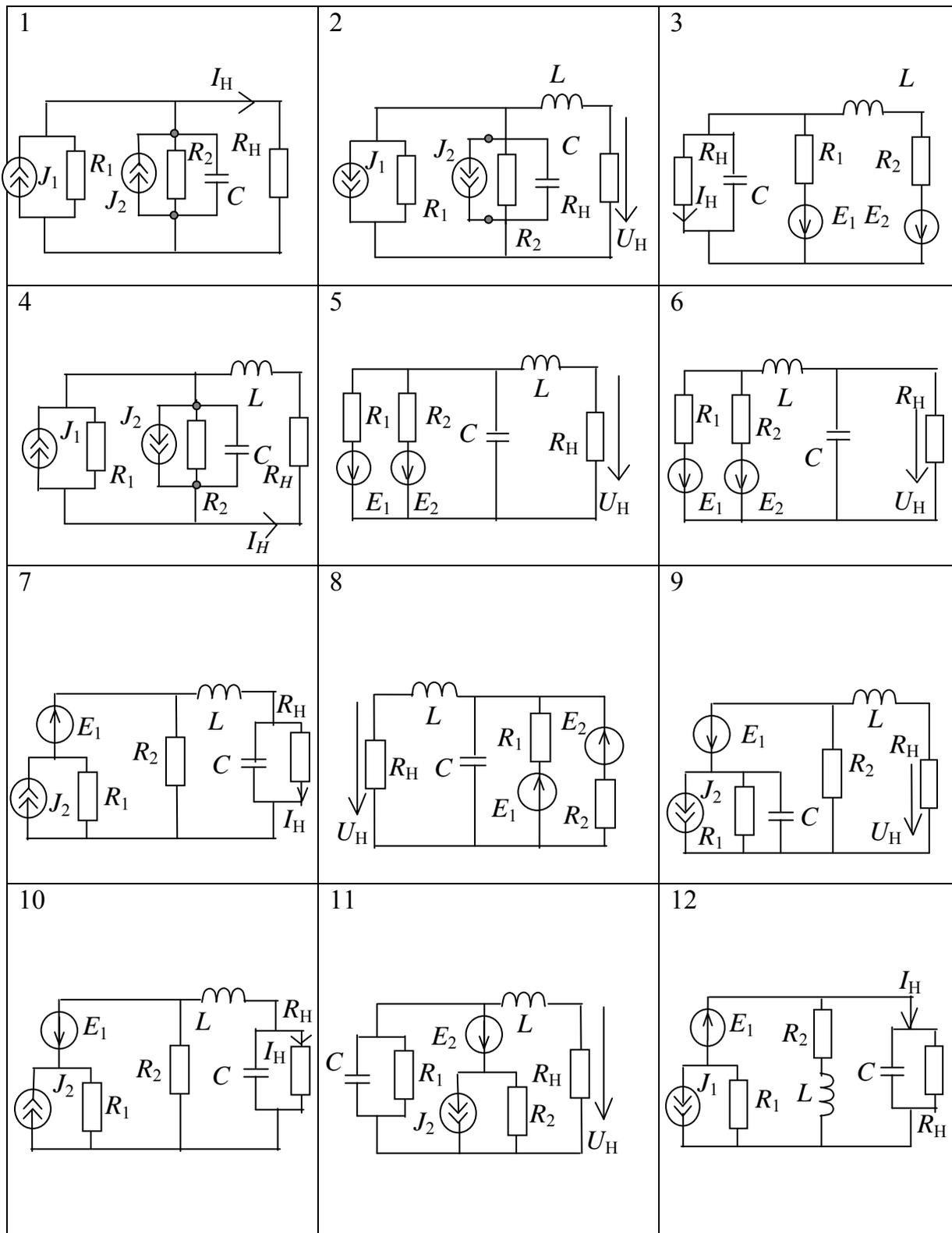
- 1) схема электрической цепи в соответствии с индивидуальным вариантом (табл. 1.1), содержащая только идеальные элементы;
- 2) параметры элементов в соответствии с групповым вариантом (табл. 1.2).

Требуется:

- 1) построить резистивную схему замещения по постоянному воздействию;
- 2) получить любым методом символьную формулу (последовательность формул) для выходной величины напряжения U_H или тока I_H , указанных на схеме, найти численное значение U_H или I_H при заданных значениях параметров элементов;
- 4) получить символьные выражения U_H или I_H при $R_H=0$ и $R_H \rightarrow \infty$, найти соответствующие численные значения;
- 5) записать функцию мощности P_H на нагрузке R_H , рассчитать численное значение P_H при заданных параметрах элементов;
- 7) построить график $P_H = f(R_H)$.

Таблица 1.1.

Схемы цепей при постоянном воздействии



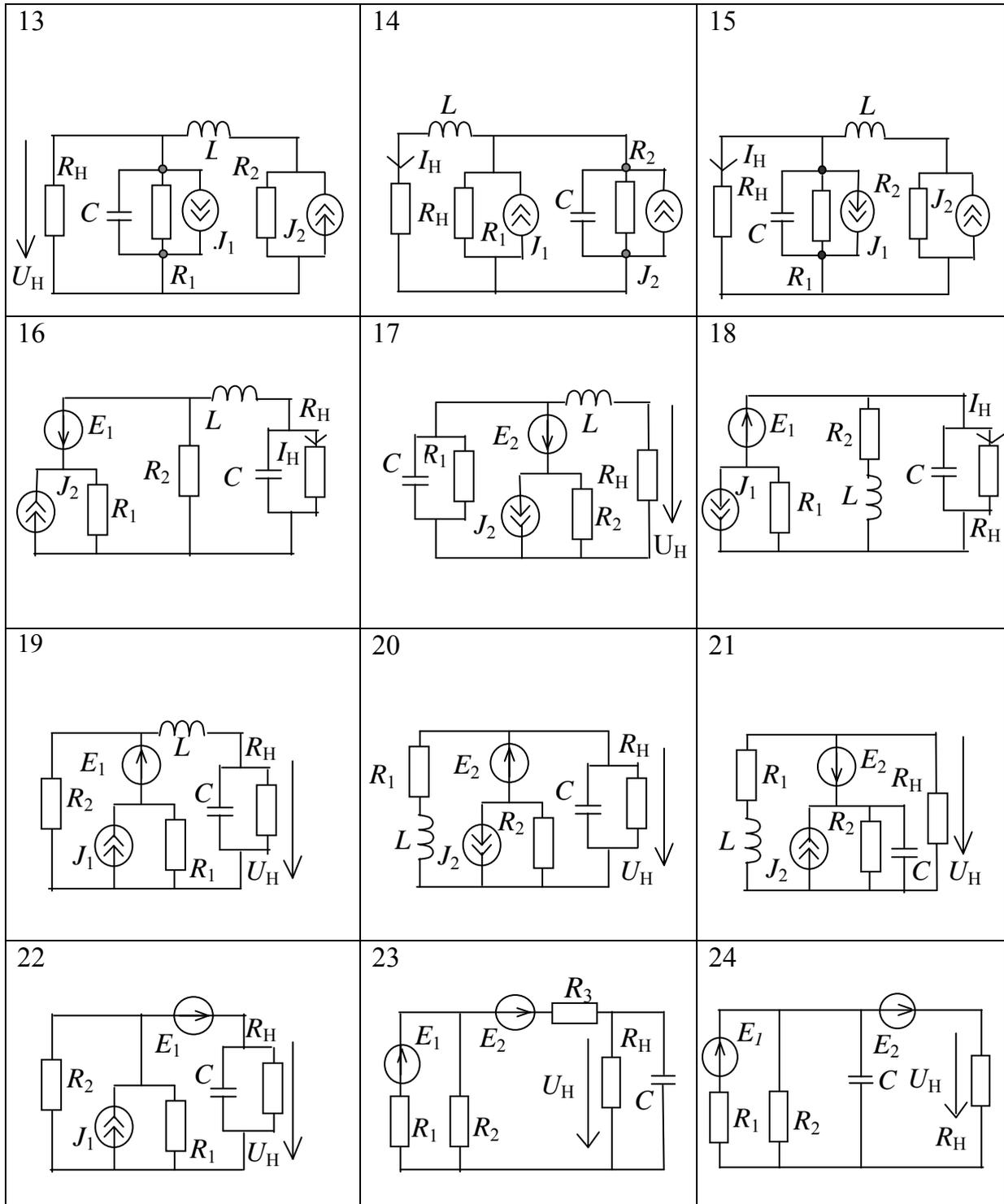


Таблица 1.2

Численные значения параметров элементов (групповые варианты)

Параметры	$R_1,$	$R_2=R_3,$	$R_H,$	$J_1,$	$J_2,$	$E_1,$	$E_2,$
Номер учебной группы	Ом	Ом	Ом	А	А	В	В
1	100	150	400	0,1	0,2	100	150
2	300	200	400	0,3	0,4	120	200
3	200	100	500	0,2	0,3	200	250
4	350	250	200	0,5	0,4	150	200

1.2. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Задана схема на рис. 1.1, параметры элементов: $R_1=100$ Ом; $R_2=150$ Ом; $R_H=400$ Ом; $E_1=100$ В и $E_2=150$ В. Требуется выполнить вышеприведенное задание.

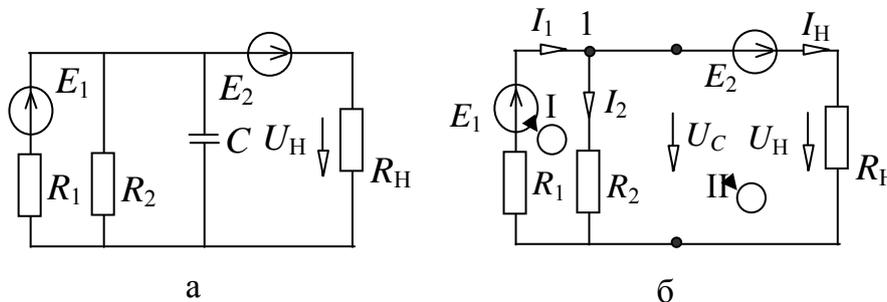


Рис. 1.1. Схема цепи для примера: исходная (а); резистивная (б)

Построение резистивной схемы замещения цепи. Резистивная схема (рис. 1.1,б) содержит резисторы и источники ЭДС. Конденсатор при постоянном воздействии заменяется разрывом.

Нахождение выходного напряжения. Построим уравнения по законам Кирхгофа [1]. Уравнение по первому закону для узла 1 имеет вид

$$I_1 - I_2 - I_H = 0. \quad (1.1)$$

Уравнения по второму закону Кирхгофа для контуров I и II (обход контуров по часовой стрелке на рис.1.1,б)

$$\begin{aligned} R_1 I_1 + R_2 I_2 &= E_1; \\ -R_2 I_2 + R_H I_H &= E_2. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Решаем систему уравнений (1.1)–(1.2) методом Крамера относительно искомого тока

$$I_H = \Delta_{I_H} / \Delta, \quad (1.3)$$

где Δ – главный определитель системы уравнений;

Δ_{I_H} – модифицированный определитель, в котором вместо столбца с номером искомого тока I_H находится столбец правой части системы уравнений. Главный определитель имеет вид

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & -R_2 & R_H \end{vmatrix} = R_2 R_H + R_1 (R_H + R_2). \quad (1.4)$$

Модифицированный определитель:

$$\Delta_{I_H} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ R_1 & R_2 & E_1 \\ 0 & -R_2 & E_2 \end{vmatrix} = R_2 E_1 + (R_1 + R_2) E_2. \quad (1.5)$$

Ток находится по формуле (1.3) с использованием (1.4) и (1.5):

$$I_H = \frac{R_2 E_1 + E_2 (R_1 + R_2)}{R_2 R_H + R_1 (R_H + R_2)}.$$

Искомое напряжение определяется по закону Ома

$$\begin{aligned} U_H &= R_H I_H = R_H \cdot \frac{R_2 E_1 + E_2 (R_1 + R_2)}{R_2 R_H + R_1 (R_H + R_2)} = \\ &= 400 \cdot \frac{150 \cdot 100 + 150 \cdot (100 + 150)}{150 \cdot 400 + 100 \cdot (400 + 150)} = 182,6 \text{ В}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Нахождение напряжения на нагрузке при $R_H = 0$ и $R_H = \infty$.

При $R_H = 0$ напряжение $U_H = 0$ согласно формуле (1.6). Формула для $R_H = \infty$ получается также из (1.6), если R_H устремить к бесконечности:

$$U_H = E_2 + \frac{R_2 E_1}{R_1 + R_2} = 150 + \frac{100 \cdot 150}{100 + 150} = 210 \text{ В}.$$

Нахождение мощности. Символьное выражение мощности и численное значение при заданном сопротивлении R_H имеет вид:

$$P_H = \frac{U_H^2}{R_H} = \frac{182,6^2}{400} = 83,36 \text{ Вт.}$$

Построение графика зависимости $P_H = f(R_H)$. График может быть построен по точкам или с использованием компьютерных программ, например, *SciLab*[10]. Такой график приведен на рис. 1.2.

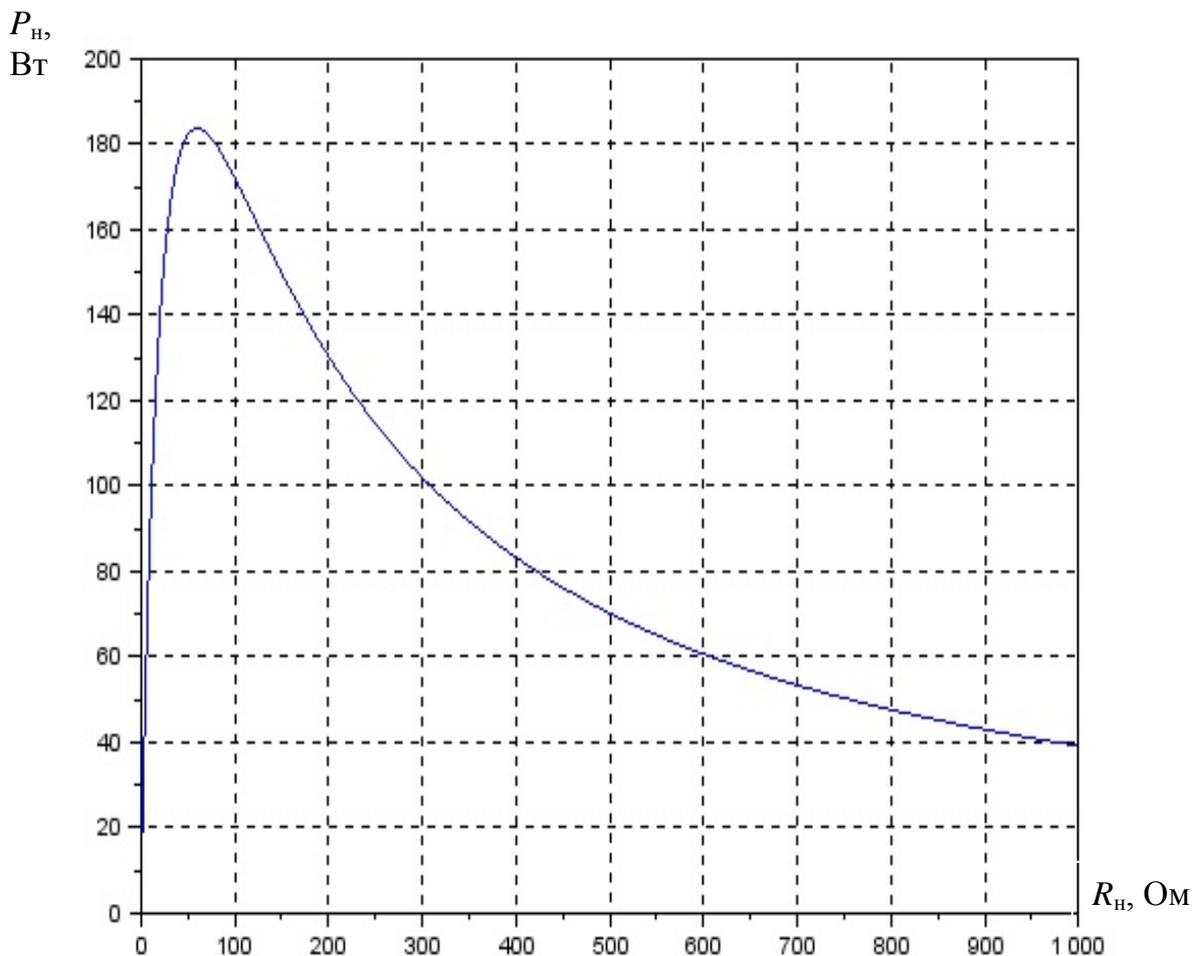


Рис. 1.2. График зависимости $P_H = f(R_H)$

Как видно из графика, кривая мощности имеет максимум с координатами $P_{H.\text{макс}} \approx 183,75$ Вт и $R_{H.\text{макс}} \approx 60$ Ом. При этом эквивалентное сопротивление цепи оказывается равным сопротивлению нагрузки. Такой режим цепи называется согласованным.

2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПРИ СИНУСОИДАЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

В разделе решается задача расчета установившегося режима линейных электрических цепей при гармоническом воздействии. Для этого используется комплексный метод. Его практическое освоение выполняется на примере анализа RC - или RL -цепи, содержащей независимые источники напряжения или тока [1,2,5].

2.1. ЗАДАНИЕ ПО РАСЧЕТУ РЕЖИМА ЦЕПИ ПРИ СИНУСОИДАЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

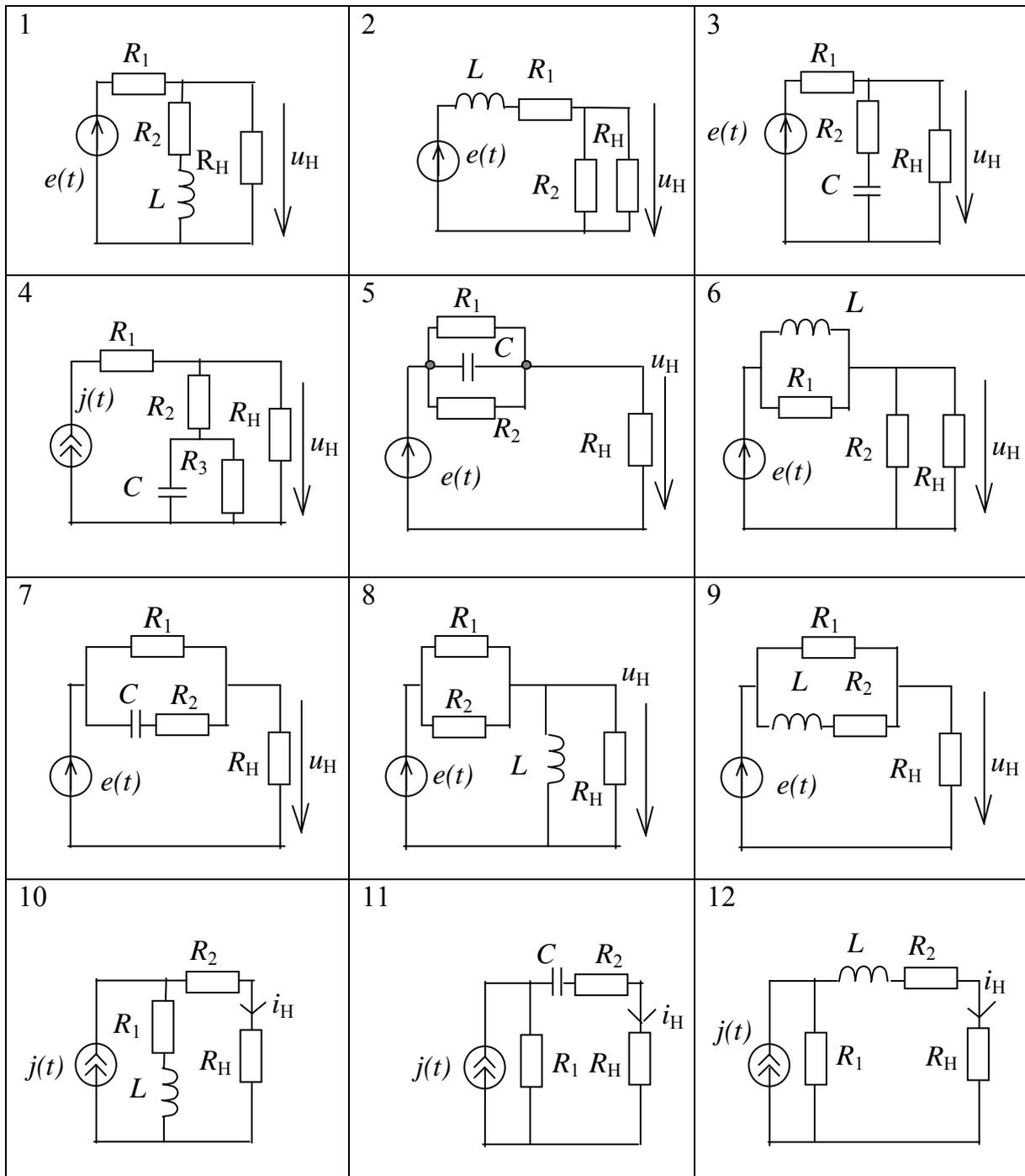
Дано:

- 1) схема электрической цепи в соответствии с индивидуальным вариантом (табл. 2.1);
- 2) численные значения параметров элементов в соответствии с групповым вариантом (табл. 2.2); базисная функция для источников энергии – синус.

Требуется:

- 1) построить комплексную схему замещения цепи;
- 2) найти любым известным методом комплексные действующие значения всех напряжений и токов заданной цепи;
- 3) записать действующее значение напряжения U_H или тока I_H (указано на схеме) и начальную фазу напряжения φ_{UH} или тока φ_{IH} ;
- 5) записать амплитудное значение напряжения U_{Hm} или тока I_{Hm} ;
- 6) записать функции для нахождения мгновенных значений входной ЭДС $e(t)$ или входного тока $j(t)$ и выходного напряжения $u_H(t)$ или тока $i_H(t)$;
- 7) проверить баланс мощности в цепи;
- 8) построить на одном поле графики входной и выходной функций.

Схемы цепей при синусоидальном воздействии



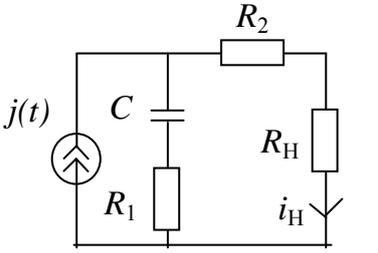
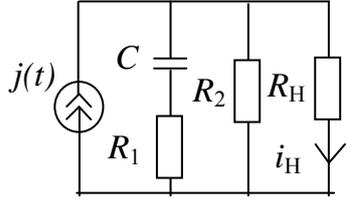
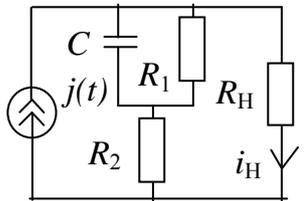
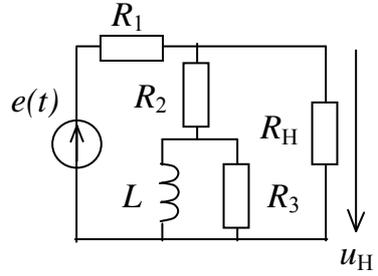
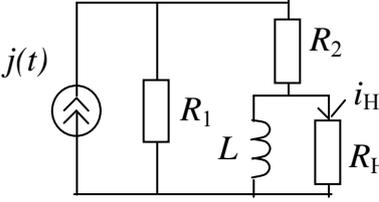
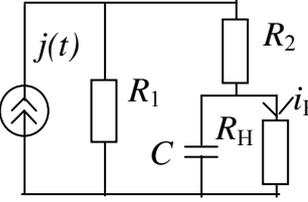
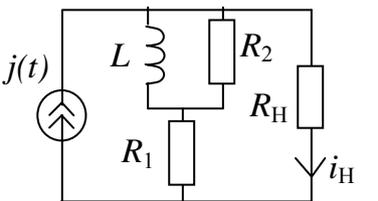
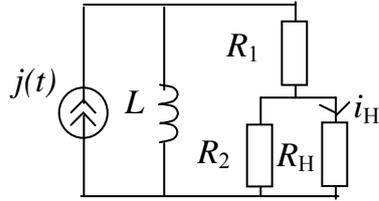
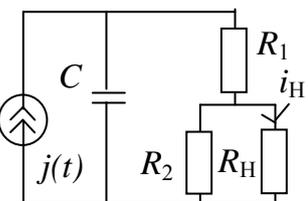
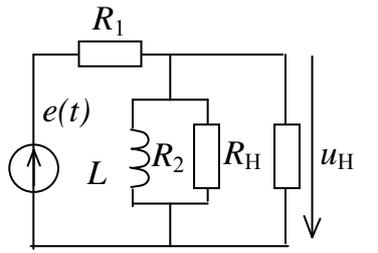
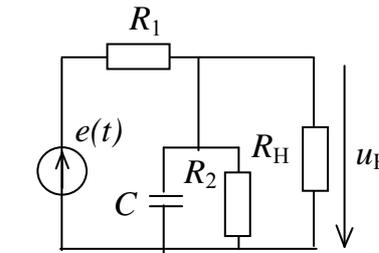
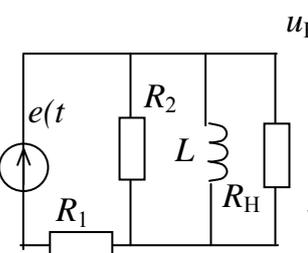
<p>13</p> 	<p>14</p> 	<p>15</p> 
<p>16</p> 	<p>17</p> 	<p>18</p> 
<p>19</p> 	<p>20</p> 	<p>21</p> 
<p>22</p> 	<p>23</p> 	<p>24</p> 

Таблица 2.2

Параметры элементов цепей при синусоидальном воздействии
(групповые варианты)

Номер учебной группы	1	2	3	4
Параметр				
E , В	100	200	300	400
φ_e , рад	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/2$	$\pi/4$
f , кГц	1,0	1,2	1,5	1,4
J , А	0,05	0,1	0,2	0,3
φ_J , рад	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/2$
R_1 , Ом	50	60	50	60
R_2 , Ом	60	70	60	80
R_3 , Ом	75	80	80	90
R_H , Ом	150	200	100	200
L , мГн	10	12	14	16
C , мкФ	2,2	2,0	2,4	2,8

В табл. 2.2 R_1, R_2, R_3, R_H – активные (резистивные) сопротивления соответствующих резисторов в схемах 1–24 из табл. 2.1; L и C – индуктивность и емкость катушки индуктивности и конденсатора; E, φ_e – действующее значение и начальная фаза ЭДС; J, φ_J – действующее значение тока и начальная фаза источника тока. При отсутствии в схеме какого-либо элемента соответствующий ему параметр в табл. 2.2 не используется.

2.2. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Задана схема на рис. 2.1,а. Параметры элементов: $f=50$ Гц; $E = 100$ В; $\varphi_e = 60^\circ$; $R_1=80$ Ом; $R_2=60$ Ом; $R_H=100$ Ом; $L=100$ мГн и $C=100$ мкФ.

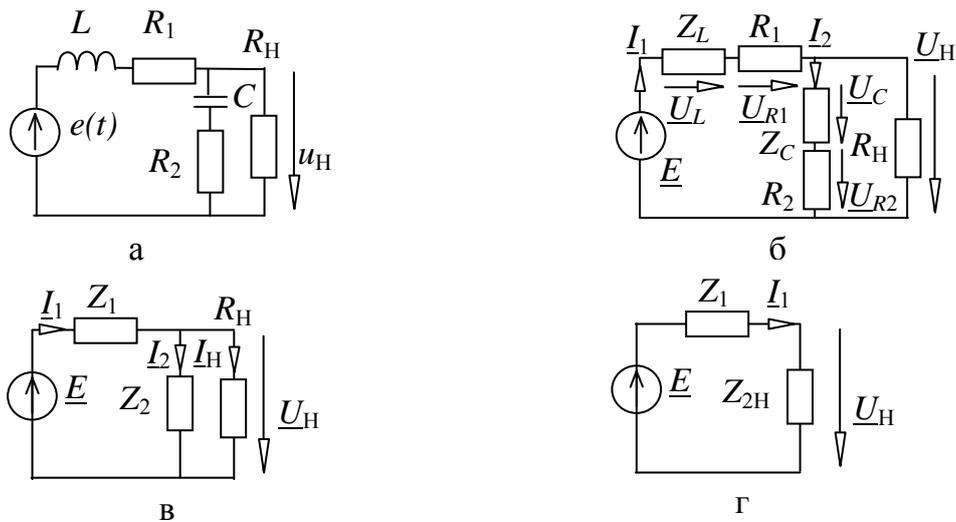


Рис. 2.1. Схема цепи для примера: исходная (а); комплексная (б); после преобразования последовательного (в) и параллельного (г) соединения элементов

Построение комплексной схемы замещения цепи. Для этого в исходной схеме все элементы заменим соответствующими схемами замещения (рис. 2.1,б). Находим комплексные сопротивления катушки индуктивности и конденсатора

$$Z_L = j\omega L = jX_L; \quad Z_C = -j\frac{1}{\omega C} = -jX_C, \quad (2.1)$$

где j – мнимая единица; $\omega = 2\pi f$ – циклическая частота; X_L, X_C – реактивные сопротивления катушки индуктивности и конденсатора.

Численные значения циклической частоты и сопротивлений из формул (2.1) имеют вид

$$\omega = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}; \quad Z_L = j \cdot 314 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = j31,4 \text{ Ом};$$

$$Z_C = -j \frac{1}{314 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = -j31,8 \text{ Ом}; \quad X_L = 31,4 \text{ Ом}; \quad X_C = 31,8 \text{ Ом}.$$

Комплексное действующее значение ЭДС имеет вид

$$\underline{E} = E \cdot e^{j\varphi_e} = 100 \cdot e^{j60^\circ} \text{ В}.$$

Здесь и далее символы комплексных действующих и амплитудных значений напряжения и тока подчеркиваются.

Нахождение комплексных действующих значений токов и напряжений всех ветвей цепи. Преобразуем последовательное соединение сопротивлений Z_L , R_1 и Z_C , R_2 на рис. 2.1,б к эквивалентным сопротивлениям на рис. 2.1,в:

$$Z_1 = R_1 + Z_L = 80 + j31,4 = 85,9e^{j21,4^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_2 = R_2 + Z_C = 60 - j31,8 = 67,9e^{-j27,9^\circ} \text{ Ом}.$$

Параллельное соединение сопротивлений Z_2 и R_H на рис. 2.1,в преобразуем к эквивалентному сопротивлению Z_{2H} на рис. 2.1,г:

$$\begin{aligned} Z_{2H} &= \frac{Z_2 \cdot R_H}{Z_2 + R_H} = \frac{67,9e^{-j27,9^\circ} \cdot 100}{60 - j31,8 + 100} = \frac{6790e^{-j27,9^\circ}}{160 - j31,8} = \frac{6790e^{-j27,9^\circ}}{163e^{-j11,2^\circ}} = \\ &= 41,7e^{-j16,7^\circ} = 39,9 - j11,98 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Из схемы на рис. 2.1,г находим по закону Ома комплексный действующий ток:

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \frac{\underline{E}}{Z_1 + Z_{2H}} = \frac{100e^{j60^\circ}}{80 + j31,4 + 39,9 - j11,98} = \frac{100e^{j60^\circ}}{119,9 + j19,42} = \\ &= \frac{100e^{j60^\circ}}{121,5e^{j9,2^\circ}} = 0,823e^{j50,8^\circ} = 0,520 + j0,638 \text{ А}. \end{aligned}$$

Из этой же схемы на рис. 2.1,г находим комплексное действующее напряжение:

$$\underline{U}_H = Z_{2H} \cdot \underline{I}_1 = 41,7e^{-j16,7^\circ} \cdot 0,823e^{j50,8^\circ} = 34,3e^{j34,1^\circ} \text{ В}.$$

По схеме на рис. 2.1,в находим комплексные действующие токи сопротивлений Z_2 и R_H :

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_H}{Z_2} = \frac{34,3e^{j34,1^\circ}}{67,9e^{-j27,9^\circ}} = 0,505e^{j62^\circ} = 0,237 + j0,446 \text{ А}.$$

$$\underline{I}_H = \frac{\underline{U}_H}{R_H} = \frac{34,3e^{j34,1^\circ}}{100} = 0,343e^{j34,1^\circ} = 0,284 + j0,192 \text{ А}.$$

Проверяем выполнение закона Кирхгофа для токов:

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 - \underline{I}_H - \underline{I}_2 &= 0,520 + j0,638 - 0,284 - j0,192 - 0,237 - j0,446 = \\ &= -0,001 + j0,000. \end{aligned}$$

Как видно, погрешность результата наблюдается в третьем знаке, что соответствует числу используемых разрядов.

Находим комплексные действующие значения напряжений:

$$\underline{U}_{R1} = R_1 \cdot \underline{I}_1 = 80 \cdot 0,823e^{j50,8^\circ} = 65,8e^{j50,8^\circ} \text{ В.}$$

$$\underline{U}_L = Z_L \cdot \underline{I}_1 = j31,4 \cdot 0,823e^{j50,8^\circ} = 25,8e^{j140,8^\circ} \text{ В.}$$

$$\underline{U}_C = Z_C \cdot \underline{I}_2 = -j31,8 \cdot 0,505e^{j62^\circ} = 16,06e^{-j28^\circ} \text{ В.}$$

$$\underline{U}_{R2} = R_2 \cdot \underline{I}_2 = 60 \cdot 0,505e^{j62^\circ} = 30,3e^{j62^\circ} \text{ В.}$$

Нахождение комплексных амплитудных значений токов и напряжений

$$\underline{I}_{m1} = \sqrt{2} \cdot \underline{I}_1 = 1,16e^{j50,8^\circ} \text{ А; } \underline{I}_{m2} = \sqrt{2} \cdot \underline{I}_2 = 0,714e^{j62^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{mH} = \sqrt{2} \cdot \underline{I}_H = \sqrt{2} \cdot 0,343e^{j34,1^\circ} = 0,485e^{j34,1^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{U}_{mC} = \sqrt{2} \cdot \underline{U}_C = \sqrt{2} \cdot 16,06e^{-j28^\circ} = 22,71e^{-j28^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{mL} = \sqrt{2} \cdot \underline{U}_L = \sqrt{2} \cdot 25,8e^{j140,8^\circ} = 36,5e^{j140,8^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{mH} = R_H \cdot \underline{I}_{mH} = 100 \cdot 0,485e^{j34,1^\circ} = 48,5e^{j34,1^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{E}_m = \sqrt{2}E \cdot e^{j\varphi_e} = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot e^{j60^\circ} = 141 \cdot e^{j60^\circ} \text{ В.} \quad (2.2)$$

Расчет активной и реактивной мощности всех элементов цепи

Комплексная, активная и реактивная мощности источника ЭДС:

$$\begin{aligned} \underline{S}_E &= \underline{E} \cdot \underline{I}_1^* = 100 \cdot e^{j60^\circ} \cdot 0,823 \cdot e^{-j50,8^\circ} = 82,3e^{j9,2^\circ} = \\ &= 81,24 + j13,16 \text{ В} \cdot \text{А;} \end{aligned}$$

$$P_E = \text{Re}(\underline{S}_E) = 81,24 \text{ Вт; } Q_E = \text{Im}(\underline{S}_E) = 13,16 \text{ вар.}$$

Активная мощность резисторов:

$$P_{R1} = R_1 \cdot I_1^2 = 80 \cdot 0,823^2 = 54,19 \text{ Вт;}$$

$$P_{R2} = R_2 \cdot I_2^2 = 60 \cdot 0,505^2 = 15,30 \text{ Вт;}$$

$$P_H = R_H \cdot I_H^2 = 100 \cdot 0,343^2 = 11,76 \text{ Вт.}$$

Реактивные мощности конденсатора и катушки индуктивности:

$$Q_L = X_L \cdot I_1^2 = 31,4 \cdot 0,823^2 = 21,27 \text{ вар;}$$

$$Q_C = X_C \cdot I_2^2 = -31,8 \cdot 0,505^2 = -8,11 \text{ вар.}$$

Проверка баланса активной и реактивной мощности в цепи

Сумма активных мощностей резисторов:

$$P_R = P_{R1} + P_{R2} + P_{RH} = 54,19 + 15,30 + 11,76 = 81,25 \text{ Вт.}$$

Сумма реактивных мощностей конденсатора и катушки индуктивности:

$$Q_{LC} = Q_L + Q_C = 21,27 - 8,11 = 13,16 \text{ вар.}$$

Активная и реактивная мощности источника равны соответствующим мощностям потребителей с погрешностью 1%.

Формулы для мгновенных значений входной $e(t)$ и выходной $u_H(t)$ функции. Формулы записываются по соответствующим комплексным значениям(2.2):

$$e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_E) = 141 \cdot \sin(314t + 60^\circ) \text{ В;}$$

$$u_H(t) = U_{mH} \cdot \sin(\omega t + \varphi_{U_H}) = 48,5 \cdot \sin(314t + 34,1^\circ) \text{ В.}$$

Построение графиков входной и выходной функций

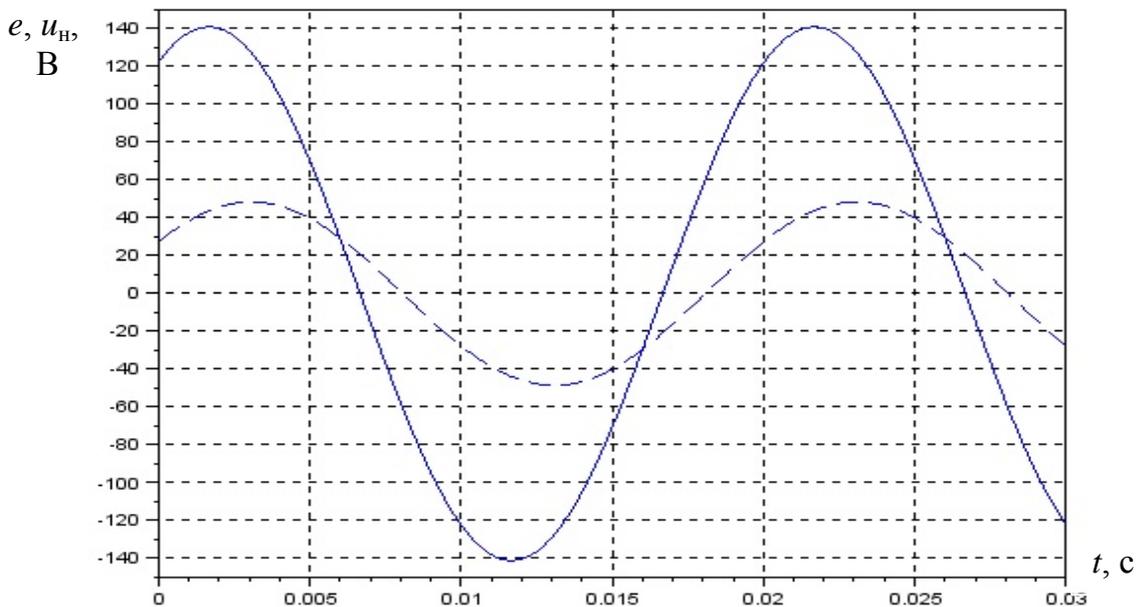


Рис. 2.2. Графики функций $e(t)(-)$ и $u_H(t)(--)$

По кривым на рис. 2.2 можно сделать вывод, что напряжение на нагрузке $u_H(t)$ отстаёт по фазе от входного напряжения $e(t)$.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ВЗАИМОИНДУКТИВНОСТЯМИ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

В разделе рассматривается задача расчета режима линейных электрических цепей, содержащих взаимноиндуктивности, при гармоническом воздействии. Взаимоиндуктивностью называют две или несколько катушек индуктивности, связанных между собой общим магнитным потоком. Предлагаемые для анализа цепи содержат, кроме взаимноиндуктивностей, источник синусоидальной ЭДС, резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности. Для решения задачи используется комплексный метод. Комплексные уравнения цепи составляются по методу контурных токов или законам Кирхгофа относительно токов ветвей. Предварительно необходимо определить тип включения катушек [1, 2].

3.1. ЗАДАНИЕ ПО РАСЧЕТУ РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ВЗАИМОИНДУКТИВНОСТЬЮ

Дано:

- 1) схема электрической цепи в соответствии с индивидуальным вариантом (табл. 3.1);
- 2) численные значения параметров элементов в соответствии с групповым вариантом (табл. 3.2), в качестве базисной гармонической функции принять синус.

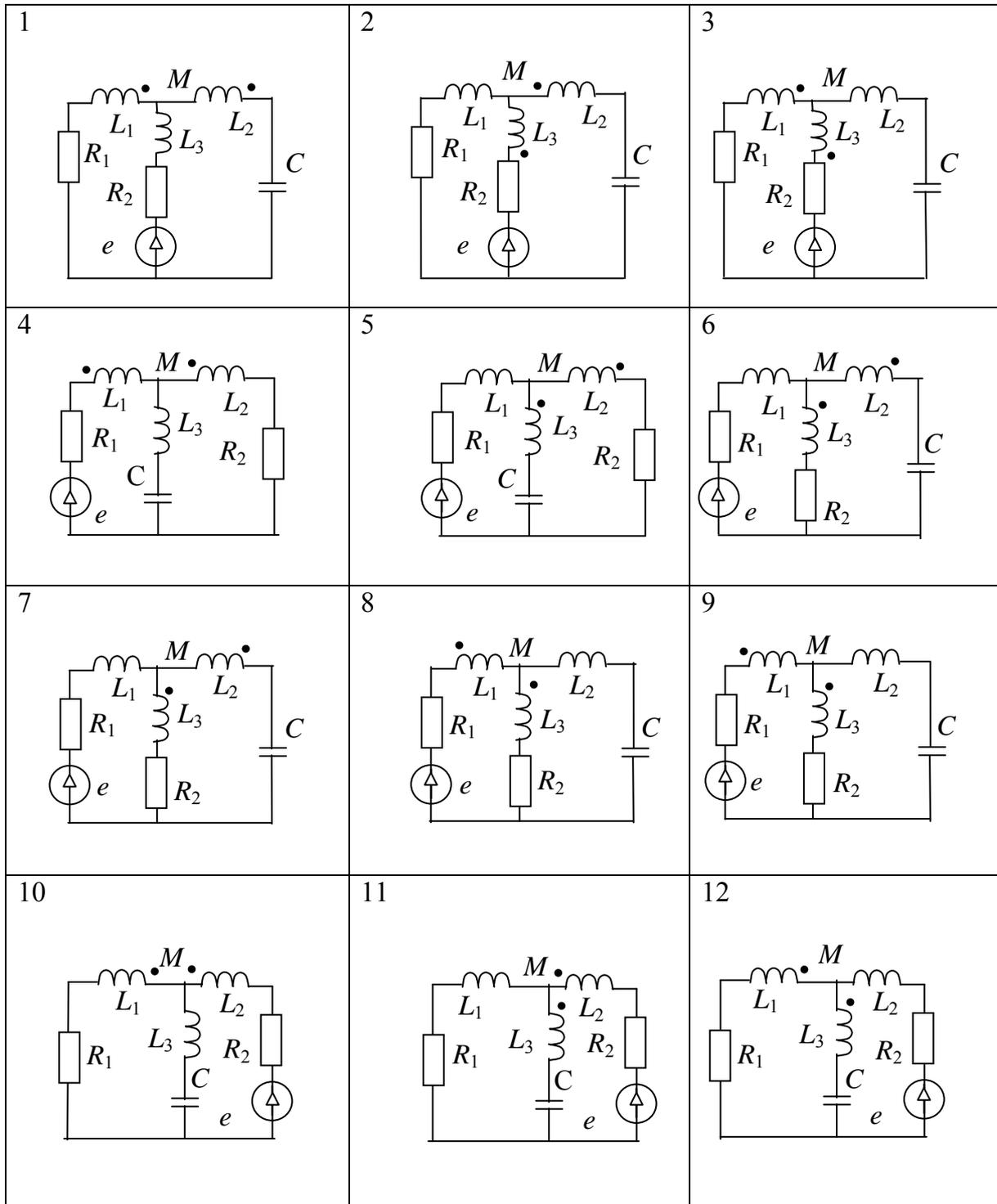
Требуется:

- 1) получить комплексную схему замещения цепи;
- 2) рассчитать любым известным методом численные значения комплексных действующих напряжений и токов всех элементов цепи;
- 3) найти комплексные мощности всех элементов;
- 4) проверить баланс мощности в цепи;

5) построить векторные диаграммы токов и напряжений для одного из контуров.

Таблица 3.1

Схемы цепей с взаимноиндуктивностями



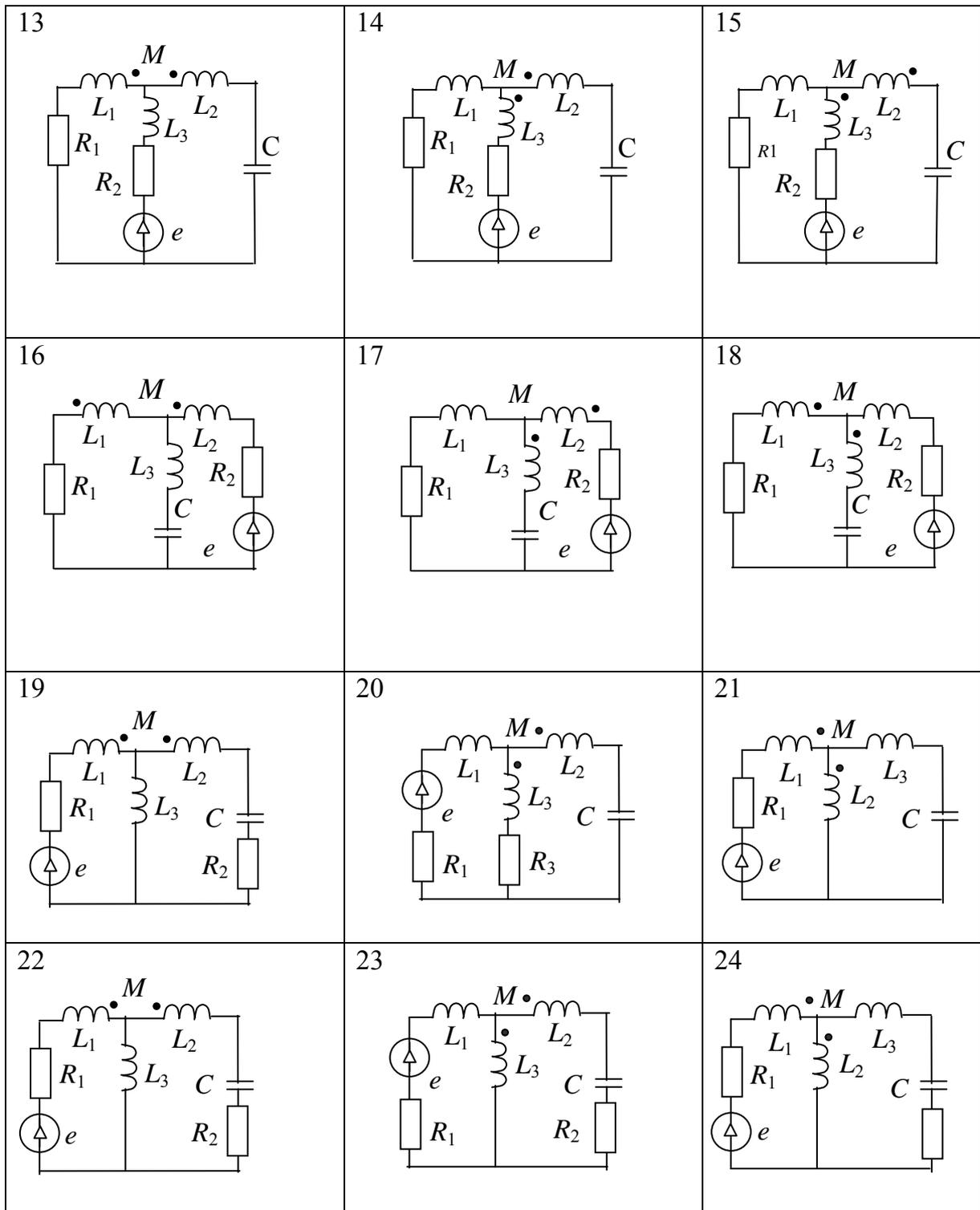


Таблица 3.2. Численные значения параметров элементов

Номер учебной группы →	1	2	3	4
Параметр ↓				
R_1 , Ом	10	14	15	14
R_2 , Ом	20	24	25	24
R_3 , Ом	30	34	35	34
C , мкФ	200	160	180	150
L_1 , мГн	32	20	30	24
L_2 , мГн	14	12	16	18
L_3 , мГн	20	14	24	16
$k_{св}$	0,7	0,5	0,4	0,6
E , В	80	40	70	60
φ_E , рад	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/6$
f , Гц	50	50	50	50

3.2. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Схема задана на рис. 3.1,а. Параметры элементов даны в столбце 2 табл. 3.2: $R_1=14$ Ом; $R_3=34$ Ом; $L_1=20$ мГн; $L_2=12$ мГн; $L_3=14$ мГн; $k_{св}=0,5$; $C=160$ мкФ, $E=40$ В и $\varphi_E=\pi/4$ рад. Требуется выполнить приведенное выше задание.

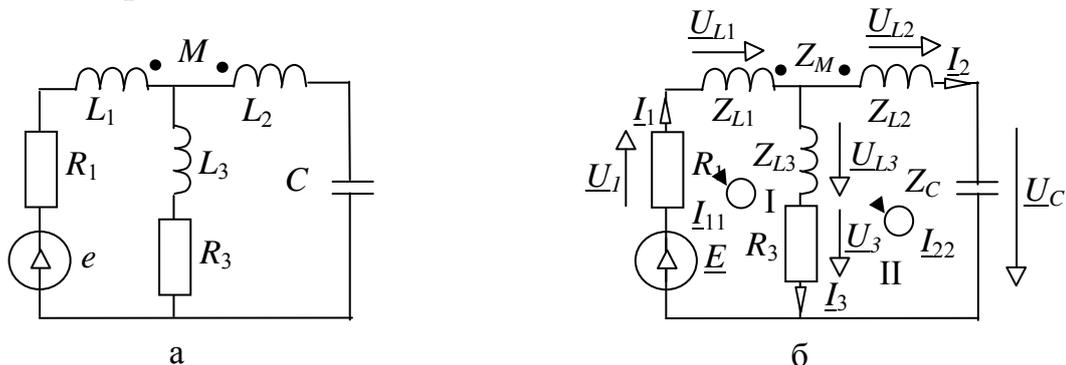


Рис. 3.1. Схемы для примера: исходная (а) и комплексная (б)

Построение комплексной схемы замещения цепи.
 Комплексная схема на рис. 3.1,б получена путем замещения каждого

элемента исходной схемы на рис. 3.1,а его комплексной схемой замещения. Комплексное действующее значение ЭДС имеет вид

$$\underline{E} = E \cdot e^{j\varphi_e} = 40 \cdot e^{j45^\circ} \text{ В.}$$

Комплексные сопротивления катушки индуктивности, взаимной индуктивности и конденсатора находятся по формулам

$$Z_L = j\omega L = jX_L; Z_M = j\omega M = j\omega k_{св}\sqrt{L_1 \cdot L_2}; Z_C = -j\frac{1}{\omega C} = -jX_C, \quad (3.1)$$

где j – мнимая единица; $\omega = 2\pi f$ – циклическая частота; X_L , X_C – реактивные сопротивления катушки индуктивности и конденсатора; $k_{св}$ – коэффициент связи катушек индуктивности L_1 и L_2 .

Численные значения параметров следующие:

$$\omega = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}; Z_{L1} = j \cdot 314 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = j 6,28 \text{ Ом};$$

$$Z_{L2} = j \cdot 314 \cdot 12 \cdot 10^{-3} = j 3,77 \text{ Ом};$$

$$Z_{L3} = j \cdot 314 \cdot 14 \cdot 10^{-3} = j 4,396 \text{ Ом};$$

$$Z_M = j\omega M = j\omega k_{св}\sqrt{L_1 \cdot L_2} =$$

$$= j \cdot 314 \cdot 0,5 \cdot \sqrt{12 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = j 2,43 \text{ Ом};$$

$$Z_C = -j\frac{10^6}{314 \cdot 160} = -j19,9 \text{ Ом}; X_{L1} = 6,28 \text{ Ом}; X_{L2} = 3,77 \text{ Ом};$$

$$X_{L3} = 4,396 \text{ Ом}; X_C = 19,9 \text{ Ом.}$$

Нахождение комплексных действующих токов и напряжений

Рассчитываем численные значения комплексных действующих напряжений и токов всех элементов цепи методом контурных токов.

Задаем в контурах I и II комплексные контурные токи \underline{I}_{11} , \underline{I}_{22} (рис. 3.1,б) и составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} Z_{11} \cdot \underline{I}_{11} + Z_{12} \cdot \underline{I}_{22} = \underline{E}_{11}; \\ Z_{21} \cdot \underline{I}_{11} + Z_{22} \cdot \underline{I}_{22} = \underline{E}_{22}; \end{cases} \quad (3.2)$$

где $Z_{11} = R_1 + R_3 + j\omega(L_1 + L_3)$; $Z_{12} = Z_{21} = -R_3 - j\omega L_3 - j\omega M$; $Z_{22} = R_3 + j\omega L_3 - j/(\omega C) + j\omega L_2$; $\underline{E}_{11} = \underline{E}$; $\underline{E}_{22} = 0$.

Включение катушек индуктивности относительно контурных токов встречное, поэтому для комплексного сопротивления

взаимоиндукции Z_M взят отрицательный знак. Решаем систему уравнений (3.2) методом Крамера:

$$\underline{I}_{11} = \frac{\Delta_{I11}}{\underline{\Delta}}; \quad \underline{I}_{22} = \frac{\Delta_{I22}}{\underline{\Delta}}. \quad (3.3), (3.4)$$

Главный определитель системы уравнений имеет вид

$$\Delta = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix} = Z_{11} \cdot Z_{22} - Z_{12} \cdot Z_{21}. \quad (3.5)$$

Модифицированные определители:

$$\Delta_{I11} = \begin{vmatrix} \underline{E}_{11} & Z_{12} \\ \underline{E}_{22} & Z_{22} \end{vmatrix} = \underline{E}_{11} \cdot Z_{22} - Z_{12} \cdot \underline{E}_{22}; \quad (3.6)$$

$$\Delta_{I22} = \begin{vmatrix} Z_{11} & \underline{E}_{11} \\ Z_{21} & \underline{E}_{22} \end{vmatrix} = Z_{11} \cdot \underline{E}_{22} - \underline{E}_{11} \cdot Z_{21}. \quad (3.7)$$

Для получения символьных выражений контурных токов подставляем в формулы (3.6)–(3.7) выражения комплексных сопротивлений. Знаменатель

$$\Delta = (R_1 + R_3 + j\omega(L_1 + L_3)) \cdot \left(R_3 + j \left(\omega L_3 - \frac{1}{\omega C} + \omega L_2 \right) \right) -$$

$$- (-R_3 - j\omega(L_3 - M))^2 = 647,9 - j664,4 \text{ Ом}^2.$$

Числители для токов \underline{I}_{11} и \underline{I}_{22} в выражениях (3.6)–(3.7) соответственно:

$$\Delta_{I11} = E \cdot e^{j\varphi_e} \cdot \left(R_3 + j \left(\omega L_3 - \frac{1}{\omega C} + \omega L_2 \right) \right) =$$

$$= 1293,5 + j629,7 \text{ В} \cdot \text{Ом};$$

$$\Delta_{I22} = -E \cdot e^{j\varphi_e} \cdot (-R_3 - j\omega L_3 - j\omega M) = 768,6 + j1154,7 \text{ В} \cdot \text{Ом}.$$

Контурные токи, найденные по формулам (3.6)–(3.7), имеют вид

$$\underline{I}_{11} = 1,54 \cdot e^{j71,6^\circ} \text{ А}; \quad \underline{I}_{22} = 1,49 \cdot e^{-j78^\circ} \text{ А}.$$

Находим токи в ветвях цепи на рис. 3.1,б по принципу наложения:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} = 1,54 \cdot e^{j71,6^\circ} \text{ А}; \quad \underline{I}_2 = \underline{I}_{22} = 1,49 \cdot e^{-j78^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{11} - \underline{I}_{22} = 0,487 + j1,47 - 0,312 + j1,46 =$$

$$= 0,799 + j0,01 = 0,8 \cdot e^{j0,71^\circ} \text{ А}.$$

Находим напряжения всех элементов цепи на рис.3.1,б:

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 = 14 \cdot 1,54 \cdot e^{j71,6^\circ} = 21,56 \cdot e^{j71,6^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_3 = R_3 \cdot \underline{I}_3 = 34 \cdot 0,8 \cdot e^{j0,71^\circ} = 27,2 \cdot e^{j0,71^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L1} = j\omega L_1 \cdot \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2 = -5,69 + j3,82 = 6,85 \cdot e^{j146,1^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L2} = j\omega L_2 \cdot \underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1 = -1,93 - j2,36 = 3 \cdot e^{-j129,3^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L3} = j\omega L_3 \cdot \underline{I}_3 = -0,044 + j3,52 = 3,52 \cdot e^{j91^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_C = \frac{-j}{\omega C_1} \cdot \underline{I}_2 = 29,08 + j6,22 = 29,7 \cdot e^{j12^\circ} \text{ В}.$$

Нахождение комплексных мощностей всех элементов цепи

Комплексная, активная и реактивная мощности источника ЭДС:

$$\begin{aligned} \underline{S}_E &= \underline{E} \cdot \underline{I}_1^* = 40 \cdot e^{j45^\circ} \cdot 1,54 \cdot e^{-j71,6^\circ} = 61,6 \cdot e^{-j26,6^\circ} = \\ &= 55,4 - j27,84 \text{ ВА}; P_E = 55,4 \text{ Вт}; Q_E = -27,84 \text{ вар}. \end{aligned}$$

Активная мощность резисторов:

$$P_{R1} = R_1 \cdot I_1^2 = 14 \cdot 1,54^2 = 33,64 \text{ Вт};$$

$$P_{R3} = R_3 \cdot I_3^2 = 34 \cdot 0,79^2 = 21,76 \text{ Вт}.$$

Реактивные мощности конденсатора и катушки индуктивности:

$$Q_{L3} = X_{L3} \cdot I_3^2 = 4,396 \cdot 0,79^2 = 2,81 \text{ вар};$$

$$Q_C = -X_C \cdot I_2^2 = -19,9 \cdot 1,49^2 = -44,46 \text{ вар}.$$

Комплексная, активная и реактивная мощности взаимоиנדуктивных катушек:

$$\underline{S}_{L1} = \underline{U}_{L1} \cdot \underline{I}_1^* = 6,85 \cdot e^{j146,1^\circ} \cdot 1,54 \cdot e^{-j71,6^\circ} = 2,84 + j10,24 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S}_{L2} = \underline{U}_{L2} \cdot \underline{I}_2^* = 3 \cdot e^{j50,7^\circ} \cdot 1,49 \cdot e^{j78^\circ} = -2,84 + j3,56 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$P_{L1} = 2,84 \text{ Вт}; Q_{L1} = 10,24 \text{ вар}; P_{L2} = -2,84 \text{ Вт}; Q_{L2} = 3,56 \text{ вар}.$$

Проверка баланса активной и реактивной мощности в цепи

Сумма активных мощностей пассивных элементов:

$$P_R = P_{R1} + P_{R3} + P_{L1} + P_{L2} = 33,64 + 21,76 + 2,84 - 2,84 = 55,4 \text{ Вт}.$$

Сумма реактивных мощностей пассивных элементов:

$$Q_{LC} = Q_{L1} + Q_{L2} + Q_{L3} + Q_C = -27,85 \text{ вар}.$$

Активная и реактивная мощности источника равны мощностям потребителей с погрешностью менее 1%.

Построение векторных диаграмм токов и напряжений
 Векторные диаграммы токов и напряжений для цепи на рис. 3.1,б представлены на рис. 3.2 и 3.3 соответственно.

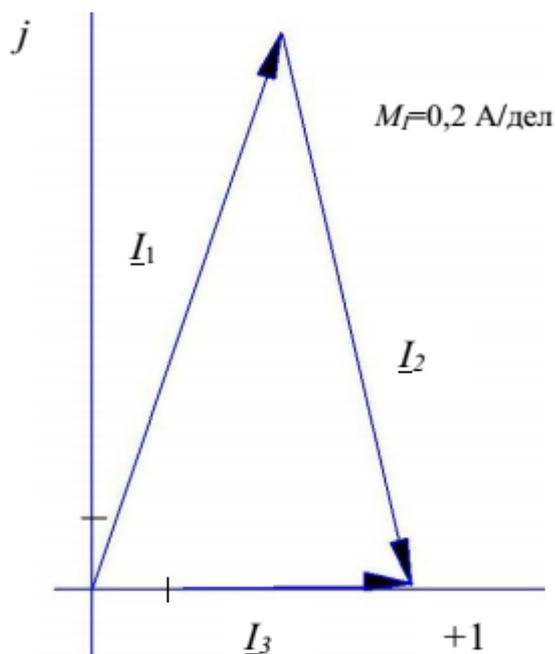


Рис.3.2. Векторная диаграмма токов

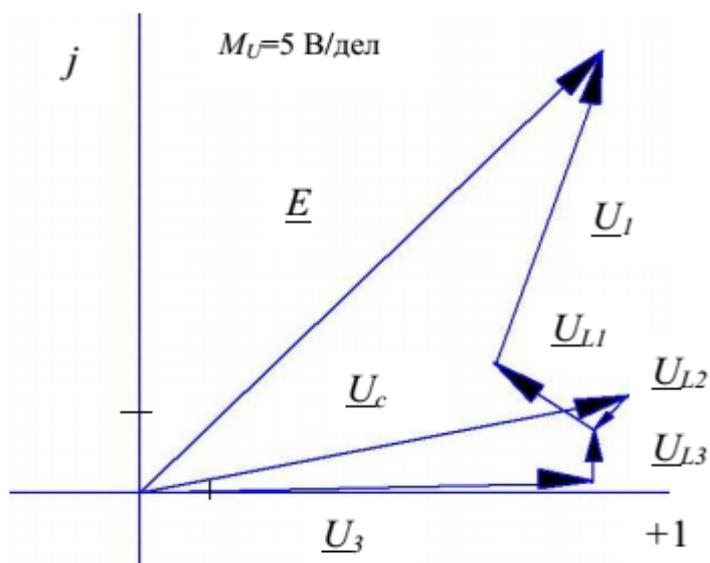


Рис.3.3. Векторная диаграмма напряжений

4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

В разделе рассматривается задача расчета режима линейных электрических цепей при несинусоидальном воздействии. Для практического освоения алгоритма решения такой задачи предлагается выполнить анализ режима работы цепи при воздействии напряжения, содержащего нулевую, первую и третью гармоники. При этом учитывается наличие резонансов тока и напряжения на различных гармониках.

4.1. ЗАДАНИЕ ПО РАСЧЕТУ РЕЖИМА ЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

К зажимам электрической цепи, параметры и схема которой приведены в табл. 4.1 и 4.2, подключено несинусоидальное напряжение, содержащее постоянную составляющую $U^{(0)} = 5$ В, первую (основную) и третью гармоники с действующими напряжениями $U^{(1)}$ и $U^{(3)}$ соответственно и нулевыми начальными фазами. Основная частота $f = 50$ Гц.

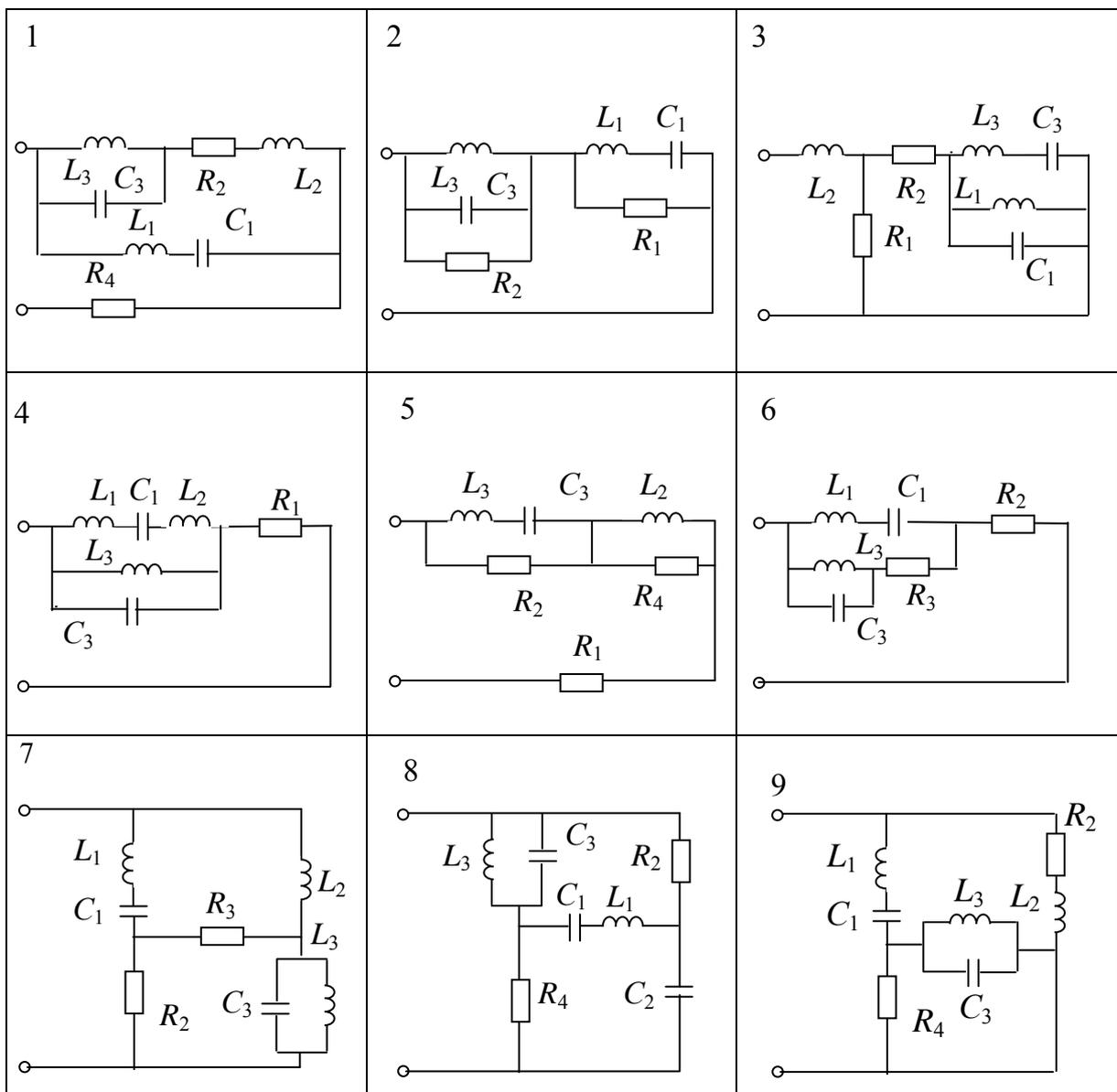
Требуется найти:

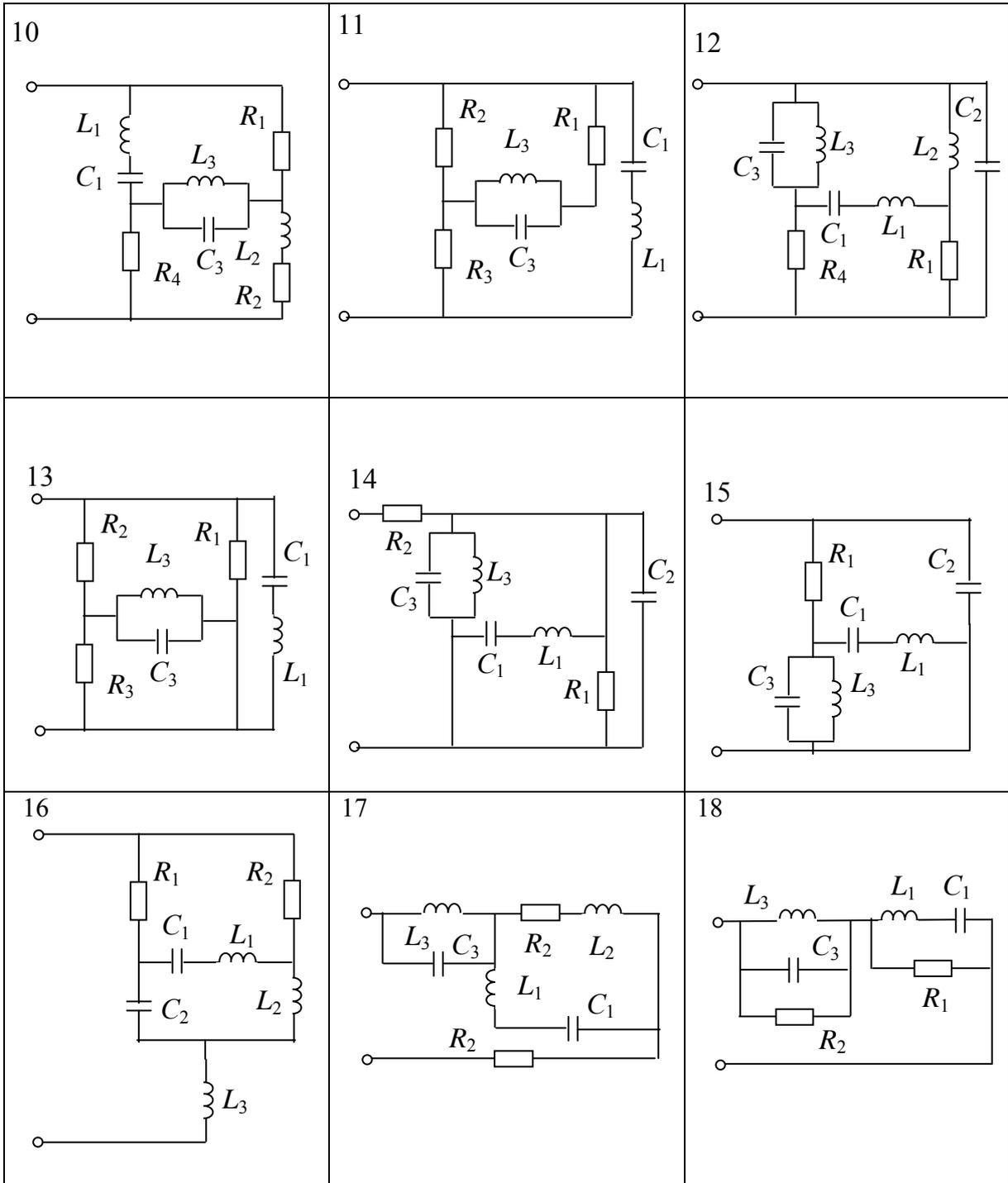
- 1) неизвестные параметры L_1 или C_1 и L_3 или C_3 из условия, что контуры L_1-C_1 и L_3-C_3 настроены в резонанс на первой и третьей гармонике соответственно;
- 2) мгновенные значения токов реактивных элементов на каждой из гармоник;
- 3) мгновенные значения входного несинусоидального напряжения и токов реактивных элементов;
- 4) действующие значения входного напряжения и токов реактивных элементов;
- 5) построить графики входного напряжения и одного из токов реактивных элементов.

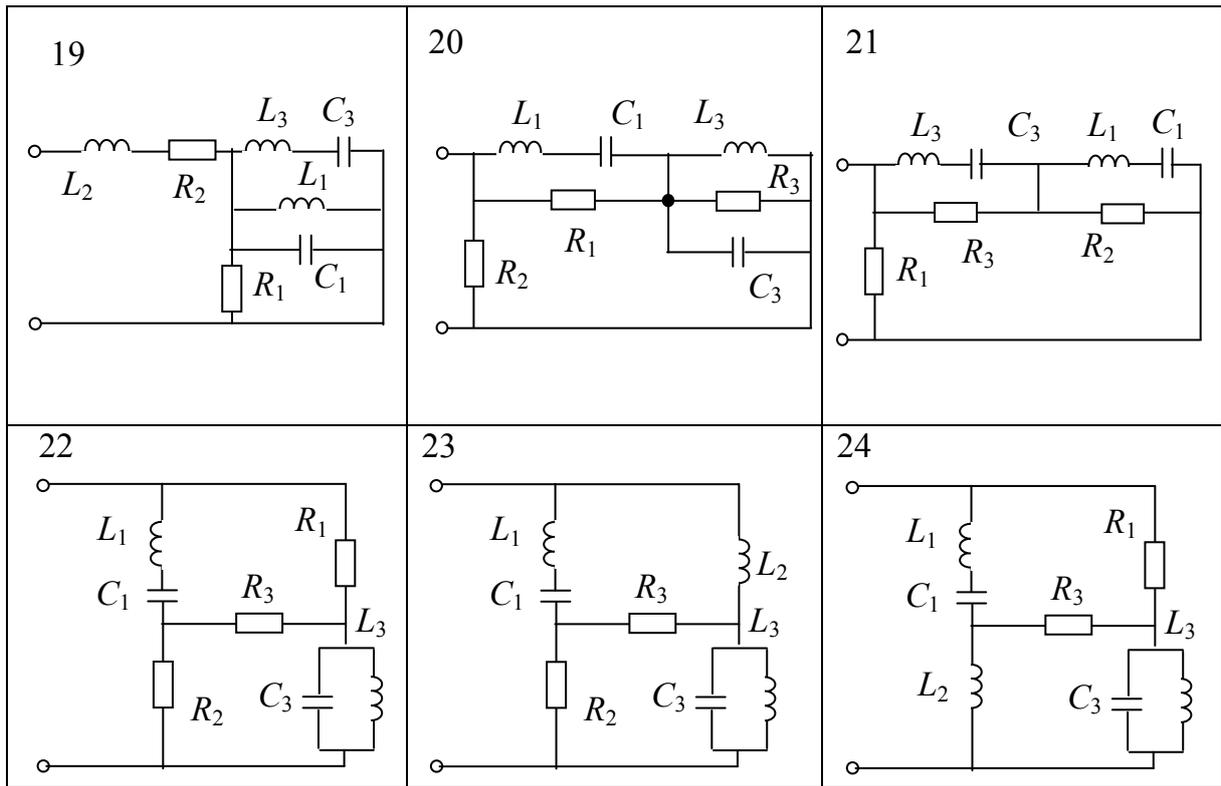
Таблица 4.1. Значения параметров (групповые варианты)

Номер группы	$U^{(1)}$ В	$U^{(3)}$ В	L_1 мГн	L_2 мГн	L_3 мГн	R_1 Ом	R_2 Ом	R_3 Ом	C_1 мкФ	C_2 мкФ	C_3 мкФ
1	10	5	0,3	0,2	0,15	100	80	70	–	10	–
2	12	6	–	0,3	–	120	120	100	15	10	5
3	18	10	0,4	0,4	–	100	60	80	–	20	10
4	20	8	–	0,5	0,2	150	70	50	20	50	–

Таблица 4.2. Схемы цепей при несинусоидальном воздействии







4.2. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Задана схема на рис. 4.1. Параметры элементов: $R_1=100$ Ом; $R_3=70$ Ом; $R_4=75$ Ом; $L_1=0,3$ мГн; $L_3=0,15$ мГн. Входное несинусоидальное напряжение u с параметрами $U^{(0)}=2$ В; $U^{(1)}=10$ В; $U^{(3)}=5$ В. Начальные фазы напряжений гармоник нулевые. Требуется выполнить приведенное выше задание.

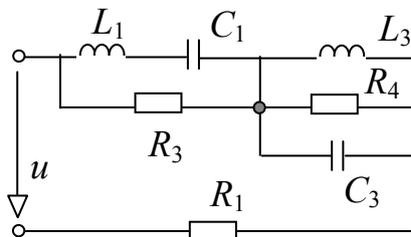


Рис. 4.1. Исходная схема цепи для примера

Нахождение неизвестных параметров конденсаторов C_1 и C_3
 При резонансе напряжений на первой гармонике реактивное сопротивление контура равно нулю:

$$X_{L1} - X_{C1} = 0; \frac{1}{\omega C_1} = \omega L_1.$$

Отсюда искомая емкость:

$$C_1 = \frac{1}{\omega^2 L_1} = \frac{1}{314^2 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3}} = 0,034 \text{ Ф.} \quad (4.1)$$

При резонансе токов на третьей гармонике реактивная проводимость контура равна нулю:

$$b_{C3} - b_{L3} = 0; 3\omega C_3 = \frac{1}{3\omega L_3}.$$

Отсюда искомая емкость:

$$C_3 = \frac{1}{(3\omega)^2 L_3} = \frac{1}{942^2 \cdot 015 \cdot 10^{-3}} = 0,0075 \text{ Ф.} \quad (4.2)$$

Определение токов реактивных элементов на нулевой гармонике. Строим схему замещения на постоянном токе (рис.4.2), при этом $E^{(0)}=U^{(0)}$.

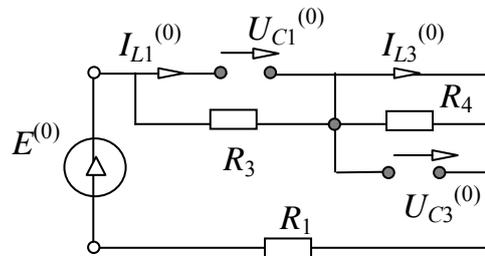


Рис. 4.2. Схема цепи при постоянном воздействии

Ток $I_{L1}^{(0)} = 0$, поскольку ветвь разорвана. Ток $I_{L3}^{(0)}$ находится по закону Ома с учетом, что сопротивление R_4 замкнуто накоротко:

$$I_{L3}^{(0)} = \frac{E^{(0)}}{R_3 + R_1} = \frac{2}{70 + 100} = 0,0117 \text{ А,} \quad (4.3)$$

где цифра в скобках в верхнем индексе означает номер гармоники.

Нахождение комплексных действующих токов реактивных элементов на первой гармонике. Строим на рис. 4.3,а схему

замещения для первой гармонике с учетом резонанса напряжения. Находим комплексную действующую ЭДС первой гармонике, комплексные сопротивления катушки индуктивности L_3 и конденсатора C_3 :

$$\underline{E}^{(1)} = \underline{U}^{(1)} = 10 \text{ В}; Z_{L_3}^{(1)} = j\omega L_3 = j \cdot 314 \cdot 0,15 \cdot 10^{-3} = j 0,0471 \text{ Ом};$$

$$Z_{C_3}^{(1)} = -j \frac{1}{\omega C_3} = j 0,423 \text{ Ом}, \quad (4.4)$$

где j – мнимая единица; $\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}$ – циклическая частота.

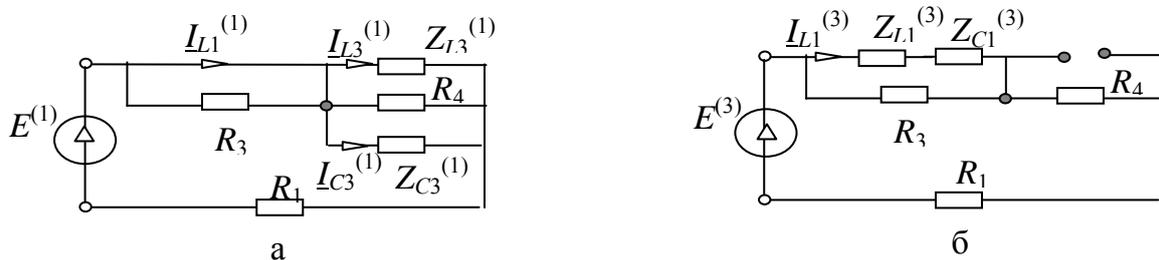


Рис. 4.3. Схема замещения для первой (а) и третьей (б) гармонике с учетом резонанса напряжений и токов соответственно

Для анализа схемы на рис. 4.3,а используется метод схемных определителей [6]. Формула для тока \underline{I}_{L1} представляется в виде отношения определителей схем числителя и знаменателя (строка 1 в табл. П1):

$$\underline{I}_{L1}^{(1)} = \frac{\underline{\Delta}_{L1}^{(1)}}{\underline{\Delta}^{(1)'}}$$

где числитель и знаменатель имеют вид соответственно:

$$\underline{\Delta}^{(1)} = \begin{vmatrix} \text{---} & \text{---} & Z_{L3}^{(1)} \\ R_3 & 1 & R_4 \\ \text{---} & R_1 & Z_{C3}^{(1)} \end{vmatrix} = R_3 \begin{vmatrix} \text{---} & \text{---} & Z_{L3}^{(1)} \\ 1 & \text{---} & R_4 \\ \text{---} & R_1 & Z_{C3}^{(1)} \end{vmatrix} =$$

$$= R_3 \left[\begin{vmatrix} Z_{L3}^{(1)} \\ R_4 \end{vmatrix} \parallel \begin{vmatrix} Z_{C3}^{(1)} \\ R_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} Z_{L3}^{(1)} \\ R_4 \end{vmatrix} \parallel \begin{vmatrix} Z_{C3}^{(1)} \\ R_1 \end{vmatrix} \right] =$$

$$= R_3 [(Z_{L3}^{(1)} + R_4)Z_{C3}^{(1)} \cdot R_1 + Z_{L3}^{(1)} \cdot R_4 (Z_{C3}^{(1)} + R_1)].$$

$$\underline{\Delta}_{L1}^{(1)} = \underline{E}^{(1)} \left| \begin{array}{c} 1 \\ \hline \begin{array}{c} \text{---} Z_{L3}^{(1)} \text{---} \\ \text{---} R_4 \text{---} \\ \text{---} Z_{C3}^{(1)} \text{---} \\ \text{---} R_1 \text{---} \end{array} \\ \hline 1 \end{array} \right| = E^{(1)} \left(R_3 \left(Z_{L3}^{(1)} \left| \begin{array}{c} R_4 \\ \hline Z_{C3}^{(1)} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} R_4 \\ \hline Z_{C3}^{(1)} \end{array} \right| \right) \right) = \\ = (Z_{L3}^{(1)} (Z_{C3}^{(1)} + R_4) + Z_{C3}^{(1)} \cdot R_4) R_3 \cdot \underline{E}^{(1)}.$$

Здесь и далее двумя вертикальными линиями обозначается схемный определитель, одной увеличенной заштрихованной стрелкой – нуллятор, а двумя стрелками – норатор. В числителе $\underline{\Delta}_{L1}^{(1)}$ выделяется сопротивление R_3 , параллельное нуллятору (строка 5 в табл. ПЗ), а в знаменателе $\underline{\Delta}^{(1)}$ выделяется короткозамкнутое сопротивление R_3 (строка 2 в табл. ПЗ), поэтому в искомом выражении тока оно сокращается. В числителе удаляется последовательное встречное соединение норатора и нуллятора (строка 6 в табл. ПЗ) и выделяется комплексное сопротивление $Z_{L3}^{(1)}$ (строка 1 в табл. ПЗ). В знаменателе схема делится по узлам 1 и 2 на две подсхемы (строка 3 в табл. ПЗ), полученные схемные определители раскрываются по формулам для простейших схем (строки 1 и 2 в табл. П2).

В результате искомая символьная формула для тока получается в виде

$$\underline{I}_{L1}^{(1)} = \frac{[Z_{L3}^{(1)} \cdot (Z_{C3}^{(1)} + R_4) + Z_{C3}^{(1)} \cdot R_4] \cdot \underline{E}^{(1)}}{[(Z_{L3}^{(1)} + R_4) \cdot Z_{C3}^{(1)} \cdot R_1 + Z_{L3}^{(1)} \cdot R_4 \cdot (Z_{C3}^{(1)} + R_1)]}$$

Аналогично получаются символьные выражения для токов конденсатора C_3 и катушки индуктивности L_3 :

$$\underline{I}_{C3}^{(1)} = \frac{R_3 \cdot R_4 \cdot Z_{L3}^{(1)} \cdot \underline{E}^{(1)}}{\underline{\Delta}^{(1)}}; \underline{I}_{L3}^{(1)} = \frac{R_3 \cdot R_4 \cdot Z_{L3}^{(1)} \cdot \underline{E}^{(1)}}{\underline{\Delta}^{(1)}}.$$

Подставляя в полученные выражения численные значения сопротивлений и ЭДС, находим искомые токи реактивных элементов:

$$\underline{I}_{L1}^{(1)} = 0.0999999 - j0.0000530 \text{ А}; \underline{I}_{C3}^{(1)} = -0.0125000 + j0.0000155 \text{ А};$$

$$\underline{I}_{L3}^{(1)} = 0.1124998 - j0.0001391 \text{ А}.$$

Поскольку мнимая часть токов много меньше (в 100 раз) действительной части, то ей пренебрегаем. При округлении до трех значащих цифр токи приобретают вид

$$\underline{I}_{L1}^{(1)} = 0,1 \text{ А}; \underline{I}_{C3}^{(1)} = -0,0125 \text{ А}; \underline{I}_{L3}^{(1)} = 0,112 \text{ А}.$$

Нахождение действующих комплексных токов реактивных элементов на третьей гармонике. Строим схему замещения на третьей гармонике с учетом резонанса токов (рис.4.3,б). Комплексные сопротивления катушки индуктивности и конденсатора находятся по формулам (4.4), в которых вместо основной частоты ω используется утроенная частота 3ω :

$$\underline{Z}_{L1}^{(3)} = j \cdot 3 \cdot 314 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3} = j 0,282 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{L3}^{(3)} = j \cdot 3 \cdot 314 \cdot 0,15 \cdot 10^{-3} = j 0,141 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{C3}^{(3)} = -j \frac{1}{3 \cdot 314 \cdot 0,0075} = -j0,141 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{C1}^{(3)} = -j \frac{1}{3 \cdot 314 \cdot 0,034} = -j0,0312 \text{ Ом}. \quad (4.5)$$

Комплексная действующая ЭДС имеет вид $\underline{E}^{(3)} = \underline{U}^{(3)} = 5 \text{ В}$. Формула для тока L_1 находится в виде отношения определителей схем числителя и знаменателя (строка 1 в табл. П1):

$$\underline{I}_{L1}^{(3)} = \frac{\underline{\Delta}_{L1}^{(3)}}{\underline{\Delta}^{(3)}}.$$

Выражения для числителя и знаменателя тока $\underline{I}_{L1}^{(3)}$ соответственно:

$$\underline{\Delta}_{L1}^{(3)} = \underline{E}^{(3)} \left| \begin{array}{c} \text{---} Z_{L1}^{(3)} \text{---} Z_{C1}^{(3)} \text{---} \\ | \\ \text{---} R_3 \text{---} \\ | \\ \text{---} R_1 \text{---} \end{array} \right| = \underline{E}^{(3)} R_3;$$

$$\underline{\Delta}^{(3)} = \left| \begin{array}{c} \text{---} Z_{L1}^{(3)} \text{---} Z_{C1}^{(3)} \text{---} \\ | \\ \text{---} R_3 \text{---} \\ | \\ \text{---} R_1 \text{---} \end{array} \right| = (Z_{L1}^{(3)} + Z_{C1}^{(3)}) \left| \begin{array}{c} \text{---} R_3 \text{---} \\ | \\ \text{---} R_1 + R_4 \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} R_3 \text{---} \\ | \\ \text{---} R_1 + R_4 \text{---} \end{array} \right| =$$

$$= (Z_{L1}^{(3)} + Z_{C1}^{(3)}) \cdot (R_3 + R_4 + R_1) + R_3 \cdot (R_4 + R_1).$$

В числителе стягиваются последовательно соединенные с нуллатором сопротивления $Z_{L1}^{(3)}$, $Z_{C1}^{(3)}$ (строка 4 в табл. ПЗ), выделяется параллельное соединенное с нуллатором сопротивление R_3 (строка 5 в табл. ПЗ) и удаляется последовательное соединение нуратора и нуллатора (строка 6 в табл. ПЗ), оставшийся схемный определитель равен 1 (строка 4 в табл. П2). В знаменателе выделяется сопротивление $(Z_{L1}^{(3)} + Z_{C1}^{(3)})$ (строка 1 в табл. ПЗ) и записываются определители простейших схем (строки 1 и 2 в табл. П2).

В результате комплексный действующий ток катушки L_1 для третьей гармоники получается в виде

$$\underline{I}_{L1}^{(3)} = \frac{R_3 \cdot \underline{E}^{(3)}}{(Z_{L1}^{(3)} + Z_{C1}^{(3)}) \cdot (R_3 + R_4 + R_1) + R_3 \cdot (R_4 + R_1)}. \quad (4.6)$$

Выражения для токов, протекающих через конденсатор C_3 и катушку индуктивности L_3 , находятся по закону Ома через напряжение на конденсаторе:

$$\underline{U}_{C3}^{(3)} = \frac{R_4 \cdot (R_3 + Z_{L1}^{(3)} + Z_{C1}^{(3)}) \cdot \underline{E}^{(3)}}{\underline{\Delta}^{(3)}}; \quad \underline{I}_{C3}^{(3)} = \frac{\underline{U}_{C3}^{(3)}}{Z_{C3}}; \quad \underline{I}_{L3}^{(3)} = \frac{\underline{U}_{C3}^{(3)}}{Z_{L3}}, \quad (4.7)$$

где $\underline{U}_{C3}^{(3)}$ находится аналогично току $\underline{I}_{L1}^{(3)}$ по САФ (схемно-алгебраическим формулам) в строке 2 из табл. П1.

Подставляя в (4.6) и (4.7) численные значения сопротивлений, находим искомые токи реактивных элементов:

$$\underline{I}_{L1}^{(3)} = 0,0285707 - j0,0001435 \text{ A}; \quad \underline{I}_{C3}^{(3)} = 0,0217682 + j15,165192 \text{ A}; \\ \underline{I}_{L3}^{(3)} = -0,0217682 - j15,165192 \text{ A}.$$

Поскольку в каждом значении тока одна из частей – мнимая или действительная – в 100 раз меньше другой, то ей пренебрегаем. В результате: $\underline{I}_{L1}^{(3)} = 0,0286 \text{ A}$; $\underline{I}_{C3}^{(3)} = j15,2 \text{ A}$; $\underline{I}_{L3}^{(3)} = -j15,2 \text{ A}$.

Действующие значения входного напряжения и токов реактивных элементов. Формулы для действующих значений несинусоидального напряжения и тока имеют вид соответственно:

$$U = \sqrt{(U^{(0)})^2 + (U^{(1)})^2 + (U^{(3)})^2}; \quad I = \sqrt{(I^{(0)})^2 + (I^{(1)})^2 + (I^{(3)})^2}.$$

Действующие значения входного напряжения и токов реактивных элементов:

$$U_{\text{вх}} = \sqrt{2^2 + 5^2 + 10^2} = 11,36 \text{ В}; \quad I_{L1} = \sqrt{0^2 + 0,1^2 + 0,0286^2} = 0,1 \text{ А}; \\ I_{L3} = \sqrt{0,117^2 + 0,112^2 + 15,2^2} = 15,2 \text{ А}; \quad I_{C3} = 15,2 \text{ А}.$$

Мгновенные значения токов реактивных элементов. Общая формула для мгновенного значения тока:

$$i = I^{(0)} + \sqrt{2}I^{(1)} \sin(\omega t + \varphi^{(1)}) + \sqrt{2}I^{(3)} \sin(3\omega t + \varphi^{(3)}).$$

Мгновенные токи катушек индуктивности L_1, L_3 , конденсатора C_3 и мгновенное напряжение на входе цепи имеют вид соответственно:

$$i_{L1} = \sqrt{2} \cdot 0,1 \cdot \sin(314t) + \sqrt{2} \cdot 0,0286 \cdot \sin(942t) \text{ А}; \quad (4.8)$$

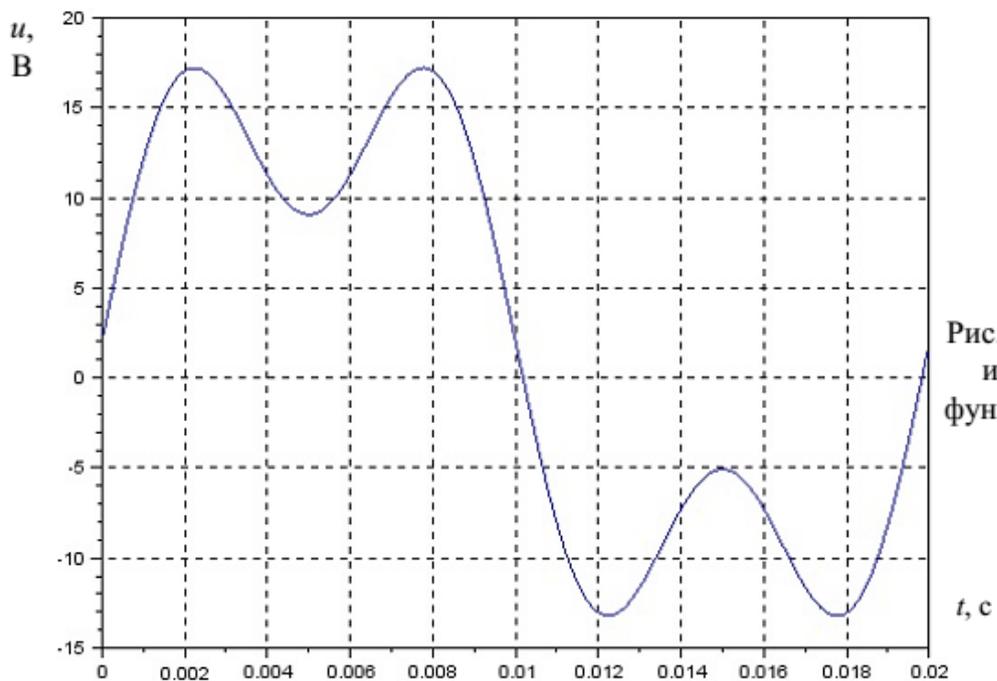
$$i_{L3} = 0,0117 + \sqrt{2} \cdot 0,112 \cdot \sin(314t) + \sqrt{2} \cdot 15,2 \cdot \sin(942t - 90^\circ) \text{ А};$$

$$i_{C3} = -\sqrt{2} \cdot 0,0125 \cdot \sin(314t) + \sqrt{2} \cdot 15,2 \cdot \sin(942t + 90^\circ) \text{ А};$$

$$u_{\text{вх}} = 2 + \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \sin(314t) + \sqrt{2} \cdot 5 \cdot \sin(942t) \text{ В}. \quad (4.9)$$

Построение графиков тока i_{L1} и напряжения на входе цепи $u_{\text{вх}}$
Графики i_{L1} и $u_{\text{вх}}$ показаны на рис. 4.2 и рис. 4.3, они строятся по

точкам путем суммирования гармонических составляющих в (4.8) и (4.9) или с помощью математических систем [7].



В примере искомые токи и напряжения найдены для каждой из гармоник в отдельности. Можно найти искомые выражения токов и напряжений для произвольной гармоники с номером k , а затем получить выражения для заданных значений k .

5. ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

В разделе рассматривается задача расчета режима симметричных трехфазных электрических цепей. Решение этой задачи сводится к анализу схемы одной из фаз цепи. Такой подход упрощает анализ симметричных трехфазных цепей.

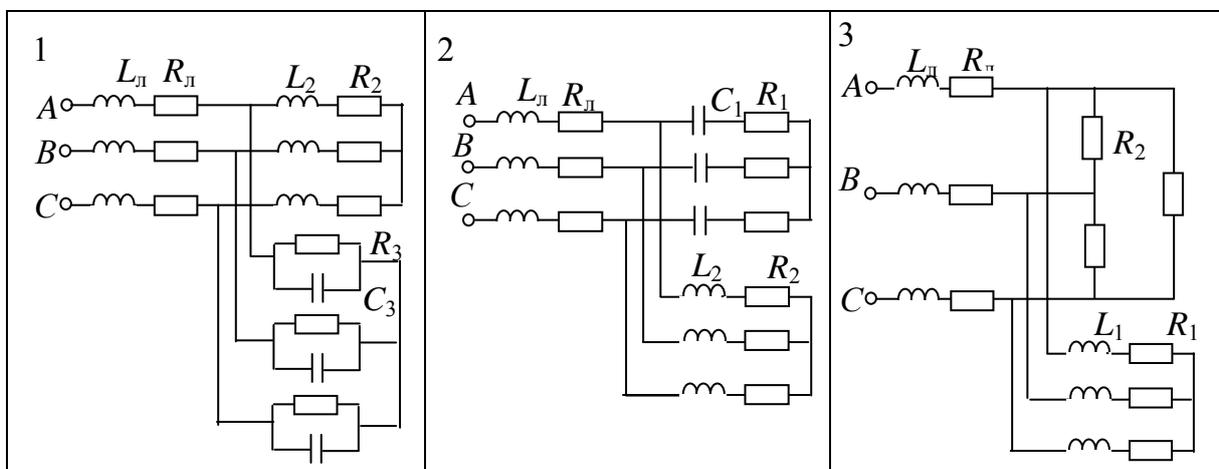
5.1. ЗАДАНИЕ ПО РАСЧЕТУ РЕЖИМА ТРЕХФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

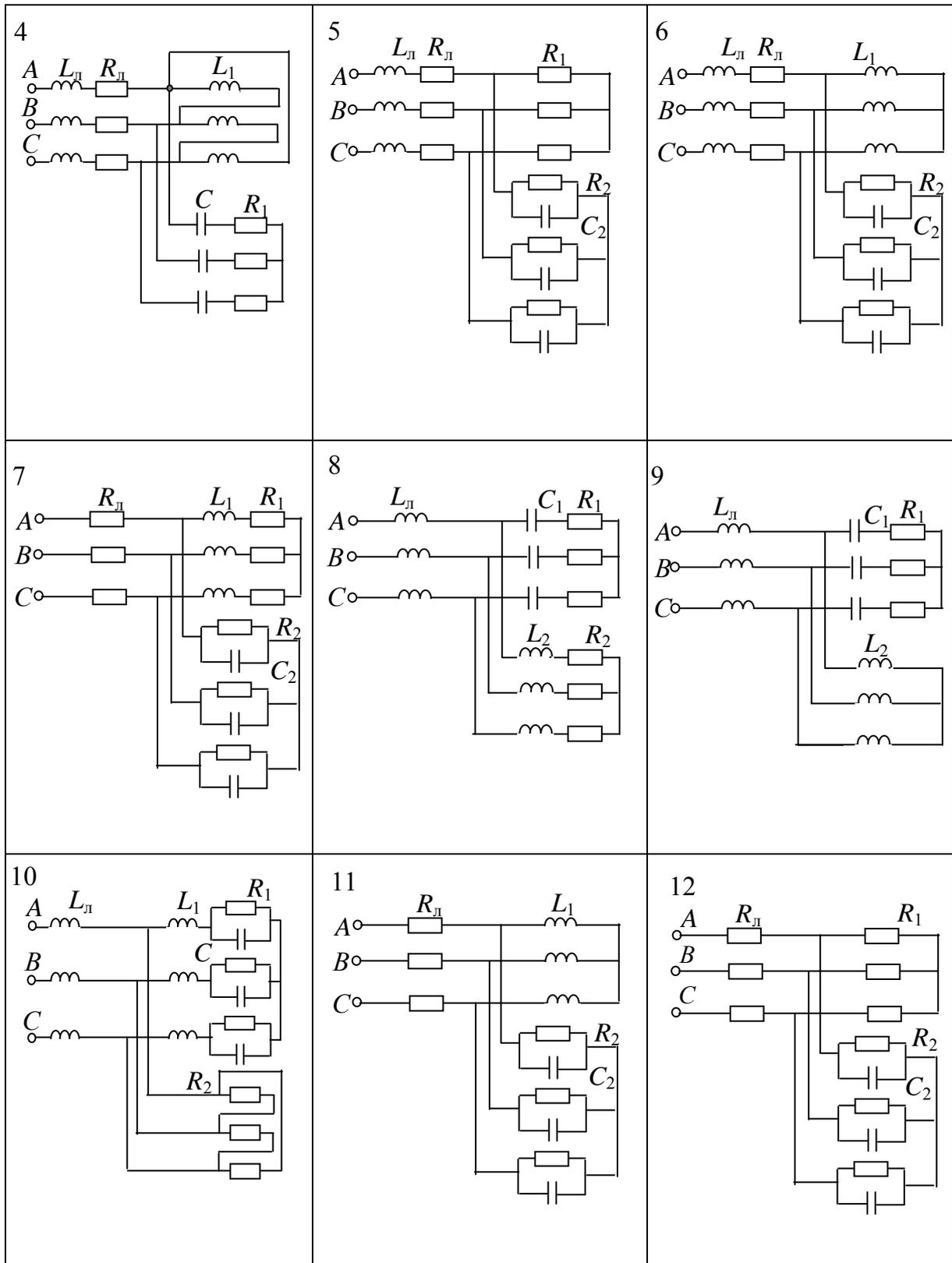
Дана симметричная трехфазная электрическая цепь (табл. 5.1), параметры элементов которой приведены в табл. 5.2. Частота трехфазного источника $f = 50$ Гц. Задание является индивидуальным в соответствии с вариантом, который определяется порядковым номером студента в учебном журнале.

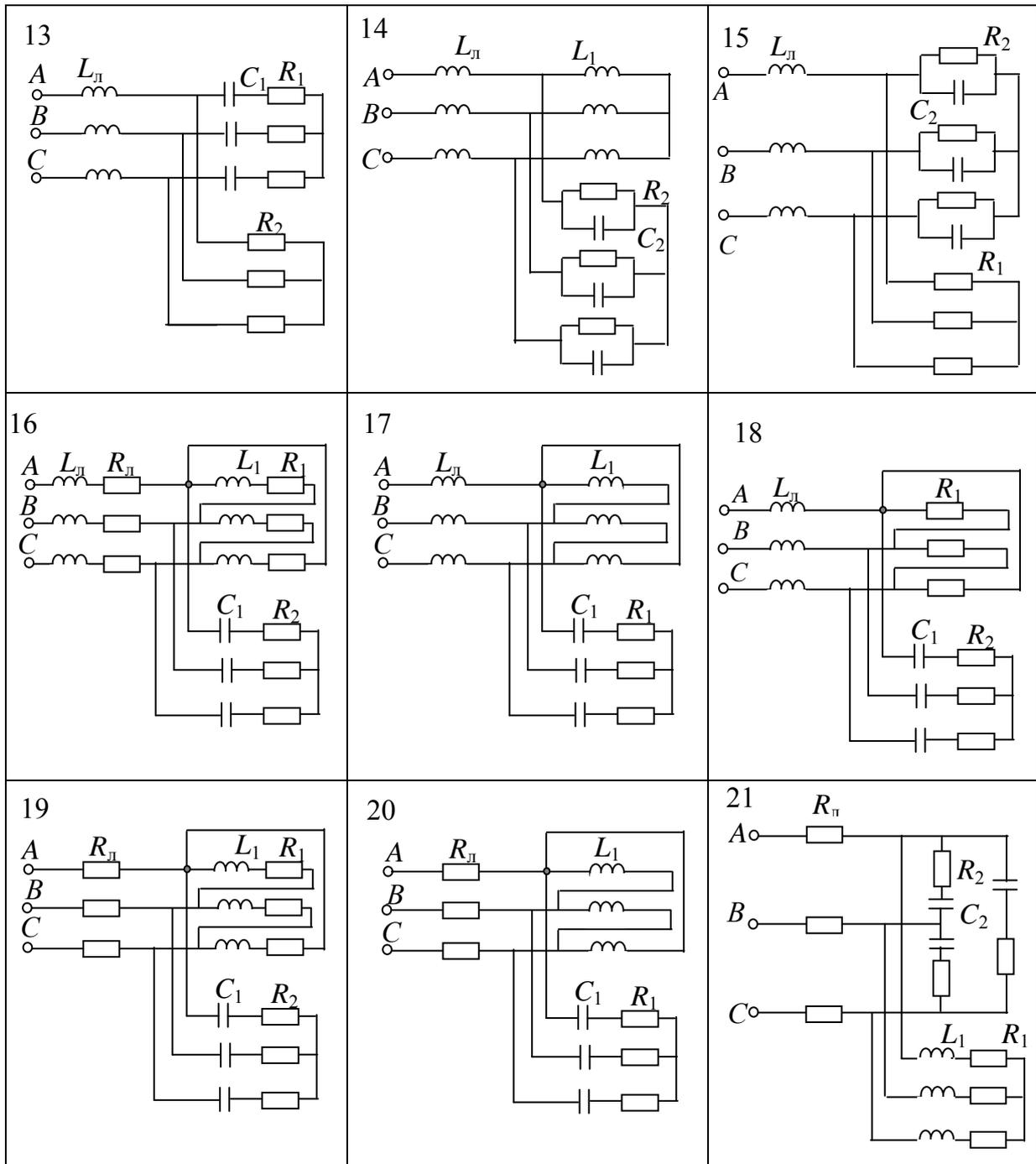
Требуется:

- 1) найти действующие комплексные токи и напряжения всех элементов цепи любым известным методом;
- 2) построить векторные диаграммы напряжений и токов для схемы замещения одной из фаз;
- 3) составить баланс мощности в цепи.

Таблица 5.1. Симметричные трехфазные цепи







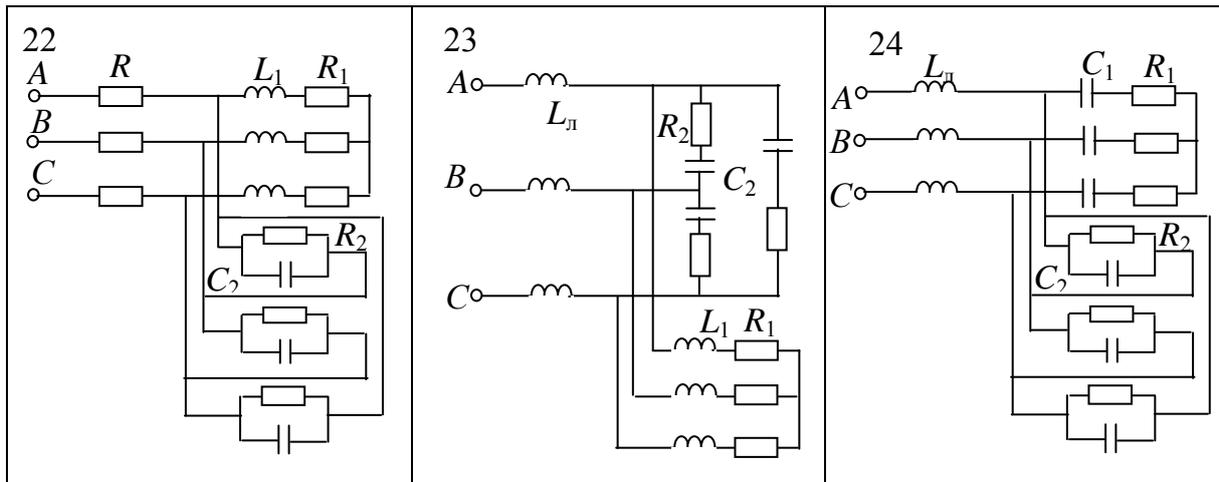


Таблица 5.2. Значения параметров (групповые варианты)

Номер учебной группы	$U_{л}, В$	$R_{л}, Ом$	$L_{л}, мГн$	$L_1, мГн$	$L_2, мГн$	$C_1, мкФ$	$C_2, мкФ$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$M, мГн$
1	380	2	5	4	2	1000	500	4	3	1
2	220	2	6	5	3	500	1000	5	2	2
3	127	3	8	4	6	800	440	3	3	3
4	380	4	5	6	8	600	450	4	2	2

Обозначения: $U_{л}$ – действующее значение линейного напряжения; $R_{л}, L_{л}$ – активное (резистивное) сопротивление и индуктивность линейного провода; L_1, L_2, C_1, C_2 – индуктивности и емкости нагрузок; R_1, R_2, R_3 – активные сопротивления нагрузок. При отсутствии в схеме элемента, параметр которого приведен в табл. 5.2, этот параметр не учитывается при расчете режима.

5.2. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Задана схема на рис. 5.1,а. Параметры элементов даны в строке 1 в табл. 5.2: $R_1=4$ Ом; $R_2=3$ Ом; $L_{л}=5$ мГн; $L_2=2$ мГн; $C_1=1000$ мкФ и $U_{л}=380$ В. Требуется выполнить приведенное выше задание.

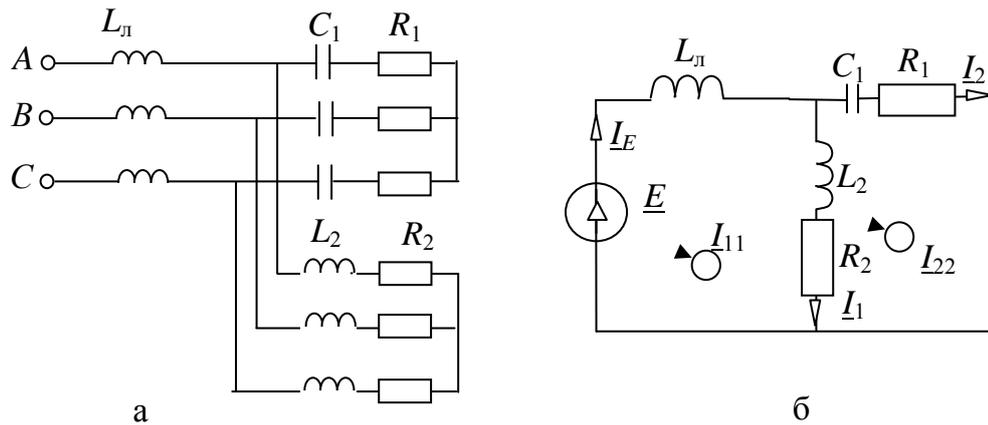


Рис. 5.1. Схемы цепи для примера: исходная (а); схема замещения для фазы А (б)

Нахождение комплексных действующих токов и напряжений элементов цепи методом контурных токов. Построим комплексную схему замещения цепи для фазы А (рис. 5.1,б). Здесь и далее обозначение фазы А при символах токов и напряжений не показывается. Комплексные сопротивления катушек индуктивности и конденсатора находятся по формулам:

$$\begin{aligned}
 Z_{L_2} &= j\omega L_2 = jX_{L_2} = j \cdot 314 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = j0,628 \text{ Ом}; \\
 Z_{L_\lambda} &= j\omega L_\lambda = jX_{L_\lambda} = j \cdot 314 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = j 1,57 \text{ Ом}; \\
 Z_{C_1} &= -j \frac{1}{\omega C_1} = -jX_{C_1} = -j \frac{1}{314 \cdot 1000 \cdot 10^{-6}} = -j3,18 \text{ Ом}, \quad (5.1)
 \end{aligned}$$

где j – мнимая единица; $\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314$ рад/с – циклическая частота; $X_{L_2} = 0,628$ Ом; $X_{L_\lambda} = 1,57$ Ом; $X_{C_1} = 3,18$ Ом – реактивные сопротивления катушек индуктивности и конденсатора соответственно.

Комплексное действующее значение ЭДС фазы А имеет вид

$$\underline{E} = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}} = 219,4 \text{ В}.$$

Рассчитываем методом контурных токов [1–3] численные значения комплексных действующих напряжений и токов всех элементов цепи. Задаем в контурах I и II комплексные контурные токи \underline{I}_{11} , \underline{I}_{22} и составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} Z_{11} \cdot \underline{I}_{11} + Z_{12} \cdot \underline{I}_{22} = \underline{E}_{11}; \\ Z_{21} \cdot \underline{I}_{11} + Z_{22} \cdot \underline{I}_{22} = \underline{E}_{22}; \end{cases} \quad (5.2)$$

где $Z_{11} = R_2 + j\omega(L_n + L_2)$; $Z_{12} = Z_{21} = -R_2 - j\omega L_2$;

$$Z_{22} = R_2 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_1}\right) + R_1; \quad \underline{E}_{11} = \underline{E}; \quad \underline{E}_{22} = 0.$$

Решаем систему уравнений (5.2) методом Крамера аналогично примеру в п. 1.2. Главный определитель имеет вид

$$\Delta = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix} = Z_{11} \cdot Z_{22} - Z_{12} \cdot Z_{21}. \quad (5.3)$$

Модифицированные определители:

$$\Delta_{I11} = \begin{vmatrix} \underline{E}_{11} & Z_{12} \\ \underline{E}_{22} & Z_{22} \end{vmatrix} = \underline{E}_{11} \cdot Z_{22} - Z_{12} \cdot \underline{E}_{22}, \quad (5.4)$$

$$\Delta_{I22} = \begin{vmatrix} Z_{11} & \underline{E}_{11} \\ Z_{21} & \underline{E}_{22} \end{vmatrix} = Z_{11} \cdot \underline{E}_{22} - \underline{E}_{11} \cdot Z_{21}, \quad (5.5)$$

Токи \underline{I}_{11} и \underline{I}_{22} находятся как отношение числителей (5.4) и (5.5) соответственно к знаменателю (5.3):

$$\underline{I}_{11} = \frac{\Delta_{I11}}{\Delta}; \quad \underline{I}_{22} = \frac{\Delta_{I22}}{\Delta}. \quad (5.6), (5.7)$$

Для получения символьных выражений контурных токов подставляем в формулы (5.3–5.5) выражения комплексных сопротивлений. Определитель в выражении (5.3) имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta &= (R_2 + j\omega(L_n + L_2)) \cdot \left(R_2 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_1}\right) + R_1\right) - (-R_2 - j\omega L_2)^2 \\ &= 18,01 + j3,9 \text{ Ом}^2; \end{aligned}$$

Числители для контурных токов \underline{I}_{11} и \underline{I}_{22} в выражениях (5.6)–(5.7) соответственно:

$$\Delta_{I11} = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}} \cdot \left(R_2 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_1}\right) + R_1\right) = 1535,7 - j560,9 \text{ В} \cdot \text{Ом};$$

$$\Delta_{I22} = -\frac{U_\lambda}{\sqrt{3}} \cdot (-R_2 - j\omega L_2) = 658,18 + j137,8 \text{ В} \cdot \text{Ом}.$$

Контурные токи \underline{I}_{11} и \underline{I}_{22} находятся по формулам (5.6)–(5.7):

$$\underline{I}_{11} = 88,65 \cdot e^{-j32,4^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{22} = 36,46 \cdot e^{-j0,53^\circ}$$

Токи в ветвях цепи на рис.5.1, б:

$$\underline{I}_E = \underline{I}_{11} = 88,65 \cdot e^{-j32,4^\circ} \text{ A}; \underline{I}_2 = \underline{I}_{22} = 36,46 \cdot e^{-j0,53^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} - \underline{I}_{22} = 74,8 - j47,5 - (36,5 - j0,34) = 38,3 - j47,19 = \\ = 60,77 \cdot e^{-j51^\circ} \text{ A};$$

Находим напряжения на всех элементах цепи на рис.5.1,б:

$$\underline{U}_2 = R_2 \cdot \underline{I}_1 = 3 \cdot 60,77 \cdot e^{-j51^\circ} = 182,31 \cdot e^{-j51^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_2 = 4 \cdot 36,46 \cdot e^{-j0,53^\circ} = 145,84 \cdot e^{-j0,53^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L_1} = j\omega L_1 \cdot \underline{I}_E = 74,6 + j117,5 = 139,2 \cdot e^{j57,5^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L_2} = j\omega L_2 \cdot \underline{I}_1 = 29,6 + j24,1 = 38,2 \cdot e^{j39^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{C_1} = \frac{-j}{\omega C_1} \cdot \underline{I}_2 = -1,09 - j116,12 = 116,1 \cdot e^{j269,4^\circ} \text{ В}.$$

Токи и напряжения фаз B и C находятся умножением на соответствующий оператор:

$$\underline{I}_B = \underline{I}_A \cdot a_1 = \underline{I}_A \cdot e^{-j120^\circ}; \quad \underline{I}_C = \underline{I}_A \cdot a_2 = \underline{I}_A \cdot e^{j120^\circ}. \quad (5.8), (5.9)$$

Составление баланса мощности в цепи. При симметричном режиме активная, реактивная и комплексная мощности источников и потребителей трехфазной цепи находятся по формулам:

$$P = 3 \cdot P^A; \quad Q = 3 \cdot Q^A; \quad \underline{S} = 3 \cdot \underline{S}^A, \quad (5.10) - (5.12)$$

где $P^A, Q^A, \underline{S}^A$ – активная, реактивная и комплексная мощность соответствующих элементов в схеме замещения фазы A .

Находим комплексные, активные и реактивные мощности всех элементов в схеме фазы A на рис.5.1,б. Комплексная, активная и реактивная мощности источника ЭДС:

$$\underline{S}_E^A = \underline{E} \cdot \underline{I}_E^* = 219,4 \cdot 88,65 \cdot e^{j32,4^\circ} = 16418,2 + j10429,6 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$P_E^A = 16418,2 \text{ Вт}; \quad Q_E^A = 10429,6 \text{ вар}.$$

Активная мощность резисторов:

$$P_{R1}^A = R_1 \cdot I_2^2 = 4 \cdot 36,46^2 = 5318,4 \text{ Вт.}$$

$$P_{R2}^A = R_2 \cdot I_1^2 = 3 \cdot 60,77^2 = 11099,8 \text{ Вт.}$$

Реактивные мощности конденсатора и катушки индуктивности:

$$Q_{L1}^A = X_{L1} \cdot I_A^2 = 1,57 \cdot 88,65^2 = 12340,5 \text{ вар;}$$

$$Q_{L2}^A = X_{L2} \cdot I_1^2 = 0,628 \cdot 60,77^2 = 2323,6 \text{ вар;}$$

$$Q_{C1}^A = -X_{C1} \cdot I_2^2 = -3,18 \cdot 36,46^2 = -4234,4 \text{ вар.}$$

Сумма активных мощностей резисторов:

$$P_R^A = P_{R1}^A + P_{R2}^A = 5318,4 + 11099,8 = 16418,2 \text{ Вт.}$$

Сумма реактивных мощностей нагрузки:

$$Q_{LC}^A = Q_{L1}^A + Q_{L2}^A + Q_{C1}^A = 12340,5 + 2323,6 - 4234,4 = 10429,7 \text{ вар.}$$

Находим мощности в трехфазной схеме по формулам (5.10)–(5.12). Комплексная мощность трехфазного источника:

$$\underline{S} = 3 \cdot \underline{S}_E^A = 3 \cdot (16418,2 + j10429,6) = 49254,6 + j31288,8 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$P = 49254,6 \text{ Вт}; Q = 31288,8 \text{ вар.}$$

Активная и реактивная мощности пассивных элементов:

$$P = 3 \cdot P_R^A = 3 \cdot 16418,2 = 49254,6 \text{ Вт};$$

$$Q = 3 \cdot Q_{LC}^A = 3 \cdot 10429,7 = 31289,1 \text{ вар.}$$

Активная и реактивная мощности источника равны соответствующим мощностям потребителей с погрешностью 1%.

Построение векторных диаграмм токов и напряжений для контура I фазы А в схеме 5.1,б

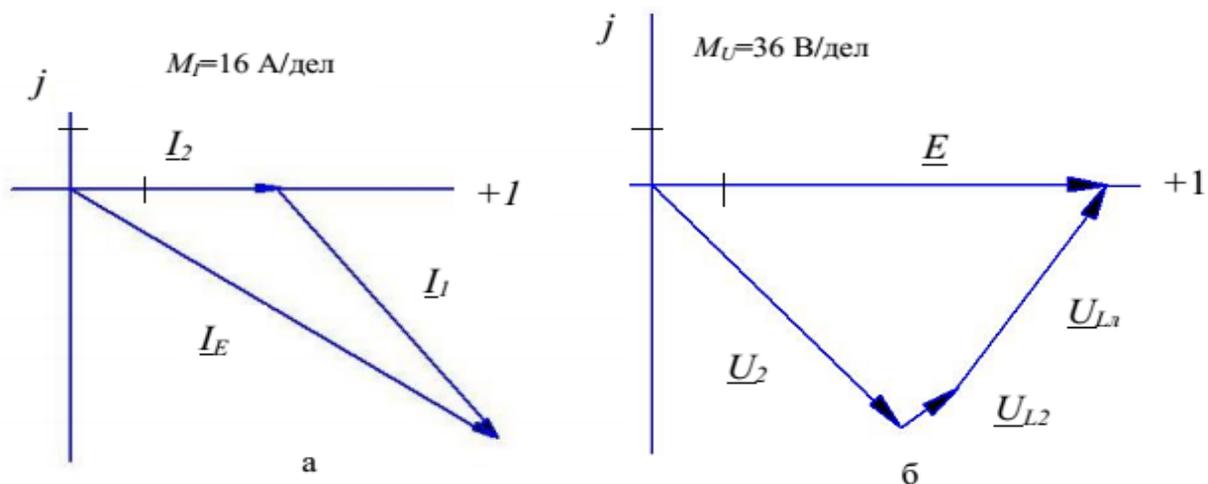


Рис.5.2. Векторные диаграммы токов (а) и напряжений (б)

Приложение. Формулы метода схемных определителей

Таблица П1. Схемно-алгебраические формулы (САФ) схемных функций [7,8]

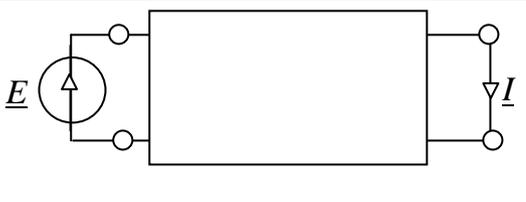
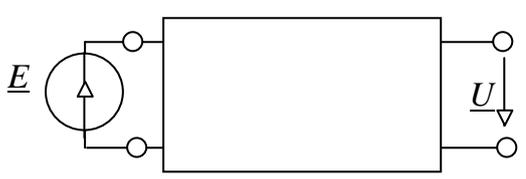
Схемно-алгебраические формулы (САФ)		
№	Исходная схема	САФ
САФ для искомого тока \underline{I}		
1		$\underline{I} = \frac{E \cdot \left \begin{array}{c} \text{Network diagram with } I \text{ branch removed} \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \text{Network diagram} \end{array} \right }$
САВ для искомого напряжения \underline{U}		
2		$\underline{U} = \frac{E \cdot \left \begin{array}{c} \text{Network diagram with } U \text{ branch removed} \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \text{Network diagram} \end{array} \right }$

Таблица П2. Определители простейших схем [7]

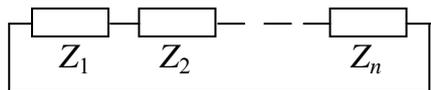
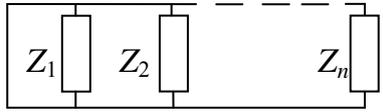
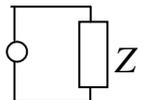
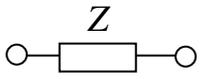
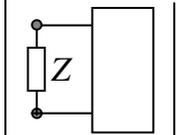
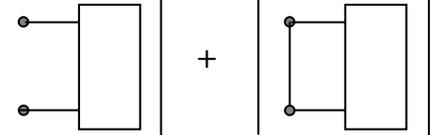
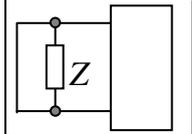
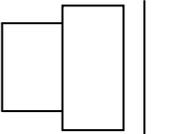
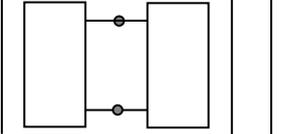
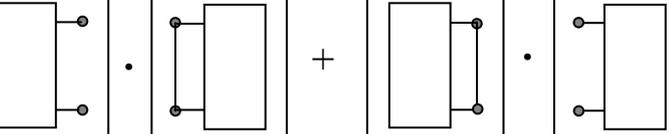
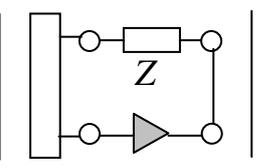
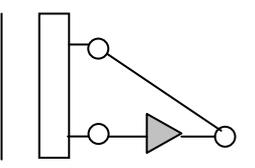
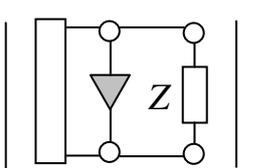
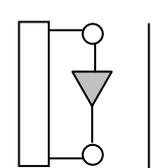
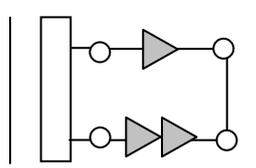
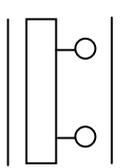
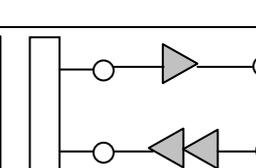
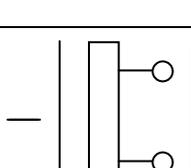
№	Схема, отображающая определитель	Величина определителя
Схема-контур из сопротивлений		
1		$\Delta = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n$
Схема-контур из сопротивлений		
2		$\Delta = Z_1 \cdot Z_2 \cdot \dots \cdot Z_n$
Замкнутая ветвь (петля) с сопротивлением Z		
3		$\Delta = Z$
Разомкнутая ветвь с сопротивлением Z		
4		$\Delta = 1$

Таблица ПЗ. Преобразование определителей схем [7,8]

№	Исходное схемно-алгебраическое выражение	Эквивалентное схемно-алгебраическое выражение
Формула выделения сопротивления		
1		Z 
Формула выделения контура из сопротивления		
2		Z 
Определитель схемы, разделенной на подсхемы по двум узлам		
3		
Стягивание z-ветви, включенной последовательно с нулатором		
4		
Параллельное соединение z-ветви с нулатором		
5		Z 
Исключение встречного последовательного соединения норатора и нулатора		
6		
Исключение согласного последовательного соединения норатора и нулатора		
7		

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник. – 11-е изд., перераб. и доп. – М. : Юрайт, 2013.– 701 с.
2. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: В 3 т.Т.1. – СПб. : Питер, 2004.– 463 с.
3. Курганов С.А., Филаретов В.В. Анализ установившихся режимов линейных электрических цепей методом схемных определителей : учебное пособие. – Ульяновск : УлГТУ, 2002. – 148 с.
4. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ и диагностика линейных электрических цепей методом схемных определителей : учебное пособие. – Ульяновск : УлГТУ, 2004. – 248 с.
5. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей : учебное пособие. – Ульяновск : УлГТУ, 2005.– 320 с.
6. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных аналоговых и дискретно-аналоговых электрических цепей : учебное пособие. – Ульяновск : УлГТУ, 2008.– 283 с.
7. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Элементы математического моделирования в программных средах MATLAB 5 и Scilab. – СПб. : Наука, 2001.– 286 с.

Учебное издание

АНАЛИЗ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ
В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Методические указания

Составители: КУРГАНОВ Сергей Александрович
БОДРЯКОВ Егор Романович

Редактор Н. А. Евдокимова

Подписано в печать 19.02.2015. Формат 60×84/16.

Усл. печ. л. 2.79. Тираж 100 экз. Заказ 126. ЭИ № 393.

Ульяновский государственный технический университет
432027, Ульяновск, Сев. Венец, 32.

ИПК «Венец» УлГТУ, 432027, Ульяновск, Сев. Венец, 32.