

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное учреждение высшего образования  
«Южно-Уральский государственный университет  
(национальный исследовательский университет)»  
Институт открытого и дистанционного образования  
Кафедра «Техника, технологии и строительство»

Контрольная работа

по дисциплине «Техническая механика»  
13.03.02.2020.078.КР  
вариант

Проверил, к.т.н., доцент  
\_\_\_\_\_ Некрутов В.  
Г. \_\_\_\_\_ 2021 г.

Автор работы:  
студент группы 314  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ 2021 г.

Челябинс  
к 2021 г.

## Задача №1

Консольный стержень нагружен сосредоточенными силами  $P_1, P_2, P_3$  (рис. 1). Определить при помощи метода сечений внутренние силовые факторы в поперечном сечении, удаленном на расстояние  $l$  от свободного конца стержня.

Данные взять из таблицы 1.

5	4	4	5
$P_1/P$	$l/a$	$P_2/P$	$P_3/P$
4	3,0	-1	-3
№ схемы			
V			

Дано :  $P_1 = 4P$ ,  $l = 3a$ ,  $P_2 = P$ ,  $P_3 = 3P$

Решение. Составим уравнения равновесия для отсеченной части стержня:

$\Sigma P_z = 0$ ;  $\Sigma P_x = 0$ ;  $\Sigma P_y = 0$ ;  $\Sigma M_z = 0$ ;  $\Sigma M_x = 0$ ;  $\Sigma M_y = 0$ , и определим значения внутренних силовых факторов по величине и знаку (в долях  $P$  – для нормальной и поперечных сил и в долях  $Pa$  – для крутящего и изгибающих моментов).

4. Проставим на схеме рассчитанные значения внутренних силовых факторов с учетом их знаков.

$$\Sigma P_x = 0 \Rightarrow Q_x - P_1 = 0; \quad Q_x = P_1 = 4P$$

$$\Sigma P_y = 0 \Rightarrow Q_y - P_2 = 0; \quad Q_y = P_2 = P$$

$$\Sigma P_z = 0 \Rightarrow -N + P_3 = 0; \quad N = P_3 = 3P$$

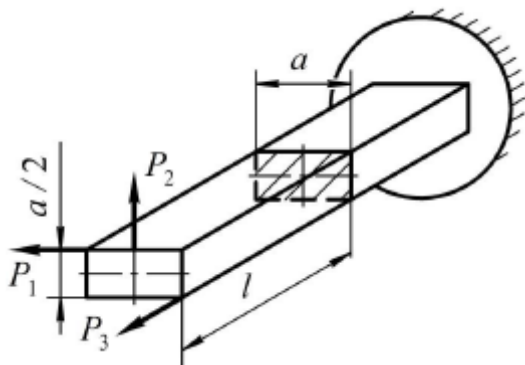
$$\Sigma M_x = 0 \Rightarrow -M_x + P_2 \cdot l = 0; \quad M_x = P_2 \cdot l = 3Pa$$

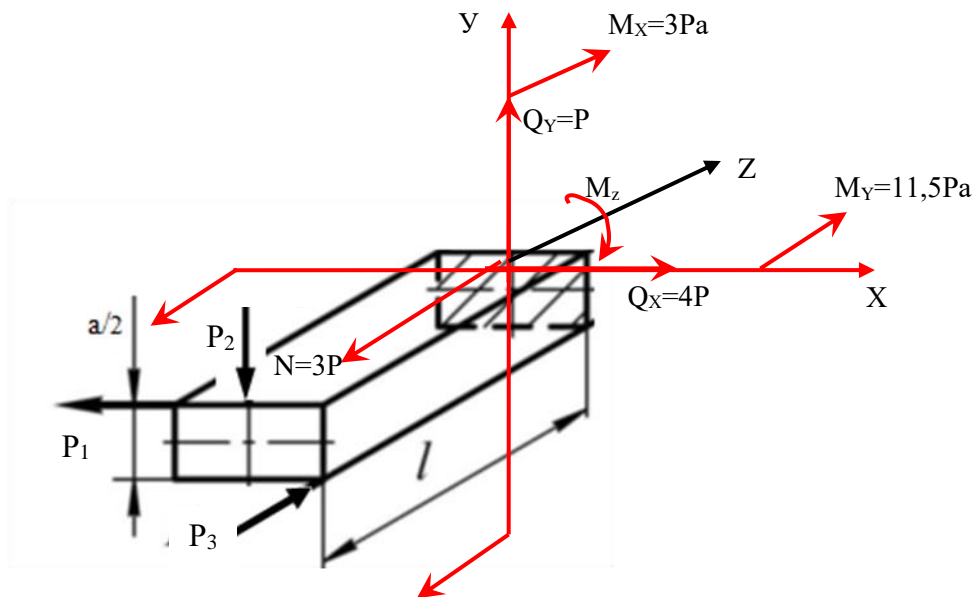
$$\Sigma M_y = 0 \Rightarrow M_y + P_3 \cdot \frac{a}{2} - P_1 \cdot l = 0; \quad M_y = P_1 \cdot l - P_3 \cdot \frac{a}{2} = 12Pa - 0,5Pa = 11,5Pa$$

$$\Sigma M_z = 0 \Rightarrow M_z = 0;$$

Максимальная нормальная сила  $|N|_{\max}$ , действующая в сечениях стержня:

$$|N|_{\max} = 3P.$$

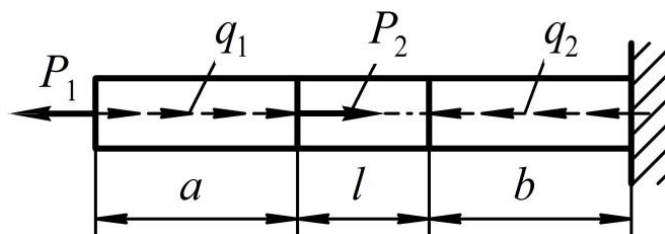




Ответ:  $Q_x = 4P$ ;  $Q_y = P$ ;  $N = 3P$ ;  $M_x = 3Pa$ ;  $M_y = 11,5Pa$ ;  $M_z = 0$ .

## Задача 2

Консольный стержень (рис. 2) нагружен равномерно распределенными нагрузками интенсивностью  $q_1$  и  $q_2$  и сосредоточенными силами  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  (величины сил заданы в долях  $ql$ ). Построить эпюру нормальной силы. Исходные данные взять из таблицы 2.



5		4	4		5	
P <sub>1</sub> /ql	a/l	q <sub>1</sub> /q	q <sub>2</sub> /q	b/l	P <sub>2</sub> /ql	№ схемы
-1	3.0	-2	1	1	3.0	V

Дано:  $P_1 = ql$ ,  $a = 3l$ ,  $q_1 = 2q$ ,  $q_2 = q$ ,  $b = l$ ,  $P_2 = 3ql$

Решение. Определяем продольную силу и строим эпюру распределения  $N$  вдоль оси стержня. Для этого сначала из уравнения равновесия всего стержня находим опорную реакцию:

$$-R + ql - P_2 + 2q \cdot 3l - P_1 = 0$$

$$R = ql - 3ql + 6ql - ql$$

$$R = 3ql$$

Брус состоит из трех участков. Применив метод сечений, определим на каждом участке продольную силу  $N$ .

Первый участок:  $0 \leq x_1 \leq 3l$ .

$$N_1 + P_1 - 2q \cdot x_1 = 0$$

$$N_1 = 2q \cdot x_1 - ql;$$

$$x_1 = 0: N_1 = -ql;$$

$$x_1 = 3l: N_1 = 2q \cdot 3l - ql = 5ql.$$

Второй участок:  $0 \leq x_2 \leq l$ .

$$N_2 + P_1 - 6ql + P_2 = 0$$

$$N_2 = -P_1 - P_2 + 6ql;$$

$$N_2 = -ql - 3ql + 6ql = 2ql$$

$$x_2 = 0: N_2 = 2ql;$$

$$x_2 = l: N_2 = 2ql;$$

Третий участок:  $0 \leq x_3 \leq l$ .

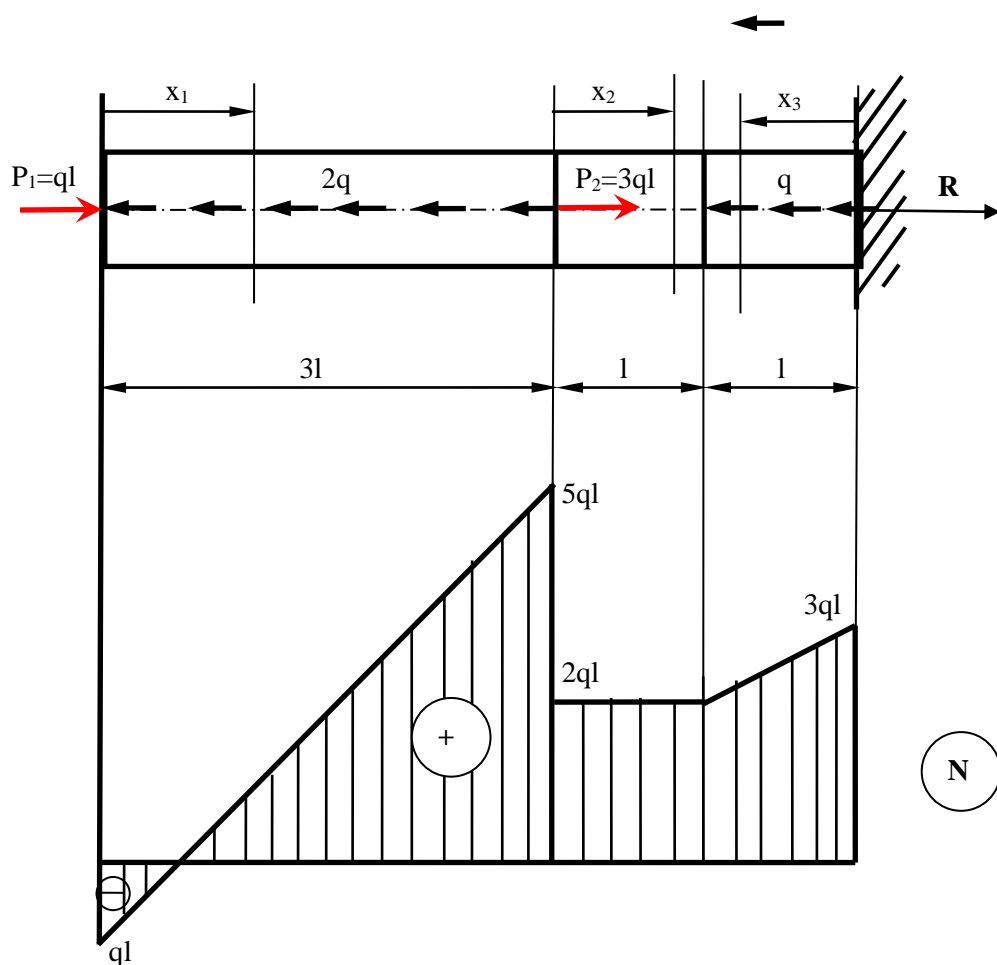
$$-N_3 + R - q \cdot x_3 = 0$$

$$N_3 = R - q \cdot x_3 = 3ql - q \cdot x_3;$$

$$x_3 = 0: N_3 = 3ql;$$

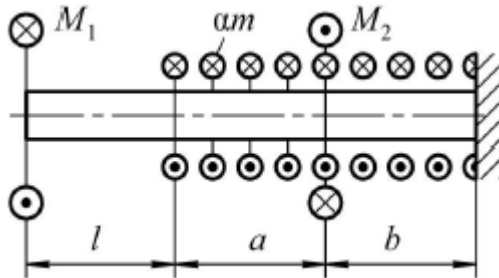
$$x_3 = l: N_3 = 2ql.$$

По найденным значениям продольной силы на всех участках строим эпюры продольных сил  $N$  и определяем  $N_{\max} = 5ql$ .



### Задача №3

Консольный стержень (рис. 3) нагружен равномерно распределенным  $at$  и сосредоточенными  $M_1$  и  $M_2$  окручивающими моментами (величины моментов заданы в долях  $ml$ , где  $t$  – интенсивность распределенного момента). Построить эпюру крутящих моментов. Исходные данные взять из таблицы 3.



Дано :  $M_1 = 2ml$ ,  $a = 3l$ ,  $b = l$ ,  $M_2 = ml$

5	4	4	5		
$\alpha$	$M_1 / ml$	$a/l$	№ схемы	$b/l$	$M_2 / ml$
-1	-2	3,0	V	1,0	1

Решение. Обозначим момент в заделке  $M_A$  и направим его, например, против хода часовой стрелки (при взгляде навстречу оси  $z$ ).

Запишем уравнение равновесия вала. При этом будем пользоваться следующим правилом знаков: внешние скручивающие моменты (активные моменты, а также реактивный момент в заделке), вращающие вал против хода часовой стрелки (при взгляде на него навстречу оси  $z$ ), считаем положительными.

Тогда

$$\sum M_z = 0; M_A - 4ml - ml - 2ml = 0$$

$$M_A = 4ml + ml + 2ml = 7ml$$

Знак «плюс» в полученном нами выражении говорит о том, что мы угадали направление реактивного момента  $M_A$ , возникающего в заделке.

1. Намечаем характерные сечения.

2. Определяем крутящий момент в каждом характерном сечении.

Первый участок:  $0 \leq x_1 \leq l$ :

$$M_{k1} = M_{k2} = 2ml$$

Второй участок:  $0 \leq x_0 \leq 3l$ :

$$M_{k2} = 2ml + mx_2;$$

$$x_2 = 0: M_{k2} = 2ml;$$

$$x_2 = 3l: M_{k2} = 2ml + 3ml = 5ml;$$

Третий участок:  $0 \leq x_3 \leq l$

$$M_{k3} = 7ml - mx_3;$$

$$x_3 = 0: M_{k3} = 7ml;$$

$$x_3 = l: M_{k3} = 7ml - ml = 6ml;$$

