

= У Т В Е Р Ж Д А Ю =
Заведующий кафедрой ТСС
В.И. Сигида
" 14 " января 2020 г.

ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

I. Тема работы: Статистическая обработка результатов прямых многократных равноточных измерений.

II. Цель занятия: Привить студентам навыки производства статистической обработки результатов многократных измерений.

III. Время: 2 часа

IV. Вопросы:

1. Обработка результатов измерений: выявление систематических, грубых погрешностей.
2. Проверка статистических гипотез о законе распределения результата многократных измерений.
3. Расчет интервальных оценок математического ожидания результата.
4. Округление и запись результатов.

V. Организационно-методические указания.

В процессе подготовки студенты должны:

A. Повторить вопросы:

1. Выявление и устранение систематических погрешностей.
2. Применение математической статистики при обработке результатов многократных измерений, содержащих случайные погрешности.
3. Сущность методов построения доверительных интервалов.
4. Нахождение доверительных интервалов и доверительных вероятностей.
5. Закон распределения Стьюдента.
6. Общие представления о критериях согласия. Проверка гипотезы о законе распределения.
7. Формы выражения пределов допускаемой основной погрешности измерения.

Б. Уметь:

1. Устранить систематическую погрешность результата измерения.
2. Найти доверительный интервал для заданной доверительной вероятности.
3. Рассчитать абсолютную и относительную погрешности измерения физических величин.

В. Решать задачи по теме занятия.

VI. Данные для КР:

Задание выдается каждому студенту для самостоятельной обработки результатов измерения по индивидуальному варианту. Номер варианта выбирается по № в списке группы у преподавателя. Варианты заданий представлены в табл. 1.

ПРИМЕЧАНИЕ: при номере варианта больше 34: отсчет номера начинается с первого, а запись следующим образом: Вариант № 1+34 или Вариант №1+34+34, при этом значение данных таблицы для **всех** U_{oi} и U_{pi} увеличиваются на последнюю цифру (если это - 0, то предпоследнюю) номера зачетки. Например: Данные таблицы **511,2** зачетка №xxxx7 →→ откорректированные данные задания в таблице: **518,2** и т.д.

При выполнении задания требуется:

1. Исключить систематическую погрешность рабочего прибора.
2. Обработать результаты измерений после исключения систематической погрешности.
3. Записи данных вести по форме отчета.
4. Квантили распределения Стьюдента определить из справочных табл. 2.

VII. Рекомендованная литература:

1. *Шиммарёв В.Ю.* Метрология, стандартизация, сертификация и техническое регулирование. М.: Издательский дом «Академия» 2016
2. *Сергеев А.Г., Терегера В.В.* Метрология, стандартизация и сертификация. Изд-во Юрайт. 2014
3. *Мочалов В.Д, Погонин А.А, Афанасьев А.А.* Метрология, стандартизация и сертификация. Учебное пособие М.: Инфра-М, 2018
4. *Димов, Ю.В.* Метрология, стандартизация и сертификация / Ю.В. Димов. - М.: СПб: Питер, 2016. - 432 с.
5. *Иванов, И.А.* Метрология, стандартизация и сертификация на транспорте / И.А. Иванов. - М.: Академия (Academia), 2016. - 977 с
6. *Катенин, В.А.* Метрология в кораблевождении и решение задач навигации / В.А. Катенин. - М.: Элмор, 2016
7. *Мышелов Е.П.* Введение в метрологию, стандартизацию и сертификацию качества / Е.П. Мышелов. - М.: Красанд, 2017. - 224 с.
8. *Боридько С.И. и др.* Метрология и электрорадиоизмерения в телекоммуникационных системах. М.: Горячая линия - Телеком, 2016;
9. Конспекты лекций.

Таблица 1

Показатели образцового и рабочего вольтметров

№ варианта	1		2		3		4		5		6		7		8		9	
	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}
1	510,4	503,8	614,5	617,5	380,0	387,0	714,6	709,0	452,8	458,6	823,0	829,0	385,3	392,5	123,0	130,0	614,5	617,5
2	506,9	499,9	611,1	614,1	379,1	384,8	711,2	704,8	455,2	462,4	826,4	832,5	382,5	387,6	125,3	134,4	611,1	614,1
3	512,1	505,1	617,3	620,3	381,3	388,6	715,8	709,9	451,1	456,7	823,4	825,4	386,6	394,3	120,7	126,7	617,3	620,3
4	504,7	497,6	612,2	615,3	380,4	387,4	709,4	703,6	454,4	461,4	825,1	829,4	384,6	390,5	123,3	130,4	612,2	615,3
5	509,9	502,8	616,8	619,3	378,2	384,5	714,0	707,9	450,6	457,2	824,1	826,5	386,0	393,3	122,7	129,6	616,8	619,3
6	504,8	497,8	613,4	616,4	381,5	389,0	711,4	705,5	454,8	461,8	826,3	831,5	387,4	396,4	125,0	133,8	613,4	616,4
7	512,0	515,0	615,8	628,9	379,5	365,2	713,4	717,6	452,2	457,5	823,6	825,7	383,8	388,8	121,1	126,4	615,8	618,9
8	506,4	499,5	610,7	613,7	378,6	384,2	709,7	703,7	455,7	463,4	826,2	842,3	385,8	393,4	123,4	135,8	610,7	613,7
9	511,2	504,3	618,5	621,0	378,2	389,4	710,5	704,2	450,2	455,6	824,7	828,8	384,1	390,1	122,4	129,2	618,5	624,0
10	505,6	498,6	619,1	611,9	387,7	387,8	716,7	710,3	451,8	478,2	825,3	829,8	385,4	372,7	124,7	133,4	619,1	611,9
11	513,0	506,5	613,0	616,0	378,3	383,3	710,7	704,5	453,6	460,5	825,8	831,7	384,6	390,5	124,5	132,9	613,0	616,0
12	507,7	500,7	616,5	619,9	381,8	389,7	716,3	709,6	455,4	463,3	823,7	826,1	383,7	392,3	121,1	126,8	616,5	619,9
13	509,4	502,3	611,6	614,7	379,7	385,6	712,6	706,4	454,5	460,3	824,5	828,5	386,7	395,3	121,4	127,4	611,6	614,7
14	508,4	501,3	616,3	620,8	377,8	383,1	714,7	708,9	454,0	459,8	825,4	830,2	384,3	391,0	122,4	128,8	616,3	620,8
15	512,6	505,7	615,8	618,4	378,7	388,7	711,9	705,6	452,3	457,9	825,7	831,3	382,3	387,6	122,2	128,5	615,8	618,4
16	505,4	498,3	611,5	614,6	381,8	385,8	713,4	706,2	450,4	456,0	823,8	827,1	386,9	395,6	121,5	127,7	611,5	614,6
17	509,4	505,5	617,6	621,2	378,8	386,4	711,8	709,4	451,3	456,4	825,6	830,8	383,3	389,2	124,3	132,4	617,6	621,2
18	510,7	503,6	610,1	613,0	377,7	386,7	715,3	706,8	453,3	459,5	824,3	827,5	387,1	395,6	122,3	128,2	610,1	613,0
19	501,7	503,6	618,0	621,4	379,4	388,2	712,6	708,4	451,8	459,2	825,7	830,6	384,8	391,8	123,9	132,1	618,0	621,4
20	508,0	501,0	610,3	613,4	381,6	389,4	715,4	707,2	453,0	459,0	824,4	827,5	386,3	394,4	123,7	131,6	610,3	613,4
Доверит. вероятность	0,9; 0,95; 0,99	0,9; 0,99; 0,999	0,95; 0,99; 0,999	0,8; 0,9; 0,95	0,75; 0,85; 0,99	0,9; 0,95; 0,99	0,9; 0,99; 0,999	0,95; 0,99; 0,999	0,8; 0,9; 0,95									

Продолжение табл. 1

№ варианта	10		11		12		13		14		15		16		17		18	
	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}
1	410,5	415,0	130,2	132,1	382,2	381,8	20,0	22,3	93,2	94,3	102,8	104,7	100,46	104,39	127,1	123,6	131,5	131,4
2	410,2	414,6	131,3	136,5	378,8	373,3	26,1	31,5	103,0	108,1	97,1	85,0	100,14	103,40	129,7	126,3	131,7	133,0
3	410,4	415,2	135,2	133,9	379,4	374,5	21,4	24,5	101,2	104,6	101,7	100,6	102,46	110,37	125,4	121,5	138,4	140,0
4	413,5	424,9	133,1	133,6	380,0	375,9	24,8	28,8	97,4	100,2	99,0	91,3	99,68	102,03	123,8	118,3	138,0	140,5
5	413,9	421,2	130,8	131,9	381,7	380,3	23,3	26,7	100,1	103,9	100,1	96,1	99,94	102,81	131,3	130,6	132,2	134,7
6	413,8	420,2	133,0	138,3	381,3	378,9	22,2	24,5	99,2	102,9	97,7	86,8	100,30	103,89	128,3	122,2	132,5	134,3
7	412,0	418,0	134,4	131,6	381,1	378,3	21,1	21,6	95,9	98,5	98,4	85,9	99,71	102,14	126,2	116,1	137,7	139,9
8	412,3	418,2	132,7	133,9	380,3	375,2	25,7	30,9	105,9	112,3	101,0	98,4	98,70	106,89	122,0	119,8	137,3	139,8
9	411,8	417,6	132,7	133,4	378,4	391,4	27,2	32,6	98,3	101,7	102,5	103,6	99,76	103,72	130,8	129,4	132,7	134,1
10	411,1	416,0	131,8	134,2	379,1	374,0	26,6	32,1	104,2	110,2	97,4	85,9	100,06	103,18	125,0	111,5	133,0	135,5
11	411,3	416,3	131,7	131,8	380,8	377,8	23,6	27,4	94,6	94,1	99,9	95,5	97,47	93,42	123,2	123,1	137,0	139,5
12	411,7	417,6	130,9	132,5	381,8	380,9	21,7	25,0	99,8	103,5	99,5	94,3	99,47	101,41	129,4	124,8	136,5	139,0
13	411,6	417,4	132,8	133,7	379,8	375,5	20,5	22,7	98,7	102,5	102,2	102,8	99,81	103,63	127,5	124,4	133,6	136,2
14	413,2	419,8	133,3	133,7	378,0	369,6	25,7	30,0	102,2	106,7	102,0	101,8	100,54	104,64	127,3	125,3	134,3	130,8
15	413,0	419,6	132,2	131,8	378,2	370,7	24,5	28,4	99,4	101,3	98,1	87,4	98,44	98,33	126,8	166,7	136,3	138,0
16	411,6	416,5	130,7	134,4	381,5	379,6	22,8	26,2	102,0	105,8	98,6	89,7	100,19	103,56	122,6	121,8	135,6	137,2
17	411,7	416,7	130,5	133,8	380,5	377,2	23,8	27,9	99,7	103,2	101,4	99,3	98,81	99,43	125,7	123,7	135,0	138,0
18	412,3	418,4	132,9	135,5	378,6	376,4	20,7	23,1	101,4	105,0	100,7	97,5	100,02	103,07	130,3	128,1	134,7	136,3
19	412,5	418,7	133,3	131,8	380,2	376,2	25,0	29,3	100,2	104,1	100,4	96,6	99,65	107,46	131,9	130,0	135,5	137,0
20	412,2	419,1	134,6	133,9	379,6	375,0	24,1	28,1	100,6	104,2	99,2	93,1	99,37	101,94	126,5	123,5	134,8	136,3
Доверит. вероятность	0,75; 0,85; 0,99		0,9; 0,95; 0,99		0,9; 0,95; 0,99		0,9; 0,99; 0,999		0,95; 0,99; 0,999		0,8; 0,9; 0,95		0,75; 0,85; 0,99		0,9; 0,95; 0,99		0,9; 0,95; 0,99	

Продолжение табл. 1

№ варианта	19		20		21		22		23		24		25	
	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}
1	1009,06	983,98	17,35	15,71	515,4	510,15	501,99	512,98	50,0	54,54	80,5	81,45	35,7	33,2
2	994,87	984,16	20,21	21,50	515,6	510,65	502,08	514,16	49,9	50,14	80,8	81,35	35,3	32,4
3	994,75	958,34	15,92	12,97	516,2	511,45	489,17	488,34	49,7	53,64	81,0	78,95	36,1	32,6
4	1005,95	975,62	18,29	17,58	515,7	511,65	497,81	505,62	50,1	54,74	80,9	80,75	35,9	30,1
5	1008,81	944,18	16,19	11,13	515,4	510,35	497,09	504,18	50,2	54,44	80,7	82,55	35,4	33,2
6	990,66	1004,42	18,59	19,18	515,5	510,25	512,21	534,42	49,9	54,24	80,8	81,25	35,6	32,3
7	1015,79	1002,38	16,43	13,86	515,9	510,95	511,19	532,38	50,3	53,54	80,9	80,85	36,2	33,2
8	1001,61	980,08	19,27	19,54	516,2	511,25	500,04	510,08	49,8	53,24	80,8	80,95	35,6	32,8
9	981,15	939,70	16,59	14,18	515,3	521,35	497,85	469,70	50,2	55,74	80,7	81,45	35,8	33,2
10	1011,79	983,18	19,10	19,20	515,8	510,15	501,59	513,18	50,4	53,34	80,5	80,05	35,6	33,4
11	989,45	985,44	19,57	20,14	515,7	510,05	502,72	515,44	49,6	54,64	81,3	80,15	35,6	32,8
12	1000,07	973,74	19,05	17,09	516,3	511,45	496,87	503,74	49,7	53,94	80,6	81,35	35,9	32,7
13	1007,69	981,68	19,87	20,84	515,5	510,95	500,84	511,68	50,3	53,44	80,8	81,25	36,0	33,3
14	1009,71	923,44	17,70	16,41	515,7	510,85	571,72	453,44	49,6	54,74	80,3	80,95	35,4	32,6
15	1007,12	971,22	17,57	16,14	515,8	511,25	495,61	501,22	49,8	54,54	81,0	80,25	36,0	32,7
16	1010,90	964,16	20,72	23,14	515,6	511,55	492,08	494,16	50,1	54,94	80,9	80,35	35,3	33,1
17	993,69	954,50	20,07	21,13	515,8	510,75	487,25	484,50	49,7	53,14	80,6	81,65	35,8	32,3
18	997,45	964,54	18,88	18,75	515,7	510,95	493,77	497,54	50,3	54,34	80,4	81,45	35,6	33,3
19	984,99	1025,46	19,83	20,66	515,7	511,35	522,73	555,46	50,1	58,74	80,9	80,55	35,7	34,1
20	995,12	992,12	18,61	18,21	516,0	511,45	506,06	522,12	49,8	54,24	81,2	80,15	36,6	32,8
Доверит. вероятность	0,9; 0,99; 0,999		0,95; 0,99; 0,999		0,8; 0,9; 0,95		0,75; 0,85; 0,99		0,9; 0,95; 0,99		0,9; 0,95; 0,99		0,9; 0,99; 0,999	

Продолжение табл. 1

№ варианта	26		27		28		29		30		31		32		33		34	
	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}	U _{oi}	U _{pi}
1	90,5	93,3	65,5	67,5	184,0	180,2	260,0	262,3	445,0	440,8	30,5	31,45	515,4	510,15	60,0	60,1	40,0	40,8
2	90,6	93,9	65,8	66,4	183,6	179,1	259,9	262,6	444,7	444,9	30,8	31,35	515,6	510,65	59,9	60,5	39,9	40,9
3	91,3	94,5	66,2	66,7	183,4	179,6	259,7	268,5	444,6	441,5	31,0	30,95	516,2	511,45	59,7	61,4	39,7	41,5
4	90,9	90,6	65,9	68,6	183,3	180,7	260,1	263,7	445,1	439,6	30,9	30,75	515,7	511,65	60,1	61,6	40,1	39,6
5	90,4	94,3	65,4	67,3	183,7	180,4	260,2	262,4	445,2	441,3	30,7	31,55	515,4	510,35	60,2	60,3	40,2	41,3
6	90,6	93,2	66,0	67,2	183,6	180,8	259,9	262,3	444,7	440,2	30,8	31,25	515,5	510,25	59,9	60,2	39,9	44,2
7	90,7	92,9	65,9	66,7	183,5	189,5	260,3	262,8	445,3	439,9	30,9	30,85	515,9	514,95	60,3	60,9	40,3	39,9
8	91,0	93,7	65,7	67,3	183,3	179,2	259,8	263,8	444,6	440,7	30,8	30,95	516,2	511,25	59,8	61,2	39,8	40,7
9	90,3	93,8	65,8	66,1	184,3	179,7	260,2	263,6	445,2	440,8	30,7	31,45	515,3	511,35	60,2	63,3	40,2	40,8
10	90,4	94,3	65,9	67,8	183,5	169,3	260,4	262,4	445,4	441,3	30,5	30,05	515,8	510,15	60,4	60,1	40,4	41,3
11	90,5	92,9	65,6	67,4	183,6	180,6	259,6	262,2	444,6	439,9	31,3	30,15	515,7	510,05	59,6	60,0	39,6	39,9
12	91,3	93,1	65,9	67,7	183,3	179,9	259,7	263,5	444,5	440,1	30,6	33,35	516,3	511,45	59,7	61,4	39,7	40,1
13	90,5	93,3	66,0	66,4	184,0	179,4	260,3	262,7	445,3	440,3	30,8	31,25	515,5	510,45	60,3	60,9	40,3	40,3
14	90,6	94,6	65,3	59,7	183,9	180,7	259,6	262,6	444,5	441,6	30,3	30,95	515,7	510,85	59,6	60,8	39,6	41,6
15	90,6	94,8	65,8	67,6	183,6	180,5	259,8	263,4	444,8	441,8	31,0	30,25	515,8	511,25	59,8	61,2	39,8	41,8
16	90,9	92,8	65,6	66,3	183,4	180,9	260,1	263,5	445,1	429,8	30,9	29,35	515,6	511,55	60,1	61,5	40,1	37,8
17	90,7	93,8	66,3	66,4	183,9	179,1	259,7	262,6	444,7	440,8	30,6	31,65	515,8	510,75	59,7	60,7	39,7	40,8
18	90,7	95,5	65,5	66,2	184,2	180,3	260,3	262,8	445,3	441,5	30,4	31,45	515,8	508,95	60,3	60,9	40,3	41,5
19	90,4	94,4	65,7	66,5	183,8	179,7	260,1	260,6	445,1	441,4	30,9	30,55	515,7	511,35	60,1	61,3	40,1	41,4
20	91,2	93,2	65,8	67,6	183,5	180,2	259,8	263,5	444,3	440,2	31,2	30,15	516,0	511,45	59,8	61,4	39,3	40,2
Доверит. вероятность	0,95; 0,99; 0,999		0,8; 0,9; 0,95		0,75; 0,85; 0,99		0,9; 0,95; 0,99		0,9; 0,95; 0,99		0,9; 0,99; 0,999		0,95; 0,99; 0,999		0,75; 0,85; 0,99		0,9; 0,95; 0,99	

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Тема: Статистическая обработка результатов прямых многократных равноточ-
ных измерений.

" ____ " _____ 20 ____ г.

Студент _____

Зачетная книжка № _____

Группа _____

Вариант № _____

З А Д А Н И Е

Одно и то же напряжение измерялось 20 раз двумя вольтметрами: образ-
цовым и рабочим. Результаты измерения образцового прибора U_{oi} несут в себе
случайные погрешности. Результаты U_{pi} , помимо случайных, имеют системати-
ческую погрешность $\Delta U_{\text{сист}}$. Произвести статистическую обработку результа-
тов измерений с заданными значениями доверительной вероятности.

Таблица 1

№ измер.	Образцовый прибор U_{oi}	Рабочий прибор U_{pi}	Исправленные показа- ния рабочего прибора $U_i (U_{pi}+C)$	$U_i - \bar{U}$	$ U_i - \bar{U} ^2$
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
	$\bar{U}_o =$	$\bar{U}_p =$	$\bar{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i$		$\sum_{i=1}^n U_i - \bar{U} ^2 =$

1. Оценка математического ожидания образцового прибора:

$$\bar{U}_o = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_{oi}$$

2. Оценка математического ожидания рабочего прибора:

$$\bar{U}_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_{pi}$$

3. Систематическая погрешность рабочего прибора.

$$\Delta U_{\text{сист}} = \bar{U}_p - \bar{U}_o,$$

$$\text{Поправка } C = -\Delta U_{\text{сист}}$$

Среднее арифметическое (математическое ожидание) исправленных показаний рабочего прибора $\bar{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i$

4. Среднее квадратическое отклонение рабочего прибора:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2}{n-1}}$$

5. Проверить, не содержат ли исправленные значения рабочего прибора грубых погрешностей (по критерию Романовского).

Критерий Романовского используется при числе измерений $10 < n < 20$.

Результаты группы из n наблюдений, которые называют объёмом выборки, упорядочивают по возрастанию $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$, где x_1 и x_n минимальное и максимальное значения.

По формулам:

$$\bar{x} = \bar{A} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

вычисляют оценки среднего арифметического значения \bar{x} и среднеквадратического отклонения наблюдений σ данной выборки.

Для предполагаемых промахов, которыми могут быть, например, результаты x_1 и x_n , проводят расчёт коэффициентов

$$t_1 = \frac{|x_1 - \bar{x}|}{\bar{\sigma}}, \quad t_n = \frac{|x_n - \bar{x}|}{\bar{\sigma}}$$

Задаются уровнем значимости критерия ошибки q , т.е. наибольшей вероятностью того, что используемый критерий может дать ошибочный результат.

Этот уровень должен быть достаточно малым, чтобы вероятность ошибки была невелика.

Из таблицы 2 по заданным величинам q и n находят предельное (границное) значение коэффициента:

$$t_r = \frac{\max |x_i - \bar{x}|}{\bar{\sigma}}$$

Таблица 2

Число наблюдений n	Предельное значение t_r при уровне значимости q				Число наблюдений n	Предельное значение t_r при уровне значимости q			
	0,100	0,075	0,050	0,025		0,100	0,075	0,050	0,025
3	1,15	1,15	1,15	1,15	12	2,13	2,20	2,29	2,41
4	1,42	1,44	1,46	1,48	13	2,17	2,24	2,33	2,47
5	1,60	1,64	1,67	1,72	14	2,21	2,28	2,37	2,50
6	1,73	1,77	1,82	1,89	15	2,25	2,32	2,41	2,55
7	1,83	1,88	1,94	2,02	16	2,28	2,35	2,44	2,58
8	1,91	1,96	2,03	2,13	17	2,31	2,38	2,48	2,62
9	1,98	2,04	2,11	2,21	18	2,34	2,41	2,50	2,66
10	2,03	2,10	2,18	2,29	19	2,36	2,44	2,53	2,68
11	2,09	2,14	2,23	2,36	20	2,38	2,46	2,56	2,71

Выполняют сравнение коэффициентов t_1 и t_n , определяемых формулой, с табличными значениями.

Если $t_1 > t_r$ и/или $t_n > t_r$, то результаты x_1 и/или x_n относят к *промахам* и исключают из результатов наблюдений и далее рассматривают выборку объемом $(n - 1)$ или $(n - 2)$.

С уменьшением уровня значимости параметра q коэффициент t_r увеличивается при данном числе наблюдений n .

Это означает, что при выборе меньшей величины q все меньшее число результатов наблюдений может быть отнесено к промахам, поскольку усложняется выполнение условия $t_1 > t_r$. поэтому слишком малые значения q не используют.

Если обнаружены грубые погрешности их исключают и повторяют расчеты пп.2 – 4.

6. Проверить, не противоречит ли гипотеза о нормальном законе распределения случайной погрешности имеющимся результатам измерений (составной критерий).

Для работы использовать таблицы 3, 4, 5, 6.

Составной критерий:

Часть 1. По результатам наблюдений x_1, x_2, \dots, x_n , вычисляют значение параметра:

$$\tilde{d} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n \cdot \sigma^*}$$

где \bar{x} - среднее арифметическое результатов измерения

σ^* – смещенная оценка среднеквадратического отклонения, вычисляемая как

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{или} \quad \sigma^* = \sigma \sqrt{\frac{n-1}{n}}$$

Результаты наблюдений группы являются распределенными нормально, если выполняется соотношение $d_{1-q/2} < \tilde{d} \leq d_{q/2}$,

где $d_{1-q_{1/2}} < \tilde{d} \leq d_{q_{1/2}}$ – квантили распределения, получаемые из таблицы 3 «Квантили распределения (статистика d)» по n и заранее выбранному уровню значимости критерия ошибки q_1 . (0,02 или 0,1).

Таблица 3

Квантили распределения (статистика d)

Число наблюдений n	$q_1=0,02$		$q_1=0,1$	
	d_{\min}	d_{\max}	d_{\min}	d_{\max}
16	0,6829	0,9137	0,7236	0,8884
21	0,6950	0,9001	0,7304	0,8768
26	0,7040	0,8901	0,7360	0,8686
31	0,7110	0,8826	0,7404	0,8625
36	0,7167	0,8769	0,7440	0,8578
41	0,7216	0,8722	0,7470	0,8540
46	0,7256	0,8682	0,7496	0,8508
51	0,7291	0,8648	0,7518	0,8481

Из таблицы 3 по выбранному q_1 и известному числу наблюдений n находят предельные значения параметра \tilde{d} :

$$d_{\min} = d_{1-\frac{q_1}{2}}, \quad d_{\max} = d_{\frac{q_1}{2}}$$

Гипотезу о нормальном распределении результатов наблюдений по части 1 критерия полагают верной при выполнении условия:

$$d_{\min} < \tilde{d} \leq d_{\max}$$

Если первая часть составного критерия не выполняется, то вторая часть НЕ ПРОВЕРЯЕТСЯ !!!

Часть 2. Для результатов наблюдений x_1, x_2, \dots, x_n , вычисляют абсолютную погрешность каждого наблюдения $(x_i - \bar{x})$ и несмещенную оценку среднеквадратического отклонения наблюдений σ по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Задаются уровнем значимости критерия q_2 , равным **0,01, 0,02** или **0,05**.

Из таблицы 3 по двум показателям - выбранному q_2 и числу наблюдений n - находят значение вероятности P , а только по n - значение теоретического коэффициента m ;

Таблица 4

Значения P для вычисления $Z_{p/2}$

Число наблюдений n	m	q_2		
		0,01	0,02	0,05
10	1	0,98	0,98	0,96
11-14	1	0,99	0,98	0,97
15-20	1	0,99	0,99	0,98
21-22	2	0,98	0,97	0,96
23	2	0,98	0,98	0,96

24-27	2	0,98	0,98	0,97
28-32	2	0,99	0,98	0,97
33-35	2	0,99	0,98	0,98
36-49	2	0,99	0,99	0,98

По таблице 5 или справочным данным – значение $Z_{p/2}$ – верхнюю квантиль распределения нормированной функции Лапласа, отвечающую вероятности $P/2$.

Таблица 5

Значения функции Лапласа $\Phi_1(z)$ для $z \geq 2$

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,0	0,4773	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4865	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4889
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4980	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4983	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986

Результаты наблюдений принадлежат нормальному распределению, если разность $|U_i - \bar{U}|$ превзошли значение $(\sigma \cdot Z_{p/2})$ не более m раз.

Гипотезу о нормальном распределении результатов наблюдений по критерию 2 полагают верной, если $m_s \leq m$.

Гипотеза о нормальности распределения принимается, если **ВЫПОЛНЯЮТСЯ ОБЕ ЧАСТИ** критерия.

Результирующий уровень значимости составного критерия

$$q \leq q_1 + q_2.$$

7. Расчет результатов измерений при заданной доверительной вероятности производят, используя формулу: $\Delta_U(P) = t \cdot \sigma$

Значения t находятся по заданной вероятности P_1, P_2 и P_3 из таблицы 6:

Таблица 6.

Значения t_s для различных значений доверительной вероятности P_s и числа измерений n (распределение Стьюдента)

n	P_s	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
2		1,000	1,376	1,963	3,080	6,310	12,71	31,80	63,70	636,60
3		0,816	1,061	1,336	1,886	2,920	4,30	6,96	9,92	31,60
4		0,765	0,978	1,250	1,638	2,350	3,18	4,54	5,84	12,94
5		0,741	0,941	1,190	1,533	2,130	2,77	3,75	4,60	8,61
6		0,727	0,920	1,156	1,476	2,020	2,57	3,36	4,03	6,86
7		0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,45	3,14	4,71	5,96
8		0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,36	3,00	3,50	5,40
9		0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,31	2,90	3,36	5,04
10		0,703	0,883	1,110	1,383	1,833	2,26	2,82	3,25	4,78
11		0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,23	2,76	3,17	4,59
12		0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,20	2,72	3,11	4,49

13	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,18	2,68	3,06	4,32
14	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,16	2,65	3,01	4,22
15	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,14	2,62	2,98	4,14
16	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,13	2,60	2,95	4,07
17	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,12	2,58	2,92	4,02
18	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,11	2,57	2,90	3,96
19	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,10	2,55	2,88	3,92
20	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,09	2,54	2,86	3,88
∞	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,33	2,58	3,29

8. Записать результаты измерений в установленном виде. (Δ - абсолютная и δ - относительная погрешность). $\delta = \frac{\Delta_{U(P)}}{\bar{U}} \cdot 100\%$

Заданное значение доверительной вероятности	$t_{p, n-1}$	Результат измерения прибором
$P_1 =$		$U_{\text{изм}} = (\bar{U} \pm \Delta) [B]; U_{\text{изм}} = \bar{U}_p [B] \pm \delta\%$
$P_2 =$		$U_{\text{изм}} = (\bar{U} \pm \Delta) [B]; U_{\text{изм}} = \bar{U}_p [B] \pm \delta\%$
$P_3 =$		$U_{\text{изм}} = (\bar{U} \pm \Delta) [B]; U_{\text{изм}} = \bar{U}_p [B] \pm \delta\%$

Например: $P_1 = 0,94$ $U_{0,94} = (86,5 \pm 0,25) [B]; U_{0,94} = 86,5[B] \pm 0,28\%$

Подпись выполнившего работу _____

ПРИМЕЧАНИЕ: Справочные таблицы №№ 2-6 в отчет не включаются.