**Решение задач нелинейного программирования**

Известен рыночный спрос на некоторое изделие в количестве 180 единиц. Это изделие может быть изготовлено двумя предприятиями одного концерна по различным технологиям.

Если изделие изготовляется на первом предприятии в количестве x1 единиц, то затраты на его производство составят 4х1+х21 руб. При изготовлении изделия в количестве х2 единиц на втором предприятии затраты составят 8х2+х22 руб.

Определить, сколько изделий, изготовленных на разных предприятиях, может предложить концерн, чтобы общие издержки на его производство были минимальными.

**Решение.** Составим математическую модель для решения задачи.

Издержки производства при изготовлении х1 изделий на первом предприятии и х2 на втором составят:

$$F\left(x\_{1}, x\_{2}\right)=4x\_{1}+x\_{1}^{2}+8x\_{2}+x\_{2}^{2}$$

при ограничениях:

$$x\_{1}+x\_{2}=180$$

$$x\_{1}, x\_{2}\geq 0$$

$$x\_{1}, x\_{2}-целые$$

Таким образом, математическая модель данной задачи состоит в нахождении значений переменных х1, х2, при которых функция F(x1, x2) принимает минимальное значение при указанных выше ограничениях.

Создадим на рабочем листе таблицу для ввода исходных данных (Рис.1). Заливкой выделены ячейки для ввода формул и вывода результата.



Рис. 1 – Исходные данные

Блок ячеек В3:С3 содержит оптимальный план производства. Значения этих ячеек будет вычислено в процессе решения задачи.

В ячейку В5 введем формулу для целевой функции F(x1,x2) = 4x1 + x21 + 8x2 + x22z. В ячейку D3 – суммарное количество произведенных изделий. В ячейку E3 – ограничение по спросу.

На рис. 2 показана таблица для решения задачи с исходными данными и необходимыми формулами.



Рис. 2 – Исходные данные и необходимые формулы

Теперь для решения задачи подключаем инструмент MS Excel «Поиск решения». Для этого на вкладке *Данные* в группе *Анализ* выберем команду *Поиск решения*.

На экране отобразится диалоговое окно *Параметры поиска решения*, в котором установим следующие параметры (Рис. 3):

* в поле *Оптимизировать целевую функцию* указываем адрес ячейки со значением целевой функции – В5;
* выбираем нахождение минимума целевой функции;
* в поле *Изменяя ячейки переменных* указываем адреса ячеек со значениями искомых переменных В3:С3;
* устанавливаем флажок *Сделать переменные без ограничений неотрицательными*; этот параметр позволит выполнить ограничения х1, х2 ≥0.
* В списке *Выберите метод решения указанием Поиск решения нелинейных задач методом ОГП* (метод обобщенного приведенного градиента).

Теперь введем ограничения в диалоговое окно *Параметры поиска решения*.

Для добавления ограничения необходимо выбрать кнопку *Добавить*. Отобразится окно диалога *Добавление ограничений*.



Рис. 3 – Параметры поиска решения

Добавляем ограничение для х1 + х2 = 180 (Рис. 4):



Добавляем ограничения для х1, х2 – целые (Рис. 5):



Выбираем кнопку *ОК*. В результате будет принято последнее ограничение и возврат к диалоговому окну *Параметры поиска решения* (Рис. 6).



Рис. 6 – Параметры поиска решения

После выбора кнопки *Найти решение* отобразится окно *Результаты поиска решения* (Рис. 7).



Рис. 7 – Результаты поиска решения

Для сохранения полученного решения и вывода доступного отчета по результатам необходимо использовать переключатель *Сохранить найденное решение*, выделить в поле *Отчеты Результаты* и нажать кнопку *ОК*. После чего на рабочем листе отобразится решение задачи (Рис. 8). На созданном одноименном листе будет выведен *Отчет о результатах*.



В результате решения задачи получим оптимальное решение, при котором 91 изделие производится на первом предприятии, 89 – на втором. При этом издержки производства составят 17278 руб.

**Задачи для самостоятельного решения**

**Задача 1.** Завод выпускает изделия двух моделей А и В. Для изготовления используется два вида ресурсов: сырье и рабочая сила. Расход ресурсов на одно изделие каждой модели и их суточные запасы приведены в таблице:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ресурс | Расход ресурса на 1 изделие | Суточные запасы |
| Модели А | Модели В |
| Сырье | 0,4 | 0,5 | 120 |
| Рабочая сила | 1 | 0,8 | 240 |

Стоимость одного изделия модели А и В равны соответственно 2х1 – 120 и 3х2 – 180 д.е.; затраты же на производство одного изделия модели А и В составляют соответственно 300 – х1 и 250 – х2 д.е. Здесь х1 и х2 представляют суточный выпуск изделий соответственно модели А и В. Определить, сколько изделий обеих моделей должен за стуки выпускать завод, чтобы суммарная стоимость продукции была максимальной, а суммарные затраты не превосходили величины, равной 19900 д.е.

**Задача 2.** Цех выпускает два вида продукции, используя два типа полуфабрикатов. Продукция используется при комплектовании изделий, при этом на каждую единицу продукции 1 вида требуется не менее двух единиц продукции 2 вида. Расход полуфабрикатов каждого вида на 1 единицу выпускаемой продукции, суточные объемы этих полуфабрикатов представлены в таблице:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Полуфабрикаты | Расход полуфабрикатов на 1 ед. продукции | Суточные объемы |
| 1 вида | 2 вида |
| 1 тип | 1 | 2 | 800 |
| 2 тип | 6 | 2 | 2400 |

Прибыль от реализации 1 ед. продукции 1 и 2 вида равна соответственно х1 + 150 и х2 + 200 д.е. Здесь х1 и х2 представляют суточный выпуск продукции соответственно 1 и 2 вида. Определить, при каких значениях х1 и х2 цех может достичь максимальной прибыли.

**Задача 3.** Двум погрузчикам разной мощности за 24 часа нужно погрузить на первой площадке не менее 230 т, на второй – не менее 270 т. Первый погрузчик на первой площадке может погрузить 12 т в час, на второй – 10 т в час. Второй погрузчик может погрузить на каждой площадке по 13 т в час. Стоимость работ, связанных с погрузкой 1 т первым погрузчиком на первой площадке, равна х11 + 1/2 д.е., на второй – х12 + 1 д.е.; вторым погрузчиком на первой площадке – х21 + 2 д.е.; на второй – х22 + 2 д.е. Здесь хij – время работы в часах i­-го погрузчика на j-площадке. Найти, какой объем работ должен выполнить каждый погрузчик на каждой площадке, чтобы стоимость всех работ по погрузке была минимальной.