

Общие указания по выполнению расчётно-графических работ

Перед началом выполнения расчётно-графической работы необходимо освоить теоретический материал по теме раздела.

Расчётно-графические работы выполняются отдельно каждая, на листах формата А4. На титульном листе необходимо указать название дисциплины, факультета, номер курса, фамилию и инициалы курсанта, его шифр (номер студенческого билета и зачетной книжки) и выбираемый в соответствии с ним номер варианта. Текст и формулы следует набирать на компьютере в Word шрифтом Times New Roman, 14, интервал в тексте 1,5, изображение рисунков и схем выполнить в ACAD, во встроенном графическом редакторе MS Word.

Для сдачи работ на проверку в компьютерной среде в системе дистанционного обучения следует подготовить файл в формате *pdf*, отсканировав листы РГР, выполненные на бумажном носителе, размер файла до 0,5 МБ, разрешение 200 – 300 *dpi*.

Выбор варианта расчётной схемы в расчётно-графических работах РГР–1, РГР–2 и РГР–5 производится по последней цифре шифра, взятой из соответствующих таблиц. Числовые данные для каждой работы также выбираются из таблиц в соответствии с предпоследней цифрой шифра. Расчётно-графические работы имеют 100 вариантов (10 различных расчётных схем и 10 комбинаций численных значений для каждой из них), РГР–3 и РГР–4 имеют пять вариантов схем, номер схемы определяется по формуле: $N_{\text{сх}} = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1$, где n – последняя цифра зачётной книжки.

Незачётная расчётно-графическая работа подлежит повторному выполнению. Все зачтенные работы с внесенными дополнениями и исправлениями в соответствии с замечаниями рецензента должны быть предъявлены преподавателю для собеседования, в результате которого решается вопрос о зачете и допуске к экзамену. Курсанты с незачётными расчётно-графическими работами к экзамену (зачёту) не допускаются.


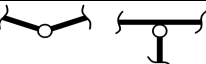

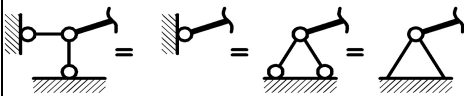
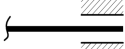

Для студентов очной формы обучения расчётно-графические работы выполняются в соответствии с принятой в настоящем издании нумерацией, для студентов заочной формы обучения первые четыре расчётно-графические работы являются первой контрольной работой, две расчётно-графические работы по сложному сопротивлению – второй, две последние расчётно-

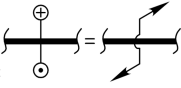
графические работы – третьей.

При оформлении расчётно-графических работ следует оставлять поля для замечаний рецензента. Расчётно-графические работы, выполненные без соблюдения указанных требований, не рецензируются. Решение каждой задачи необходимо начинать с новой страницы, независимо от наличия оставшегося свободного места на предыдущей странице. Запись условий расчётно-графических работ обязательна. Все чертежи и схемы необходимо выполнять в удобочитаемом масштабе с обязательным указанием всех использованных в работе буквенных обозначений и их численных значений, взятых из данного варианта (прил. 1 и 2). При записи уравнений, составляемых по расчетной схеме, она должна быть расположена рядом на странице. После выбора варианта должна быть вычерчена своя схема с числовыми параметрами в принятом масштабе.

Решение каждой задачи следует сопровождать краткими пояснениями с указанием метода решения, использованных теоретических положений, формул или уравнений. Промежуточные и окончательные результаты подсчётов необходимо округлять, при вычислении значений тригонометрических функций в мантиссе следует удерживать не менее трех значащих цифр. Значения всех определяемых величин должны иметь размерности.

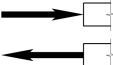
При составлении расчетных схем плоских систем следует использовать следующие системы условных обозначений:

Схема	Название
	основание опоры, связанное с неподвижной системой координат
	простой шарнир, соединяющий два диска (стержня)
	цилиндрическая шарнирно-подвижная опора
	цилиндрическая шарнирно-неподвижная опора
	идеальный подшипник скольжения или качения на валу
	цилиндрический шарнир на валу с моментом сопротивления повороту


	M_R
	<p>крутящий (внешний или скручивающий) момент, действующий в плоскости, перпендикулярной плоскости чертежа. Знак "+" обозначает действие силы пары, направленной к чертежу, знак "•" — от чертежа</p>

Реактивные моменты, противодействующие повороту, могут быть обусловлены различными механическими причинами: трением в опорах, силами сопротивления рабочего органа машины, их комбинации и др.

В отличие от теоретической механики, где рассматриваются абсолютно жёсткие тела и возможен перенос действия силы вдоль линии её действия, в сопротивлении материалов менять точку приложения силы нельзя, поскольку это изменит напряжённо-деформированное состояние элемента. Поэтому, при указании сил необходимо указать не только линии действия, направление и модуль сил, но ещё и точки их приложения. В случаях, если точка приложения силы читается однозначно (торец, сечение стержня и т.д.) и видно к чему она приложена, то вектор силы изображается обычной стрелкой, точка приложения будет та, что касается поверхности тела:

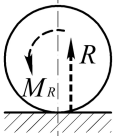
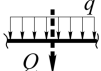
	<p>сила действует на известную точку (торец стержня, сечение тела)</p>
-----------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------

В случае, если положение силы определяется неясно, например, на фоне тела, оба конца вектора свободны, то точку приложения следует указывать особо, как показано на схеме:


	<p>сила действует на непривязанную к телу точку</p>
-------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------

При выполнении всех расчетно-графических работ используется фундаментальный принцип механики — принцип освобождаемости от связей (аксиома). В соответствии с данным принципом нельзя указывать на расчетной схеме и связи, и их реакции одновременно. Либо связи, либо реакции. Однако, иногда, для определения плеч сил при вычислении моментов, линии действия равнодействующих и в других случаях, для наглядности составления уравнений удобно указывать на схеме линии действия равнодействующих нагрузок, реакций, не удаляя сами связи. В

таких случаях допускается указывать силы, изображая их пунктирной линией:

	<p>изображение реакции связи пунктиром</p>
	<p>изображение равнодействующей пунктиром</p>

В соответствии с методом сечений действие одной части элемента на другую (смежную) заменяется усилиями. На вырезанной части должны быть показаны места сечений, усилия прикладываются в точках, где сечения проведены, без переноса сил:

	<p>изображение усилий, действующих в сечениях</p>
-----------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------

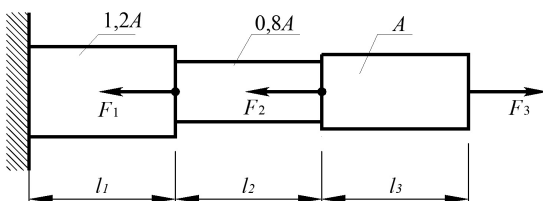
При этом на чертеже элементы схемы должны изображаться линиями различной толщины и не сливаться: толщина осевой линии – 0,13 мм, место сечения – 0,3 мм, вектора – 0,5 мм, стержня 1,0 мм.

Расчётно-графическая работа № 1

«Расчёт стержня, нагруженного тремя осевыми силами»

Исходные данные

Стальной консольный стержень ступенчатой формы находится под действием трёх осевых сил: F_1 , F_2 , F_3 (рис. 1).



Исходные
данные варианта:

$$F_1 = 50 \text{ кН};$$

$$F_2 = 30 \text{ кН};$$

$$F_3 = 20 \text{ кН};$$

$$l_1 = 1,0 \text{ м};$$

$$l_2 = 1,5 \text{ м};$$

$$l_3 = 2,0 \text{ м};$$

$$A = 10 \text{ см}^2;$$

$$E = 2 \times 10^5 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}.$$

Рис. 1. Расчетная схема задачи

Технические условия. Стальной стержень ступенчатой формы, жестко закреплённый одним концом, находится под действием трех осевых сил F_1 , F_2 и F_3 . Модуль упругости стали принять равным $E=2 \cdot 10^5$ МПа, A – площадь поперечного сечения одной из частей стержня.

Требуется определить, пренебрегая собственным весом материала стержня:

- продольные усилия, возникающие в каждой части стержня и построить эпюру N ;

- нормальные напряжения, возникающие в каждой части стержня, и построить эпюру σ ;

- оценить прочность стержня из условия, что допускаемое напряжение материала стержня имеет значение, равное: $\sigma_{adm} = 160$ МПа;

- полную абсолютную деформацию стержня и построить эпюру удлинений Δl ;

- определить потенциальную энергию деформации стержня и работу приложенных к стержню внешних сил;

- оценить правильность вычислений, используя закон сохранения механической энергии;

— модуль упругости стали принять равным $E=2 \cdot 10^5$ МПа, A — площадь поперечного сечения одной из частей стержня.

Последовательность решения

1. Вычерчивается заданная схема в соответствии с исходными данными варианта по шифру:

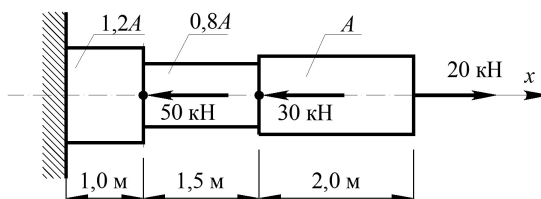


Рис. 2. Заданная расчетная схема по шифру

2. Анализ схемы.

В простейшей схеме присутствует одно тело, которое является продолжением опоры, система геометрически неизменяемая и статически определимая.

3. Определение усилий.

Учитывая особенность консольной конструкции, методом сечений сразу определяем усилия без определения опорных реакций, значение которых получится автоматически при приближении к опорному сечению. Для плоской системы сил при действии всех внешних сил вдоль оси стержня из всех усилий ненулевым будет только продольная сила N . Разбиваем стержень на участки, по длине которых не меняется закон распределения усилий. Границами участков будут точки приложения внешних сил, три участка.

Мысленно проводим нормальное к продольной оси стержня сечение на i -м участке, отбрасываем часть стержня, включающую опору, заменяем её действие неизвестным усилием N_i , направляя его в произвольную сторону. В простейших случаях направление действия усилия сразу угадывается, но для общности алгоритма рекомендуется направлять неизвестное усилие от сечения (рис. 3). В этом случае знаки усилий, получаемых из уравнений равновесия, будут совпадать со знаками, принятыми для обозначения растяжения-сжатия.

Чтобы излишне не затенять чертеж не следует указывать на нём единицы измерения сил и длин участков, они нанесены на исходной схеме и будут использоваться в дальнейших расчетах до тех пор, пока об этом не будет специально оговорено в тексте.

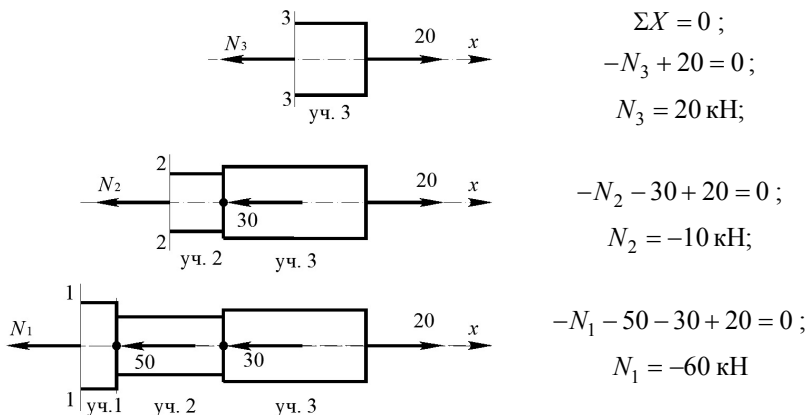


Рис. 3. Определение методом сечений усилий на участках стержня

Отрицательные значения усилий N_1 и N_2 , полученные при решении уравнений равновесия, показывают, что действительные направления усилий не совпадают с принятыми на схемах равновесия отсечённых частей. Направление векторов усилий должно быть изменено на противоположное. При этом автоматически получилось, что на участках «2» и «1», усилия будут в действительности направлены к сечениям (рис. 4), стержень на этих участках сжат.

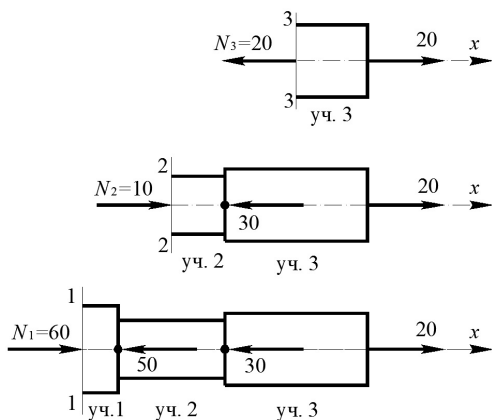


Рис. 4. Действительные значения усилий в сечениях стержня

Выбрав масштаб изображения, строим эпюру продольных сил N , возникающих в каждой части стержня (рис. 3) и проверяем её построение.

4. Определение нормальных напряжений по участкам

Нормальные напряжение определяются по формуле:

$$\sigma_i = \frac{N_{i,max}}{A_i}, \quad (1)$$

где σ_i – напряжение на i -м участке, $N_{i,max}$ – максимальная продольная сила на i -м участке, A_i – площадь поперечного сечения на i -м участке.

Для 1-го участка:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{1,2 \cdot A} = \frac{-60 \cdot 10^3}{1,2 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = -50 \cdot 10^6 \text{ Па} = -50,0 \text{ МПа} ;$$

Для 2-го участка:

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{0,8 \cdot A} = \frac{-10 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = -12,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = -12,5 \text{ МПа} ;$$

Для 3-го участка:

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A} = \frac{20 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 20 \cdot 10^6 \text{ Па} = 20,0 \text{ МПа} .$$

Выбрав масштаб изображения, строим эпюру нормальных напряжений, возникающих в каждой части стержня (рис. 3).

5. Определение перемещений сечений деформированного стержня.

Вычислим удлинение участков стержня по закону Гука:

$$\Delta l_i = \frac{N_i l_i}{EA_i}; \quad (2)$$

где Δl_i – удлинение i -го участка, N_i – продольная сила на i -м участке, l_i – длина i -го участка, E – модуль упругости, A_i – площадь поперечного сечения i -го участка.

Для 1-го участка:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1} = \frac{-60 \cdot 10^3 \cdot 1,0}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1,2 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = -25,0 \cdot 10^{-5} \text{ м} = -0,250 \text{ мм};$$

Для 2-го участка:

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{-10 \cdot 10^3 \cdot 1,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0,8 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = -9,375 \cdot 10^{-5} \text{ м} = -0,094 \text{ мм};$$

Для 3-го участка:

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 l_3}{EA_3} = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 2,0}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 20,0 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 0,20 \text{ мм}.$$

Смещение свободного конца стержня, равное полной абсолютной деформации, определим как алгебраическую сумму удлинений участков:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^3 l_i = -0,25 - 0,094 + 0,20 = -0,144 \text{ мм}.$$

Кусочно–непрерывная функция продольного смещения сечений $u(x)$ запишется из следующих соображений. Во–первых, в формуле закона Гука для центрально растянутого (сжатого) стержня удлинение прямо пропорционально начальной его длине (l_i в первой степени), а значит и смещение $u(x)$ суть линейная функция от x . Во–вторых, смещение точек, принадлежащих границам участков, одинаково:

$$u_i(x) = u_{i+1}(x) \quad (3)$$

В–третьих, координата x на i -м участке для функции перемещений на $u_i(x)$ больше локальной координаты x_i (начинается в начале i -го участка) на величину, равную сумме длин первых участков $\sum_1^{i-1} l_i$. Тогда функцию перемещений сечений по участкам (в миллиметрах) запишем следующим образом:

$$u_1(x) = \frac{\Delta l_1}{l_1} x = \frac{-0,250}{1000} x = -0,25 \cdot 10^{-3} x;$$

$$u_2(x) = \Delta l_1 + \frac{\Delta l_2}{l_2}(x - l_1) = -0,25 + \frac{-0,094}{1500}(x - l_1) = -0,25 - 6,27 \cdot 10^{-5} x ;$$

$$u_3(x) = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \frac{\Delta l_3}{l_3}(x - (l_1 + l_2)) = -0,344 + \frac{0,20}{2000}(x - 2500) = -0,344 + 10,0 \cdot 10^{-5} x.$$

Выбрав масштаб изображения, строим эпюры усилий, напряжений и перемещений (рис. 3).

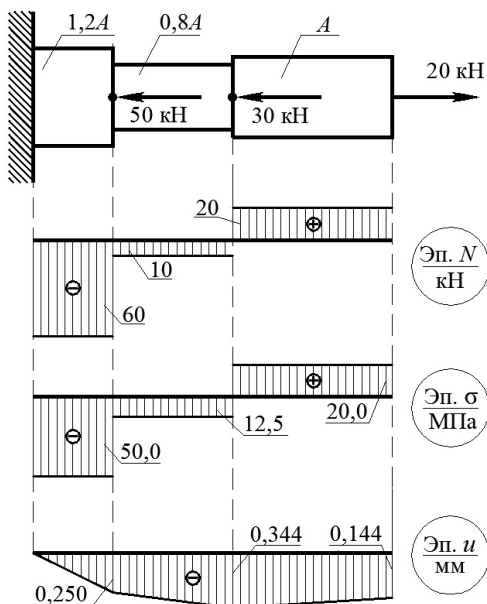


Рис. 3. Эпюры усилий, напряжений, перемещений.

6. Проверка правильности выполненных расчётов.

Пренебрегая потерями энергии на преодоление внутреннего трения в материале, на изменение температуры и магнитных свойств тела, в соответствии с законом сохранения механической энергии при упругой деформации стержня можно записать равенство полной потенциальной энергии деформации стержня суммарной работе внешних статически приложенных к стержню сил:

$$W = U, \quad (4)$$

где U — полная потенциальная энергия деформации стержня:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 l_i}{2EA_i} \quad (5)$$

На основании теоремы Клапейрона:

$$W = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} F_i \delta_i \quad (6)$$

суммарная работа внешних сил, статически приложенных к стержню, на соответствующих перемещениях δ_i точек приложения сил F_i , вычисленных от совместного действия всех сил.

Вычислим значения потенциальной энергии деформированного стержня:

$$\begin{aligned} U &= \sum_{i=1}^3 \frac{N_i^2 l_i}{2EA_i} = \frac{N_1^2 l_1}{2E \cdot 1,2A} + \frac{N_2^2 l_2}{2E \cdot 0,8A} + \frac{N_3^2 l_3}{2E \cdot 1,0A} = \\ &= \frac{10^6}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} \left[\frac{(-60)^2 1,0}{1,2} + \frac{(-10)^2 1,5}{0,8} + \frac{(20)^2 2,0}{1} \right] = 9,97 \text{ Дж}. \end{aligned}$$

Работу внешних сил вычисляем с учётом того, что смещения точек приложения сил δ_i равны перемещениям границ участков стержня u_i :

$$W = \sum_{i=1}^3 \frac{F_i \delta_i}{2} = \frac{1}{2} [-50(-0,250) - 30(-0,344) + 20(-0,144)] = 9,97 \text{ Дж}.$$

Закон сохранения механической энергии выполняется, вычисления выполнены правильно, стержень работает в зоне упругих деформаций, для которой справедлив закон Гука.

7. Проверка прочности стержня.

Действующие максимальные напряжения составляют $\sigma_{\max} = 50$ МПа и не превышают допускаемого напряжения, следовательно, условие прочности $\sigma_{\max} \leq \sigma_{adm} = 160$ МПа выполняется. Прочность стержня при заданном уровне нагрузок обеспечена.

Варианты расчётных схем для выполнения расчётно-графической работы №1

Выбор варианта расчётной схемы расчётно–графической работы выполняется в соответствии с данными таблиц (табл. 1) и (табл. 2).

Табл. 1. Числовые данные

Расчётные данные	Цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F_1 , кН	1	2	3	4	5	4	3	2	1	5
F_2 , кН	2	5	6	7	5	4	5	3	4	5
F_3 , кН	4	4	5	6	5	4	3	5	2	1
l_1 , м	1,0	2,0	3,0	1,5	2,5	1,5	2,5	3,5	2,0	1,0
l_2 , м	3,0	2,0	1,0	2,5	3,0	2,0	2,0	1,5	1,0	3,0
l_3 , м	2,0	2,5	1,5	1,0	1,0	3,0	3,0	3,0	2,0	2,5
A , см ²	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10

Табл. 2. Расчётные схемы

