

М. М. М.

Государственный комитет Российской Федерации
по высшему образованию
Якутский государственный университет
имени М. К. Аммосова

*К 40-летию Якутского
госуниверситета*

ГИДРАВЛИКА

*методические указания и задачи
по курсу гидравлики*



Якутск 1996

Составители:

А. А. Феоорова, ст. преподаватель кафедры теплофизики,
А. М. Тимофеев, доцент кафедры теплофизики

Утверждено методическим советом университета

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое учебно-методическое пособие по решению задач включает в себя основные разделы курса гидравлики и приложения, содержащие справочный материал.

В начале каждой главы даются краткие сведения из теории по данному вопросу и формулы, необходимые для решения задач. Далее рассматриваются типовые примеры, подробно иллюстрирующие методику решения данного класса задач.

Завершающую часть каждой главы составляют предлагаемые для самостоятельного решения задачи, расположенные в порядке возрастающей сложности. К каждой задаче даны ответы, позволяющие проверить правильность их решения.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Гидравлика, или техническая механика жидкостей, - это наука о законах равновесия и движения жидкостей, о способах применения этих законов к решению практических задач.

Жидкостью называют вещество, находящееся в таком агрегатном состоянии, которое сочетает в себе черты твердого состояния (весьма малая сжимаемость) и газообразного (текучесть).

На жидкость могут действовать силы, распределенные по ее массе (объему), называемые массовыми, и по поверхности, называемые поверхностными. К первым относятся силы тяжести и инерции, ко вторым - силы давления и трения.

Давлением называется отношение силы, нормальной к поверхности, к площади. При равномерном распределении

$$p = F/S.$$

Касательным напряжением называется отношение силы трения, касательной к поверхности, к площади:

$$\tau = F_{тр}/S.$$

Если давление P отсчитывают от абсолютного нуля, то его называют абсолютным ($P_{абс}$), а если от условного нуля (т.е. сравнивают с атмосферным давлением P_a), то избыточным ($P_{изб}$):

$$P_{абс} = P_{изб} + P_a.$$

Если $P_{абс} < P_a$, то имеется вакуум, величина которого

$$P_{вак} = P_a - P_{абс}.$$

Основной физической характеристикой жидкости является плотность ρ ($\text{кг}/\text{м}^3$), определяемая для однородной жидкости отношением ее массы m к объему V :

$$\rho = m/V.$$

Плотность пресной воды при температуре $T = 4^0\text{C}$ $\rho = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$. В гидравлике часто пользуются также понятием удельного веса γ ($\text{Н}/\text{м}^3$), т.е. весом G единицы объема жидкости:

$$\gamma = G/V.$$

Плотность и удельный вес связаны между собой соотношением

$$\gamma = \rho \cdot g,$$

где g - ускорение свободного падения.

Основные физические параметры жидкостей, которые используются в гидравлических расчетах - сжимаемость, температурное расширение, вязкость и испаряемость.

Сжимаемость жидкостей характеризуется модулем объемной упругости K , входящим в обобщенный закон Гука

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta P}{K},$$

где ΔV - приращение (в данном случае уменьшение) объема жидкости V , обусловленное увеличением давления на ΔP .

Температурное расширение определяется соответствующим коэффициентом, равным относительному изменению объема, при изменении температуры на 1^0C :

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V \Delta t}.$$

Вязкость - это способность жидкости сопротивляться сдвигу. Различают динамическую (μ) и кинематическую (ν) вязкости. Первая входит в закон жидкостного трения Н. Ютона, выражающий касательное напряжение τ через поперечный градиент скорости dV/dt :

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}.$$

Кинематическая вязкость связана с динамической соотношением

$$\nu = \mu/\rho.$$

Единицей кинематической вязкости является $\text{м}^2/\text{с}$.

Испаряемость жидкостей характеризуется давлением насыщенных паров в функции температуры.

Давлением насыщенных паров можно считать то абсолютное давление, при котором жидкость закипает при данной температуре. Следовательно, минимальное абсолютное давление, при котором вещество находится в жидком состоянии, равно давлению насыщенных паров $P_{н.п.}$

Основные параметры некоторых жидкостей, их единицы в СИ и внесистемные единицы, временно допускаемые к применению, приведены в Приложениях 1...3.

Глава 1. ГИДРОСТАТИКА

Давление в неподвижной жидкости называется гидростатическим и обладает следующими двумя свойствами:

на внешней поверхности жидкости оно всегда направлено по нормали внутрь объема жидкости;

в любой точке внутри жидкости оно по всем направлениям одинаково, т.е. не зависит от угла наклона площадки, по которой действует.

Уравнение, выражающее гидростатическое давление P в любой точке неподвижной жидкости в том случае, когда из числа массовых сил на нее действует лишь одна сила тяжести, называется основным уравнением гидростатики:

$$P = P_0 + \rho gh = P_0 + \gamma h, \quad (1.1)$$

где P_0 - давление на какой-либо поверхности уровня жидкости, например, на свободной поверхности; h - глубина расположения рассматриваемой точки, отсчитанная от поверхности с давлением P_0 .

В тех случаях, когда рассматриваемая точка расположена выше поверхности с давлением P_0 , второй член в формуле (1.1) отрицателен.

Другая форма записи того же уравнения (1.1) имеет вид

$$Z + \frac{P}{\rho g} = Z_0 + \frac{P_0}{\rho g},$$

где Z и Z_0 - вертикальные координаты произвольной точки и свободной поверхности, отсчитываемые от горизонтальной плоскости вверх; $P/(\rho g)$ - пьезометрическая высота.

Сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению гидростатического давления P_c в центре тяжести площади стенки на площадь стенки S , т.е.

$$F = P_c S. \quad (1.2)$$

Центр давления (точка приложения силы F) расположен ниже центра тяжести площади или совпадает с последним в случае горизонтальной стенки.

Расстояние между центром тяжести площади и центром давления в направлении нормали к линии пересечения плоскости стенки со свободной поверхностью жидкости равно

$$\Delta y = \frac{I_0}{y_c S}, \quad (1.3)$$

где I_0 - момент инерции площади стенки относительно оси, проходящей через центр тяжести площади и параллельной линии пересечения плоскости стенки со свободной поверхностью; y_c - координата центра тяжести площади.

Сила давления жидкости на криволинейную стенку, симметричную относительно вертикальной плоскости, складывается из горизонтальной F_r и вертикальной F_b составляющих:

$$F = \sqrt{F_r^2 + F_b^2}. \quad (1.4)$$

Горизонтальная составляющая F_r равна силе давления жидкости на вертикальную проекцию данной стенки:

$$F_r = l_c \rho g S_b. \quad (1.5)$$

Вертикальная составляющая F_b равна весу тела давления:

$$F_b = \rho g V_{m.d.}, \quad (1.6)$$

где $V_{m.d.}$ - объем тела давления.

Телом давления называется объем, заключенный между данной стенкой, свободной поверхностью жидкости и вертикальной проектирующей поверхностью, проведенной по контуру стенки. Если избыточное давление P_0 на свободной поверхности жидкости отлично от нуля, то при расчете следует эту поверхность мысленно поднять (или опустить) на высоту (пьезометрическую высоту) $P_0/(\rho g)$.

Относительный покой жидкости - это равновесие ее в движущихся сосудах, когда помимо силы тяжести на жидкость действует вторая массовая сила - сила инерции переносного движения, причем эта сила постоянна по времени.

Возможны два случая относительного покоя жидкости: в сосуде, движущемся прямолинейно и равноускоренно, и в сосуде, вращающемся вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью. В обоих случаях поверхности уровня, т.е. поверхности равного давления и в том числе свободная поверхность жидкости, принимают такой вид, при котором равнодействующая массовая сила нормальна к этим поверхностям во всех их точках.

В сосуде, движущемся прямолинейно и равноускоренно, поверхности уровня будут плоскими, наклоненными к горизонтали под углом φ , для которого

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{a}{g}, \quad (1.7)$$

где a - ускорение движущегося сосуда; g - ускорение свободного падения.

Распределение давления в жидкости:

$$P = P_0 + \rho a(x_0 - x) + \rho g(z_0 - z), \quad (1.8)$$

где x_0, z_0 - координаты произвольной фиксированной точки свободной поверхности, определяемые объемом жидкости, находящейся в сосуде; P_0 - абсолютное давление на свободной поверхности.

В сосуде, равномерно вращающемся вокруг вертикальной оси, поверхности уровня представляют собой параболонды вращения, ось которых совпадает с осью вращения сосуда.

1	2	3	4
Масло моторное			
MT-14п	100	870	0,135-0,145
MT-16п	100	870	0,16-0,175
MH-7,5	100	870	0,075
MC-6	50	850	0,06
M-20Г	100		0,20
Масло индустриальное			
И-5А	50	890	0,04-0,05
И-8А	50	900	0,06-0,08
И-12А	50	880	0,10-0,14
И-25А	50	890	0,24-0,27
И-30А	50	890	0,28-0,33
И-40А	50	985	0,35-0,45
И-70А	50	910	0,65-0,75
И-100А	50	920	0,90-1,18
Масло АМГ-10	50	850	0,13
Масла:			
веретенное АУ	100	890-900	0,036
турбинное ТП-22	50	900	0,20-0,24
турбинное ТП-30	50	900	0,28-0,32
турбинное ТП-46	50	900	0,44-0,48
трансформаторное	50	880-890	0,09
Нефть	18	760-900	0,25-1,4
Ртуть	15	13560	0,0011
Скипидар	16	870	0,0183
Спирт этиловый (безводный)	20	790	0,0151

2. Плотность и кинематическая вязкость некоторых газов при 0° С и давлении p=0,1 МПа

Газ	Плотность, кг/м ³	Вязкость, 10 ⁻⁴ м ² /с
Азот	1,25	0,13
Аргон	1,78	0,12
Ацетилен	1,17	0,082
Водород	0,09	0,93-0,94
Водяной пар	0,80	0,11
Воздух	1,29	0,13
Кислород	1,43	0,13
Метан	0,72	0,14
Оксид углерода	1,25	0,13-0,14
Пропан	2,02	0,037
Диоксид углерода	1,98	0,07

3. Средние значения изотермического модуля упругости некоторых жидкостей

Жидкость	Модуль упругости, МПа
Бензин авиационный	1350
Вода	2060
Глицерин	4464
Керосин	1275
Масла:	
АМГ-10	1305
индустриальное-20	1362
индустриальное-50	1473
турбинное	1717
Силиконовая жидкость	1030
Спирт этиловый безводный	1275
Ртуть	32373

4. Давление насыщенных паров некоторых жидкостей, кПа

Жидкость	Температура, °С									
	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
Бензин Б-70	16,3	33,2	55,8	103,3						
Вода	2,4	7,5	20,2	48,2	103,3	195	334			
Керосин Т-1	3,9	5,8	7,5	12,1	20,3	35	57	90,5	138,5	
Масла:										
АМГ-10			0,4	0,8	1,8	3,1	5,8	11,8	23,8	
индустриальное-20			0,14	0,3	0,4	0,6	0,9	2,0	3,8	6,8
индустриальное-50					0,14	0,3	0,7	1,6	3,0	5,8
Нефть	7,8	13,7	37,2	85,3						
(легкая)	$2 \cdot 10^{-4}$									
Ртуть	8,0	20,0	49,3							
Спирт										

Литература

1. Астрахан И.М., Лурье М.В., Филинов М.В. и др. Гидравлика. Часть 3. М.: Изд. МИНХ и ГП, 1977. 125 с.
2. Арустамова Ц.Т., Евгеньев А.Е., Евдокимова В.А. и др. Трубная нефтяная гидравлика. М.: Изд. МИНХ и ГП, 1980. 104 с.
3. Задачник по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам / Под ред. Некрасова Б.Б. М.: Высшая школа, 1989. 191 с.
4. Сборник задач по гидравлике и газодинамике для нефтяных вузов / Под ред. Розенберга Г. Д. М.: Недра, 1990. 236 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	3
Основные положения.....	4
Глава 1. Гидростатика.....	5
Глава 2. Ламинарное установившееся движение жидкости в трубах.....	21
Глава 3. Расчет простых трубопроводов.....	26
Глава 4. Расчет сложных трубопроводов.....	33
Глава 5. Истечение жидкости через отверстия и насадки.....	41
Приложения.....	49
Литература.....	55

ГИДРАВЛИКА

*методические указания и задачи
по курсу гидравлики*

Редактор *К. А. Семенова*
Техн. редактор *П. А. Антонов*

Подписано в печать 11.09.96. Формат 60x84/16. Бумага тип. №2
Печать офсетная. Печ. л. 3,5. Уч.-изд. л. 4,3. Тираж 200 экз. Заказ 255

Издательство ЯГУ. 677891, г. Якутск, ул. Белинского, 58

Уравнение поверхности уровня (в частности свободной поверхности жидкости в открытом сосуде) в цилиндрических координатах (r, z) имеет вид

$$z = z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}, \quad (1.9)$$

где z_0 - вертикальная координата вершины параболоида поверхности уровня; r, z - координаты любой точки поверхности уровня.

Закон распределения давления по объему жидкости, вращающейся вместе с сосудом, выражается уравнением

$$P = P_0 + \left[(z_0 - z) + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \right] \rho g, \quad (1.10)$$

где P_0 - давление в точке с координатами $r = 0, z = z_0$. Таким образом, повышение давления в жидкости, возникающее вследствие ее вращения, равно

$$\Delta P = \frac{\omega^2 r^2}{2} \rho. \quad (1.11)$$

Примеры

Пример 1.1. Найти избыточное давление в сосуде А с водой по показаниям многоступенчатого двухжидкостного ртутного манометра (рис. 1.1): $h_1 = 82$ см; $h_2 = 39$ см; $h_3 = 54$ см; $h_4 = 41$ см; $h_5 = 10$ см;

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3; \rho_p = 1,36 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3.$$

Решение. Так как жидкость находится в равновесии, то давления в точке 1 и в точке 2 равны как давления в точках одного и того же объема однородной покоящейся жидкости, расположенных на одной горизонтали, т.е. $P_1 = P_2$. На том же основании $P_3 = P_4, P_5 = P_6$. В то же время избыточное давление

$$P_1 = \rho_p g (h_1 - h_2), P_3 = P_2 - \rho_p g (h_3 - h_2), P_5 = P_4 + \rho_p (h_3 - h_4)g,$$

$$P_A = P_6 - \rho_p g (h_5 - h_4).$$

Исключив из этих соотношений промежуточные давления P_2, P_4, P_6 , получим:

$$P_A = \rho_p g [(h_1 - h_2) + (h_3 - h_4)] - \rho_p g [(h_3 - h_2) + (h_5 - h_4)] = \\ = 1,36 \cdot 10^4 \cdot 9,8 (0,43 + 0,13) - 10^3 \cdot 9,8 (0,15 + 0,59) = 67,4 \text{ кПа}.$$

Пример 1.2. Для слива жидкости из бензохранилища имеется квадратный патрубок со стороной $h = 0,3$ м, закрытый крышкой, шарнирно закрепленной в точке О. Крышка опирается на горек патрубка и расположена под углом 45° ($\alpha = 45^\circ$) к горизонту (рис. 1.2).

Определить (без учета трения в шарнире О и рамке В) силу F натяжения троса необходимую для открытия крышки АО, если уровень бензина $H = 3$ м, давление над ним, измеренное манометром, $P_M = 5$ кПа, а плотность бензина $\rho = 700 \text{ кг/м}^3$. Вес крышки не учитывать.

Решение. Найдем силу давления на стенку АО. Рассматриваемой смоченной поверхностью является прямоугольная наклонная стенка высотой $h/\sin \alpha$ и шириной h , т.е. $S = h^2 / \sin \alpha$.

Центр тяжести этой стенки находится на глубине $h_T = H - h/2$, $\Delta P = P_M$, т.е.

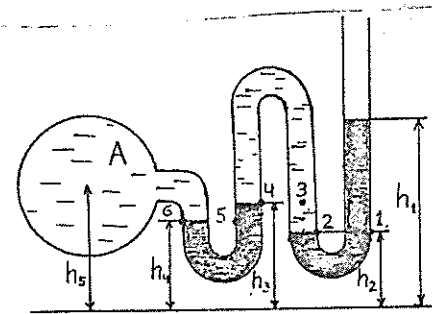


Рис. 1.1. К примеру 1.1

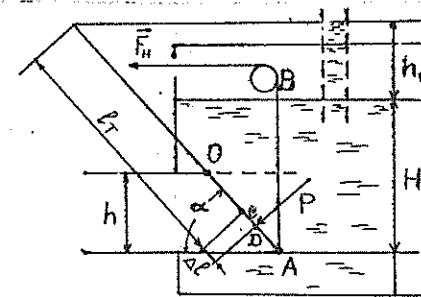


Рис. 1.2. К примеру 1.2

$$F = [P_M + \rho g(H - h/2)]S = \\ = [5 \cdot 10^3 + 700 \cdot 9,8 \cdot (3 - 0,3/2)] \cdot 0,3^2 / \sin 45^\circ = 3,13 \kappa H.$$

Найдем теперь расстояние между центром давления и центром тяжести крышки.

$$h_n = \frac{\Delta P}{\rho g} = \frac{P_M}{\rho g} = \frac{5 \cdot 10^3}{9,8 \cdot 700} = 0,729 \text{ м.}$$

Тогда

$$y_c = \frac{h_n H - h/2}{\sin \alpha} = \frac{0,729 \cdot 3 - 0,15}{0,707} = 5,06 \text{ м.}$$

Момент инерции прямоугольной стенки относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести стенки:

$$I_0 = \left(\frac{h}{\sin \alpha} \right)^3 \frac{h}{12} = \frac{h^4}{12 \sin^3 \alpha} \\ \Delta y = \frac{I_0}{y_c S} = \frac{h^4 \sin \alpha}{12 y_c \sin^3 \alpha h^2} = \frac{h^2}{12 y_c \sin^2 \alpha} = \frac{0,09}{12 \cdot 5,06 \cdot 0,5} = 0,003 \text{ м.}$$

Найдем силу натяжения троса из уравнения моментов сил, взятых относительно оси шарнира O:

$$F_H \cdot OA \cdot \cos \alpha - F(OT + \Delta l) = F_H \cdot h - F(OT + \Delta l) = 0; \\ F_H = \frac{F(OT + \Delta l)}{h} = \frac{F \left(\frac{h}{2 \sin \alpha} + \Delta l \right)}{h} = \frac{3,13 \cdot 10^3 \left(\frac{0,3}{2 \cdot 0,707} + 0,003 \right)}{0,3} = 2,24 \text{ кН.}$$

Пример 1.3. Секторный щит радиуса R и шириной B (рис. 1.3) перегораживает канал с жидкостью.

Определить силу давления жидкости и направление ее действия.

Решение. 1. Вертикальная составляющая силы давления $F_B = \rho g V_{т.д.}$,

где $V_{т.д.} = \pi R^2 B / 4$ (пьезометрическая поверхность в этой задаче совпадает со свободной поверхностью жидкости в канале, так как на ней давление атмосферное).

Сила F_B приложена в центре тяжести объема тела давления и направлена вверх, так как любая элементарная сила давления жидкости dF в любой точке щита дает при разложении вертикальную составляющую, направленную вверх.

2. Горизонтальная составляющая силы давления

$$F_r = h_c \rho g S_B = \frac{R}{2} \rho g RB$$

направлена слева направо (все dF_r направлены от жидкости к стенке).

3. Результирующая сила давления жидкости

$$F = \sqrt{F_r^2 + F_B^2} = \rho g BR^2 \sqrt{\frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4}} \approx 0,93 \rho g BR^2$$

направлена по радиусу к оси щита; угол ее наклона к горизонту определяется из выражения:

$$\cos \alpha = F_r / F = 1 / (2 \cdot 0,93) = 0,538.$$

Следовательно, $\alpha = 57^\circ 27'$.

Пример 1.4. Цистерна с нефтью движется по горизонтальному пути со скоростью $v_0 = 60$ км/ч (рис. 1.4). Размеры цистерны, м: $d = 3$, $l = 8$,

$h = 0,3$. Плотность нефти $\rho = 850$ кг/м³. В некоторый момент времени поезд начинает тормозить и, пройдя путь длиной $L = 100$ м, останавливается.

Считая движение прямолинейным, равномерно-замедленным, определить силу F давления нефти на переднее днище цистерны при движении и в состоянии покоя.

Решение. При равномерно-замедленном движении ускорение

$$a = -\frac{v_0^2}{2L} = -\left(\frac{60 \cdot 10^3}{3600} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 100} = -1,39 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение цистерны направлено влево, а напряжение силы инерции переносного движения - вправо. Используя формулу (1.7), определим угол φ наклона свободной поверхности жидкости к горизонту

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{a}{g} = 1,39 / 9,8 = 0,142,$$

а $\varphi = 8,07^\circ$.

Вычислим высоту, на которой установится у передней стенки продолжение плоскости свободной поверхности жидкости:

$$\Delta h = (l/2) \operatorname{tg} \varphi = 4 \cdot 0,142 = 0,568 \text{ м.}$$

Сила давления жидкости на переднюю стенку цистерны:

$$F = \rho g h_c S,$$

где h_c - глубина погружения центра тяжести стенки под уровень свободной поверхности; S - площадь стенки.

Так как $h_c = \Delta h + h + d/2$, то

$$F = \rho g (\Delta h + h + d/2) \frac{\pi d^2}{4} = 850 \cdot 9,8 (0,568 + 0,3 + 1,5) \frac{3,14 \cdot 3^2}{4} = 140 \kappa H.$$

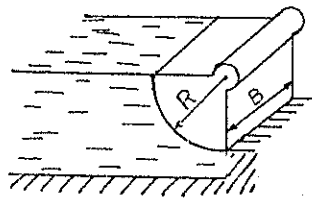


Рис. 1.3. К примеру 1.3

В состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения ($\vec{a} = 0$) свободная поверхность жидкости горизонтальна, и сила, действующая на торцевую стенку, равна:

$$F = \rho g(h+d/2) \frac{\pi l^2}{4} = 850 \cdot 9,8(0,3+1,5) \frac{3,14 \cdot 3^2}{4} = 106 \text{ кН.}$$

Пример 1.5. Вертикальный цилиндрический сосуд диаметром $D = 40$ см и высотой $H = 100$ см наполнен до половины водой (рис. 1.5).

Определить с каким предельным числом оборотов можно вращать этот сосуд около его геометрической вертикальной оси, чтобы из него не выливалась вода, а также определить силу давления жидкости на дно сосуда.

Решение. Из рис. 1.5 видно, что $H = z_0 + h$.

$$z_0 = h_0 - \frac{\omega^2 R^2}{4g}, \quad h = \frac{\omega^2 R^2}{2g}.$$

Тогда

$$H = z_0 + h = h_0 + \frac{\omega^2 R^2}{4g}.$$

С другой стороны, начальный уровень в резервуаре h_0 по условию равен

$H/2$ и, следовательно, $H = H/2 + \frac{\omega^2 R^2}{4g}$, откуда

$$\omega = \frac{\sqrt{2gH}}{R} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1}}{0,2} = 22,1 \text{ с}^{-1}.$$

Предельное число оборотов в минуту: $n = 30 \omega / \pi = 211$ об/мин.

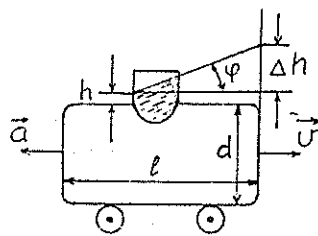


Рис. 1.4. К примеру 1.4

Для определения силы давления жидкости на дно сосуда найдем по формуле (1.10) закон распределения избыточного давления, полагая $P_0 = P_A$. Тогда

$$P_H = P - P_A = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} + \rho g(z_0 - z).$$

Вершина параболоида

$$z_0 = h_0 - \frac{\omega^2 R^2}{2g} = H/2 - H/2 = 0,$$

т.е. параболоид свободной поверхности касается дна сосуда, и закон распределения избыточного давления:

$$P_H = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2g} - \rho g z.$$

Для точек на дне сосуда ($z = 0$) избыточное давление:

$$P_H = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2g}.$$

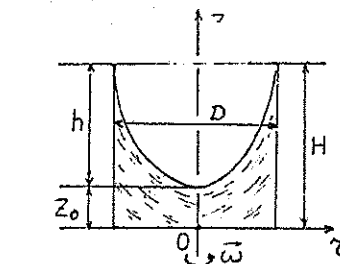


Рис. 1.5. К примеру 1.5

Силу давления на дно сосуда найдем как сумму элементарных сил давления, действующих на элементарные кольцевые площадки, равные $2\pi r dr$:

$$F = \int_0^R P_H 2\pi r dr = \pi \rho \omega^2 \int_0^R r^3 dr = \frac{\pi}{4} \rho \omega^2 R^4 = \frac{\pi}{4} \cdot 10^3 \cdot 22,1^2 \cdot 0,2^4 = 614 \text{ Н.}$$

Задачи

→ **Задача 1.1.** Найти закон изменения давления P атмосферного воздуха по высоте z , считая зависимость его плотности от давления изотермической. В действительности до высоты $z = 11$ км температура воздуха падает по линейному закону, т.е. $T = T_0 - \beta z$, где

$\beta = 6,5$ град/км. Определить зависимость $P = f(z)$ с учетом действительного изменения температуры воздуха с высотой.

→ **Задача 1.2.** В закрытом сосуде хранится жидкость плотностью $\rho = 350 \text{ кг/м}^3$. Давление в сосуде измеряется ртутным манометром (рис. 1.6); в открытом конце манометрической трубки над ртутью имеется столб воды высотой $h_1 = 15$ см. Высота $h_2 = 23$ см, $h_3 = 35$ см.

Найти абсолютное давление на поверхности жидкости в сосуде P, если барометрическое давление соответствует 742 мм рт.ст.

Ответ: $P = 6,85 \cdot 10^4$ Па.

Задача 1.3. В цилиндрический бак диаметром $D = 2$ м до уровня $H = 1,5$ м налиты вода и бензин. Уровень воды в пьезометре ниже уровня бензина на $h = 300$ мм (рис. 1.7). Определить вес находящегося в баке бензина, если $\rho_B = 700 \text{ кг/м}^3$.

Ответ: $G_B = 22$ кН.

Задача 1.4. Сможет ли насос откачивать бензин плотностью $\rho = 750 \text{ кг/м}^3$ из закрытого резервуара, поверхность которого расположена на 8 м ниже оси насоса (рис. 1.8), если на всасывающей трубке насоса абсолютное давление не может быть меньше чем $5,5 \cdot 10^4$ Па, а избыточное давление на поверхности резервуара $P_{из} = 10^4$ Па. Принять $P_{ат} = 10^5$ Па.

Ответ: не сможет.

Задача 1.5. В закрытом цилиндрическом отстойнике уровень воды составляет $a = 0,25$ м, уровень нефти $b = 0,8$ м (рис. 1.9). Плотность воды $\rho_B = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность нефти $\rho_H = 880 \text{ кг/м}^3$.

Определить уровни h_1 и h_2 , если абсолютное давление на поверхности нефти $P_0 = 1,08 \cdot 10^5$ Па, атмосферному давлению соответствует $h_c = 735$ мм рт.ст.

Ответ: $h_1 = 1,96$ м; $h_2 = 2,20$ м.

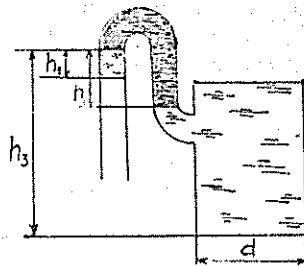


Рис. 1.6. К задаче 1.2

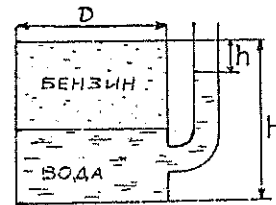


Рис. 1.7. К задаче 1.3

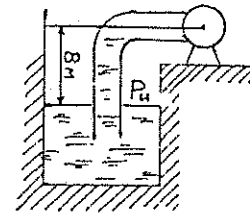


Рис. 1.8. К задаче 1.4

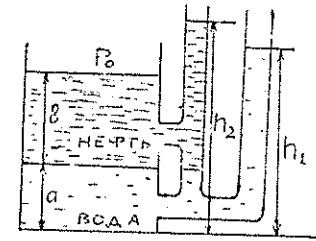


Рис. 1.9. К задаче 1.5

Задача 1.6. Барометр, установленный у подножия холма, показывает давление 760 мм рт.ст., на вершине холма 720 мм рт.ст. Определить высоту холма, считая температуру воздуха одинаковой и равной 10°C . Газовая постоянная для воздуха $R = 287 \text{ Дж/(кг K)}$.

Ответ: $H = 448$ м.

Задача 1.7. Определить на какой высоте H от уровня моря давление воздуха составит 690 мм рт.ст. Температуру воздуха считать постоянной и равной 20°C . Давление воздуха на уровне моря принять соответствующим 760 мм рт.ст.

Ответ: $H = 829$ м.

Задача 1.8. Найти силу давления воды на дно сосуда диаметром $D = 1$ м (рис. 1.10), если глубина $H = 0,7$ м, вес поршня $G = 300$ Н, $d = 0,5$ м.

Ответ: $F = 6,59$ кН.

Задача 1.9. Определить значение силы, действующей на перегородку, которая разделяет бак, если ее диаметр $D = 0,5$ м, показания вакуумметра $P_{вак} = 0,08$ МПа и манометра $P_M = 0,1$ МПа (рис. 1.11).

Ответ: $F = 35,3$ кН.

Задача 1.10. Наклонный прямоугольный щит плотины шарнирно закреплен на оси O (рис. 1.12). При каком уровне воды H щит опрокинется, если угол наклона щита $\alpha = 60^\circ$, а расстояние от его нижней кромки до оси шарнира $a = 1,3$ м. Вес щита не учитывать.

Ответ: $H = 3,38$ м.

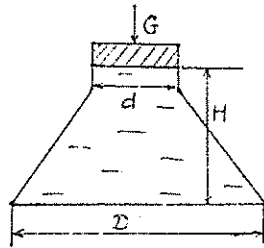


Рис. 1.10. К задаче 1.8

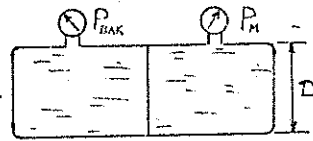


Рис. 1.11. К задаче 1.9

Реш. Задача 1.11. Определить силу, действующую на каждую из четырех стенок сосуда, имеющего форму перевернутой правильной пирамиды, если $P_{\text{в}} = 0,5 \text{ МПа}$, $H = 4 \text{ м}$ и $h = 1,2 \text{ м}$; каждая сторона основания пирамиды $b = 0,8 \text{ м}$ (рис. 1.13). Плотность жидкости $\rho = 800 \text{ кг/м}^3$.

Ответ: $F = 0,271 \text{ МН}$.

Реш. Задача 1.12. Закрытый резервуар высотой $H = 10 \text{ м}$ (рис. 1.14) разделен на 2 отсека вертикальной прямоугольной перегородкой шириной $b = 4 \text{ м}$. В левом отсеке уровень нефти $H_1 = 8 \text{ м}$ ($\rho_{\text{н}} = 850 \text{ кг/м}^3$), в правом уровне воды $H_2 = 5 \text{ м}$ ($\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$). Избыточное давление паров над нефтью $P_{\text{н}} = 19,6 \text{ кПа}$.

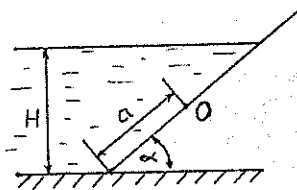


Рис. 1.12. К задаче 1.10

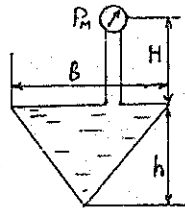


Рис. 1.13. К задаче 1.11

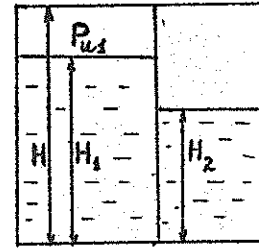


Рис. 1.14. К задаче 1.12

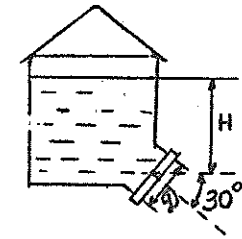


Рис. 1.15. К задаче 1.13

Определить равнодействующую сил давления на перегородку и точку ее приложения.

Указание. В левом отсеке, кроме силы давления нефти и паров, на смоченную часть перегородки, нужно учесть силу давления паров на несмоченную часть стенки.

Ответ: $F = 136 \cdot 10^4 \text{ Н}$; расстояние от точки O до точки приложения равнодействующей F равно $a = 4,46 \text{ м}$; сила F действует со стороны левого отсека.

Реш. Задача 1.13. Найти величину силы, действующей на круглую задвижку наклонного трубопровода нефтеперекачивающей станции (рис. 1.15). Диаметр трубопровода $D = 0,25 \text{ м}$, центр задвижки находится на глубине $H = 3 \text{ м}$ от свободной поверхности жидкости. Плотность нефти $\rho_{\text{н}} = 900 \text{ кг/м}^3$. Определить также координату центра давления.

Ответ: $F = 1,29 \cdot 10^3 \text{ Н}$; координата центра давления $y_{\text{д}} = 3,38 \text{ м}$.

Задача 1.14. Треугольное отверстие, образованное срезом угла резервуара, закрыто треугольным щитом, наклонным к вертикали под углом в 30° (рис. 1.16). Основание и высота треугольного отверстия одинаковы по величине и равны 2 м . Щит вращается около оси $O-O$ и удерживается цепью, прикрепленной к нему в точке, отстоящей на $a = 1,9 \text{ м}$ от основания и натянутой под углом 120° к щиту. Найти натяжение цепи T и реакции опор оси $O-O$ R_x и R_y при $H = 3 \text{ м}$.

$\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$.

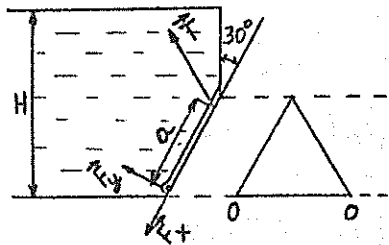


Рис. 1.16. К задаче 1.14

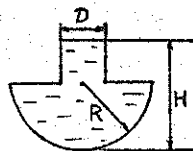


Рис. 1.17. К задаче 1.15

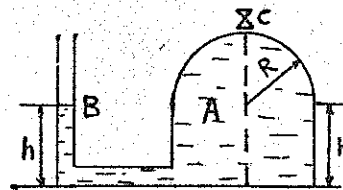


Рис. 1.18. К задаче 1.16

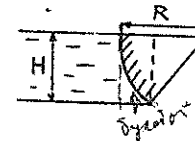


Рис. 1.19. К задаче 1.17

Ответ: $T = 19,9 \cdot 10^3 \text{ Н}$; $R_x = 8,45 \cdot 10^3 \text{ Н}$; $R_y = 33,1 \cdot 10^3 \text{ Н}$.

Задача 1.15. Определить силу давления на полусферическое дно сосуда, заполненного водой. Уровень жидкости в сосуде $H = 2 \text{ м}$, радиус полусферы $R = 1 \text{ м}$, диаметр цилиндрической части сосуда $D = 0,2 \text{ м}$ (рис. 1.17).

Ответ: $F_B = 20,5 \cdot 10^3 \text{ Н}$.

Задача 1.16. Цилиндрический резервуар А высоты $H = 2 \text{ м}$ через трубу В заполнен водой. В первом случае $h = 3 \text{ м}$, во втором $h = 1 \text{ м}$, в третьем - $h = 4 \text{ м}$. Найти силу, действующую на полусферическую крышку во всех трех случаях, если радиус полусферы $R = 1 \text{ м}$. При заливе резервуара А воздух выходил через кран С. Во втором случае, после того как сосуд А был заполнен полностью, кран С закрыли, а из трубы В часть воды удалили (рис. 1.18).

Ответ: 1) $F_B = 1,03 \cdot 10^4 \text{ Н}$; 2) $F_B = 5,14 \cdot 10^4 \text{ Н}$; 3) $F_B = 4,12 \cdot 10^4 \text{ Н}$.

Задача 1.17. Определить величину силы давления воды на секторный затвор радиуса $R = 3 \text{ м}$ и ширины $l = 6 \text{ м}$, если уровень воды перед затвором $H = 2,6 \text{ м}$.

Ответ: $F_r = 1,99 \cdot 10^5 \text{ Н}$; $F_B = 1,63 \cdot 10^5 \text{ Н}$.

Задача 1.18. Найти величину равнодействующей силы давления на борт отсека АВ нефтеналивной баржи цилиндрической формы (рис. 1.20). За бортом находится вода. Осадка баржи $T = 1,8 \text{ м}$, высота уровня нефти $h = 2,5 \text{ м}$, длина отсека $l = 2 \text{ м}$, $R = 1,8 \text{ м}$, плотность нефти $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$.

Ответ: $F = 3,14 \cdot 10^4 \text{ Н}$.

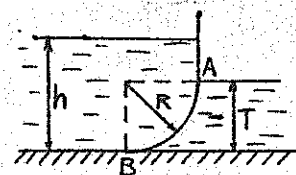


Рис. 1.20. К задаче 1.18

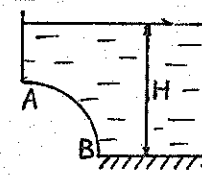


Рис. 1.21. К задаче 1.19

Задача 1.19. В нижней части открытого резервуара с нефтью имеется фасонная часть АВ в виде четверти поверхности цилиндра. Определить силу, действующую на эту поверхность, если $R = 0,5 \text{ м}$, $H = 2 \text{ м}$, длина образующей цилиндра $l = 1 \text{ м}$, плотность нефти $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ (рис. 1.21).

Ответ: $F_r = 7,72 \cdot 10^3 \text{ Н}$; $F_B = 7,09 \cdot 10^3 \text{ Н}$.

Задача 1.20. Круглое отверстие в дне резервуара с жидкостью плотности $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$ закрыто конической пробкой с размерами: $D = 0,1 \text{ м}$, $d = 0,04 \text{ м}$, $h = 0,1 \text{ м}$ (рис. 1.22). Уровень жидкости расположен выше пробки на расстоянии $a = 0,6 \text{ м}$. Избыточное давление в сосуде над

жидкостью $P_H = 10^4$ Па. Найти силу, которую необходимо приложить к пробке, чтобы приподнять ее. Собственным весом пробки пренебречь.

Ответ: $F_B = 16,6$ Н.

★ Задача 1.21. В открытом цилиндрическом сосуде радиуса $R = 0,03$ м находится вода, уровень которой составляет $h = 0,1$ м. С какой угловой скоростью должен вращаться этот сосуд вокруг своей вертикальной оси, чтобы свободная поверхность жидкости касалась дна?

Ответ: $\omega = 66$ 1/с.

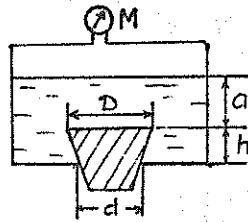


Рис. 1.22. К задаче 1.20

★ Задача 1.23. При вращении открытого цилиндрического сосуда радиуса $R = 0,05$ м вокруг его вертикальной оси разность между уровнями жидкости на стенке и на оси сосуда составляет 0,2 м. Определить угловую скорость вращения, если известно, что она постоянна.

Ответ: $\omega = 39,6$ 1/с.

★ Задача 1.24. С какой скоростью должен вращаться вокруг своей оси открытый вертикальный цилиндрический сосуд диаметром $D = 1$ м и высотой $H = 2$ м, заполненный водой, при условии, чтобы в результате вращения оказалась открытой часть дна диаметром $d = 0,5$ м.

Ответ: $n = 120$ об/мин.

Задача 1.25. Горизонтальная труба длиной 2 м и диаметром $d = 0,05$ м наполнена водой и закрыта по концам. Труба вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из ее концов с угловой скоростью $\omega = 11$ 1/с. Какое давление будет в другом конце трубы?

Ответ: $P = 1,96 \cdot 10^4$ Па.

★ Задача 1.22. Открытый цилиндрический сосуд радиуса $R = 0,03$ м содержит $V_0 = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м³ воды. В боковой поверхности сосуда на высоте $h = 0,05$ м от дна имеется малое отверстие, закрытое пробкой. Найти максимальную угловую скорость, с которой может вращаться сосуд вокруг своей вертикальной оси, чтобы пробка, рассчитанная на перепад давлений не более

$\Delta P = 10^4$ Па, не вылетела из отверстия.

Ответ: $\omega = 194,7$ 1/с.

★ Задача 1.26. Резервуар выполнен в виде прямоугольного параллелепипеда и движется горизонтально с постоянным ускорением a . Резервуар открыт сверху и на 0,9 своего объема заполнен водой. Определить максимально возможное значение a , при котором жидкость еще не выливается из резервуара, если его длина $l = 10$ м, а высота $h = 3$ м.

Ответ: $a = 0,6$ м/с².

Глава 2. ЛАМИНАРНОЕ УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ТРУБАХ

При ламинарном движении жидкости в цилиндрических трубах линии тока направлены параллельно образующим цилиндра, т.е. вектор скорости имеет только одну составляющую v_x , где x - ось, параллельная образующим. Причем эта составляющая зависит только от координат y и z в плоскости перпендикулярного сечения. Если движение происходит в круглой трубе, то говорят, что течение обладает цилиндрической симметрией, и компонента скорости v_x зависит только от расстояния $r = \sqrt{y^2 + z^2}$ до оси трубы: $v_x = v(r)$.

Касательное напряжение τ_{rx} на площадке, перпендикулярной радиусу, связано с градиентом скорости $\frac{dv}{dr}$ формулой Ньютона

$$\tau_{rx} = \mu \frac{dv}{dr}, \quad (2.1)$$

в которой μ - коэффициент динамической вязкости. Величина τ этого напряжения линейно зависит от расстояния до оси трубы

$$\tau = |\tau_{rx}| = \frac{\Delta P}{2l} \cdot r = \tau_a \cdot \frac{r}{a}. \quad (2.2)$$

Здесь τ_a - напряжение на стенке, определяемое равенством

$$\tau_a = \frac{\Delta P \cdot a}{2l}. \quad (2.3)$$

Распределение скоростей при ламинарном течении вязкой несжимаемой жидкости в круглой трубе радиуса a дается формулой

$$v(r) = v_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right), \quad (2.4)$$

где v_0 - максимальная скорость, которая достигается на оси трубы (т.е. при $r = 0$):

$$v_0 = \frac{a^2 \cdot \Delta P}{4l\mu}.$$

Здесь ΔP - перепад давлений между концами трубы, l - длина трубы. Расход жидкости определяется формулой

$$\dot{Q} = 2\pi \int_0^a rv(r)dr = \frac{\pi a^4 \Delta P}{8l\mu}, \quad (2.5)$$

называемой формулой Пуазейля. Для средней скорости течения существует равенство

$$v_{cp} = \frac{Q}{\pi a^2} = \frac{v_0}{2} = \frac{a^2 \Delta P}{8l\mu}. \quad (2.6)$$

Потери напора на трение определяются формулой

$$h_r = \frac{\Delta P}{\gamma} = \frac{8l\mu Q}{\pi a^4 \gamma} = \frac{128l\nu Q}{\pi a^4 g}, \quad (2.7)$$

где $d = 2a$ - диаметр трубы, $\nu = \mu/\rho$ - коэффициент кинематической вязкости.

Если h_r представить в виде формулы Дарси-Вейсбаха

$$h_r = \lambda \frac{l}{d} \frac{v_{cp}^2}{2g},$$

то входящий в нее коэффициент гидравлического сопротивления будет определяться формулой

$$\lambda = \frac{64}{Re}, \quad (2.8)$$

где Re - безразмерное число Рейнольдса:

$$Re = \frac{v_{cp} d}{\nu}.$$

Число Рейнольдса служит также критерием, по которому можно определить, какое течение, ламинарное или турбулентное, имеет место в трубе при данных значениях параметров. Для круглой трубы существует критическое значение этого числа $Re_{кр} \approx 2320$. При значениях $Re < Re_{кр}$ будет наблюдаться устойчивый ламинарный режим. При $Re > Re_{кр}$ течение неустойчиво, зарождается и развивается турбулентность, а закономерности (2.4 - 2.8) перестают быть справедливыми.

Примеры

Пример 2.1. Какой минимальный диаметр круглой трубы необходимо иметь для того, чтобы транспортировать не более $100 \text{ см}^3/\text{с}$ несжимаемой жидкости с вязкостью $0,01 \text{ Па}\cdot\text{с}$, если длина трубы равна 1 м , а перепад давлений на ее концах не может превышать 490 Па ? Плотность жидкости равна $800 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Решение. Для того, чтобы обеспечить тот или иной постоянный расход жидкости при минимально возможном диаметре трубы, необходимо, как это следует из формулы Пуазейля, взять максимально возможный перепад давлений. Поскольку по условию требуется

обеспечить транспортировку до $100 \text{ см}^3/\text{с}$ жидкости включительно, то следует ориентироваться именно на этот максимальный расход. Таким образом, в формулу Пуазейля следует подставить максимальный расход и максимальный перепад давлений, и тогда получим:

$$d = \sqrt[4]{\frac{128l\mu Q_{max}}{\pi \Delta P_{max}}}.$$

Имеем:

$$d = \sqrt[4]{\frac{128 \cdot 1 \cdot 0,01 \cdot 10^{-4}}{3,14 \cdot 490}} \approx 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Средняя скорость течения будет равна:

$$v_{cp} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{3,14 \cdot 2,89 \cdot 10^{-4}} \approx 0,44 \text{ м}/\text{с},$$

а число Рейнольдса:

$$Re = \frac{v_{cp} \cdot d \cdot \rho}{\mu} = \frac{0,44 \cdot 1,7 \cdot 10^{-2} \cdot 800}{0,01} \approx 600.$$

Таким образом, движение действительно будет ламинарным.

Ответ: $d_{min} = 17 \text{ мм}$.

Пример 2.2. По горизонтальному трубопроводу диаметром 200 мм , длиной 4 км перекачивается нефтепродукт, кинематическая вязкость которого равна $1,8$ стокса, а удельный вес составляет $980 \text{ кг}/\text{м}^3$. Определить перепад давлений, необходимый для перекачки указанного нефтепродукта с расходом $100 \text{ тонн}/\text{ч}$.

Решение. Прежде всего вычисляем среднюю скорость движения жидкости

$$v_{cp} = \frac{4Q_G}{\gamma \pi d^2} = \frac{4 \cdot 100 \cdot 10^3}{980 \cdot 3,14 \cdot 0,2^2} = 0,9 \text{ м}/\text{с}.$$

Теперь можно найти число Рейнольдса:

$$Re = \frac{v_{cp} \cdot d}{\nu} = \frac{0,9 \cdot 0,2}{1,8 \cdot 10^{-4}} = 1000 < 2320,$$

Таким образом, движение жидкости в трубе будет ламинарным.

Поэтому коэффициент гидравлического сопротивления определяется формулой (2.8):

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1000} = 0,064,$$

а перепад давлений ΔP находится по формуле Дарси-Вейсбаха (или формула Пуазейля):

$$\Delta P = \lambda h_r = \lambda \frac{l}{d} \frac{v_{cp}^2}{2g} = \lambda \frac{l \rho v_{cp}^2}{d \cdot 2},$$

$$\Delta P = 0,064 \cdot \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 980 \cdot 0,81}{0,2 \cdot 2} = 508032 \text{ Па.}$$

Ответ: $\Delta P = 508032 \text{ Па}$.

Пример 2.3. Определить производительность горизонтального трубопровода диаметром 300 мм, длиной 30 км, по которому перекачивается мазут, плотность которого 880 кг/м^3 , вязкость $1,35$ стокса, если известно, что движущий перепад давлений равен 8 ат.

Решение. Особенность этой задачи заключается в том, что заранее неизвестен режим движения жидкости в трубе и определить его можно только после того, как будет найдена производительность. В этом случае можно поступить следующим образом. Предположим, что режим движения жидкости в трубе - ламинарный. Тогда коэффициент гидравлического сопротивления λ определится по формуле $64/Re$ и появляется возможность найти производительность перекачки и среднюю скорость движения:

$$\Delta P = \frac{64 l \rho v^2}{Re d} = \frac{32 \rho l v}{d^2}$$

Отсюда

$$v = \frac{\Delta P d^2}{32 \rho l} = \frac{8 \cdot 98 \cdot 10^3 \cdot 0,3^2}{32 \cdot 880 \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot 1,35 \cdot 10^{-4}} = 0,62 \text{ м/с.}$$

Теперь можно проверить, справедливо ли было наше предположение о том, что течение носит ламинарный характер. Для этого вычислим число Рейнольдса:

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{0,62 \cdot 0,3}{1,35 \cdot 10^{-4}} = 1380.$$

Поскольку оно меньше, чем критическое значение 2320, то исходное предположение о характере движения было верным. Объемный расход перекачки (производительность) находим по формуле:

$$Q = v \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 0,62 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,09}{4} = 0,044 \text{ м}^3/\text{с.}$$

Заметим, что если бы число Рейнольдса оказалось большим, чем 2320, то расчет необходимо было бы повторить, но уже воспользовавшись другими формулами, справедливыми для турбулентного режима движения.

Ответ: $Q = 0,044 \text{ м}^3/\text{с}$.

Задачи

Задача 2.1. Для определения вязкости жидкости используется горизонтальная трубка диаметром 3 мм и длиной 300 мм. Измерения показали, что при разности давлений на концах трубки 100 Па расход

составляет $10 \text{ см}^3/\text{с}$. Определить, чему равна динамическая вязкость жидкости.

Ответ: $\mu = 1,06 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$.

Задача 2.2. Определить перепад давлений, необходимый для того, чтобы в трубе диаметром 5 мм и длиной 10 м установилось ламинарное движение вязкой жидкости с расходом $10 \text{ см}^3/\text{с}$, если динамическая вязкость жидкости составляет $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$, а ее плотность - 850 кг/м^3 .

Ответ: 9783 Па.

Задача 2.3. По круглой горизонтальной трубе течет жидкость, расход которой составляет 85 л/с. В некоторой точке труба разветвляется на две трубы меньшего диаметра; диаметр первой из них в два раза меньше диаметра второй. Оба ответвления имеют одинаковую длину, концы их открыты и давления на концах равны атмосферному. Определить расход жидкости в каждом ответвлении, если известно, что течение в обоих ответвлениях - ламинарное.

Ответ: $Q_1 = 5 \text{ л/с}$, $Q_2 = 80 \text{ л/с}$.

Задача 2.4. Как изменятся потери напора при ламинарном режиме движения ньютоновской вязкой жидкости, если

- расход увеличится вдвое?
- диаметр трубы увеличить в два раза?
- вязкость жидкости уменьшить в два раза?

Ответ: а) возрастут в два раза;

б) уменьшатся в 16 раз;

в) уменьшатся в два раза.

Задача 2.5. Определить потери напора и гидравлический уклон в трубопроводе диаметром 100 мм, длиной 1000 м, если весовой расход перекачиваемой нефти равен 15 т/ч, ее удельный вес - $0,88 \text{ т/м}^3$, а кинематическая вязкость равна $0,376 \text{ см}^2/\text{с}$.

Ответ: $h_f = 7,35 \text{ м}$, $i = 0,00735$.

Задача 2.6. Определить суточный весовой расход, который можно пропустить по трубопроводу диаметром 156 мм, длиной 20 км, перекачивающему жидкость с удельным весом $\gamma = 0,85 \text{ т/м}^3$ и кинематической вязкостью 1,05 Ст, если задан перепад давлений 20 ат. Обосновать выбор расчетной формулы.

Ответ: 1300 т/сутки.

Задача 2.7. По стальным трубам диаметром 100 мм, длиной 500 м, бывшим в употреблении, нефть от устья скважины поступает в отстойник, расположенный выше устья на 19 м. Избыточное давление на устье 3 ат, расход нефти - $10 \text{ м}^3/\text{ч}$, удельный вес нефти - 300 кг/м^3 , кинематическая вязкость - 0,25 Ст. Найти давление в конце

трубопровода и объяснить, следует ли в расчетах учитывать шероховатость труб.

Ответ: $1,36 \cdot 10^5$ Па.

Задача 2.8. Открытый цилиндрический сосуд с площадью дна S наполнен вязкой жидкостью, плотность и вязкость которой равны соответственно ρ и μ . Жидкость может вытекать из сосуда через тонкую горизонтальную трубу длиной l и диаметром d , которая присоединена к сосуду на уровне его дна. Определить, за какое время сосуд опорожнится наполовину, если движение жидкости в сосуде происходит весьма медленно, так что распределение давления в нем все время остается гидростатическим, а течение жидкости в трубе - ламинарным.

Ответ: $T = \frac{128 S \mu l n 2}{\pi \rho g d^4}$.

Глава 3. РАСЧЕТ ПРОСТЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

Простым трубопроводом называется трубопровод, который состоит из последовательно соединенных участков одного или разных диаметров, содержащий различного вида местные сопротивления, имеющий повороты под произвольным углом и в любой плоскости.

Для расчета простых трубопроводов применяется уравнение Бернулли

$$\left(\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = h_{1-2}, \quad (3.1)$$

в котором v_1 и v_2 - средние скорости жидкости в начальном и конечном сечениях трубопровода, а суммарные потери напора h_{1-2} определяются формулой

$$h_{1-2} = \sum_{i=1}^n \lambda \frac{l_i}{d_i} \frac{v_i^2}{2g} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \zeta_{ij} \frac{v_i^2}{2g}. \quad (3.2)$$

Здесь n - число участков прямых труб различного диаметра, m_i - число местных сопротивлений в составе i -го участка трубопровода, ζ_{ij} - коэффициенты местных сопротивлений, λ - коэффициенты гидравлического сопротивления на отдельных участках, v_i - скорости жидкости на этих участках.

При переходе жидкости из i -го участка с диаметром труб d_i в $(i+1)$ участок с диаметром труб d_{i+1} скорости течения связаны уравнениями

$$v_i d_i^2 = v_{i+1} d_{i+1}^2, \quad (3.3)$$

выражающими закон сохранения массы.

Для нахождения коэффициента гидравлического сопротивления используются формулы:

1. Если $Re < 2320$, то

$$\lambda = \frac{64}{Re}. \quad (3.4)$$

2. Если $3000 \leq Re \leq 10^5$, то λ определяется по формуле Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt{Re}}. \quad (3.5)$$

3. Если $10 \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) < Re < 500 \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$, где ε - относительная шероховатость

внутренней поверхности трубопровода, то λ можно определить по формуле А.Д.Альтшуля:

$$\lambda = 0,1 \cdot \left(\varepsilon + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}. \quad (3.6)$$

4. Если $Re > 500 \cdot \frac{1}{\varepsilon}$ (квадратичная зона трения), то λ можно

вычислить по формуле Шифринсона:

$$\lambda = 0,11 \varepsilon^{0,25}. \quad (3.7)$$

Различают три основные задачи, возникающие при расчете простых трубопроводов.

Задача 1. Необходимо найти разность напоров ΔH для осуществления перекачки по трубопроводу, о котором все известно (заданы l, d, ε), а также все известно о параметрах перекачиваемой жидкости (заданы кинематическая вязкость ν , плотность ρ , расход Q).

Задача 2. Необходимо вычислить расход Q перекачки по известным параметрам трубопровода (l, d, ε), жидкости (ν, ρ), а также известной разности напоров ΔH на концах трубопровода.

Задача 3. В трубопроводе постоянного диаметра длиной l и относительной шероховатостью ε перекачивается жидкость. Известны ее плотность ρ , кинематическая вязкость ν , расход перекачки Q , разность напоров на концах трубопровода ΔH .

Требуется определить диаметр d трубопровода, способный обеспечить заданные параметры перекачки.

Примеры

Пример 3.1 (к задаче 1). Коллектор для сбора нефти состоит из двух последовательных участков труб с диаметрами 100 мм и 56 мм. Длина участков равна 1000 и 800 м соответственно. Какова разность напоров, затрачиваемая на движение нефти ($\rho = 860 \text{ кг/м}^3$, $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$) по

этому коллектору, если ее расход составляет 5 л/с? Местными сопротивлениями коллектора пренебречь.

Решение. Разность напоров ΔH определяется по формуле

$$\Delta H = \left(\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = h_{1-2},$$

в которой

$$h_{1-2} = \lambda_1 \frac{l}{d} \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_2 \frac{l}{d} \frac{v_2^2}{2g}.$$

Определим скорости нефти v_1 и v_2 . Имеем

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,1^2} = 0,637 \text{ м/с};$$

$$v_2 = \frac{4Q}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,056^2} = 2,031 \text{ м/с}.$$

Соответственно этому числа Рейнольдса равны:

$$Re_1 = \frac{v_1 d_1}{\nu} = \frac{0,637 \cdot 0,1}{0,5 \cdot 10^{-4}} = 1274;$$

$$Re_2 = \frac{v_2 d_2}{\nu} = \frac{2,031 \cdot 0,056}{0,5 \cdot 10^{-4}} = 2275.$$

Это значит, что в обеих трубах течение жидкости будет ламинарным. Поэтому для расчета коэффициента гидравлического сопротивления следует пользоваться формулой (3.4).

Рассчитываем λ :

$$\lambda_1 = \frac{64}{Re_1} = 0,05,$$

$$\lambda_2 = \frac{64}{Re_2} = 0,028.$$

Находим потери напора h_{1-2} :

$$h_{1-2} = 0,05 \cdot \frac{1000}{0,1} \cdot \frac{0,637^2}{0,1} + 0,028 \cdot \frac{800}{0,056} \cdot \frac{2,031^2}{19,6} = 10,35 + 84,18 = 94,53 \text{ м}.$$

Ответ: $\Delta H = 94,53 \text{ м}$.

Пример 3.2 (к задаче 2). По горизонтальному трубопроводу постоянного диаметра 100 мм и длиной 3000 г перекачивается вода. Манометр, контролирующий перекачку, показывает перепад давлений между концами трубопровода 0,6 ат. Определить расход воды в трубопроводе, если относительную шероховатость последнего можно принять равной 0,005.

Решение. Уравнение Бернулли (3.1) и формула для гидравлических потерь (3.2) в рассматриваемом случае имеют вид:

$$\frac{\Delta P}{\gamma} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

или

$$\Delta P = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho v^2}{2} = \frac{8\rho Q^2 \lambda l}{\pi^2 d^5}.$$

Отсюда находим:

$$\lambda Q^2 = \frac{\Delta P \pi^2 d^5}{8\rho l}.$$

Основная особенность задач подобного типа состоит в том, что коэффициент гидравлического сопротивления λ сразу найти не удастся, поскольку неизвестна скорость течения жидкости v и, следовательно, режим ее течения в трубе. Поступаем следующим образом:

1) Предположим сначала, что режим течения жидкости ламинарный. Тогда $\lambda = 64/Re$. Имеем:

$$Q^2 \frac{64\nu}{4Q} = \frac{\Delta P \pi^2 d^5}{8\rho \pi^2 d^5}$$

или

$$Q = \frac{\pi d^4 \Delta P}{128\rho \nu}, \nu = \frac{4Q}{\pi d^2}.$$

Подставляя исходные данные, получим

$$Q = \frac{3,14 \cdot 0,1^4 \cdot 0,6 \cdot 9,8 \cdot 10^4}{128 \cdot 1000 \cdot 0,01 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^3} = 0,048 \text{ м}^3/\text{с},$$

$$\nu = \frac{4 \cdot 0,048}{3,14 \cdot 0,1^2} = 6,1 \text{ м/с}.$$

При этом число Рейнольдса Re будет равно:

$$Re = \frac{v d}{\nu} = \frac{6,1 \cdot 0,1}{0,01 \cdot 10^{-4}} = 61000.$$

Очевидно, что предположение о ламинарности течения было неверным. Расчет нужно повторить, используя для λ другую формулу.

2) Предположим теперь, что для λ можно воспользоваться формулой Блазиуса (3.5). Имеем:

$$Q^2 \frac{0,3164}{\sqrt{\frac{4Q}{\pi d^2}}} = \frac{\pi^2 d^5 \Delta P}{8\rho l},$$

$$Q^{3/4} = \frac{d^{4,5} \pi^{3/4} \Delta P \sqrt{4}}{0,3164 \cdot 8\rho l}$$

или

$$Q = \left[\frac{0,1^{4,5} \cdot 3,14^{3/4} \cdot 0,6 \cdot 9,8 \cdot 10^4 \cdot 4}{0,3164 \cdot 8000 \cdot 3 \cdot 10^3} \right]^{3/4} \approx 0,002 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Далее находим скорость движения жидкости v и число Re .

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{0,008}{3,14 \cdot 0,01} = 0,255 \text{ м/с},$$

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{0,255 \cdot 0,1}{0,01 \cdot 10^{-4}} = 25500.$$

Поскольку число Рейнольдса 25500 принадлежит той зоне, в которой справедлива формула Блазиуса, то наше предположение было законным.

Ответ: $Q = 0,002 \text{ м}^3/\text{с}$.

Пример 3.3 (к задаче 3). По трубопроводу длиной 5000 м перекачивается нефть (плотность 860 кг/м^3 , кинематическая вязкость $0,5 \text{ см}^2/\text{с}$), с расходом 8 л/с . Для этого используются насосы, которые способны обеспечить максимальную разность напоров на концах трубопровода, равную 100 м . вод.ст. Определить минимальный диаметр трубопровода, необходимый для перекачки.

Решение. Используя формулу

$$\Delta H = h_{\Sigma} = \lambda \frac{l v^2}{d 2g}$$

или

$$\Delta H = \lambda \frac{8Q^2 l}{\pi^2 g d^5},$$

находим

$$\frac{\lambda}{d^5} = \frac{\Delta H \pi^2 g}{8Q^2 l} = \frac{100 \cdot 3,14^2 \cdot 9,8}{8 \cdot 0,008^2 \cdot 5000} = 3774 \text{ м}^{-5}.$$

Своеобразие этой, как и предыдущей задачи, заключается в том, что коэффициент гидравлического сопротивления не может быть определен сразу, поскольку неизвестен диаметр трубопровода и, следовательно, скорость и режим течения. Поступаем также, как и в предыдущем случае.

1. Предполагаем сначала, что течение жидкости в трубе — ламинарное. Это дает возможность написать для λ формулу:

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

и далее

$$\frac{64\nu}{vd^5} = 3774.$$

После этого получаем:

$$\frac{64\nu d^5}{4Qd^5} = 3774$$

$$d^4 = \frac{64\nu}{3774 \cdot 4 \cdot Q}.$$

Отсюда находим диаметр трубопровода d :

$$d = \left[\frac{64 \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \cdot 3,14}{3774 \cdot 4 \cdot 0,008} \right]^{1/4} = 0,095 \text{ м}$$

и скорость течения жидкости v :

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,008}{3,14 \cdot 0,095^2} = 1,13 \text{ м}.$$

Подсчитывая число Рейнольдса, имеем:

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{1,13 \cdot 0,095}{0,5 \cdot 10^{-4}} = 2147 \text{ м/с}.$$

Это означает, что наше предположение о ламинарности течения оказалось правильным и расчет законным. Другие случаи, естественно, рассматривать не нужно.

Ответ: $d \approx 0,1 \text{ м}$.

Задачи

Задача 3.1. Определить избыточное давление, создаваемое насосом в начале нагнетательной линии ($l = 1 \text{ км}$, $d = 0,1 \text{ м}$, $\Delta = 0,1 \text{ мм}$, $h = 20 \text{ м}$), оканчивающейся открытым резервуаром (рис. 3.1). Перекачивается вода ($Q = 7,85 \text{ л/с}$, $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$), сумма коэффициентов местных сопротивлений равна 20.

Ответ: $P_H = 3,17 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Задача 3.2. Определить расход жидкости ($\rho = 740 \text{ кг/м}^3$, $\nu = 7 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$), перетекающего из верхнего резервуара в нижний (рис. 3.2) по трубопроводу ($l = 500 \text{ м}$, $d = 150 \text{ мм}$, $\Delta = 0,5 \text{ мм}$, $h = 25 \text{ м}$). Давления в резервуарах одинаковые ($P_1 = P_2$), потерями напора в местных сопротивлениях пренебречь.

Ответ: $Q = 4,19 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$.

Задача 3.3. Определить минимально необходимый диаметр труб ($\Delta = 0,1 \text{ мм}$) для пропуска 5 л/с нефти ($\nu = 8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$) по трубопроводу длиной $l = 950 \text{ м}$, схема которого представлена на рис. 3.2. Эквивалентная длина местных сопротивлений в $l_{\Sigma \text{KB}}$ оценивается в 50 м , давление P_1 и P_2 атмосферное, $h = 10 \text{ м}$.

Ответ: $d = 0,114 \text{ м}$.

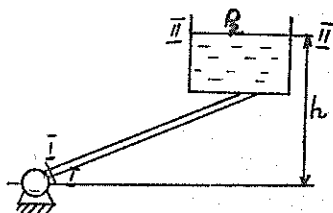


Рис. 3.1. К задаче 3.1

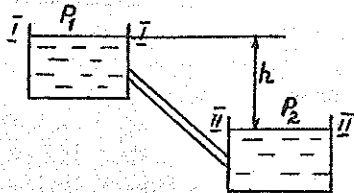


Рис. 3.2. К задачам 3.2 и 3.3

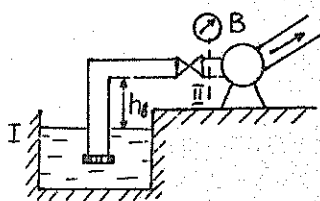


Рис. 3.3. К задаче 3.4

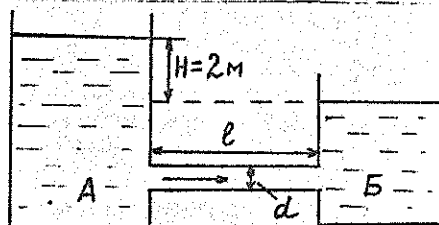


Рис. 3.4. К задаче 3.9

Задача 3.4. Для всасывающей линии насосной установки (рис. 3.3) определить, будет ли обеспечена нормальная ее работа при следующих данных: $Q = 7,85 \text{ л/с}$, $\nu = 0,01 \text{ см}^2/\text{с}$, $\rho = 800 \text{ кг/м}^3$, $P_{н.п.} = 9806,65 \text{ Па}$, $l_{вс} = 20 \text{ м}$, $d_{вс} = 100 \text{ мм}$, $\Delta = 0,1 \text{ мм}$, $\Sigma \zeta = 20$, $h_{вс} = 5 \text{ м}$, $P_A = 98066,5 \text{ Па}$.

Ответ: нормальная работа всасывающей линии при заданных условиях обеспечена.

Задача 3.5. Определить абсолютную шероховатость труб, диаметр которых $d = 150 \text{ мм}$, а гидравлический уклон при скорости перекачки

воды $v = 4 \text{ м/с}$ оказался равным $i = 0,01$ (область чисто квадратичного трения).

Ответ: $\Delta = 0,104 \text{ мм}$.

Задача 3.6. Трубопровод состоит из двух участков: первый - диаметром 100 мм и длиной 1500 м , второй - диаметром 85 мм и длиной 2000 м . Определить напор, необходимый для перекачки по такому трубопроводу нефти, плотность которой равна 880 кг/м^3 , вязкость $\nu = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$, с расходом 5 л/с , если начало трубопровода находится на 14 м ниже его конца. Гидравлическим сопротивлением местных препятствий пренебречь.

Ответ: $62,3 \text{ м}$.

Задача 3.7. Полагая, что течение жидкости подчиняется закону Блазиуса, найти, во сколько раз изменится гидравлический уклон, если жидкость перекачивалась вначале при $t = 10^\circ \text{ C}$, а затем при $t = 20^\circ \text{ C}$ по одному и тому же трубопроводу и при одинаковой скорости перекачки.

Ответ: $1,08$ раза.

Задача 3.8. По горизонтальному нефтепроводу диаметром 150 мм и длиной 50 км перекачивается нефть, плотность которой равна 960 кг/м^3 , вязкость - $1,3 \text{ см}^2/\text{с}$. Известно, что разность давлений на концах трубопровода равна $20 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Найти расход жидкости. Местными сопротивлениями пренебречь.

Ответ: $3,9 \text{ л/с}$.

Задача 3.9. Определить расход воды Q в трубе, соединяющей два бака А и В, рис. 3.4, для "чистой" и "загрязненной" труб (коэффициенты гидравлического сопротивления этих труб равны $\lambda_1 = 0,023$ и $\lambda_2 = 0,044$ соответственно), если напор $H = 2 \text{ м}$, длина труб равна $d = 50 \text{ м}$, диаметр труб $d = 0,15 \text{ м}$.

Ответ: $Q_1 = 36,6 \text{ л/с}$, $Q_2 = 27,4 \text{ л/с}$.

Глава 4. ГАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

Сложными трубопроводами называются трубопроводы или трубопроводные системы, имеющие точки разветвления, участки параллельного соединения трубопроводов, кольцевые участки, участки распределенного напора и т.д.

Для сложных трубопроводов в основном формулируются те же задачи, что и для простого трубопровода, а именно: 1) определение напора или давления на насосе, необходимого для перекачки жидкости; 2) определение производительности трубопровода; 3) определение минимального необходимого диаметра для пропуска заданного расхода жидкости при известном напоре.

Рассмотрим расчет сложных трубопроводов на примерах параллельного соединения труб и трубопроводов, имеющих точки разветвления.

Для расчета пользуются двумя методами: аналитическим и графическим.

Аналитический метод удобен в том случае, когда заранее известен режим движения жидкости. Отметим, что в водопроводных системах, как правило, имеет место развитый турбулентный режим. При расчете нефтепроводов режим движения в ряде случаев удается установить, анализируя исходные данные.

Когда режим движения заранее неизвестен пользуются графическим методом расчета.

Суть его состоит в следующем. Задаваясь рядом значений расхода для течения жидкости в первой ветви $Q_1^{(1)}, Q_1^{(2)}, \dots, Q_1^{(n)}$, вычисляют числа Рейнольдса $Re_1^{(1)}, Re_1^{(2)}, \dots, Re_1^{(n)}$ и затем коэффициенты гидравлического сопротивления $\lambda_1^{(1)}, \lambda_1^{(2)}, \dots, \lambda_1^{(n)}$ и, наконец, потери в первой ветви $h_1^{(1)}, h_1^{(2)}, \dots, h_1^{(n)}$. В результате получим зависимость $h_1 = h_1(Q_1)$. Аналогичным образом определяем зависимость потерь от расхода во второй ветви трубопровода $h_2 = h_2(Q_2)$. Построив графики $h = h_1(Q_1)$ и $h_2 = h_2(Q_2)$, суммируем далее их расходы. Полученная таким образом "Суммарная характеристика" $h = h(Q)$ позволяет в зависимости от постановки задачи определить либо потери на участке разветвления по заданному расходу на магистральном участке, либо расход в каждой из ветвей если известны потери на любом из ответвлений.

Примеры

Пример 4.1. Требуется увеличить производительность нефтепровода длиной $L=600$ км, $d_0=300$ мм ($\rho=0,8$ кг/м³, $\nu=0,85$ см²/с) с 800000 т/год до 1100000 т/год. Какого диаметра параллельная вставка длиной $l_B=200$ км потребуется, чтобы давление на насосах не изменилось?

Решение. 1. Определим режим движения и потери напора в нефтепроводе до увеличения производительности

$$Q = \frac{Q_g}{\gamma} = \frac{800000 \cdot 10^3 \cdot 9,8}{9,8 \cdot 800 \cdot 365 \cdot 86400} = 0,0318 \text{ м}^3/\text{с}.$$

$$v_0 = \frac{4Q}{\pi d_0^2} = \frac{4 \cdot 0,0318}{3,14 \cdot 0,3^2} = 0,45 \text{ м/с}.$$

$$Re = \frac{v_0 d_0}{\nu} = \frac{0,45 \cdot 0,3}{0,85 \cdot 10^{-4}} = 1590.$$

$$Re < Re_{кр} - \text{режим ламинарный, } \lambda = \frac{64}{Re},$$

$$h_0 = \lambda \frac{Lv_0^2}{d_0^2 g} = \frac{32 \nu L v_0}{d_0^2 g} = \frac{32 \cdot 0,85 \cdot 10^{-4} \cdot 600 \cdot 10^3 \cdot 0,45}{0,3^2 \cdot 9,8} = 835 \text{ м}.$$

2. Определим режим движения и потери напора в нефтепроводе при увеличенной производительности

$$Q_y = \frac{Q_g}{\gamma} = \frac{1100000 \cdot 10^3 \cdot 9,8}{9,8 \cdot 800 \cdot 365 \cdot 86400} = 0,0436 \text{ м}^3/\text{с},$$

$$v_y = \frac{4Q_y}{\pi d_0^2} = \frac{4 \cdot 0,0436}{3,14 \cdot 0,3^2} = 0,62 \text{ м/с},$$

$$Re = \frac{v_y d_0}{\nu} = \frac{0,62 \cdot 0,3}{0,85 \cdot 10^{-4}} = 2190.$$

$$Re < Re_{кр} - \text{режим ламинарный, } \lambda = \frac{64}{Re},$$

$$h_y = \frac{32 \nu L v_y}{d_0^2 g} = \frac{32 \cdot 0,85 \cdot 10^{-4} \cdot 600 \cdot 10^3 \cdot 0,62}{0,3^2 \cdot 9,8} = 1150 \text{ м}.$$

3. Разница в потерях напора до и после увеличения производительности нефтепровода составляет

$$h_p = h_y - h_0 = 1150 - 835 = 315 \text{ м}.$$

4. Эта разница в потерях напора должна быть ликвидирована по условию задачи за счет параллельного подсоединения вставки длиной l_B . Отсюда можно определить скорости в основной ветви на участке разветвления.

$$v_{01} = \frac{h_p d_0^2 g}{32 \nu l_B} = \frac{315 \cdot 0,3^2 \cdot 9,8}{32 \cdot 0,85 \cdot 10^{-4} \cdot 200 \cdot 10^3} = 0,51 \text{ м/с}.$$

$$Q_1 = v_{01} \frac{\pi d_0^2}{4} = 51 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,3^2 = 0,036 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Тогда расход параллельной вставке Q_B будет

$$Q_B = Q_y - Q_1 = 0,0436 - 0,036 = 0,0076 \text{ м}^3/\text{с}.$$

5. Из условия равенства потерь напора в параллельных ветвях определим диаметр вставки:

$$h_{01} = h_B, \frac{v_{01}}{d_0^2} = \frac{v_B}{d_B^2},$$

или, переходя от скорости к расходам в ветвях, получим

$$d_B = d_0 \sqrt[4]{\frac{Q_B}{Q_1}} = 0,3 \sqrt[4]{\frac{0,0076}{0,036}} = 0,201 \text{ м}.$$

Ответ: 0,201 м.

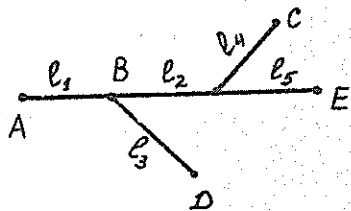


Рис. 4.1. К примеру 4.2

Пример 4.2. Определить давление на насосе в точке А водопровода, подающего воду в точки С, Д, Е, рис. 4.1, если длины отдельных участков $l_1 = 500$ м, $l_2 = 300$ м, $l_3 = 200$ м, $l_4 = 250$ м, $l_5 = 300$ м, а соответствующие диаметры равны $d_1 = 300$ мм, $d_2 = d_3 = 250$ мм, $d_4 = 150$ мм, $d_5 = 200$ мм. Расходы в конечных точках трубопровода должны быть $Q_D = 35$ л/с, $Q_C = 25$ л/с, $Q_E = 18$ л/с. Вязкость воды $\nu = 0,01$ см²/с, плотность $\rho = 1000$ кг/м³, трубы, бывшие в

эксплуатации, $\Delta = 0,2$ мм.

Решение. Наиболее протяженной частью системы является участок АЕ, который и примем за основную магистраль. Потери напора на участке АЕ, а следовательно и необходимое давление в точке А, найдем, зная потери на участках 1, 2 и 5. Определим режим движения жидкости и потери напора на отдельных участках.

1. Участок 1-АВ: $l_1 = 500$ м, $d_1 = 300$ мм. Суммарный расход воды Q_1

$$Q_1 = 35 + 25 + 18 = 78 \text{ л/с} = 78 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

$$v_1 = \frac{4Q_1}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 78 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,3^2} = 1,1 \text{ м/с}.$$

$$Re = \frac{v_1 d_1}{\nu} = \frac{1,1 \cdot 0,3}{0,01 \cdot 10^{-4}} = 33000$$

Так как $Re_1 > 27 \left(\frac{d}{\Delta}\right)^{0,7} = 112500$, то

$$\lambda = 0,1 \left(1,46 \frac{\Delta}{d} + \frac{100}{Re}\right)^{0,25} = 0,1 \left(1,46 \frac{0,2}{200} + \frac{100}{33000}\right)^{0,25} = 0,019$$

$$h_1 = 0,019 \frac{500}{0,3} \frac{1,1^2}{2 \cdot 9,8} = 1,95 \text{ м}.$$

2. Участок 2 - ВF: $l_2 = 300$ м, $d_2 = 250$ мм

$$Q_2 = Q_C + Q_E = 25 + 18 = 43 \text{ л/с} = 43 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

$$v_2 = \frac{4Q_2}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 43 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,25^2} = 0,88 \text{ м/с}.$$

$$Re_2 = \frac{v_2 d_2}{\nu} = \frac{0,88 \cdot 0,25}{0,01 \cdot 10^{-4}} = 220000$$

Так как $Re_2 > 27 \left(\frac{d}{\Delta}\right)^{0,7} = 98680$, то

$$\lambda_2 = 0,1 \left(1,46 \frac{\Delta}{d} + \frac{100}{Re}\right)^{0,25} = 0,1 \left(1,46 \frac{0,2}{250} + \frac{100}{220000}\right)^{0,25} = 0,0201$$

$$h_2 = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} = 0,0201 \frac{300 \cdot 0,88^2}{0,25 \cdot 2 \cdot 9,8} = 0,955 \text{ м}.$$

3. Участок 5 - FE: $l_5 = 300$ м, $d_5 = 200$ мм

$$Q_5 = 18 \text{ л/с} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}, v_5 = \frac{4Q_5}{\pi d_5^2} = 0,57 \text{ м/с}.$$

$$Re = \frac{v_5 d_5}{\nu} = \frac{0,57 \cdot 0,2}{0,01 \cdot 10^{-4}} = 114000.$$

Так как $Re_5 > 27 \left(\frac{d}{\Delta}\right)^{0,7}$, то

$$\lambda_5 = 0,1 \left(1,46 \frac{0,2}{200} + \frac{100}{114000}\right)^{0,25} = 0,022$$

$$h_5 = 0,022 \frac{300}{0,2} \frac{0,57^2}{2 \cdot 9,8} = 0,556 \text{ м}.$$

4. Общие потери напора в магистрали АЕ

$$h = h_1 + h_2 + h_5 = 1,95 + 0,955 + 0,556 = 3,461 \text{ м}.$$

5. Давление в начале сети в точке А:

$$P_A = \gamma h = 9,8 \cdot 1000 \cdot 3,461 = 3,38 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Ответ: Избыточное давление равно $3,38 \cdot 10^4$ Па.

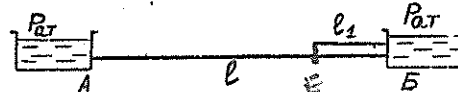


Рис. 4.2. К примеру 4.3

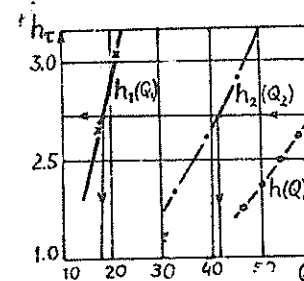


Рис. 4.3. К примеру 4.3

Пример 4.3. Вода ($\rho = 1050 \text{ кг/м}^3$, $\nu = 0,150 \text{ см}^2/\text{с}$) из нефтяного отстойника (водосепаратора) А перекачивается насосом по горизонтальной трубе длиной $l = 1000 \text{ м}$, $d = 200 \text{ мм}$, имеющей ответвление $l_1 = 200 \text{ м}$, $d_1 = 150 \text{ мм}$, в резервуар Б (рис. 4.2). Расход воды $Q = 60 \text{ л/с}$. Трубы, бывшие в эксплуатации, $\Delta = 0,5 \text{ мм}$. Определить мощность насоса и расходы в ветвях. КПД установки $\eta = 0,7$. Потерями во всасывающей линии пренебречь.

Решение. Мощность насоса определяется из выражения

$$N = \frac{\gamma Q \Delta H}{\eta}$$

где ΔH - напор, создаваемый насосом, а остальные величины известны из данных задачи. Очевидно, что напор, развиваемый насосом, определяется потерями на трение на участке АЕ. Найдем эти потери.

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{0,2^2} = 1,91 \text{ м/с},$$

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{1,91 \cdot 0,2}{0,15 \cdot 10^{-4}} = 25500.$$

Определим λ .

Так как $Re < 27 \left(\frac{d}{\Delta}\right)^{0,7} = 25800$, то

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt{Re}} = \frac{0,3164}{\sqrt{25500}} = 0,025$$

$$h_{\text{тр}} = \lambda \frac{l v^2}{d 2g} = 0,025 \frac{800 \cdot 1,91^2}{0,2 \cdot 2 \cdot 9,8} = 9,8 \text{ м}.$$

2. В параллельных ветвях потери равны, поэтому

$$h = \lambda_1 \frac{l_1 v_1^2}{d_1 2g} = \lambda_2 \frac{l_2 v_2^2}{d_2 2g}$$

или

$$\frac{l_1 Q_1^2}{\sqrt{Re_1} d_1^5} = \frac{l_2 (Q - Q_1)^2}{\sqrt{Re_2} d_2^5}$$

Предполагаем, что в ветвях коэффициент гидравлического сопротивления также определяется формулой Блазиуса.

Решаем уравнение графически, для чего, задаваясь рядом значений Q_1 и Q_2 , найдем соответствующие им потери напора h_1 и h_2 . Результаты вычислений представлены в виде таблицы 4.1.

По табличным данным строим графики $h_1 = h_1(Q_1)$ и $h_2 = h_2(Q_2)$. Далее, суммируя значения Q_1 и Q_2 вдоль постоянных h , получим

кривую 3, рис. 4.3, из которой следует, что расходы в соответствующих ветвях будут $Q_1 = 41 \text{ м}^3/\text{с}$, $Q_2 = 19 \text{ м}^3/\text{с}$, а потери $h_{\text{тр}} = 2,4 \text{ м}$.

Таблица 4.1

Ветвь	$Q \text{ [м}^3/\text{с]}$	$v \text{ [м/с]}$	Re	λ	$h \text{ [м]}$
1	$50 \cdot 10^3$	1,59	$2,12 \cdot 10^4$	0,0262	3,38
	$45 \cdot 10^3$	1,43	$1,9 \cdot 10^4$	0,0270	2,84
	$40 \cdot 10^3$	1,27	$1,7 \cdot 10^4$	0,0278	2,28
	$35 \cdot 10^3$	1,11	$1,48 \cdot 10^4$	0,0286	1,8
	$30 \cdot 10^3$	0,955	$1,27 \cdot 10^4$	0,0298	1,39
2	$30 \cdot 10^3$	1,7	$1,7 \cdot 10^4$	0,0278	5,45
	$25 \cdot 10^3$	1,41	$1,41 \cdot 10^4$	0,0302	3,98
	$20 \cdot 10^3$	1,13	$1,13 \cdot 10^4$	0,0306	2,66
	$18 \cdot 10^3$	1,01	$1,01 \cdot 10^4$	0,0314	2,19
	$15 \cdot 10^3$	0,846	$0,846 \cdot 10^4$	0,033	1,61

3. Общие потери

$$h_{\text{общ}} = \Delta H = h + h_{\text{тр}} = 9,8 + 2,4 = 12,2 \text{ м}.$$

4. Мощность насоса

$$N = \frac{\gamma Q \Delta H}{\eta} = \frac{1050 \cdot 98 \cdot 60 \cdot 10^{-3} \cdot 12,2}{0,7} = 1,08 \cdot 10^4 \text{ Вт} = 10,8 \text{ кВт}.$$

Ответ: 10,8 кВт.

Задачи

Задача 4.1. Для увеличения пропускной способности трубопровода длиной 500 м к нему присоединяют параллельно ветвь того же диаметра длиной 250 м. Определить во сколько раз увеличится расход жидкости в трубопроводе при неизменном напоре, если считать, что режим движения жидкости в трубопроводе турбулентный, а зона - квадратичная.

Ответ: $Q_2/Q_1 = 1,27$

Задача 4.2. Определить, как распределится расход $Q = 15 \text{ л/с}$ между двумя параллельными трубопроводами, один из которых имеет длину $l_1 = 300 \text{ м}$, диаметр $d_1 = 150 \text{ мм}$, а другой имеет длину $l_2 = 400 \text{ м}$ и диаметр $d_2 = 100 \text{ мм}$. Найти также потерю напора в разветвленном участке.

Ответ: $Q_1 = 11,6 \text{ л/с}$; $Q_2 = 3,4 \text{ л/с}$; $h_{\text{тр}} = 1,48 \text{ м}$.

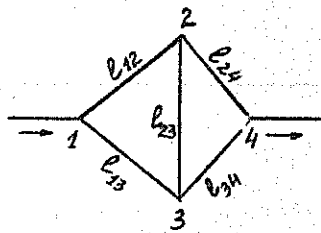


Рис. 4.4. К задаче 4.3

Задача 4.3. Трубопроводы, составляющие кольцевой разветвленный участок (рис. 4.4), имеют следующие размеры: $l_{12} = 250$ м, $d_{12} = 100$ мм; $l_{13} = 300$ м, $d_{13} = 75$ мм; $l_{24} = 100$ м, $d_{24} = 75$ мм; $l_{34} = 265$ м, $d_{34} = 100$ мм; $l_{23} = 100$ м, $d_{23} = 75$ мм. Перепад напоров в узлах 1 и 4 равен $H_{14} = 12$ м. Определить расходы в трубопроводах и потери напора в них, принимая коэффициент гидравлического сопротивления $\lambda = 0,032$.

Ответ: $Q_{12} = 10$ л/с; $h_{12} = 6,6$ м; $Q_{13} = 4,8$ л/с; $h_{13} = 7,6$ м; $Q_{23} = 3$ л/с; $h_{23} = 1$ м; $Q_{34} = 7,8$ л/с; $h_{34} = 4,3$ м; $Q_{24} = 6,9$ л/с; $h_{24} = 5,4$ м.

Задача 4.4. Найти, как распределяется расход $Q = 25$ л/с между двумя параллельными трубами, одна из которых имеет длину $l_1 = 30$ м, $d_1 = 50$ мм, а другая (с задвижкой, коэффициент сопротивления которой $\zeta = 3$) имеет длину $l_2 = 50$ м и диаметр $d_2 = 100$ мм. Какова будет потеря напора в разветвленном участке?

Величины коэффициента гидравлического сопротивления трения труб принять соответственно равными $\lambda_1 = 0,04$ и $\lambda_2 = 0,03$.

Ответ: $Q_1 = 4,45$ л/с, $Q_2 = 20,55$ л/с, $h_{\tau} = 6,3$ м.

Задача 4.5. Насос, перекачивающий бензин ($\rho = 750$ кг/м³, $\nu = 7 \cdot 10^{-7}$ м²/с) по горизонтальному трубопроводу ($l = 5$ км) с расходом, равным $8 \cdot 10^{-3}$ м³/с, может создать на нагнетательной линии максимальный напор $H = P_H / (\rho g) = 600$ м. Для прокладки линии могут быть использованы трубы диаметрами $d_1 = 75$ мм и $d_2 = 50$ мм с эквивалентной шероховатостью стенок $\Delta = 0,25$ мм.

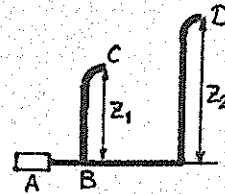


Рис. 4.5. К задаче 4.6

Пренебрегая потерями напора в местных сопротивлениях и считая давление в конце трубопровода атмосферным, определить из каких труб должен состоять трубопровод при условии, что напор, создаваемый насосом, использовался бы полностью.

Ответ: трубопровод должен состоять из участка труб диаметром 75 мм длиной 4330 м и участка труб диаметром 50 мм длиной 670 м.

Задача 4.6. Нефть ($\rho = 850$ кг/м³, $\nu = 3,2 \cdot 10^{-4}$ м²/с) насосом подается с расходом 50 л/с в стояки для заливки цистерн (рис. 4.5). Длина горизонтальной линии от насоса до разветвления $AB = 2$ км, ее диаметр $d = 200$ мм. Ветвь BC имеет длину $l_1 = 100$ м, ветвь BD - $l_2 = 150$ м, диаметры труб соответственно $d_1 = 125$ мм, $d_2 = 150$ мм. Геометрические отметки концевых сечений стояков $Z_1 = 10$ м, $Z_2 = 13$ м. Все трубы стальные, бывшие в употреблении ($\Delta = 0,2$ мм).

Определить, пренебрегая потерями напора в местных сопротивлениях, расходы нефти в каждом из стояков и давление, создаваемое насосом (в точке A).

Ответ: $Q_1 = 2,41 \cdot 10^{-2}$ м³/с, $Q_2 = 2,59 \cdot 10^{-2}$ м³/с, $P_H (A) = 0,89$ МПа.

Задача 4.7. К участку трубопровода длиной $l = 5$ км и диаметром $d_1 = 100$ мм подключена параллельная ветвь (лупинг) той же длины диаметром $d_2 = 125$ мм. Трубы новые, стальные ($\Delta = 0,1$ мм). По трубопроводу перекачивается топливо ($\rho = 810$ кг/м³, $\nu = 5 \cdot 10^{-6}$ м²/с) с расходом $Q = 0,02$ м³/с.

Потери напора на местных сопротивлениях оцениваются в 0,5 % от потерь по длине для каждой из ветвей разветвления.

Определить, как изменятся потери напора на этом участке после подключения лупинга.

Ответ: после подключения лупинга потери напора на данном участке уменьшаются в 6,73 раза.

Глава 5. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЯ И НАСАДКИ

1. При установившемся истечении жидкости из сосуда через малое отверстие в тонкой стенке скорость истечения определяется по формуле:

$$v = \varphi \sqrt{2g \left(H + \frac{P_1 - P_2}{\gamma} \right)}, \quad (5.1)$$

где H - уровень жидкости над центром отверстия; P_1 - давление над свободной поверхностью жидкости в сосуде; P_2 - давление в том объеме,

в который происходит истечение; φ - коэффициент скорости, определяемый из выражения

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_2 + \zeta}}, \quad (5.2)$$

где α_2 - поправочный коэффициент Корнолиса в сжатом сечении струи; ζ - коэффициент местного сопротивления отверстия.

Расход через малое отверстие определяется по формуле

$$Q = \mu S \sqrt{2g \left(H + \frac{P_1 - P_2}{\gamma} \right)}, \quad (5.3)$$

где μ - коэффициент расхода; S - площадь отверстия.

Коэффициент расхода μ равен произведению коэффициента скорости φ на коэффициент сжатия струи ε :

$$\mu = \varepsilon \cdot \varphi.$$

Коэффициент сжатия струи ε определяется по формуле

$$\varepsilon = \frac{S_0}{S},$$

где S_0 - площадь сжатого сечения струи, а S - площадь отверстия.

Значения коэффициентов истечения φ , ε , μ для круглого малого отверстия зависят от формы его кромок, условий подтока жидкости к отверстию и от числа Рейнольдса, определяемого как

$$Re_{II} = \frac{\sqrt{2gHd}}{\nu},$$

где ν - кинематическая вязкость жидкости; d - диаметр отверстия.

Зависимость коэффициентов истечения от Re_{II} для малого круглого отверстия с острой кромкой представлена на графиках А.Д.Альтшуля (рис. 5.1).

Для воды и не слишком вязких жидкостей при $Re_{II} \geq 10^5$ влияние числа Рейнольдса на коэффициенты истечения практически отсутствует и можно пользоваться следующими их средними значениями:

$$\varphi = 0,97; \quad \varepsilon = 0,62; \quad \mu = 0,60.$$

Уравнение траектории струи (отверстие находится в вертикальной плоскости)

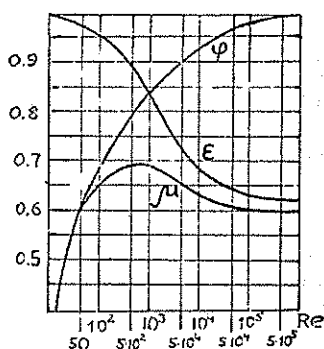


Рис. 5.1

$$x = 2\varphi\sqrt{Hy}; \quad y = \frac{x^2}{4\varphi^2 H},$$

где x , y - координаты центра тяжести сечения струи.

2. Расход через большое отверстие определяется по формуле

$$Q = \iint \sqrt{2g \left(H + \frac{P_1 - P_2}{\gamma} \right)} d\sigma.$$

При истечении жидкости в атмосферу через прямоугольное отверстие шириной a и высотой b , расположенное на боковой вертикальной стенке сосуда, расход определяется из выражения

$$Q = \frac{2}{3} \mu a \sqrt{2g} (H_2^{3/2} - H_1^{3/2}),$$

где $H_2 = H_1 + b$, а H_1 - глубина погружения верхней кромки отверстия.

3. При истечении жидкости через насадки при постоянном напоре скорость истечения на выходе из насадка и расход определяются по формулам (5.1) и (5.3). В формуле (5.3) S заменяется выходной площадью насадка S_{II} . Значения коэффициентов истечения для насадков основных

Таблица 5.1

№ п/п	Вид насадка	Коэффициенты		
		ε	φ	μ
1	Внешний цилиндрический (насадок Вентури)	1	0,82	0,82
2	Внутренний цилиндрический (насадок Борда)	1	0,71	0,72
3	Конический сходящийся (угол конусности 13° - 40°)	0,99	0,96	0,95
4	Конический расходящийся (угол конусности 5° - 6°)	1	0,50	0,50
5	Конoidalный	1	0,97	0,97

типов при больших числах Рейнольдса, в квадратичной зоне приведены в таблице 5.1.

Для внешнего цилиндрического насадка
 $\mu = \varphi = 0,82; \varepsilon = 1.$

4. В случае истечения при переменном напоре из резервуара время опорожнения от уровня H_1 до уровня H_2 определяется по формуле:

$$t = \frac{1}{\mu S \sqrt{2g}} \int_{H_2}^{H_1} \frac{F(H) dH}{\sqrt{H}}, \quad (5.4)$$

где S - площадь отверстия, через которое происходит истечение; $F(H)$ - площадь свободной поверхности жидкости в резервуаре.

Для резервуара, имеющего постоянную площадь поперечного сечения $F(H) = F_0$, уравнение (5.4) дает

$$t = \frac{2F_0}{\mu S \sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}). \quad (5.5)$$

Примеры

Пример 5.1. Вода вытекает из резервуара через отверстие в тонкой стенке в атмосферу. Центр отверстия расположен на глубине $H = 1$ м от поверхности воды (рис. 5.2). Диаметр отверстия $d = 4$ см. Температура воды 10°C . Определить, считая напор постоянным, расход воды через отверстие, если давление на свободной поверхности жидкости равно атмосферному. Как изменится расход, если давление на свободной поверхности жидкости увеличится в два раза.

Решение. Когда давление на свободной поверхности жидкости равно атмосферному, $p_1 = p_2 = p_{ат}$, из формулы (5.3) получим

$$Q = \mu S \sqrt{2gH}.$$

Для определения коэффициента расхода μ вычислим число Рейнольдса. При $t = 10^\circ \text{C}$, коэффициент кинематической вязкости воды $\nu = 1,306 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$. Тогда

$$Re_H = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1} \cdot 0,04}{1,306 \cdot 10^{-6}} = 135 \cdot 10^5.$$

При $Re_H > 10^5$ можно считать, что $\mu = 0,60$ и величина расхода будет равна

$$Q = \mu S \sqrt{2gH} = 0,6 \cdot 12,6 \cdot 10^{-4} \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1} = 3,32 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

В случае, когда давление на свободной поверхности жидкости увеличится в два раза, число Рейнольдса тоже увеличится и из формулы (5.3) получим:

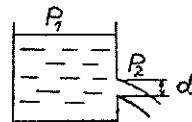


Рис. 5.2. К примеру 5.1

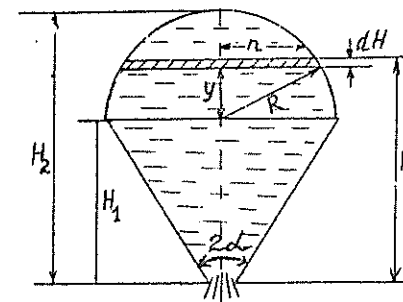


Рис. 5.3. К примеру 5.2

$$Q = \mu S \sqrt{2g \left(H + \frac{P_1 - P_2}{\gamma} \right)} = 0,6 \cdot 12,6 \cdot 10^{-4} \sqrt{2 \cdot 9,8 \left(1 + \frac{9,8 \cdot 10^4}{9,8 \cdot 10^3} \right)} = 1,13 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Ответ: $Q_1 = 3,32 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$; $Q_2 = 1,13 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$.

Пример 5.2. Определить время опорожнения сосуда, составленного из полусферы и конуса, если истечение происходит через отверстие площадью $S = 0,01 \text{ м}^2$. Радиус сферы $R = 1$ м; угол раствора конуса равен 90° ; коэффициент расхода $\mu = 0,7$ (рис. 5.3).

Решение. Время полного опорожнения сосуда складывается из времени опорожнения полусферы и времени опорожнения конуса. Воспользуемся формулой (5.4). При определении времени опорожнения полусферы имеем:

$$H_1 = R \text{ctg } \alpha; H_2 = R(1 + \text{ctg } \alpha); F(H) = \pi r^2; r = \sqrt{R^2 - y^2}; y = H - R \text{ctg } \alpha.$$

Подставляя все полученные соотношения в формулу (5.4), находим

$$t = \frac{\pi}{\mu S \sqrt{2g}} \int_{H_2}^{H_1} \left[R^2(1 - \text{ctg}^2 \alpha) H^{-\frac{1}{2}} + 2R \text{ctg } \alpha H^{\frac{1}{2}} - H^{\frac{3}{2}} \right] dH =$$

$$= \frac{\pi}{\mu S \sqrt{2g}} \left[2R^2(1 - \text{ctg}^2 \alpha) \left(H_2^{\frac{1}{2}} - H_1^{\frac{1}{2}} \right) + \frac{4}{3} R \text{ctg } \alpha \left(H_2^{\frac{3}{2}} - H_1^{\frac{3}{2}} \right) - \frac{2}{5} \left(H_2^{\frac{5}{2}} - H_1^{\frac{5}{2}} \right) \right]. \quad (5.6)$$

Учитывая, что по условию задачи $\text{ctg } \alpha = 1$, из формулы (5.6) получим

$$t_1 = \frac{\pi}{\mu S \sqrt{2g}} \left\{ \frac{4}{3} R \left[(2R)^{3/2} - R^{3/2} \right] - \frac{2}{5} \left[(2R)^{5/2} - R^{5/2} \right] \right\} =$$

$$= \frac{3,14}{0,7 \cdot 0,01 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,8}} \left[\frac{4}{3} (2 \cdot 0,01)^{3/2} - \frac{2}{5} (2 \cdot 0,01)^{5/2} \right] = 57 \text{ с.}$$

Найдем теперь время опорожнения конуса. Площадь свободной поверхности жидкости при опорожнении конического резервуара.

$$F(H) = \pi r^2 = \pi H^2 \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad (5.7)$$

Следовательно, для определения времени опорожнения конуса получим соотношение:

$$t_2 = \frac{\pi g^2 \alpha}{\mu S \sqrt{2g}} \int_0^{H_1} H^{3/2} dH = \frac{2}{5} \frac{\pi g^2 \alpha}{\mu S \sqrt{2g}} H_1^{5/2}. \quad (5.8)$$

Так как по условию задачи

$$\operatorname{tg} \alpha = 1; H_1 = R \operatorname{ctg} \alpha = R,$$

из формулы (5.8) находим

$$t_2 = \frac{2}{5} \frac{\pi R^{5/2}}{\mu S \sqrt{2g}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1}{5 \cdot 0,7 \cdot 0,01 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,8}} = 41 \text{ с.}$$

Время полного опорожнения резервуара

$$t = t_1 + t_2 = 57 \text{ с} + 41 \text{ с} = 98 \text{ с.}$$

Ответ: $t = 98 \text{ с.}$

Задачи

Задача 5.1. В цилиндрическом сосуде имеется горизонтальная перегородка АВ, в которой прорезано круглое отверстие с острыми краями диаметром $d = 50 \text{ мм}$. В днище сосуда установлен коноидальный насадок с диаметром выходного сечения $d_{\text{н}} = 50 \text{ мм}$. Определить при какой высоте H верхнего уровня, уровень воды под перегородкой достигает перегородки АВ, если ее расстояние от дна сосуда $h = 1 \text{ м}$ (рис. 5.4).

Ответ: $H = 24 \text{ м.}$

Задача 5.2. В вертикальной стенке резервуара диаметра $D = 1 \text{ м}$ на высоте $h = 1,2 \text{ м}$ над уровнем пола имеется круглое отверстие с острыми кромками диаметра $d = 40 \text{ мм}$, из которого вытекает струя воды (рис. 5.5). Найти, на какой высоте H над уровнем пола должен находиться уровень жидкости в резервуаре, чтобы струя падала в отверстие в полу шириной $b = 1 \text{ м}$, находящееся на расстоянии $l = 3 \text{ м}$ от резервуара. Каков при этом возможный диапазон колебания уровня жидкости в резервуаре и какой будет расход воды через отверстие?

Ответ: $H_1 = 3,16 \text{ м}; H_2 = 4,64 \text{ м}; Q_1 = 6,14 \text{ л/с}; Q_2 = 7,4 \text{ л/с.}$

Задача 5.3. Вода из коноидального насадка для фонтана бьет вверх на высоту $H = 6 \text{ м}$. Рассчитать давление, которое необходимо создать у насадка, и расход воды, если выходное отверстие насадка имеет

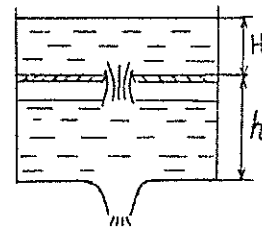


Рис. 5.4. К задаче 5.1

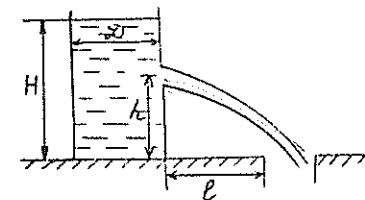


Рис. 5.5. К задаче 5.2

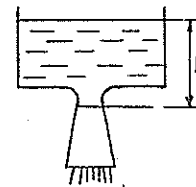


Рис. 5.6. К задаче 5.4

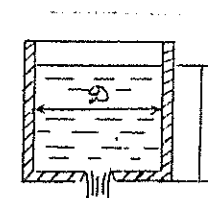


Рис. 5.7. К задаче 5.5

диаметр $d = 20 \text{ мм}$, потери напора в насадке равны $0,5 \text{ мм вод.ст.}$

Ответ: $P = 1,65 \cdot 10^5 \text{ Па}; Q = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с.}$

Задача 5.4. Мерное сопло, установленное в дне резервуара, имеет коэффициент расхода $\mu = 0,97$. Определить, как изменится расход, если при неизменной высоте уровня $H = 1 \text{ м}$ (который поддерживается за счет изменения подачи воды в резервуар) к мерному соплу плотно приставлен

конический расходящийся насадок, с углом конусности $\alpha = 15^\circ$, длиной $l = 0,6$ м. Диаметр выходного сечения сопла $d = 40$ мм (рис. 5.6).

Ответ: $Q_1 = 3,45 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$; $Q_2 = 0,108 \text{ м}^3/\text{с}$.

Задача 5.5. Найти время полного опорожнения цилиндрического вертикального резервуара, диаметр которого $D = 0,8$ м, через данное отверстие с острыми краями диаметром $d = 25$ мм. Начальный уровень воды в резервуаре $H = 1,2$ м (рис. 5.7).

Ответ: $t = 13,65$ мин.

Задача 5.6. Найти время опорожнения горизонтальной круглой цистерны, наполненной нефтью плотностью $\rho = 0,86 \text{ г/см}^3$. Количество нефти в цистерне $G = 40$ т, отверстие в днище цистерны имеет диаметр $d = 10$ см и коэффициент расхода $\mu = 0,7$. Диаметр цистерны $D = 2,5$ м. Цистерна наполнена до высоты $H = 2,5$ м.

Ответ: $t = 34$ мин.

Задача 5.7. Жидкость вытекает из вертикального цилиндрического сосуда. За время t сосуд опорожнится от уровня H_0 до уровня H . Определить во сколько раз быстрее при $H_0 = \text{const}$ вытечет объем жидкости, равный объему между уровнями H_0 и H .

Ответ: в $0,5 (\sqrt{H_0} + \sqrt{H})$ раз.

Задача 5.8. Определить во сколько раз быстрее опорожнится сосуд сферической формы по сравнению с сосудом кубической формы, если их емкости одинаковы.

Ответ: в 1,4 раза.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Международная система единиц СИ

Величина	Размерность	Обозначение
Длина	L	м
Время	T	с
Масса	M	кг
Угол		рад
Площадь	L^2	м^2
Объем	L^3	м^3
Скорость	LT^{-1}	м/с
Ускорение	LT^{-2}	м/с^2
Угловая скорость	T^{-1}	рад/с
Частота вращения	T	об/с
Плотность	ML^{-3}	кг/м^3
Сила (вес)	MLT^{-2}	Н
Момент силы	ML^2T^{-2}	Н м
Давление	$ML^{-1}T^{-2}$	Па
Модуль упругости	$ML^{-1}T^{-2}$	Па
Динамическая вязкость	$ML^{-1}T^{-1}$	Па с
Кинематическая вязкость	L^2T^{-1}	$\text{м}^2/\text{с}$
Объемный расход	L^3T^{-1}	$\text{м}^3/\text{с}$
Массовый расход	MT^{-1}	кг/с
Мощность	ML^2T^{-3}	Вт
Работа, энергия	ML^2T^{-2}	Дж
Температура	θ	К

Приложение 2

Единицы, применяемые наравне с единицами СИ и временно допускаемые к применению

Величина	Наименование	Обозначение	Соотношение с единицей СИ
Сила (вес)	килограмм-сила	кгс	9,806 Н
Давление	килограмм-сила на квадратный сантиметр (техническая атмосфера)	кгс/см ² (ат)	98066,5 Па (точно) ≈ 10 ⁵ Па
	миллиметр водного столба	мм вод. ст.	9,806 Па
	миллиметр ртутного столба	мм рт. ст.	133,3 Па
Кинематическая вязкость	стокс	Ст	10 ⁻⁴ м ² /с
Динамическая вязкость	пуаз	П	0,1 Па·с
Объем	литр	л	10 ⁻³ м ³
Температура	градус Цельсия	°С	T = (t°С + 273,16)К
Плоский угол	градус	...	π/180 рад

Приложение 3

Физические свойства жидкостей и газов

1. Плотность и кинематическая вязкость некоторых жидкостей при давлении p=0,1 МПа

Жидкость	Температура, °С	Плотность, кг/м ³	Вязкость, 10 ⁻⁴ м ² /с
1	2	3	4
Бензин:			
авиационный	20	710-180	0,004-0,005
автомобильный	20	690-760	0,0055-0,0075
Бензол	20	870-880	0,0007
Вода дистиллированная	4	1000	0,0157
	20	998	0,0101
	80	972	0,0037
Глицерин (безводный)	20	1260	8,7
Дизельное топливо	20	830-860	0,02-0,06
Керосин	20	790-860	0,025
Мазут	80	880-940	0,43-1,2
Масло авиационное			
МС-14	100	860	0,14
МС-20	100	870	0,205
МС-22	100	880	0,22
МС-20С	100	870	0,2
Масло автомобильное			
АС-6	100	860	0,06
АС-8	100	870	0,08
АС-10	100	870	0,10
ДС-8	100	860	0,08
ДС-11	100	880	0,11