

Индивидуальное домашнее задание (3 модуль)

1. В условиях задачи 10 ИДЗ 1 (2 модуль) найдите:
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η
 - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины μ , математическое ожидание и ковариацию случайных величин μ_1 и μ_2
2. В условиях задачи 12 ИДЗ 1 (2 модуль) найдите
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
 - 3) Математическое ожидание случайной величины μ .
3. В условиях задачи 10 ИДЗ 1 (2 модуль) найдите:
 - 1) условное математическое ожидание с.в. ξ при условии η ;
 - 2) условное математическое ожидание с.в. η при условии ξ ;
4. В условиях задачи 12 ИДЗ 1 (2 модуль) найдите условное математическое ожидание с.в. η при условии ξ и условное математическое ожидание с.в. ξ при условии η .
5. Выполните следующие задания:
 - 1) По заданным плотностям $p_\xi(x)$ и $p_\eta(y)$ найдите характеристические функции $f_\xi(t)$ и $f_\eta(t)$ случайных величин ξ и η ; характеристическую функцию $f_\mu(t)$ случайной величины $\mu = \xi + \eta$
 - 2) По заданной характеристической функции $f_\xi(t)$ вычислите математическое ожидание случайной величины ξ и дисперсию случайной величины ξ .
6. Посетитель тира платит a рублей за выстрел. При попадании в девятку получает выигрыш b рублей, при попадании в десятку получает выигрыш c рублей. Если стрелок не попадает ни в девятку, ни в десятку, то деньги ему не выплачиваются. Вероятности попадания в девятку, десятку и промаха равны p_1 , p_2 и p_3 соответственно. Число посетителей равно n .
С помощью **неравенства Чебышева**:
 - 1) найдите границы, в которых будет лежать суммарная прибыль владельца тира с вероятностью не менее α ;
 - 2) найдите число посетителей тира, чтобы вероятность отклонения суммарной прибыли от среднего размера суммарной прибыли на величину не меньше β % (от средней суммарной прибыли) равнялась pС помощью **центральной предельной теоремы** оцените вероятность того, что
 - 1) размер убытка у владельца тира будет лежать в пределах от m_1 до m_2 рублей;
 - 2) что суммарная прибыль окажется в пределах от n_1 до n_2 рублей.
7. По заданным выборкам X_1, X_2, \dots, X_n и Y_1, Y_2, \dots, Y_n объема $n = 50$ найти и построить:
 - 1) минимальный и максимальный элементы выборки, разброс выборки, статистический ряд;
 - 2) гистограмму, полигон относительных частот, эмпирическую функцию распределения (для выборки X_1, X_2, \dots, X_n);
 - 3) выборочные характеристики: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную) (по выборке и по статистическому ряду), медиану.
8. Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью $p_\xi(x)$ с неизвестным параметром. Найдите оценку неизвестного параметра методом моментов.
9. а) Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью

$$p(x) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} e^{-\left(x\sqrt{a} - \frac{\sqrt{b}}{x}\right)^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

с неизвестными параметрами (a, b) .

б) Известно, что выборка Y_1, Y_2, \dots, Y_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a\pi x^2}} e^{-\frac{(\ln x - b)^2}{2a}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

с неизвестными параметрами (a, b) .

Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров

10. С помощью критерия отношения правдоподобия проверьте:

- 1) гипотезы H_0 и H_1 о принадлежности выборки X_1, X_2, \dots, X_n дискретному распределению с заданными параметрами.
- 2) гипотезы H_0 и H_1 о принадлежности выборки Y_1, Y_2, \dots, Y_n непрерывному распределению с заданными параметрами.

11. С помощью критерия χ^2 проверьте:

- 1) гипотезу о принадлежности выборки X_1, X_2, \dots, X_n к заданному дискретному распределению (с помощью метода моментов найдите параметры распределения).
- 2) гипотезу о принадлежности выборки Y_1, Y_2, \dots, Y_n заданному непрерывному распределению (с помощью метода моментов найдите параметры распределения).

Распределение баллов (15 баллов)

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6
1, 5 балла	1,5 балла	1 балл	1 балл	1,5 балла	1,5 балла

Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10	Задача 11
1,5 балл	1 балл	1,5 балла	1,5 балла	1,5 балла

17.	5.	Независимые непрерывные случайные величины ξ и η имеют плотности распределения $p_{\xi}(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \text{ и } p_{\eta}(y) = \begin{cases} \frac{1}{24}(y+3), & y \in (-2; 4) \\ 0, & y \notin (-2; 4), \end{cases}$ $f(t) = e^{3it - \frac{t^2}{2} - 4 - 4e^{it}}$																																					
	6.	$a = 700, b = 1500, c = 2500, \quad p_1 = 0,3, p_2 = 0,1, p_3 = 0,6, \quad n = 500,$ $\alpha = 0.75, \quad \beta = 20, \quad p = 0.01$ $m_1 = 500, \quad m_2 = 3000, \quad n_1 = 500, \quad n_2 = 4000$																																					
	7.	Выборка X_1, \dots, X_n 4 6 4 6 7 5 4 5 5 3 4 8 3 8 4 5 7 5 4 8 6 6 6 4 9 4 6 6 4 7 5 7 3 6 4 5 9 6 7 5 4 8 7 6 2 5 6 6 5 4 Выборка Y_1, \dots, Y_n 8.02 8.84 6.72 4.62 4.94 1.56 3.65 4.80 5.75 4.49 7.15 1.73 7.06 3.58 1.24 8.26 4.58 4.73 1.31 6.15 3.23 1.57 1.02 1.87 4.52 8.94 7.67 8.28 4.54 6.99 5.23 3.62 6.94 3.31 1.62 1.51 2.49 6.21 4.73 4.23 8.70 3.96 2.54 7.56 3.12 6.40 5.09 3.06 7.12 6.26																																					
	8.	Выборка X_1, \dots, X_n – имеет плотность распределения $f(x) = \begin{cases} p\lambda_1^2 x e^{-\lambda_1 x} + (1-p)\lambda_2^2 x e^{-\lambda_2 x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ При заданных значениях параметров $\lambda_1 = 0.6$ и $\lambda_2 = 2$ найти оценку параметра p . Таблица частот <table><tr><td>интер-валы</td><td>0-1</td><td>1-2</td><td>2-3</td><td>3-4</td><td>4-5</td><td>5-6</td><td>6-7</td><td>7-8</td><td>8-9</td><td>9-10</td></tr><tr><td>частоты</td><td>321</td><td>246</td><td>161</td><td>94</td><td>67</td><td>39</td><td>29</td><td>24</td><td>12</td><td>7</td></tr></table>	интер-валы	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	частоты	321	246	161	94	67	39	29	24	12	7															
	интер-валы	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10																												
частоты	321	246	161	94	67	39	29	24	12	7																													
9.	По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров a и b <table><tr><td>интер-валы</td><td>1.1-1.9</td><td>1.9-2.7</td><td>2.7-3.5</td><td>3.5-4.3</td><td>4.3-5.1</td><td>5.1-5.9</td><td>5.9-6.7</td></tr><tr><td>частоты</td><td>26</td><td>112</td><td>139</td><td>117</td><td>64</td><td>31</td><td>11</td></tr></table> По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров a и b <table><tr><td>интер-валы</td><td>3.0-7.0</td><td>7.0-11.0</td><td>11.0-15.0</td><td>15.0-19.0</td><td>19.0-23.0</td><td>23.0-27.0</td><td>27.0-31.0</td><td>31.0-35.0</td><td>35.0-39.0</td><td>39.0-43.0</td></tr><tr><td>частоты</td><td>36</td><td>283</td><td>277</td><td>204</td><td>119</td><td>48</td><td>22</td><td>7</td><td>3</td><td>1</td></tr></table>	интер-валы	1.1-1.9	1.9-2.7	2.7-3.5	3.5-4.3	4.3-5.1	5.1-5.9	5.9-6.7	частоты	26	112	139	117	64	31	11	интер-валы	3.0-7.0	7.0-11.0	11.0-15.0	15.0-19.0	19.0-23.0	23.0-27.0	27.0-31.0	31.0-35.0	35.0-39.0	39.0-43.0	частоты	36	283	277	204	119	48	22	7	3	1
интер-валы	1.1-1.9	1.9-2.7	2.7-3.5	3.5-4.3	4.3-5.1	5.1-5.9	5.9-6.7																																
частоты	26	112	139	117	64	31	11																																
интер-валы	3.0-7.0	7.0-11.0	11.0-15.0	15.0-19.0	19.0-23.0	23.0-27.0	27.0-31.0	31.0-35.0	35.0-39.0	39.0-43.0																													
частоты	36	283	277	204	119	48	22	7	3	1																													
10.	Гипотеза H_0 --- распределение Пуассона $Pois(\lambda = 8)$ Гипотеза H_1 --- распределение Пуассона $Pois(\lambda = 9), \alpha = 0.078$ 8 7 14 15 6 8 6 5 6 4 7 16 3 6 5 9 6 8 5 6 8 7 8 9 6 10 7 5 12 9 9 5 7 8 6 5 11 8 5 4 14 9 7 8 8 6 8 10 7 11 Гипотеза H_0 --- гамма распределение $Gamma(\lambda = 2, \gamma = 6)$ Гипотеза H_1 --- гамма распределение $Gamma(\lambda = 3, \gamma = 6), \alpha = 0.132$ 1.85 1.01 2.69 3.39 1.55 2.67 3.47 1.87 3.89 2.53 1.69 1.70 2.46 1.83 1.78 1.98 1.25 2.67 2.25 2.27 1.29 1.64 1.90 1.30 1.75 3.47 1.29 1.91 2.50 1.51 2.07 2.07 1.16 1.34 1.84 1.88 1.83 2.28 1.20 1.24 2.15 1.56 2.39 1.81 1.01 1.92 1.81 3.06 3.05 1.55																																						

11.	Биномиальное распределение с неизвестным параметром $p, k = 11, \alpha = 0.05$ Выборка X_1, \dots, X_n <table><tr><td>4</td><td>6</td><td>4</td><td>6</td><td>7</td><td>5</td><td>4</td><td>5</td><td>5</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>8</td><td>3</td><td>8</td><td>4</td><td>5</td><td>7</td><td>5</td><td>4</td><td>8</td></tr><tr><td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>4</td><td>9</td><td>4</td><td>6</td><td>6</td><td>4</td><td>7</td></tr><tr><td>5</td><td>7</td><td>3</td><td>6</td><td>4</td><td>5</td><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>5</td></tr><tr><td>4</td><td>8</td><td>7</td><td>6</td><td>2</td><td>5</td><td>6</td><td>6</td><td>5</td><td>4</td></tr></table> Равномерное распределение, $\alpha = 0.05$ Выборка Y_1, \dots, Y_n <table><tr><td>8.02</td><td>8.84</td><td>6.72</td><td>4.62</td><td>4.94</td><td>1.56</td><td>3.65</td><td>4.80</td><td>5.75</td><td>4.49</td></tr><tr><td>7.15</td><td>1.73</td><td>7.06</td><td>3.58</td><td>1.24</td><td>8.26</td><td>4.58</td><td>4.73</td><td>1.31</td><td>6.15</td></tr><tr><td>3.23</td><td>1.57</td><td>1.02</td><td>1.87</td><td>4.52</td><td>8.94</td><td>7.67</td><td>8.28</td><td>4.54</td><td>6.99</td></tr><tr><td>5.23</td><td>3.62</td><td>6.94</td><td>3.31</td><td>1.62</td><td>1.51</td><td>2.49</td><td>6.21</td><td>4.73</td><td>4.23</td></tr><tr><td>8.70</td><td>3.96</td><td>2.54</td><td>7.56</td><td>3.12</td><td>6.40</td><td>5.09</td><td>3.06</td><td>7.12</td><td>6.26</td></tr></table>	4	6	4	6	7	5	4	5	5	3	4	8	3	8	4	5	7	5	4	8	6	6	6	4	9	4	6	6	4	7	5	7	3	6	4	5	9	6	7	5	4	8	7	6	2	5	6	6	5	4	8.02	8.84	6.72	4.62	4.94	1.56	3.65	4.80	5.75	4.49	7.15	1.73	7.06	3.58	1.24	8.26	4.58	4.73	1.31	6.15	3.23	1.57	1.02	1.87	4.52	8.94	7.67	8.28	4.54	6.99	5.23	3.62	6.94	3.31	1.62	1.51	2.49	6.21	4.73	4.23	8.70	3.96	2.54	7.56	3.12	6.40	5.09	3.06	7.12	6.26
4	6	4	6	7	5	4	5	5	3																																																																																												
4	8	3	8	4	5	7	5	4	8																																																																																												
6	6	6	4	9	4	6	6	4	7																																																																																												
5	7	3	6	4	5	9	6	7	5																																																																																												
4	8	7	6	2	5	6	6	5	4																																																																																												
8.02	8.84	6.72	4.62	4.94	1.56	3.65	4.80	5.75	4.49																																																																																												
7.15	1.73	7.06	3.58	1.24	8.26	4.58	4.73	1.31	6.15																																																																																												
3.23	1.57	1.02	1.87	4.52	8.94	7.67	8.28	4.54	6.99																																																																																												
5.23	3.62	6.94	3.31	1.62	1.51	2.49	6.21	4.73	4.23																																																																																												
8.70	3.96	2.54	7.56	3.12	6.40	5.09	3.06	7.12	6.26																																																																																												