

Индивидуальное домашнее задание (3 модуль)

- В условиях задачи 10 ИДЗ 1 (2 модуль) найдите:
 - Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η
 - Математическое ожидание и дисперсию случайной величины μ , математическое ожидание и ковариацию случайных величин μ_1 и μ_2
- В условиях задачи 12 ИДЗ 1 (2 модуль) найдите:
 - Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
 - Математическое ожидание случайной величины μ .
- В условиях задачи 10 ИДЗ 1 (2 модуль) найдите:
 - условное математическое ожидание с.в. ξ при условии η ;
 - условное математическое ожидание с.в. η при условии ξ ;
- В условиях задачи 12 ИДЗ 1 (2 модуль) найдите условное математическое ожидание с.в. η при условии ξ и условное математическое ожидание с.в. ξ при условии η .
- Выполните следующие задания:
 - По заданным плотностям $p_\xi(x)$ и $p_\eta(y)$ найдите характеристические функции $f_\xi(t)$ и $f_\eta(t)$ случайных величин ξ и η ; характеристическую функцию $f_\mu(t)$ случайной величины $\mu = \xi + \eta$
 - По заданной характеристической функции $f_\xi(t)$ вычислите математическое ожидание случайной величины ξ и дисперсию случайной величины ξ .
- Посетитель тира платит a рублей за выстрел. При попадании в девятку получает выигрыш b рублей, при попадании в десятку получает выигрыш c рублей. Если стрелок не попадает ни в девятку, ни в десятку, то деньги ему не выплачиваются. Вероятности попадания в девятку, десятку и промаха равны p_1 , p_2 и p_3 соответственно. Число посетителей равно n .
С помощью **неравенства Чебышева**:
 - найдите границы, в которых будет лежать суммарная прибыль владельца тира с вероятностью не менее α ;
 - найдите число посетителей тира, чтобы вероятность отклонения суммарной прибыли от среднего размера суммарной прибыли на величину не меньше β % (от средней суммарной прибыли) равнялась pС помощью **центральной предельной теоремы** оцените вероятность того, что
 - размер убытка у владельца тира будет лежать в пределах от m_1 до m_2 рублей;
 - что суммарная прибыль окажется в пределах от n_1 до n_2 рублей.
- По заданным выборкам X_1, X_2, \dots, X_n и Y_1, Y_2, \dots, Y_n объема $n = 50$ найти и построить:
 - минимальный и максимальный элементы выборки, разброс выборки, статистический ряд;
 - гистограмму, полигон относительных частот, эмпирическую функцию распределения (для выборки X_1, X_2, \dots, X_n);
 - выборочные характеристики: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную) (по выборке и по статистическому ряду), медиану.
- Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданную плотностью $p_\xi(x)$ с неизвестным параметром. Найдите оценку неизвестного параметра методом моментов.
- а) Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданную плотностью

$$p(x) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} e^{-\left(x\sqrt{a} - \frac{\sqrt{b}}{x}\right)^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

с неизвестными параметрами (a, b) .

б) Известно, что выборка Y_1, Y_2, \dots, Y_n подчиняется теоретическому распределению с заданную плотностью

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a\pi x^2}} e^{-\frac{(\ln x - b)^2}{2a}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

с неизвестными параметрами (a, b) .

Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров

10. С помощью критерия отношения правдоподобия проверьте:

- 1) гипотезы H_0 и H_1 о принадлежности выборки X_1, X_2, \dots, X_n дискретному распределению с заданными параметрами.
- 2) гипотезы H_0 и H_1 о принадлежности выборки Y_1, Y_2, \dots, Y_n непрерывному распределению с заданными параметрами.

11. С помощью критерия χ^2 проверьте:

- 1) гипотезу о принадлежности выборки X_1, X_2, \dots, X_n к заданному дискретному распределению (с помощью метода моментов найдите параметры распределения).
- 2) гипотезу о принадлежности выборки Y_1, Y_2, \dots, Y_n заданному непрерывному распределению (с помощью метода моментов найдите параметры распределения).

Распределение баллов (15 баллов)

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6
1, 5 балла	1,5 балла	1 балл	1 балл	1,5 балла	1,5 балла

Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10	Задача 11
1,5 балл	1 балл	1,5 балла	1,5 балла	1,5 балла

5.	<p>Независимые непрерывные случайные величины ξ и η имеют плотности распределения</p> $p_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{2}{27}(x+1), & 2 \leq x \leq 5 \\ 0, & x < 2, x > 5 \end{cases} \quad \text{и} \quad p_{\eta}(y) = \begin{cases} \frac{1}{12}y, & 1 \leq y \leq 5 \\ 0, & y < 1, y > 5 \end{cases}$ $f(t) = e^{-4-2t^2} \cdot (e^{it})^4$																																																																																																				
6.	<p>$a = 500, b = 1500, c = 2500, p_1 = 0,25, p_2 = 0,05, p_3 = 0,7, n = 450,$ $\alpha = 0,7, \beta = 5, p = 0,05$ $m_1 = 100, m_2 = 2000, n_1 = 0, n_2 = 3000.$</p>																																																																																																				
7.	<p>Выборка X_1, \dots, X_n</p> <table border="1" data-bbox="336 472 798 656"> <tr><td>10</td><td>0</td><td>4</td><td>3</td><td>13</td><td>0</td><td>2</td><td>16</td><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>12</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>10</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>7</td><td>0</td><td>8</td><td>4</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>20</td><td>0</td><td>7</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>8</td><td>7</td><td>1</td><td>4</td><td>6</td><td>1</td></tr> </table> <p>Выборка Y_1, \dots, Y_n</p> <table border="1" data-bbox="336 703 1069 887"> <tr><td>0.06</td><td>4.35</td><td>1.71</td><td>6.53</td><td>2.58</td><td>4.44</td><td>0.04</td><td>0.59</td><td>0.21</td><td>0.62</td></tr> <tr><td>3.68</td><td>9.31</td><td>4.46</td><td>0.28</td><td>1.39</td><td>0.68</td><td>11.17</td><td>3.00</td><td>12.12</td><td>0.99</td></tr> <tr><td>3.01</td><td>2.92</td><td>5.27</td><td>10.28</td><td>3.18</td><td>7.68</td><td>9.42</td><td>9.15</td><td>0.37</td><td>8.06</td></tr> <tr><td>6.30</td><td>5.15</td><td>1.65</td><td>6.98</td><td>5.59</td><td>0.67</td><td>2.67</td><td>0.28</td><td>4.74</td><td>14.90</td></tr> <tr><td>0.93</td><td>2.69</td><td>2.71</td><td>1.17</td><td>5.59</td><td>3.88</td><td>2.09</td><td>1.13</td><td>0.58</td><td>2.38</td></tr> </table>	10	0	4	3	13	0	2	16	4	4	4	3	3	2	12	1	1	0	1	1	10	0	0	2	7	0	8	4	4	3	3	3	0	0	2	1	20	0	7	2	5	3	2	3	8	7	1	4	6	1	0.06	4.35	1.71	6.53	2.58	4.44	0.04	0.59	0.21	0.62	3.68	9.31	4.46	0.28	1.39	0.68	11.17	3.00	12.12	0.99	3.01	2.92	5.27	10.28	3.18	7.68	9.42	9.15	0.37	8.06	6.30	5.15	1.65	6.98	5.59	0.67	2.67	0.28	4.74	14.90	0.93	2.69	2.71	1.17	5.59	3.88	2.09	1.13	0.58	2.38
10	0	4	3	13	0	2	16	4	4																																																																																												
4	3	3	2	12	1	1	0	1	1																																																																																												
10	0	0	2	7	0	8	4	4	3																																																																																												
3	3	0	0	2	1	20	0	7	2																																																																																												
5	3	2	3	8	7	1	4	6	1																																																																																												
0.06	4.35	1.71	6.53	2.58	4.44	0.04	0.59	0.21	0.62																																																																																												
3.68	9.31	4.46	0.28	1.39	0.68	11.17	3.00	12.12	0.99																																																																																												
3.01	2.92	5.27	10.28	3.18	7.68	9.42	9.15	0.37	8.06																																																																																												
6.30	5.15	1.65	6.98	5.59	0.67	2.67	0.28	4.74	14.90																																																																																												
0.93	2.69	2.71	1.17	5.59	3.88	2.09	1.13	0.58	2.38																																																																																												
8.	<p>Выборка X_1, \dots, X_n – имеет плотность распределения</p> $f(x) = \begin{cases} p\lambda e^{-\lambda x} + \frac{1-p}{a}, & x \in (0; a) \\ p\lambda e^{-\lambda x}, & x \in (a; +\infty) \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ <p>При заданных значениях параметров $\lambda = 0.7$ и $a = 3$ найти оценку параметра p. Таблица частот</p> <table border="1" data-bbox="445 1144 1401 1249"> <tr> <td>интервалы</td> <td>0-0.8</td> <td>0.8-1.6</td> <td>1.6-2.4</td> <td>2.4-3.2</td> <td>3.2-4</td> <td>4-4.8</td> <td>4.8-5.6</td> <td>5.6-6.4</td> <td>6.4-7.2</td> <td>7.2-8</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>175</td> <td>148</td> <td>118</td> <td>88</td> <td>26</td> <td>17</td> <td>11</td> <td>10</td> <td>7</td> <td>5</td> </tr> </table>	интервалы	0-0.8	0.8-1.6	1.6-2.4	2.4-3.2	3.2-4	4-4.8	4.8-5.6	5.6-6.4	6.4-7.2	7.2-8	частоты	175	148	118	88	26	17	11	10	7	5																																																																														
интервалы	0-0.8	0.8-1.6	1.6-2.4	2.4-3.2	3.2-4	4-4.8	4.8-5.6	5.6-6.4	6.4-7.2	7.2-8																																																																																											
частоты	175	148	118	88	26	17	11	10	7	5																																																																																											
9.	<p>По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров a и b</p> <table border="1" data-bbox="568 1323 1276 1429"> <tr> <td>интервалы</td> <td>1.1-1.9</td> <td>1.9-2.7</td> <td>2.7-3.5</td> <td>3.5-4.3</td> <td>4.3-5.1</td> <td>5.1-5.9</td> <td>5.9-6.7</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>26</td> <td>112</td> <td>139</td> <td>117</td> <td>64</td> <td>31</td> <td>11</td> </tr> </table> <p>По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров a и b</p> <table border="1" data-bbox="387 1496 1460 1601"> <tr> <td>интервалы</td> <td>7.0-12.0</td> <td>12.0-17.0</td> <td>17.0-22.0</td> <td>22.0-27.0</td> <td>27.0-32.0</td> <td>32.0-37.0</td> <td>37.0-42.0</td> <td>42.0-47.0</td> <td>47.0-52.0</td> <td>52.0-57.0</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>41</td> <td>258</td> <td>315</td> <td>230</td> <td>105</td> <td>38</td> <td>8</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </table>	интервалы	1.1-1.9	1.9-2.7	2.7-3.5	3.5-4.3	4.3-5.1	5.1-5.9	5.9-6.7	частоты	26	112	139	117	64	31	11	интервалы	7.0-12.0	12.0-17.0	17.0-22.0	22.0-27.0	27.0-32.0	32.0-37.0	37.0-42.0	42.0-47.0	47.0-52.0	52.0-57.0	частоты	41	258	315	230	105	38	8	3	1	1																																																														
интервалы	1.1-1.9	1.9-2.7	2.7-3.5	3.5-4.3	4.3-5.1	5.1-5.9	5.9-6.7																																																																																														
частоты	26	112	139	117	64	31	11																																																																																														
интервалы	7.0-12.0	12.0-17.0	17.0-22.0	22.0-27.0	27.0-32.0	32.0-37.0	37.0-42.0	42.0-47.0	47.0-52.0	52.0-57.0																																																																																											
частоты	41	258	315	230	105	38	8	3	1	1																																																																																											
10.	<p>Гипотеза H_0 --- распределение Пуассона $Pois(\lambda = 13)$ Гипотеза H_1 --- распределение Пуассона $Pois(\lambda = 14), \alpha = 0.116$</p> <table border="1" data-bbox="336 1704 845 1888"> <tr><td>17</td><td>16</td><td>13</td><td>15</td><td>13</td><td>10</td><td>16</td><td>12</td><td>17</td><td>11</td></tr> <tr><td>10</td><td>16</td><td>12</td><td>14</td><td>12</td><td>7</td><td>16</td><td>13</td><td>11</td><td>9</td></tr> <tr><td>20</td><td>19</td><td>14</td><td>12</td><td>19</td><td>12</td><td>16</td><td>17</td><td>10</td><td>8</td></tr> <tr><td>7</td><td>11</td><td>13</td><td>7</td><td>23</td><td>13</td><td>11</td><td>15</td><td>12</td><td>17</td></tr> <tr><td>15</td><td>16</td><td>12</td><td>19</td><td>12</td><td>7</td><td>16</td><td>13</td><td>10</td><td>9</td></tr> </table> <p>Гипотеза H_0 --- гамма распределение $Gamma(\lambda = 0.4, \gamma = 9)$ Гипотеза H_1 --- гамма распределение $Gamma(\lambda = 0.5, \gamma = 9), \alpha = 0.081$</p> <table border="1" data-bbox="336 1966 1129 2150"> <tr><td>24.87</td><td>12.15</td><td>27.56</td><td>35.48</td><td>22.66</td><td>17.15</td><td>27.47</td><td>19.94</td><td>16.52</td><td>41.00</td></tr> <tr><td>25.02</td><td>27.68</td><td>17.81</td><td>14.37</td><td>17.83</td><td>15.95</td><td>14.91</td><td>27.93</td><td>25.64</td><td>26.73</td></tr> <tr><td>15.45</td><td>38.15</td><td>26.66</td><td>15.06</td><td>23.74</td><td>17.42</td><td>32.18</td><td>24.01</td><td>17.86</td><td>34.26</td></tr> <tr><td>22.96</td><td>22.78</td><td>16.42</td><td>34.62</td><td>27.16</td><td>25.95</td><td>23.61</td><td>16.39</td><td>22.55</td><td>28.21</td></tr> <tr><td>14.14</td><td>17.64</td><td>24.08</td><td>13.91</td><td>9.89</td><td>11.95</td><td>38.77</td><td>15.37</td><td>14.27</td><td>12.21</td></tr> </table>	17	16	13	15	13	10	16	12	17	11	10	16	12	14	12	7	16	13	11	9	20	19	14	12	19	12	16	17	10	8	7	11	13	7	23	13	11	15	12	17	15	16	12	19	12	7	16	13	10	9	24.87	12.15	27.56	35.48	22.66	17.15	27.47	19.94	16.52	41.00	25.02	27.68	17.81	14.37	17.83	15.95	14.91	27.93	25.64	26.73	15.45	38.15	26.66	15.06	23.74	17.42	32.18	24.01	17.86	34.26	22.96	22.78	16.42	34.62	27.16	25.95	23.61	16.39	22.55	28.21	14.14	17.64	24.08	13.91	9.89	11.95	38.77	15.37	14.27	12.21
17	16	13	15	13	10	16	12	17	11																																																																																												
10	16	12	14	12	7	16	13	11	9																																																																																												
20	19	14	12	19	12	16	17	10	8																																																																																												
7	11	13	7	23	13	11	15	12	17																																																																																												
15	16	12	19	12	7	16	13	10	9																																																																																												
24.87	12.15	27.56	35.48	22.66	17.15	27.47	19.94	16.52	41.00																																																																																												
25.02	27.68	17.81	14.37	17.83	15.95	14.91	27.93	25.64	26.73																																																																																												
15.45	38.15	26.66	15.06	23.74	17.42	32.18	24.01	17.86	34.26																																																																																												
22.96	22.78	16.42	34.62	27.16	25.95	23.61	16.39	22.55	28.21																																																																																												
14.14	17.64	24.08	13.91	9.89	11.95	38.77	15.37	14.27	12.21																																																																																												

11.

Геометрическое распределение с неизвестным параметром p , $\alpha = 0.05$ Выборка X_1, \dots, X_n

10	0	4	3	13	0	2	16	4	4
4	3	3	2	12	1	1	0	1	1
10	0	0	2	7	0	8	4	4	3
3	3	0	0	2	1	20	0	7	2
5	3	2	3	8	7	1	4	6	1

Экспоненциальное распределение с параметром λ , $\alpha = 0.05$ Выборка Y_1, \dots, Y_n

0.06	4.35	1.71	6.53	2.58	4.44	0.04	0.59	0.21	0.62
3.68	9.31	4.46	0.28	1.39	0.68	11.17	3.00	12.12	0.99
3.01	2.92	5.27	10.28	3.18	7.68	9.42	9.15	0.37	8.06
6.30	5.15	1.65	6.98	5.59	0.67	2.67	0.28	4.74	14.90
0.93	2.69	2.71	1.17	5.59	3.88	2.09	1.13	0.58	2.38