

Задача 4.1. Произвести расчёт электрической цепи, представленной на рис. 1 при частоте $f = 50$ Гц.

Исходные данные:

R_1	L_1	R_2	L_2	M	R_3	I
Ом	Гн	Ом	Гн	Гн	Ом	А
14	0,099	20,5	0,286	0,136	20	0,8

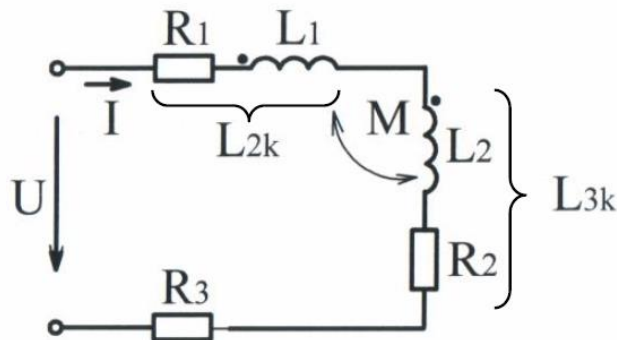


Рис.1 Схема цепи

Определить при согласном и встречном включении катушек индуктивности:

1. Напряжение на входе цепи U и на всех её элементах: U_{R1} , U_{R2} , U_{R3} , U_{L1} , U_{L2} , U_M , U_1 , U_2 , U_3 .
2. Активную P и реактивную Q мощности цепи.
3. Эквивалентное полное Z_{Σ} , активное R_{Σ} и реактивное X_{Σ} сопротивления цепи, эквивалентную индуктивность цепи L_{Σ} .
4. Построить векторные диаграммы напряжений для согласного и встречного включения катушек.

Решение:

Определим реактивные сопротивления катушек индуктивности:

$$X_{L1} = \omega \cdot L_1 = 314 \cdot 0,099 = 31,086 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = \omega \cdot L_2 = 314 \cdot 0,286 = 89,804 \text{ Ом};$$

Сопротивление взаимной индукции:

$$X_M = \omega \cdot M = 314 \cdot 0,136 = 42,704 \text{ Ом};$$

Тут $\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}$ – угловая частота;

А) согласное включение катушек:

1) Определим напряжения на всех элементах и участках цепи:

Для первого участка цепи:

$$\underline{U}_{R1} = \underline{I} \cdot R_1 = 0,8 \cdot 14 = 11,2 \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L1} = \underline{I} \cdot jX_{L1} = 0,8 \cdot j31,086 = j24,869 = 24,869e^{j90^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{M1} = \underline{I} \cdot jX_M = 0,8 \cdot j42,704 = j34,163 = 34,163e^{j90^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{M1} = 11,2 + j59,032 = 60,085e^{j79,3^\circ} \text{ В};$$

Для второго участка цепи:

$$\underline{U}_{R2} = \underline{I} \cdot R_2 = 0,8 \cdot 20,5 = 16,4 \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L2} = \underline{I} \cdot jX_{L2} = 0,8 \cdot j89,804 = j71,843 = 71,843e^{j90^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{M2} = \underline{I} \cdot jX_M = 0,8 \cdot j42,704 = j34,163 = 34,163e^{j90^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{R2} + \underline{U}_{L2} + \underline{U}_{M2} = 16,4 + j106,006 = 107,268e^{j81,2^\circ} \text{ В};$$

Для третьего участка цепи:

$$\underline{U}_3 = \underline{U}_{R3} = \underline{I} \cdot R_3 = 0,8 \cdot 20 = 16 \text{ В};$$

По второму закону Кирхгофа определяем входное напряжение:

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 43,6 + j165,038 = 170,7e^{j75,2^\circ} \text{ В};$$

2) Активная и реактивная мощность цепи:

$$P = \operatorname{Re} \left[\underline{U} \cdot \underline{I}^* \right] = \operatorname{Re} \left[(43,6 + j165,038) \cdot 0,8 \right] = \operatorname{Re} [34,88 + j132,031] = 34,88 \text{ Вт};$$

$$Q = \operatorname{Im} \left[\underline{U} \cdot \underline{I}^* \right] = \operatorname{Im} \left[(43,6 + j165,038) \cdot 0,8 \right] = \operatorname{Im} [34,88 + j132,031] = 132,031 \text{ Вар};$$

3. Эквивалентное полное $Z_{\text{э}}$, активное $R_{\text{э}}$ и реактивное $X_{\text{э}}$ сопротивления цепи, эквивалентную индуктивность цепи $L_{\text{э}}$:

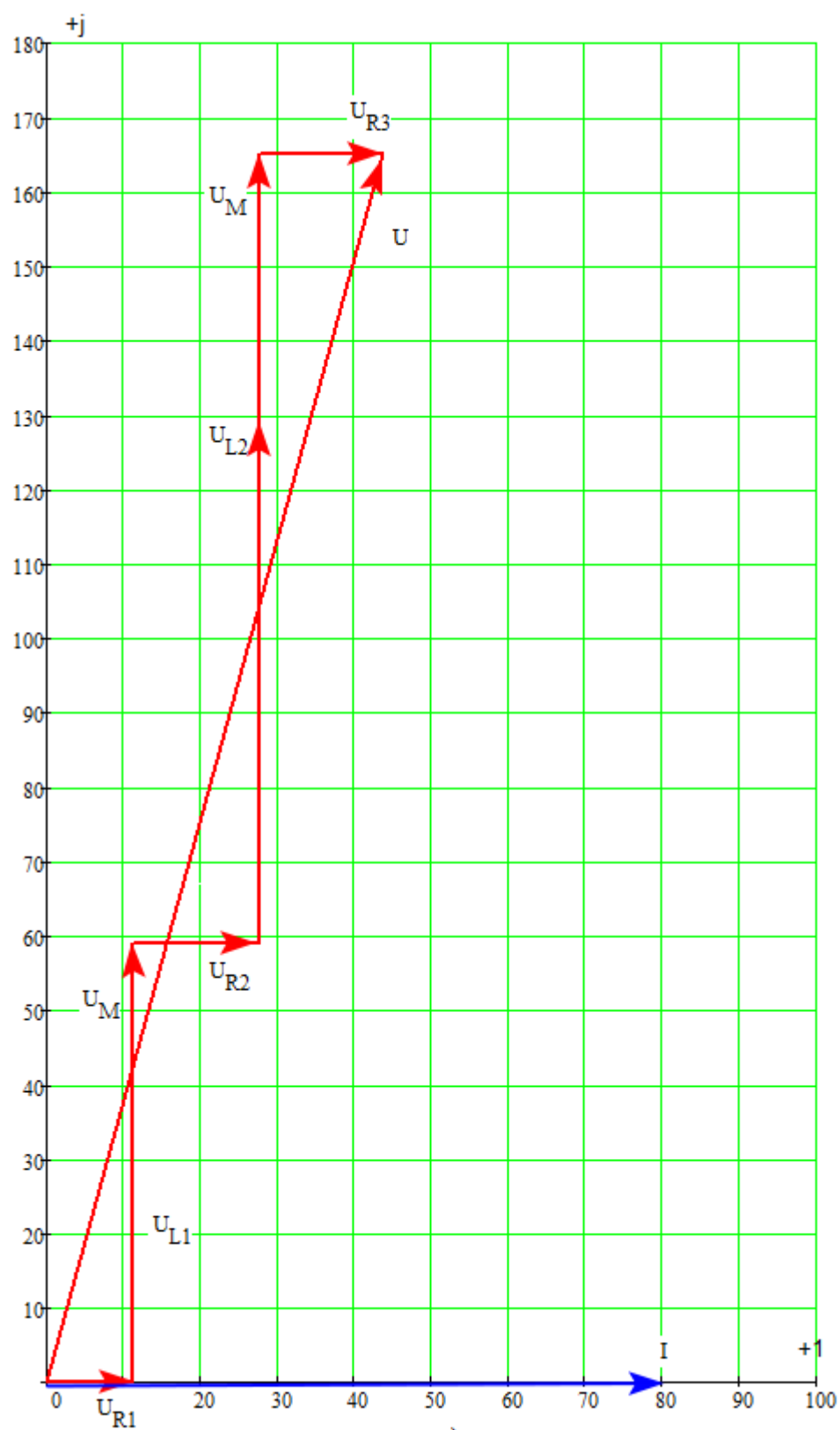
$$Z_{\text{э}} = \frac{U}{I} = \frac{170,7}{0,8} = 213,376 \text{ Ом};$$

$$R_{\text{э}} = R_1 + R_2 + R_3 = 14 + 20,5 + 20 = 54,5 \text{ Ом};$$

$$X_{\text{э}} = \sqrt{Z_{\text{э}}^2 - R_{\text{э}}^2} = \sqrt{213,376^2 - 54,5^2} = 206,298 \text{ Ом};$$

$$L_{\text{э}} = \frac{X_{\text{э}}}{\omega} = \frac{206,298}{314} = 0,657 \text{ Гн};$$

4. Построим векторную диаграмму:



Б) для встречного включения катушек:

1) Определим напряжения на всех элементах и участках цепи:

Для первого участка цепи:

$$\underline{U}_{R1} = \underline{I} \cdot R_1 = 0,8 \cdot 14 = 11,2 \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L1} = \underline{I} \cdot jX_{L1} = 0,8 \cdot j31,086 = j24,869 = 24,869e^{j90^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{M1} = \underline{I} \cdot (-jX_M) = 0,8 \cdot (-j42,704) = -j34,163 = 34,163e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{M1} = 11,2 - j9,294 = 14,554e^{-j39,7^\circ} \text{ В};$$

Для второго участка цепи:

$$\underline{U}_{R2} = \underline{I} \cdot R_2 = 0,8 \cdot 20,5 = 16,4 \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L2} = \underline{I} \cdot jX_{L2} = 0,8 \cdot j89,804 = j71,843 = 71,843e^{j90^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{M2} = \underline{I} \cdot (-jX_M) = 0,8 \cdot (-j42,704) = -j34,163 = 34,163e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{R2} + \underline{U}_{L2} + \underline{U}_{M2} = 16,4 + j37,68 = 41,094e^{j66,5^\circ} \text{ В};$$

Для третьего участка цепи:

$$\underline{U}_3 = \underline{U}_{R3} = \underline{I} \cdot R_3 = 0,8 \cdot 20 = 16 \text{ В};$$

По второму закону Кирхгофа определяем входное напряжение:

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 43,6 + j28,286 = 52,026e^{j33,1^\circ} \text{ В};$$

2) Активная и реактивная мощность цепи:

$$\begin{aligned} P &= \operatorname{Re} \left[\underline{U} \cdot \underline{I}^* \right] = \operatorname{Re} \left[(43,6 + j28,286) \cdot 0,8 \right] = \operatorname{Re} [34,88 + j22,708] = \\ &= 34,88 \text{ Вт}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= \operatorname{Im} \left[\underline{U} \cdot \underline{I}^* \right] = \operatorname{Im} \left[(43,6 + j28,286) \cdot 0,8 \right] = \operatorname{Im} [34,88 + j22,708] = \\ &= 22,708 \text{ Вар}; \end{aligned}$$

3. Эквивалентное полное $Z_{\text{э}}$, активное $R_{\text{э}}$ и реактивное $X_{\text{э}}$ сопротивления цепи, эквивалентную индуктивность цепи $L_{\text{э}}$:

$$Z_{\text{э}} = \frac{U}{I} = \frac{52,026}{0,8} = 65,032 \text{ Ом};$$

$$R_{\text{э}} = R_1 + R_2 + R_3 = 14 + 20,5 + 20 = 54,5 \text{ Ом};$$

$$X_{\text{э}} = \sqrt{Z_{\text{э}}^2 - R_{\text{э}}^2} = \sqrt{65,032^2 - 54,5^2} = 35,482 \text{ Ом};$$

$$L_{\text{э}} = \frac{X_{\text{э}}}{\omega} = \frac{35,482}{314} = 0,113 \text{ Гн};$$

4. Построим векторную диаграмму:

