

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

Д.Н. Яманов

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

ПОСОБИЕ

к выполнению контрольной работы

*для студентов 3 курса
специальностей 201300
заочного обучения*

Москва - 2003

БИБЛИОТЕКА
ИФКНИГА
БРОШЮРЫ

Рецензент д-р техн. наук, проф. А. И. Логвин
Яманов Д. Н.

Я 54 Основы электродинамики и распространение радиоволн: Пособие к выполнению контрольной работы. - М.: МГТУ ГА, 2003. - 28 с.

Данное пособие издается в соответствии с учебной программой для студентов 3 курса специальности 201300 заочного обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 22.04.03 г. и методического совета 22.04.03 г.

ВВОДНЫЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа состоит из трех задач. Варианты заданий берутся из табл. 1 и 2. Задание выбирается в соответствии с двумя последними цифрами студенческого билета (XU).

В таблицах заданы для первой задачи: вид поляризации волны, значения угла падения θ , напряженности электрического поля E , частоты f , удельной объемной проводимости γ ; для второй задачи: форма сечения волновода и тип волны, напряженность поля E , длина линии l , полуса рабочих частот $\Delta f = f_{\text{верх}} - f_{\text{ниж}}$; для третьей задачи: форма и тип резонатора, поле E , относительная диэлектрическая проницаемость $\epsilon = \epsilon_r / \epsilon_0$ и размеры a, b, d у прямоугольного резонатора или R и d у цилиндрического резонатора.

Нужные данные для расчета находятся из табл. 1 и 2 следующим образом: из табл. 1 находятся данные в соответствии с предпоследней цифрой студенческого билета (X); из табл. 2 находятся данные в соответствии с последней цифрой студенческого билета (Y). Например, N 72 (X=7, Y=2) должен использовать следующие данные для первой задачи: волна горизонтальной поляризации с углом падения $\theta=22^\circ$, с напряженностью электрического поля $E=7 \cdot 10^{-3}$ В/м, с частотой $f=70$ МГц, удельной объемной проводимостью $\gamma=8 \cdot 10^4$ 1/Ом·м; для второй задачи: волновод прямоугольный, с волновой длиной $l=1,1$ м, полосой рабочих частот $\Delta f=(3,8+4)$ ГГц; для третьей задачи: прямоугольный резонатор, тип колебаний H_{10} , $E=30$ В/м, $\epsilon=1,3$, размеры сторон $d=10$ см, $b=10$ см, $a=15$ см.

Расчеты по каждому пункту следует начинать с названия искомой величины. Затем выписать формулу, по которой эта величина определяется, и сделать последовательную числовую подстановку всех величин, входящих в эту формулу, в системе единиц СИ. После этого привести ответ с указанием размерности полученной величины.

Пособиями, кроме данного, при выполнении контрольной работы могут являться [1-5].

Редактор И. В. Вилкова

Подписано в печать 30.06.03 г.

Печать офсетная

Формат 60x84/16

1,75 уч.-изд. л.

1,63 усл. печ. л.

Заказ № 1033/1413

Тираж 200 экз.

Московский государственный технический университет ГА

125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20

Редакционно-издательский отдел

125493 Москва, ул. Пулковская, д. 6а

Таблица 2

Вариант ХУ	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	
	Задача № 1	$f, \text{ МГц}$	90	85	70	60	50	45	35	30	25
	θ°	12°	17°	22°	27°	32°	37°	42°	47°	57°	
Поляризация		горизонтальная					вертикальная				
Сечение		прямоугольное					круглое				
Тип волны		H_{10}					E_{01}				
Задача № 2	$I, \text{ м}$	0,8	1	1,1	1,2	1,3	2	2,4	2,3	3	3,5
	Форма	Параллелепипед					Коаксиальный цилиндр				
Задача № 3	Тип колебаний	H_{10}		E_{10}			$T(\text{TEM}) \text{ } p=1$				
	ϵ	1,2	1,3	1,3	1,5	1,5	1,7	1,8	1,9	2	2,3

Таблица 1

Вариант ХУ	Задача N 1		Задача N 2		Задача N 3			
	$E, \text{ В/м}$	$Y, \text{ л/Омм}$	$\Delta f, \text{ ГГц}$	$E, \text{ В/м}$	$R, \text{ см}$	$d, \text{ см}$	$v, \text{ см}$	$a, \text{ см}$
0У	10^{-4}	10^6	15, 15-19	85	200	28	20	20
1У	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^7$	11 - 12	20	100	26	23	12
2У	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^7$	9 - 10	40	250	24	10	13
3У	$4 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^7$	8 - 9	30	150	22	31	5
4У	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^7$	7 - 8	65	300	20	22	4
5У	10^{-3}	$6 \cdot 10^7$	4,5-5,2	50	120	18	44	6
6У	$6 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^7$	4,7-5	45	170	15	12	8
7У	$7 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^7$	3,8-4	30	80	12	10	10
8У	$8 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^7$	3,1-3,5	20	70	10	20	12
9У	10^{-2}	10^7	2,5-3	10	50	8	10	15

1. ЗАДАЧА 1. ПЛОСКИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

1.1. Задано

Плоская однородная волна частоты f МГц заданной поляризации с E В/м падает из воздуха с $\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12}$ Ф/м и $\mu_0 = 12,5 \cdot 10^{-7}$ Г/м на сверхпроводящую плоскость (рис.1).

1.2. Требуется определить:

1. Нормальные N_x (или E_x) и касательные N_z (или E_z) (рис.1) к границе компоненты полей падающей волны. В скобках поля для вертикальной поляризации. Учесть связь между E и H .
2. У падающей волны: коэффициент фазы, фазовую и групповую скорости и длину волны вдоль направления падения волны: β , v_p , v_g , λ и по направлению вдоль z : β_z , v_{pz} , v_{gz} , λ_z (рис. 2).
3. Модуль усредненного по времени вектора Умова-Пойнтинга падающей волны.
4. Эффективную поверхностную плотность тока δ_s на сверхпроводящей плоскости.
5. Удельное поверхностное сопротивление R_s отражающей поверхности при ее $\mu_0 = 12,5 \cdot 10^{-7}$ Г/м, γ 1/Ом·м и глубину проникновения Δ .
6. Полное сопротивление проводника с размерами $l_y = 50$ см и $l_z = 30$ см.
7. Удельную r_c и полную мощность тепловых потерь P_T на отражающей поверхности с площадью $S = l_y \cdot l_x$.
8. Написать, при какой поляризации может иметь место явление полного преломления (т.е. отсутствует отраженная волна) и при каких условиях может наступить явление полного отражения (т.е. отсутствует преломленная волна) и определить угол Брюстера и критический угол падения, если $\epsilon_1 = 2$, $\epsilon_2 = 1$.

1.3. Методика решения задачи

- 1.3.1. При вертикальной поляризации (см. рис.1) нормальная к границе компонента поля $-E_x$, касательные компоненты поля $-E_z$ и $H_y = H_{\text{пад}}$.

Электрическое и магнитное поля плоской однородной волны связаны между собой через волновое сопротивление среды η

$$\eta = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}, \text{ Ом,}$$

где $\mu_0 = \mu_0 \mu$ - абсолютная магнитная проницаемость среды;
 $\mu_0 = 120 \pi / c$ - абсолютная магнитная проницаемость вакуума (магнитная постоянная);

c - скорость света в вакууме;

μ - относительная магнитная проницаемость среды;

$\epsilon_0 = \epsilon_0 \epsilon$ - абсолютная диэлектрическая проницаемость среды;

$\epsilon_0 = 1/(120 \pi \cdot c)$ - абсолютная диэлектрическая проницаемость вакуума (электрическая постоянная);

ϵ - относительная диэлектрическая проницаемость среды.

Для воздуха или вакуума это сопротивление равно

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120 \pi, \text{ Ом}$$

и называется волновым сопротивлением свободного пространства.

Действующие значения нормальной и касательной к границе раздела напряженности электрического поля падающей волны равны:

$$\begin{aligned} E_{z, \text{ пад}} &= E_{\text{пад}} \cdot \sin \theta; \\ E_{x, \text{ пад}} &= E_{\text{пад}} \cdot \cos \theta; \\ H_{y, \text{ пад}} &= \frac{E_{\text{пад}}}{\eta} \end{aligned}$$

При горизонтальной поляризации векторы E и H на рис.1 следует поменять местами. Нормальной к границе компонентой поля будет H_x , касательными - H_z и $E_y = E_{\text{пад}}$:

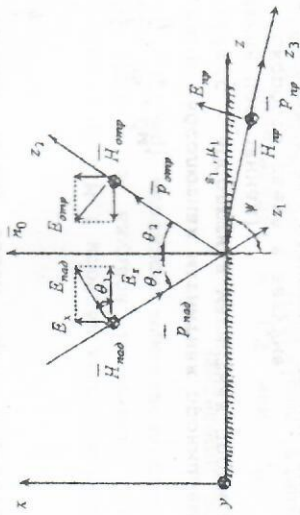


Рис. 1. Отражение и преломление плоской однородной волны на плоской границе раздела двух сред при вертикальной поляризации

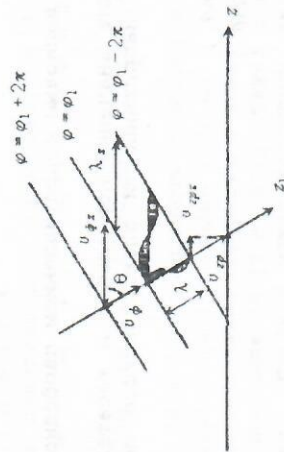


Рис. 2. Фазовая, групповая скорости и длина волны

$$H_{\text{пов}} = \frac{E_{\text{пов}}}{\eta};$$

$$H_{z, \text{пов}} = H_{\text{пов}} \cdot \sin \theta;$$

$$H_{x, \text{пов}} = H_{\text{пов}} \cdot \cos \theta.$$

1.3.2 Коэффициент фазы, фазовая и групповая скорости, длина волны связаны друг с другом следующим образом (рис. 2):

1) вдоль направления падения волны z_1 :

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0};$$

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{\beta} = v_0;$$

$$v_{gr} = \frac{1}{d\beta/d\omega} = v_0;$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v_0}{f},$$

где $v_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}}$ - скорость света в данной среде; ϵ и μ для воздуха равны 1;

2) по направлению вдоль оси z

$$\beta_z = \beta \sin \theta;$$

$$v_{\phi z} = \frac{v_0}{\sin \theta};$$

$$v_{gr z} = v_0 \cdot \sin \theta;$$

$$\lambda_z = \frac{\lambda}{\sin \theta} = \frac{v_{\phi z}}{f}.$$

1.3.3. Модули усредненного по времени вектора Умова - Пойнтинга падающей волны при горизонтальной поляризации и при вертикальной поляризации одинаковы и равны

$$\hat{P}_{\text{пов}} = |E_{\text{пов}}| H_{\text{пов}} = \frac{E_{\text{пов}}^2}{\eta}$$

1.3.4. Эффективная поверхностная плотность тока :

1) при горизонтальной поляризации

$$\delta_x = \delta_y = H_x = 2H_{\text{пов}}$$

где H_x - касательная к границе раздела компонента поля;

2) при вертикальной поляризации

$$\delta_x = \delta_y = H_x = 2H_{\text{пов}}$$

1.3.5. Удельное поверхностное сопротивление отражающей поверхности и глубина проникновения:

$$R_s = \sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{2\gamma}}$$

$$\Delta^* = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \omega \gamma}}$$

1.3.6. Полное сопротивление проводника:

1) при горизонтальной поляризации

$$R = R_s \frac{l_x}{l_y}$$

2) при вертикальной поляризации:

$$R = R_s \frac{l_x}{l_y}$$

1.3.7. Удельная мощность тепловых потерь:

1) при горизонтальной поляризации

$$P_t = \delta_y^2 R_s$$

2) при вертикальной поляризации

$$P_t = \delta_x^2 R_s$$

Полная мощность тепловых потерь на отражающей поверхности с площадью $S = l_y l_x$

$$P_t = p_t \cdot S$$

1.3.8. Угол Брюстера и критический угол падения:

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{бр}} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

$$\sin \theta_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

2. ЗАДАЧА 2. ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ДИАПАЗОНА

2.1. Задано

При расчетах необходимо пользоваться только системой единиц СИ.

В таблице вариантов задач заданы: форма поперечного сечения волновода и тип волны в нем, максимальная амплитуда напряженности электрического поля, длина линии передачи l , полоса рабочих частот $f_{\text{мин}} - f_{\text{макс}}$. Волновод заполнен воздухом, удельная объемная проводимость стенок такая же, как и в задаче 1, пробивная напряженность $E_{\text{проб}} = 3 \text{ кВ/мм}$, КВВ = 0,8. Для расчета допустимой длины линии - длительность импульса $\tau = 10^{-7} \text{ с}$, частота заполнения $f_{\text{макс}}$.

2.2. Требуется выполнить следующее:

1. Выбрать поперечные размеры прямоугольного волновода по заданным рабочим частотам и по минимальной частоте у круглого волновода. Стандарт на волноводы приведен в табл. 3.

2. Найти значения K_x , K_y , K_z (прямоугольный волновод) и $\epsilon_{\text{н}}$, K_r (круглый волновод) - на $\lambda_{\text{ср}}$.

3. Используя найденные в п.2 значения K , записать выражения для полей заданного типа волны.

4. Найти поперечные размеры волновода при работе с высшими типами волн (при заданной рабочей волне H_{10} найти размеры для волны H_{20} ; при работе с волной H_{11} в круглом волноводе найти диаметр под волну E_{01} , а при работе с

высшей волной E_{01} , найти диаметр для волн H_{11} . Показать, в каком случае поперечные размеры получатся меньше — при работе с основной или с высшей волной.

5. Найти критическую частоту и критическую длину волны заданного типа.

6. Найти длину волны в волноводе, фазовую и групповую скорости на средней длине волны.

7. Найти максимальную допустимую длину волновода, при которой не наблюдалось бы заметных искажений формы сигнала при работе короткими импульсами высокой частоты f_{\max} и длительностью $\tau = 10^{-7}$ с.

8. Рассчитать предельную мощность в волноводе на средней частоте при выбранных его стандартных размерах. Найти пробивную мощность при КСВ = 1,2, максимально допустимую мощность и сравнить ее с рабочей мощностью.

9. Найти коэффициент затухания на средней частоте.

10. Найти отношение амплитуд поля (при $x = \text{const}$ и $y = \text{const}$) и мощностей на расстоянии l м при рассчитанной величине коэффициента затухания.

11. Определить, на каком расстоянии амплитуды поля волн H_{20} в прямоугольном и H_{01} в круглом волноводах (исходя из задания), находящихся в закритическом режиме, уменьшаются не менее чем в сто раз, если частота равна средней частоте диапазона (надо предварительно найти лчр волны H_{20} или H_{01}).

12. Найти КПД несогласованной с нагрузкой линии передачи при длине линии l и КВВ = 0,8.

2.3. Методика решения задачи

2.3.1. Предварительно найдем длины волн рабочего диапазона:

$$\lambda_{\min} = \frac{v_0}{f_{\max}}; \quad \lambda_{\max} = \frac{v_0}{f_{\min}}$$

где $v_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}} = c$ — так как волновод заполнен воздухом.

Условия для выбора размеров прямоугольного волновода для волны H_{10} :

$$0,9 \lambda_{\min} \geq a \geq 0,6 \lambda_{\max}; \quad b \leq a / 2.$$

Условия для выбора диаметра круглого волновода с волной H_{11} :

$$0,77 \lambda_{\min} > D > 0,6 \lambda_{\max}, \quad D = 2R.$$

Условия для выбора диаметра круглого волновода с волной E_{01} :

$$0,96 \lambda_{\min} > D > 0,76 \lambda_{\max}.$$

Удовлетворяющие этим условиям стандартные волноводы выбираются из табл. 3.

Если в качестве рабочей волны задана не основная волна, а, например, волна E_{01} в круглом волноводе, то не всегда удается подобрать стандартный волновод, и тогда размеры следует оставлять те, которые получены из расчета.

2.3.2. Для прямоугольного волновода значения K_x и K_y равны:

$$K_x = \frac{m\pi}{a}; \quad K_y = \frac{n\pi}{b},$$

где m, n — индексы, которые ставятся около названия волны (H_{mn} и E_{mn} , где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$; $n = 0, 1, 2, 3, \dots$).

Для круглого волновода значения g_E и g_H равны:

$$g_E = \frac{\beta_{mn}}{R}; \quad g_H = \frac{\mu_{mn}}{R},$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$; $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

β_{mn} — корни функции Бесселя 1-го рода,

μ_{mn} — корни производной функции Бесселя.

Ниже приводятся таблицы некоторых корней функции Бесселя 1-го рода β_{mn} и корней производной функции Бесселя μ_{mn} (табл. 4 и 5).

Таблица 4
Корни β_{mn} функции Бесселя

$n \backslash m$	1	2	3
0	2,405	5,52	8,65
1	3,83	7,016	10,173
2	5,136	8,417	11,62

Таблица 5
Корни μ_{mn} производной функции Бесселя

$n \backslash m$	1	2	3
0	3,83	7,016	10,173
1	1,841	5,331	8,530
2	3,054	6,706	9,969

Таблица 3
Технические данные прямоугольных и круглых волноводов
(стандарт, принятый Международной электротехнической комиссией (МЭК))

Прямоугольные волноводы				Круглые волноводы					
Обозначение типа волновода	Диапазон частот для основного типа волн, ГГц	Внутренние размеры		Обозначение типа волновода	Критические частоты (ГГц) для волн типа		H ₁₁	H ₀₁	H ₂₁
		ширина а, мм	высота b, мм		Диаметр, мм	H ₁₁			
R26	2,17	3,30	43,18	C25	2,1	2,74	3,49		
R32	2,60	3,95	72,14	C30	2,46	3,21	4,08		
R40	3,22	4,90	58,17	C35	2,88	3,76	4,77		
R48	3,94	5,99	47,55	C40	3,38	4,41	5,61		
R70	5,38	8,17	34,85	C48	4,45	5,15	6,56		
R84	6,57	9,99	28,5	C65	5,4	7,05	8,96		
R100	8,2	12,5	22,86	C76	6,32	8,26	10,5		
R120	9,84	15,0	19,05	C89	7,37	9,63	12,2		
R140	11,9	18,0	15,0	C104	8,68	11,3	14,4		
R180	14,5	22,0	12,954	C165	13,8	18,1	22,9		

Коэффициент фазы в волноводе

$$K_z = \sqrt{\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 - K_{xp}^2}$$

где $K_{xp} = \sqrt{K_x^2 + K_y^2}$ - для прямоугольного волновода;

$\epsilon_0 = \epsilon_0$ и $\mu_0 = \mu_0$ - если диэлектриком служит воздух;

$K_{xp} = g_{EH}$ - для круглого волновода.

2.3.3. Для прямоугольного волновода из решения уравнений Максвелла с выполнением граничных условий на идеально проводящих стенках получаются решения для комплексных амплитуд поля волн типа H_{mn}:

$$\dot{H}_z = H_{z0} \cos(K_x x) \cos(K_y y) e^{-jK_z z};$$

$$\dot{H}_x = j H_{z0} \frac{K_x K_z}{K_{xp}^2} \sin(K_x x) \cos(K_y y) e^{-jK_z z};$$

$$\dot{H}_y = j H_{z0} \frac{K_y K_z}{K_{xp}^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) e^{-jK_z z};$$

$$\dot{E}_x = j H_{z0} \frac{\omega \mu_0 K_y}{K_{xp}^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) e^{-jK_z z};$$

$$\dot{E}_y = -j H_{z0} \frac{\omega \mu_0 K_x}{K_{xp}^2} \sin(K_x x) \cos(K_y y) e^{-jK_z z};$$

где $\dot{H}_{z0} = H_{z0} e^{j\varphi_0}$;

$$K_{xp} = \omega_{xp} \sqrt{\epsilon_0 \mu_0};$$

φ_0 - начальная фаза напряженности магнитного поля, рад;
 H_{z0} - действительная амплитуда напряженности продольного магнитного поля, А/м;

\dot{E}_x, \dot{E}_y - комплексные амплитуды напряженности электрического поля, В/м.

В круглом волноводе с радиусом R поле волн типа H_{mn}:

$$\dot{E}_z = \dot{E}_{z0} J_m(g_E r) \cos(m\alpha) e^{-jK_z z};$$

$$\dot{E}_r = -j \frac{K_x}{g_E} \dot{E}_{z0} J_m'(g_E r) \cos(m\alpha) e^{-jK_z z};$$

$$\dot{E}_\alpha = j \frac{m K_z}{g_E r} \dot{E}_{z0} J_m(g_E r) \sin(m\alpha) e^{-jK_z z};$$

$$\dot{H}_r = -j \frac{m \cdot \omega \cdot \epsilon_a}{g \epsilon_r r} \dot{E}_n \cdot J_m(g_E \cdot r) \cdot \sin(ma) \cdot e^{-Kz};$$

$$\dot{H}_a = -j \frac{\omega \cdot \epsilon_a}{g \epsilon_r} \dot{E}_n \cdot J_m'(g_E \cdot r) \cdot \cos(ma) \cdot e^{-Kz};$$

и для волн типа H_{mn} :

$$\dot{H}_r = \dot{H}_n \cdot J_m(g_H \cdot r) \cdot \cos(ma) \cdot e^{-Kz};$$

$$\dot{H}_a = -j \frac{K_z}{g_H} \dot{H}_n \cdot J_m'(g_H \cdot r) \cdot \cos(ma) \cdot e^{-Kz};$$

$$\dot{H}_a = j \frac{m \cdot K_z}{r \cdot g_H} \dot{H}_n \cdot J_m(g_H \cdot r) \cdot \sin(ma) \cdot e^{-Kz};$$

$$\dot{E}_r = \frac{m \cdot \omega \cdot \mu_a}{r \cdot g_H} \dot{H}_n \cdot J_m(g_H \cdot r) \cdot \sin(ma) \cdot e^{-Kz};$$

$$\dot{E}_a = j \frac{\omega \cdot \epsilon_a}{g_H} \dot{H}_n \cdot J_m'(g_H \cdot r) \cdot \cos(ma) \cdot e^{-Kz};$$

2.3.4. Критическая длина волны в прямоугольном волноводе

$$\lambda_{кр} = \frac{v_0}{f_{кр}} = \frac{1}{f_{кр} \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}} = \frac{c}{f_{кр} \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}} = \frac{2\pi}{K_{кр}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2},$$

где $K_{кр} = 2\pi f_{кр} \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a} = \omega_{кр} \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}$, $\omega_{кр} = 2\pi \cdot f_{кр}$.

Критические длины волн в круглом волноводе для волн типа E_{mn}

$$\lambda_{кр E} = \frac{2\pi}{g_E} = \frac{2\pi R}{\beta_{mn}}$$

и волн типа H_{mn}

$$\lambda_{кр H} = \frac{2\pi}{g_H} = \frac{2\pi R}{\mu_{mn}}$$

Приведенные выше выражения для $\lambda_{кр}$ позволяют найти поперечные размеры прямоугольного волновода и диаметр ($D=2R$) круглого волновода при работе с высшими типами волн.

2.3.5. В прямоугольном волноводе критические частоты волн типа H и E с одинаковыми сочетаниями индексов m и n одинаковы и равны

$$\omega_{кр mn} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}} \cdot c = v_0 \cdot \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2},$$

где $v_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}}$ — так как волновод заполнен воздухом.

В круглом волноводе критические частоты имеют разные значения у волн типа H и E даже с одинаковыми индексами. Для волн типа E_{mn}

$$\omega_{кр E mn} = \frac{g_E}{\sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}} \cdot R = \beta_{mn} \cdot \mu_{mn}.$$

Для волн типа H_{mn}

$$\omega_{кр H mn} = \frac{g_H}{\sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}} \cdot R = \mu_{mn} \cdot \mu_{mn}.$$

2.3.6. Длина волны в волноводе, фазовая и групповая скорости вычисляются для прямоугольного и круглого волноводов по одинаковым формулам, но при соответствующих $\lambda_{кр}$:

$$\lambda_B = \frac{2\pi}{K_z} = \frac{2\pi}{\sqrt{K^2 - K_{кр}^2}} = \frac{2\pi}{K} \cdot \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}},$$

где $K = \sqrt{K_{кр}^2 + K_z^2} = \sqrt{g_E^2 + K_z^2} = \omega_0 \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}$;

$\lambda_0 = \lambda_{кр}$ — в соответствии с заданием;

$\epsilon = 1$ — в волноводе, заполненном воздухом;

$$v_{ф} = \lambda_{кр} f = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}} = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{кр}}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\epsilon}$$

$$v_{г} = v_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{кр}}{\omega_0}\right)^2}} = v_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}},$$

где $\omega_0 = \omega_{кр}$.

2.3.7. Максимально допустимая длина волновода, при которой искажения еще невелики

$$L_{\max} \leq 1,5 \cdot 10^8 \frac{\left[1 - \left(\frac{f_{\text{сп}}}{f_{\text{макс}}}\right)^2\right]^{1/2}}{f_{\text{макс}} (\Delta f / f_{\text{макс}})^2 \left(\frac{f_{\text{сп}}}{f_{\text{макс}}}\right)^2}$$

где $M = \frac{2}{f}$ - разность двух крайних частот спектра.

2.3.8. Предельная мощность в прямоугольном волноводе на средней частоте и волне типа H_{10} и H_{20}

$$P_{\text{проб}} = 6,63 \cdot 10^{-4} \cdot \text{об} \cdot E_{\text{проб}}^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{\lambda_{\text{сп}}}{\lambda_{\text{сп}}}\right)^2\right]$$

Предельная мощность в круглом волноводе:

1) с волной типа H_{11}

$$P_{\text{проб}} = 1,99 \cdot 10^{-3} \cdot R^2 \cdot E_{\text{проб}}^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{\lambda_{\text{сп}}}{\lambda_{\text{сп}}}\right)^2\right]$$

где $E_{\text{проб}}$ в В/м;

2) с волной E_{01}

$$P_{\text{проб}} = 1,125 \cdot 10^{-3} \cdot R^2 \cdot E_{\text{проб}}^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{\lambda_{\text{сп}}}{\lambda_{\text{сп}}}\right)^2\right] - 1$$

Пробивная мощность $P_{\text{проб}} = P_{\text{проб}} / \text{КСВ}$, где КСВ - коэффициент стоячей волны. Максимально допустимая мощность

$$P_{\text{доп}} = \frac{P_{\text{проб}}}{3 \div 5}$$

Рабочая мощность (мощность, проходящая по волноводу)

$$P_{\text{раб}} = \frac{P_{\text{проб}} \cdot E_{\text{раб}}^2}{E_{\text{проб}}^2}$$

где $E_{\text{проб}}$ - амплитуда максимального значения электрического поля.

В задании именно это максимальное значение поля $E = E_{\text{проб}}$ и задано.

Должно выполняться условие

$$P_{\text{раб}} \ll P_{\text{доп}}$$

2.3.9 Коэффициент затухания волн типа H_{10} и H_{20} в прямоугольном волноводе при воздушном заполнении равен

$$\alpha = \frac{0,023 R_s \left[\left(\frac{1}{b}\right) + \left(\frac{2}{a}\right) \left(\frac{\lambda_{\text{сп}}}{\lambda_{\text{сп}}}\right)^2 \right]}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{\text{сп}}}{\lambda_{\text{сп}}}\right)^2}}, \text{ дБ/м},$$

где R_s - удельное поверхностное сопротивление

$$R_s = \sqrt{\frac{\mu_0 \cdot \omega}{2\gamma}} = \frac{34,5}{\sqrt{\lambda_{\text{сп}} \gamma}}$$

где γ - удельная объемная проводимость стенок (такая же, как в задаче 1).

Коэффициенты затухания в круглом волноводе равны у волн H_{11}

$$\alpha = \frac{0,023 \cdot R_s \left[\left(\frac{\lambda_{\text{сп}}}{\lambda_{\text{сп}}}\right)^2 + 0,416 \right]}{R \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{\text{сп}}}{\lambda_{\text{сп}}}\right)^2}}, \text{ дБ/м},$$

и у волн E_{01}

$$\alpha = \frac{0,023 \cdot R}{R \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{cp}}{\lambda_{cp}}\right)^2}}, \text{ дБ/м,}$$

где R - внутренний радиус волновода.

2.3.10 Отношение амплитуд поля и отношение мощностей можно найти из следующей формулы

$$\alpha = \frac{20}{l} \lg \frac{E_m(z)}{E_m(z+l)} = \frac{10}{l} \lg \frac{P(z)}{P(z+l)}, \text{ дБ/м.}$$

2.3.11 Расстояние Δz , на котором поле волны H_{01} (или H_{01}), находящейся в закритическом режиме, уменьшается в 100 раз на средней частоте диапазона, находится так:

$$\frac{E_m(z)}{E_m(z+l)} = 100 = e^{K_1 \Delta z}$$

$$\ln 100 = 2,3 \lg 100 = K_1 \Delta z.$$

Критическая длина волны типа H_{01} при выбранных размерах прямоугольного волновода

$$\lambda_{cp} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} = a.$$

Критическая длина волны типа H_{01} в круглом волноводе

$$\lambda_{cpH} = \frac{2\pi}{g_H} = \frac{2\pi R}{\mu_{nm} H_{01}}$$

Коэффициент закритического затухания

$$K_1 = \sqrt{K_{cp}^2 - K^2} = K \sqrt{\left(\frac{\omega_{cp}}{\omega}\right)^2 - 1} = 2\pi \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \sqrt{f_{cp}^2 - f^2} = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda_{cp}^2 - \lambda^2}{\lambda_{cp} \lambda_{cp}}},$$

где $\epsilon = 1$ - для воздуха.

Откуда расстояние, на котором поле уменьшится в 100 раз, равно

$$\Delta z = \frac{4,6}{K_1}$$

2.3.12. Коэффициент полезного действия несогласованной с нагрузкой линии передачи

$$\text{КПД} = \left(1 - |\Gamma|^2\right) e^{-2\alpha l},$$

где $|\Gamma|$ - модуль коэффициента отражения;

α - коэффициент затухания в Неп/м;
 l - длина линии.

Модуль коэффициента отражения

$$|\Gamma| = \frac{KCB - 1}{KCB + 1},$$

где KCB = 1 / KBV.

Коэффициент затухания

$$\alpha = \frac{\alpha, \text{ дБ/м}}{8,69} = \alpha, \frac{\text{Неп}}{\text{м}}.$$

При расчете КПД величина $e^{2\alpha l} = x$ вычисляется как обычно

$$\ln x = 2,3 \lg x = 2\alpha l;$$

$$\lg x = \frac{2\alpha l}{2,3}.$$

Далее находим x .

Отсюда

$$\text{КПД} = \frac{1 - |\Gamma|^2}{x}.$$

3. ЗАДАЧА 3. ОБЪЕМНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

3.1. Задано

Задана форма резонатора и тип колебания (Напр. E_{mp} или Т (TEM) $r=1$), его размеры a, b, d - в прямоугольном резонаторе, радиус R и длина d - в цилиндрическом резонаторе, меньший радиус $R_1 = 50$ мм и больший радиус $R_2 = R$, длина d - в коаксиальном резонаторе. Дана максимальная амплитуда напряженности электрического поля $E_{m, макс} \text{ В/м}$, проводимость материала стенок равна $\gamma = 10^7 \text{ 1/Ом}\cdot\text{м}$, заполнение воздушное, $\mu_0 = \mu_0 = 12,5 \cdot 10^{-7} \text{ Г/м}$, $\epsilon_0 = \epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$.

3.2. Требуется выполнить следующее:

1. Нарисовать картину поля заданного типа колебания, используя рис.3.
2. Записать выражения для компонента поля соответствующего типа колебаний. В эти выражения надо подставить

числовые значения K_x, K_y, K_z , которые заданы типом колебаний и размерами a, b, d, R .

3. Найти резонансную частоту $\omega_{\text{рез}}$ резонатора с заданным типом колебания.

4. Запасенную энергию электромагнитного поля W (считать, что заданное электрическое поле E равно соответственно $E_{z, \text{ макс}}$, $E_{y, \text{ макс}}$ или $E_{x, \text{ макс}}$ - амплитуде поля в том месте, где поле максимально).

5. Глубину проникновения в материал стенок.

6. Добротность резонатора Q без учета потерь в диэлектрике.

7. Постоянную времени τ_0 . Определить, во сколько раз уменьшится запасенная в резонаторе энергия при свободных колебаниях за время $t=5 \tau_0$.

3.3 Методика решения задачи

3.3.1. Картины полей различных типов колебаний в резонаторах различной формы приведены на рис.3.

3.3.2. Для прямоугольного резонатора составляющие поля для колебаний $H_{\text{TE}p}$:

$$\dot{H}_z = \dot{H}_{z_0} \cos(K_x x) \cos(K_y y) \sin(K_z z);$$

$$\dot{H}_y = j \dot{H}_{z_0} \frac{K_x K_y}{K_x^2 + K_y^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \cos(K_z z);$$

$$\dot{H}_x = j \dot{H}_{z_0} \frac{K_x K_y}{K_x^2 + K_y^2} \sin(K_x x) \cos(K_y y) \cos(K_z z);$$

$$\dot{E}_x = \dot{H}_{z_0} \frac{\omega \mu_0 K_y}{K_x^2 + K_y^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \sin(K_z z);$$

$$\dot{E}_y = -\dot{H}_{z_0} \frac{\omega \mu_0 K_x}{K_x^2 + K_y^2} \sin(K_x x) \cos(K_y y) \sin(K_z z);$$

$$\dot{E}_z = 0; \quad \dot{H}_{z_0} = H_{z_0} e^{j(\omega t + \phi_0)}$$

где $K_x = \frac{m\pi}{a}; K_y = \frac{n\pi}{b}; K_z = \frac{p\pi}{d}$.

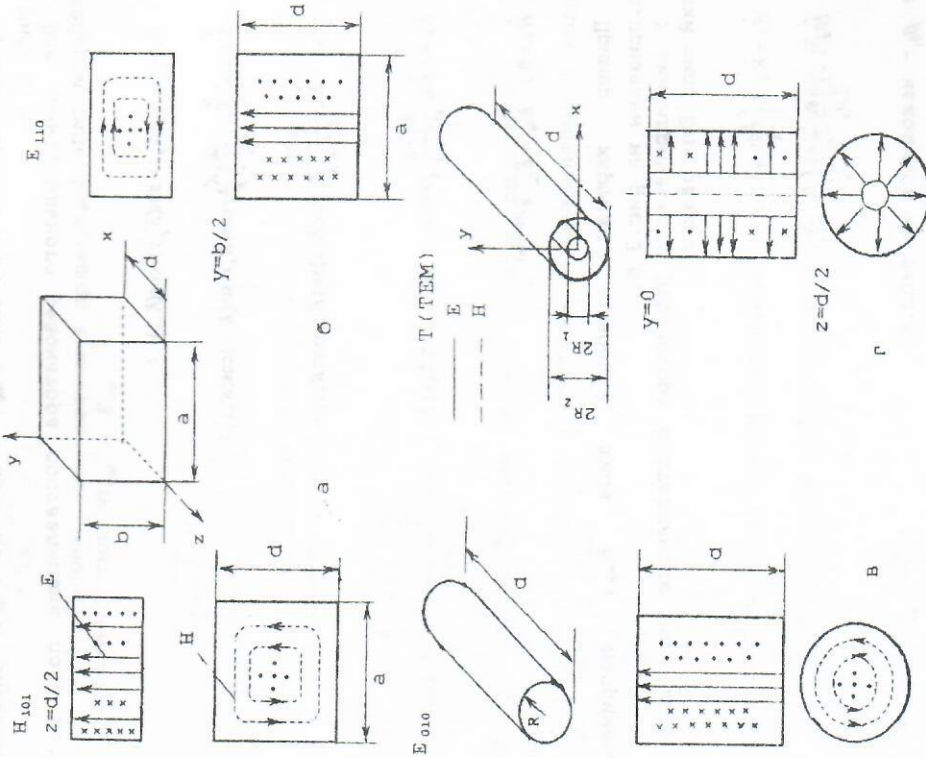


Рис.3. Полые металлические резонаторы:

а и б - прямоугольный с колебаниями H_{101} и E_{110} ;

в - цилиндрический с колебанием H_{010} ;

г - коаксиальный T (TEM) ($p=1$)

Пример картины поля типа H_{mp} , например, H_{101} , приведен на рис. 3 а.

Для прямоугольного резонатора составляющие поля для колебаний типа E_{mp} :

$$\dot{E}_z = \dot{E}_0 \sin(K_x x) \sin(K_y y) \cos(K_z z);$$

$$\dot{H}_y = -j \dot{E}_0 \frac{\omega \epsilon_0 K_x}{K_x^2 + K_y^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \cos(K_z z);$$

$$\dot{E}_x = -\dot{E}_0 \frac{K_x K_y}{K_x^2 + K_y^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \sin(K_z z);$$

$$\dot{E}_y = \dot{E}_0 \frac{K_x K_y}{K_x^2 + K_y^2} \sin(K_x x) \cos(K_y y) \sin(K_z z);$$

$$\dot{H}_z = 0; \quad \dot{E}_0 = E_{00} \cdot e^{i(\omega t - \beta_0 z)}$$

Пример картины колебаний типа E_{mp} , например, E_{110} , приведен на рис. 3 б.

У цилиндрического резонатора составляющее поля колебаний типа E_{010} равно:

$$\dot{E}_z = \dot{E}_0 J_0 \left(\frac{\beta_{01} r}{R} \right);$$

$$\dot{H}_\phi = -j \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \dot{E}_0 J_1 \left(\frac{\beta_{01} r}{R} \right),$$

где β_{01} находится из табл. 4;

$J_0(x)$ и $J_1(x)$ - функция Бесселя 1-го рода нулевого и первого порядка соответственно.

Картина поля колебания E_{010} приведена на рис. 3 в. Для коаксиального резонатора с волной Т (TEM) картина поля которой для $p=1$ приведена на рис. 3 г:

$$\dot{E}_r = \dot{E}_0 \frac{R}{r} \sin \frac{p\pi}{d} z;$$

$$\dot{H}_\phi = j \dot{E}_0 \frac{R_1}{r} \sqrt{\mu_0} \cos \frac{p\pi}{d} z.$$

3.3.3. Резонансные частоты в прямоугольном резонаторе с колебаниями типа H_{mp} и E_{mp}

$$\omega_{рез, H} = \frac{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{d}\right)^2}}$$

Резонансные частоты цилиндрических круглых резонаторов с колебаниями типа E_{mp}

$$\omega_{рез, E} = \frac{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{\sqrt{\left(\frac{\beta_{mp}}{R}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{d}\right)^2}},$$

где β_{mp} - корень функции Бесселя первого рода m -го порядка.

Резонансная частота коаксиального резонатора с колебанием типа Т (TEM).

$$\omega_{рез} = \frac{p\pi}{d \sqrt{\epsilon}}$$

где $\epsilon = 3 \cdot 10^8$ м/с.

3.3.4. Запасенная электромагнитная энергия

1) в прямоугольном резонаторе с типом колебания H_{101}

$$W_{H_{101}} = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{4} \frac{abd}{4}$$

2) в прямоугольном резонаторе с типом колебания E_{110}

$$W_{E_{110}} = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{4} \frac{abd}{4}$$

3) в цилиндрическом резонаторе с колебанием типа E_{010}

$$W_{E_{110}} = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{4} + \frac{2\pi d}{\Delta^2} J_1^2(\beta_{01})$$

где $J_1(x)$ - находится из табл. 1 Приложения;

4) в коаксиальном резонаторе с колебанием типа Т (ТЕМ) при $p=1$

$$W_T = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{4} R_1^2 2\pi \frac{d}{2} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

3.3.5. Глубина проникновения в материал стенок :

$$\Delta^0 = \frac{2}{\omega_{01} \mu_0 \gamma}$$

3.3.6. Добротность при различных типах колебаний:

1) в прямоугольном резонаторе с колебаниями H_{01} и H_{110}

$$Q_{H_{110}} = \frac{ab(b(a^2 + d^2))}{ad(a^2 + d^2) + 2b(a^3 + d^3)} \frac{1}{\Delta^0}$$

$$Q_{E_{110}} = \frac{abd(a^2 + b^2)}{ab(a^2 + b^2) + 2d(a^3 + b^3)} \frac{1}{\Delta^0}$$

2) в цилиндрическом резонаторе с колебанием E_{010} :

$$Q_{E_{010}} = \frac{d R}{d + R} \frac{1}{\Delta^0}$$

3) в коаксиальном резонаторе с колебанием Т (ТЕМ) при $p=1$

$$Q_T = \frac{2d \ln(R_2/R_1)}{4 \ln(R_2/R_1) + d(1/R_1 + 1/R_2)} \frac{1}{\Delta^0}$$

3.3.7 Энергия при свободных колебаниях тратится на потери и постепенно уменьшается по закону

$$W = W_0 e^{-\frac{\omega t}{Q}} = W_0 e^{-\frac{2t}{T}}$$

$$\tau_0 = \frac{2Q}{\omega_0}$$

где W_0 - начальный запас энергии в резонаторе при $t=0$;

τ_0 - постоянная времени;

ω_0 - собственная частота резонатора.

Собственная частота ω_0 и резонансная частота $\omega_{рез}$ связаны друг с другом через добротность Q так, что

$$\omega_0 = \omega_{рез} \left(1 + \frac{1}{4Q^2} \right)$$

Как видно, при больших добротностях $Q \geq 10$ в инженерных расчетах этой разницей в величинах резонансной и собственной частоты можно пренебречь и считать $\omega_0 = \omega_{рез}$.

За время t энергия поля при свободных колебаниях уменьшается $W_0/W = e^{-2t/\tau_0}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев А.Д. Электродинамика и техника СВЧ.-М.: Высшая школа, 1990.
2. Яманов Д.Н. Основы электродинамики и распространение радиоволн: Тексты лекций. Часть 1. "Основы электродинамики". -М.: МГТУ ГА, 2002.
3. Яманов Д.Н. Электродинамика и техника сверхвысоких частот: Тексты лекций. Часть 2. "Основы электродинамики". -М.: МГТУ ГА, 1997.
4. Фальковский О.И. Техническая электродинамика.-М.: Связь, 1978.
5. Васаков С.И. Электродинамика и распространение радиоволн.-М.: Высшая школа, 1992.