

Лабораторная работа № 3

Описание систем в пространстве состояний

Оглавление

- [Цель работы](#)
- [Постановка задачи](#)
- [Последовательность выполнения](#)
- [Методический пример](#)
- [Отчет о работе](#)
- [Контрольные вопросы](#)
- [Варианты заданий](#)

Цель работы

Ознакомление с описанием и исследованием динамических систем управления в пространстве состояний.

Постановка задачи

Даны математические модели трех систем и структурная схема, представляющая собой соединение этих систем. Необходимо:

- получить модель результирующей системы в пространстве состояний,
- исследовать наблюдаемость и управляемость трех подсистем в отдельности и их соединения в соответствии со схемой.

Многомерные системы, в отличие от одномерных имеют несколько входов и несколько выходов.

Для описания таких систем используются три набора параметров (три вектора), см. рис. 3.1:

1. вектор входных воздействий (управлений);
2. вектор переменных состояний;
3. вектор выходных параметров

и двумя преобразованиями:

1. преобразование “входы-состояния”;
2. преобразование “состояния-выходы”.

Широкое распространение, обусловленное разработанным математическим аппаратом, получили линейные модели многомерных систем в пространстве состояний, которые имеют вид:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t); \\ y(t) &= C(t)x(t);\end{aligned}\tag{3.1}$$

первое соотношение называется уравнением состояния, второе – уравнением выхода. Здесь $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$ – вектор переменных состояний; $u = (u_1, u_2, \dots, u_r)^T \in U \subseteq R^n$ – вектор управлений; $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T \in R^n$ – вектор измеряемых параметров; t – время; $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ – матрицы размерности $(n \times n)$, $(n \times r)$, $(m \times n)$ соответственно. Предполагается, что известны начальные состояния $x(t_0) = x_0$, где t_0 – начальный момент времени.

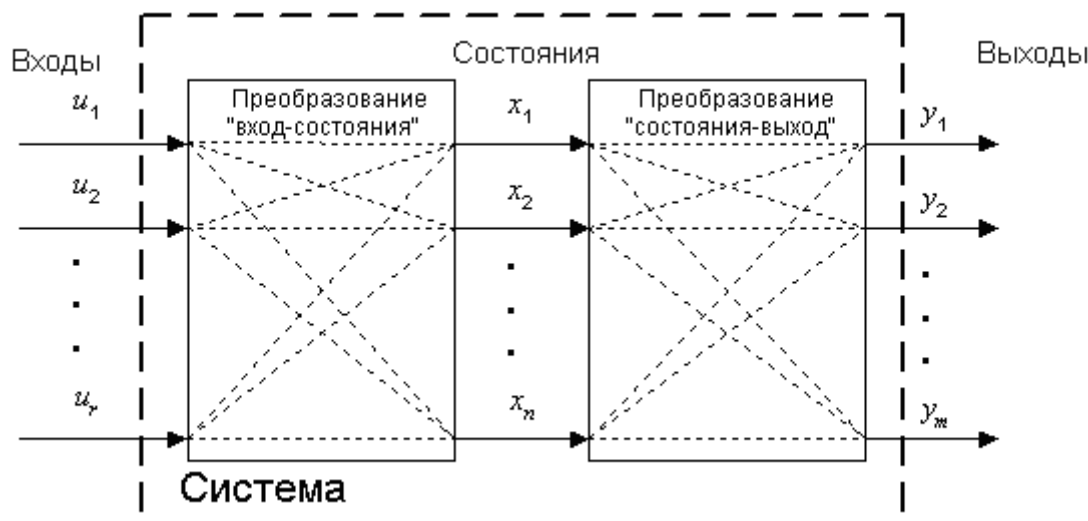


Рис. 3.1. Многомерные системы.

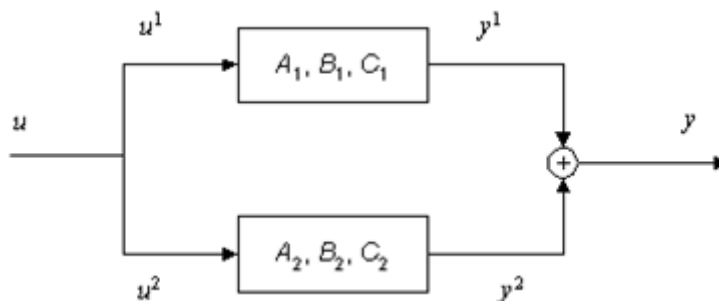
Если матрицы $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ не зависят от времени t , то система называется стационарной. Далее предполагается, что системы стационарны.

Рассмотрим задачи соединения двух подсистем в систему. При соединении возможны три варианта (рис. 3.2): параллельное (а), последовательное (б) и в обратной связи (в). Предполагается, что обе системы описываются в пространстве состояний соотношениями:

$$\dot{x}^1 = A_1 x^1 + B_1 u^1; \quad y^1 = C x^1;$$

$$\dot{x}^2 = A_2 x^2 + B_2 u^2; \quad y^2 = C x^2;$$

где x^1 , u^1 , y^1 – векторы состояний, управлений, выходов первой системы, x^2 , u^2 , y^2 – второй. Необходимо по известным матрицам A_1 , B_1 , C_1 , A_2 , B_2 , C_2 получить матрицы A , B , C (рис. 3.2г).



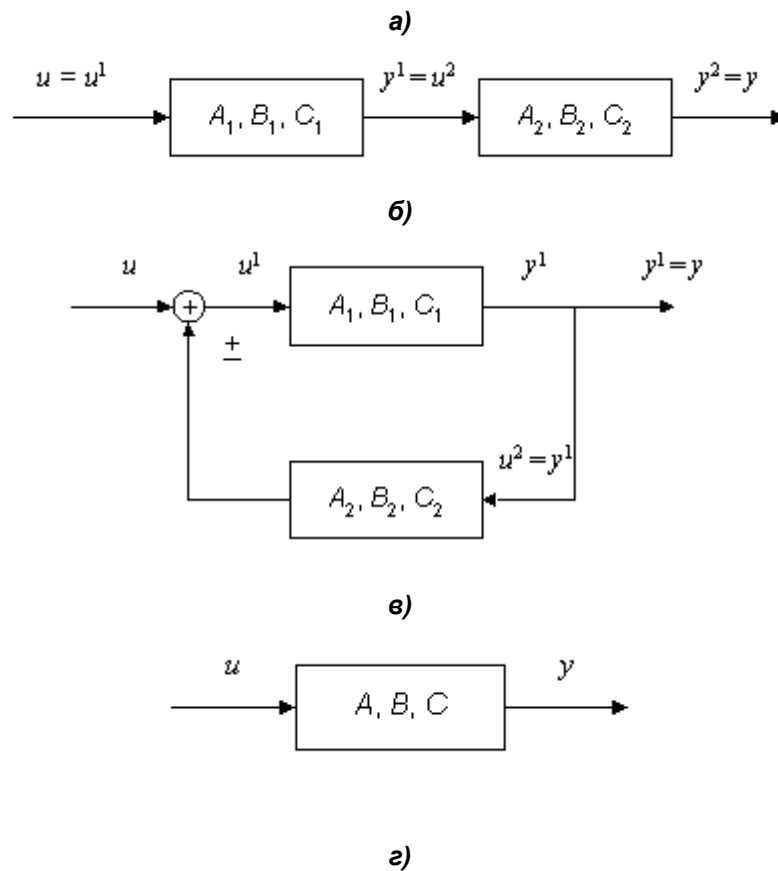


Рис. 3.2. Соединение двух систем.

1. Параллельное соединение.

Запишем уравнения системы, с учетом особенностей соединения, указанных на рис. 3.2.а.

$$\begin{aligned}\dot{x}^1 &= A_1 x^1 + B_1 u; \\ \dot{x}^2 &= A_2 x^2 + B_2 u; \\ y &= C_1 x^1 + C_2 x^2;\end{aligned}$$

отсюда

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} u; \\ y &= (C_1 \quad C_2) \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Окончательно матрицы соединения имеют вид –

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}; \quad C = (C_1 \quad C_2).$$

2. Последовательное соединение –

$$\begin{aligned}\dot{x}^1 &= A_1 x^1 + B_1 u; \\ \dot{x}^2 &= A_2 x^2 + B_2 C_1 x^1;\end{aligned}$$

$$y = C_2 x^2;$$

в матричном виде –

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ B_2 C_1 & A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ 0 \end{pmatrix} u;$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & C_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix};$$

окончательно, имеем

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ B_2 C_1 & A_2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} B_1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & C_2 \end{pmatrix}.$$

3. Обратная связь –

$$\dot{x}^1 = A_1 x^1 + B_1 u \pm B_1 C_2 x^2;$$

$$\dot{x}^2 = A_2 x^2 + B_2 C_1 x^1;$$

$$y = C_1 x^1;$$

в матричном виде –

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & \pm B_1 C_2 \\ B_2 C_1 & A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ 0 \end{pmatrix} u;$$

$$y = \begin{pmatrix} C_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

Следовательно,

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & \pm B_1 C_2 \\ B_2 C_1 & A_2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} B_1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} C_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для линейных систем легко показать справедливость следующего результата, называемого принципом суперпозиции: эффект, вызываемый суммой нескольких воздействий, равен сумме нескольких воздействий, равен сумме эффектов от нескольких воздействий в отдельности. Закон изменения вектора состояний линейной системы представляется в виде суммы свободного и вынужденного колебания

$$x(t) = x_c(t) + x_e(t).$$

Свободное движение $x_c(t)$ происходит при отсутствии внешнего воздействия в ненулевых начальных условиях. Оно определяется решением однородной системы уравнений, соответствующей исходному уравнению состояний

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t)$$

с начальными условиями $x(t_0) = x_0$.

Вынужденное движение $x_e(t)$ – это реакция системы на внешнее воздействие $u(t)$ при нулевых начальных условиях. Оно определяется

решением неоднородного уравнения при нулевых начальных условиях.

Для многомерных нестационарных систем, описываемых соотношениями, поведение векторов состояния и выхода определяется по формулам

$$x(t) = \Phi(t, t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B(\tau) u(\tau) d\tau \quad (3.2)$$

$$y(t) = C(t)\Phi(t, t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t C(t)\Phi(t, \tau) B(\tau) u(\tau) d\tau$$

(3.3)

где $\Phi(t, \tau)$ – переходная матрица, или матрица Коши, являющаяся решением уравнения

$$\frac{\partial \Phi(t, \tau)}{\partial t} = A(t) \Phi(t, \tau) \quad (3.4)$$

с начальным условием $\Phi(t, t) = E$.

Первые слагаемые в (3.2), (3.3) описывают свободное движение, а вторые - вынужденное.

Для многомерных стационарных систем, описываемых уравнениями (3.1), законы изменения вектора состояния и вектора выхода находятся по формулам

$$x(t) = \Phi(t)x(0) + \int_{t_0}^t \Phi(t - \tau) B u(\tau) d\tau$$

$$y(t) = C\Phi(t)x(0) + \int_{t_0}^t C\Phi(t - \tau) B u(\tau) d\tau$$

где $\Phi(t - \tau)$ – переходная матрица стационарной системы, зависящая от разности $t - \tau$. В данном случае решение уравнения (3.4) имеет вид

$$\Phi(t, \tau) = \Phi(t - \tau) = \exp[A(t - \tau)].$$

Одними из важнейших задач теории управления является исследование управляемости и наблюдаемости динамических систем. Приведем соответствующие определения и критерии для стационарных линейных систем, полученные Калманом.

Система называется вполне управляемой, если выбором управляющего воздействия $u(t)$ на интервале времени $[t_0, t_1]$ можно перевести систему из любого начального состояния $x(t_0)$ в произвольное заранее заданное конечное состояние $x(t_1)$.

Система называется вполне наблюдаемой, если по реакции $y(t_1)$ на выходе системы на интервале времени $[t_0, t_1]$ при заданном управляющем воздействии $u(t)$ можно определить начальное состояние $x(t_0)$.

Критерий управляемости линейных систем. Для того чтобы система была вполне управляемой, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы управляемости

$$M_U = (B \mid AB \mid A^2B \mid \dots \mid A^{n-1}B)$$

равнялся размерности вектора состояния:

$$\text{rank } M_U = n.$$

Критерий наблюдаемости линейных систем. Для того чтобы система была вполне наблюдаемой, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы наблюдаемости

$$M_Y = (C^T \mid A^T C^T \mid (A^T)^2 C^T \mid \dots \mid (A^T)^{n-1} C^T)$$

равнялся размерности вектора состояния:

$$\text{rank } M_Y = n.$$

Знак $Z = (X \mid Y)$ означает присоединение матриц, т.е. для получения i -ой строки матрицы Z берется сначала i -ая строка матрицы X , затем следуют элементы i -ой строки матрицы Y . Предполагается, что количество строк у матриц одинаково.

Напомним, что под рангом матрицы подразумевается наивысший из порядков отличных от нуля миноров этой матрицы. Ранг матрицы равен наибольшему числу линейно независимых строк.

Последовательность выполнения

В Control System Toolbox имеется тип данных, определяющих динамическую систему в пространстве состояний. Синтаксис команды, создающий непрерывную LTI (Linear Time Invariant)-систему в виде ss-объекта с одним входом и одним выходом

$$\text{SS}(A, B, C, D)$$

В эту функцию в качестве параметров передаются матрицы уравнений состояний и выходов вида

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t);$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t);$$

в связи с тем, что рассматривается модель вида (3.1), то матрица динамики D будет нулевой.

Для выполнения работы могут применяться команды, приведенные в таблице 3.1.

Таблица 3.1.
Некоторые команды Control System Toolbox

Синтаксис	Описание
ctrb(LTI-объект>) ctrb(A, B)	Формирование матрицы управляемости
obsv(<LTI-объект>) obsv(A, C)	Формирование матрицы наблюдаемости
parallel(<LTI1>, <LTI2>)	Параллельное соединение
series(<LTI1>, <LTI2>)	Последовательное соединение

feedback(<LTI1>,<LTI2>)	Соединение обратной связью
append(<LTI1>, ..., <LTIN>)	Объединение систем
connect(<sys>,<Con>,<in>,<out>)	Установление связей в соединении

Для получения результатов вычисления матриц, результирующей системы, по структурной схеме, воспользуемся последними двумя командами.

Функция `append` создает объект `sys`, представляющий собой объединение всех подсистем. При этом первый входной сигнал первой системы становится входом номер 1, второй входной сигнал первой системы – номер 2, и т.д. далее идут входы второй системы, и т.д.; аналогично определяются и выходы.

В функции `connect` – параметр `<Con>` определяет матрицу связей по структурной схеме. Матрица формируется по следующему правилу: каждая строка представляет собой один вход системы `sys`, первый элемент – номер входа (в соответствии с порядком в команде `append`), затем идут номера выходов, которые суммируются и подаются на рассматриваемый вход. Параметры `<in>`, `<out>` – строки из номеров входов и выходов соединения, являющиеся внешними.

Например, для последовательного соединения двух систем (рис. 2.б):

```
sys1= ss(A1, B1, C1, D1)
sys2= ss(A2, B2, C2, D2)
sys=append (sys1, sys2)
sysc=connect(sys, [2 1], [1], [2])
```

В этом случае на вход второй системы (общий вход номер 2), поступает выход первой (общий выход номер 1); вход первой системы (номер один) и выход второй системы (номер два) являются внешними.

Последовательность выполнения лабораторной работы следующая:

1. Ознакомиться с основными элементами теории.
2. Привести все системы в варианте в форму (3.1).
3. Запустить систему MATLAB.
4. Создать три ss-объекта, в соответствии с заданным вариантом.
5. Определить управляемость и наблюдаемость каждой системы.
6. В соответствии со структурной схемой получить матрицы А, В, С соединения.
7. Определить управляемость и наблюдаемость соединения.
8. Оформить отчет.

Методический пример

Даны три линейные стационарные системы:

$$\begin{aligned}
1. \quad & \begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} u^1 \\ y^1 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases} ; \\
2. \quad & \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases} ; \\
3. \quad & \begin{cases} \ddot{x}^3 - 3\dot{x}^3 - 2x^3 = 4u \\ y^3 = x^3 \end{cases} ;
\end{aligned}$$

и имеется структурная схема соединения систем:

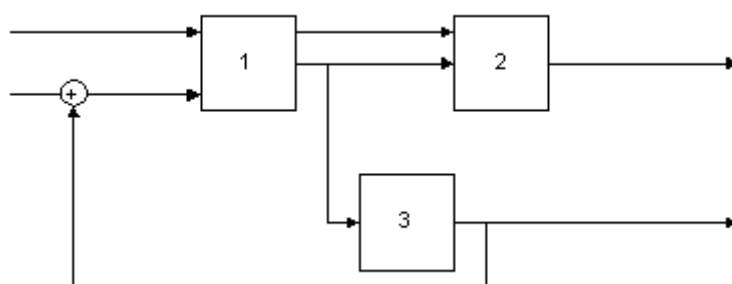


Рис. 3.3. Вариант задания.

1. Приведем систему 3 к виду (3.1), для этого введем переменные

$$\begin{aligned}
x_1^3 &= x^3 \\
x_2^3 &= \dot{x}_1^3 = \dot{x}^3;
\end{aligned}$$

и, подставляя их в исходные уравнения, получим –

$$\begin{cases} \dot{x}_1^3 = x_2^3 \\ \dot{x}_2^3 - 3x_2^3 - 2x_1^3 = 4u^3 \\ y^3 = x_1^3 \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dot{x}_1^3 = x_2^3 \\ \dot{x}_2^3 = 2x_1^3 + 3x_2^3 + 4u^3 \\ y^3 = x_1^3 \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x^3 \end{cases} .$$

2. Создадим матрицы первой системы –


```
>> A1=[7 3;2 1]
```

```
A1 =
```

```
    7    3  
    2    1
```

```
>> B1=[1 0; 0 2]
```

```
B1 =
```

```
    1    0  
    0    2
```

```
>> C1=[3 -2; 2 1]
```

```
C1 =
```

```
    3   -2  
    2    1
```

Создавая, аналогично, матрицы двух других систем создадим ss-объекты:

```
>> s1=ss(A1, B1, C1,0)
```

```
a =
```

```
      x1  x2  
x1    7    3  
x2    2    1
```

```
b =
```

```
      u1  u2  
x1    1    0  
x2    0    2
```

```
c =
```

```
      x1  x2  
y1    3   -2  
y2    2    1
```

```
d =
```

```
      u1  u2  
y1    0    0  
y2    0    0
```

```
Continuous-time model.
```

```
>> s2=ss(A2, B2, C2,0)
```

```
a =  
      x1  x2  
x1    1   2  
x2    3   2
```

```
b =  
      u1  u2  
x1    1   5  
x2    2   1
```

```
c =  
      x1  x2  
y1    4   3
```

```
d =  
      u1  u2  
y1    0   0
```

```
Continuous-time model.  
>> s3=ss(A3, B3, C3,0)
```

```
a =  
      x1  x2  
x1    0   1  
x2    2   3
```

```
b =  
      u1  
x1    0  
x2    4
```

```
c =  
      x1  x2  
y1    1   0
```

```
d =  
      u1  
y1    0
```

```
Continuous-time model.
```

3. Исследуем наблюдаемость и управляемость каждой системы, для чего построим соответствующие матрицы и посчитаем их ранги –

```
>> rank(ctrb(A1,B1))
```

```
ans =  
  
2
```

```
>> rank(observ(A1,C1))
```

```
ans =  
  
2
```

```

>> rank(ctrb(A2,B2))

ans =

     2

>> rank(observ(A2,C2))

ans =

     2

>> rank(ctrb(A3,B3))

ans =

     2

>> rank(observ(A3,C3))

ans =

     2

```

Видно, что во всех случаях ранги матриц управляемости и наблюдаемости совпадают с размерностями пространства состояний.

4. Получим систему, определяемую соединением.

Для корректного использования функции connect введем дополнительную систему, передаточная функция которой равна 1 (рис).

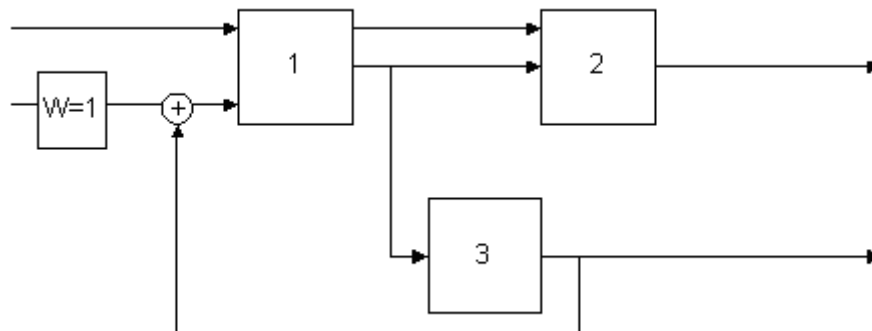


Рис. 3.4. Эквивалентная схема.

```

>> s4 = tf(1)
Transfer function:
1
>> sys=append(s1,s2,s3,s4);
>> Q=[2 -4 5; 3 1 0; 4 2 0; 5 2 0];
>> in=[1 5];
>> out=[3 4];
>> s_com=connect(sys,Q, in,out);
Обращаясь к данным объекта, можно получить матрицы A, B, C:
>> A=s_com.A;
>> B=s_com.B;
>> C=s_com.C;

```

4. Вычислим ранги матриц наблюдаемости и управляемости итоговой системы:

```
>> rank(ctrb(A,B))
ans =
    6
>> rank(observ(A,C))
ans =
    6
```

Результаты показывают, что система управляема и наблюдаема.

Отчет о работе

Отчет оформляется в соответствии с требованиями, предъявляемыми к оформлению работ в вузе, и должен содержать:

1. Титульный лист
2. Наименование и цель работы.
3. Результаты выполнения работы.
4. Анализ результатов и выводы.

Контрольные вопросы

1. Дать определение и примеры состояний управляемой системы.
2. Показать на примере справедливость принципа суперпозиции.
3. Вывести уравнения в пространстве состояний для заданной схемы соединения трех систем.
4. Получить описание одномерной системы (1.1) в канонической форме Коши.
5. Провести анализ влияния размерности векторов управления и выходов на управляемость и наблюдаемость схемы.

Варианты заданий

№№	Уравнения систем	Схема
1.	$\begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} u^1 \\ y^1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix} x^3 \end{cases}$	1
2.	$\begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} u^1 \\ y^1 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	2

	$\begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 14 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = (5 \ 2) x^2 \end{cases}$	
3.	$\begin{aligned} &1. \begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} u^1 \\ y^1 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases} \\ &2. \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = (-4 \ 3) x^2 \end{cases} \\ &3. \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} x^2 \end{cases} \end{aligned}$	3
4.	$\begin{aligned} &1. \begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} u^1 \\ y^1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases} \\ &2. \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases} \\ &3. \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = (-1 \ 2) x^2 \end{cases} \end{aligned}$	4
5.	$\begin{aligned} &1. \begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} u^1 \\ y^1 = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases} \\ &2. \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = (-20 \ 3) x^2 \end{cases} \\ &3. \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = (-3 \ 2) x^2 \end{cases} \end{aligned}$	2
6.	$\begin{aligned} &1. \begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} u^1 \\ y^1 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases} \\ &2. \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = (-3 \ 3) x^2 \end{cases} \\ &3. \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} x^2 \end{cases} \end{aligned}$	3
7.	$\begin{aligned} &1. \begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} u^1 \\ y^1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases} \\ &2. \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases} \\ &3. \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = (-1 \ 2) x^2 \end{cases} \end{aligned}$	1

8.	$\begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} u^1 \\ y^1 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^3 + 3x^3 - x^3 = 5u \\ y^3 = x^3 \end{cases}$	2
9.	$\begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} u^1 \\ y^1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases}$ $\begin{cases} -2\dot{x}^2 + 3x^2 - x^2 = 5u \\ y^2 = x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	5
10.	$\begin{cases} \dot{x}^1 + 3x^1 - x^1 = -2u \\ y^1 = x^1 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} -4 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	6
11.	$\begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} u^1 \\ y^1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases}$ $\begin{cases} -\dot{x}^3 + 3x^3 - 2x^3 = 2u \\ y^3 = x^3 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	5
12.	$\begin{cases} -\dot{x}^3 + 2x^3 - x^3 = 4u \\ y^3 = x^3 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 14 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & 2 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	7
13.	$\begin{cases} \dot{x}^3 + 2x^3 - x^3 = -2u \\ y^3 = x^3 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} -2 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	6
14.	$\begin{cases} \dot{x}_1^1 = 2x_2^1 + u \\ \dot{x}_2^1 = -x_1^1 + 3x_2^1 - u \\ y^1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} y_1^1 = x_1^1 \\ y_1^2 = x_1^2 - 2x_2^1 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	8
15.	$\begin{cases} \dot{x}_1^1 = -2x_2^1 + 2u \\ \dot{x}_2^1 = -x_1^1 + 3x_2^1 - u \\ y^1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} y_1^1 = -x_1^1 \\ y_1^2 = x_1^2 - 2x_2^1 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} -4 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	8

	$\begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	
16.	$\begin{aligned} &1. \begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} u^1 \\ y^1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} \dot{x}_1^2 = 3x_1^2 - 2x_2^2 + 3u \\ \dot{x}_2^2 = -x_1^2 + 3x_2^2 - u \end{cases} \quad \begin{cases} y_1^1 = -x_1^1 \\ y_1^2 = x_1^2 - x_2^1 \end{cases} 3. \\ &\begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix} x^2 \end{cases} \end{aligned}$	9
17.	$\begin{aligned} &1. \begin{cases} \dot{x}_1^1 = x_1^1 + 4x_2^1 + 3u \\ \dot{x}_2^1 = -x_1^1 + 3x_2^1 - 2u \end{cases} \quad \begin{cases} y_1^1 = -x_1^1 + 2x_2^1 \\ y_2^1 = x_1^2 - x_2^1 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases} 3. \\ &\begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 14 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & 2 \end{pmatrix} x^2 \end{cases} \end{aligned}$	10
18.	$\begin{aligned} &1. \begin{cases} \dot{x}_1^1 = x_1^1 - 4x_2^1 + 3u \\ \dot{x}_2^1 = -x_1^1 + 3x_2^1 - 4u \end{cases} \quad \begin{cases} y_1^1 = -x_1^1 + 5x_2^1 \\ y_2^1 = x_1^2 - x_2^1 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} -2 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases} \\ &3. \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} x^2 \end{cases} \end{aligned}$	8

Структурные схемы к вариантам

