**Домашняя самостоятельная работа № 1**

1. Доказать, что для любого тензора  с двумя индексами

 ,

 где скобки  и  означают соответственно симметризацию и антисимметризацию заключенных в них индексов.

2. Пусть  – антисимметричный тензор (), а  – симметричный тензор (). Доказать, что .

3. Вывести следующие два тождества, справедливые для произвольного тензора :

 , ,

 где  – антисимметричный тензор, а  – симметричный тензор.

4. На основании формул (4.5) и (4.8) написать компонентные выражения для ковариантных производных метрического тензора и тензора ранга 3 типа (1-2), то есть написать выражения для  и .

5. Доказать, что  (Докажите, что коэффициенты связности для векторов и 1-форм имеют разные знаки.)

Для этого воспользоваться свойством 4 в п. 4.2, вычислить левую и правую части этого равенства, подставив в левую часть выражение для свертки в компонентах, а в правую часть формулы (4.5) и (4.8) для ковариантных производных вектора и 1-формы.