

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Вологодский государственный университет»
Кафедра математики и информатики

Контрольная работа по дисциплине
Высшая математика
II СЕМЕСТР

Выполнил студент группы _____

шифр _____

Принял Иванова С.В.

Вологда

2022

Задача 1.

1.1. Найдите предел функции $f(x)$ при а) $x \rightarrow x_1$; б) $x \rightarrow x_2$; в) $x \rightarrow x_3$:

$$f(x) = \frac{3x^2 - x - 4}{x + 1}, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = -1, \quad x_3 = \infty.$$

1.2. Найдите предел функции $f(x)$ при а) $x \rightarrow x_1$; б) $x \rightarrow x_2$; в) $x \rightarrow x_3$:

$$f(x) = \frac{4x^2 + 11x + 6}{x + 2}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -2, \quad x_3 = \infty.$$

1.3. Найдите предел функции $f(x)$ при а) $x \rightarrow x_1$; б) $x \rightarrow x_2$; в) $x \rightarrow x_3$:

$$f(x) = \frac{x^2 + 5x - 14}{-x^2 - 3x + 10}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = \infty.$$

1.4. Найдите предел функции $f(x)$ при а) $x \rightarrow x_1$; б) $x \rightarrow x_2$; в) $x \rightarrow x_3$:

$$f(x) = \frac{x - 4}{2x^2 - 5x - 12}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 4, \quad x_3 = \infty.$$

1.5. Найдите предел функции $f(x)$ при а) $x \rightarrow x_1$; б) $x \rightarrow x_2$; в) $x \rightarrow x_3$:

$$f(x) = \frac{x + 3}{2x^2 + 13x + 21}, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = -3, \quad x_3 = \infty.$$

1.6. Найдите предел функции $f(x)$ при а) $x \rightarrow x_1$; б) $x \rightarrow x_2$; в) $x \rightarrow x_3$:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 17x + 21}{x - 7}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 7, \quad x_3 = \infty.$$

1.7. Найдите предел функции $f(x)$ при а) $x \rightarrow x_1$; б) $x \rightarrow x_2$; в) $x \rightarrow x_3$:

$$f(x) = \frac{x - 5}{3x^2 - 11x - 20}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 5, \quad x_3 = \infty.$$

1.8. Найдите предел функции $f(x)$ при а) $x \rightarrow x_1$; б) $x \rightarrow x_2$; в) $x \rightarrow x_3$:

$$f(x) = \frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 + 9x + 18}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -3, \quad x_3 = \infty.$$

1.9. Найдите предел функции $f(x)$ при а) $x \rightarrow x_1$; б) $x \rightarrow x_2$; в) $x \rightarrow x_3$:

$$f(x) = \frac{3x^2 - x - 10}{x - 2}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = \infty.$$

1.10. Найдите предел функции $f(x)$ при а) $x \rightarrow x_1$; б) $x \rightarrow x_2$; в) $x \rightarrow x_3$:
 $f(x) = \frac{x+3}{2x^2+11x+15}$, $x_1=1$, $x_2=-3$, $x_3=\infty$.

Задача 2. Найдите производные следующих функций

2.1. а) $y = \frac{\sqrt{x}}{2+3x^2}$; б) $y = e^{-x} \cdot \cos(2x+3)$; в) $y = \operatorname{arctg}^3 5x + \ln \operatorname{tg} x$.

2.2. а) $y = \frac{x^2+2x}{\sqrt{x}}$; б) $y = \cos^2 x \cdot \arcsin \frac{x}{3}$; в) $y = e^{\operatorname{ctg}^4 5x} + \sqrt[3]{x - \ln\left(\frac{1}{x}\right)}$.

2.3. а) $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{x+3}$; б) $y = \ln^2 x \cdot \cos(2-5x)$; в) $y = e^{\frac{1}{x^2}} + \arcsin^3(2x)$.

2.4. а) $y = \frac{\operatorname{ctg} x}{1+2x}$; б) $y = 2^{\operatorname{tg} x} \cdot \sqrt{x^3-x}$; в) $y = \ln(\sin 3x) + \frac{1}{\arccos x^2}$

2.5. а) $y = \frac{3^x}{\sqrt[3]{x}}$; б) $y = e^{\sin x} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2x-1}}$; в) $y = \cos(\ln^2 x) + e^{\operatorname{tg}(5x)}$

2.6. а) $y = \frac{\cos x}{x^2+1}$; б) $y = \arcsin x^3 \cdot e^{\sqrt{x}}$; в) $y = \ln(\operatorname{ctg} \sqrt[3]{x}) + \sin \sqrt{1+x^3}$.

2.7. а) $y = \frac{x^2-x}{2^x}$; б) $y = \ln(x+1) \cdot \sqrt{x^2+2x+2}$; в) $y = \operatorname{arctg}(e^{\sin x}) + \sqrt{\cos(2-7x)}$.

2.8. а) $y = \frac{\sin x}{1-x^2}$; б) $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} \cdot e^{\sqrt{x}}$; в) $y = 2^{\ln^2 x} + \operatorname{tg}(x + \sqrt[3]{1-x})$

2.9. а) $y = \frac{2+3x}{\sqrt[3]{x}}$; б) $y = \sqrt{1-x^2} \cdot \arcsin 4x$; в) $y = \sin^3 2x + \frac{1}{\ln(\cos x)}$.

2.10. а) $y = \frac{1+3x}{\operatorname{tg} x}$; б) $y = \sqrt[3]{x^4+5x} \cdot e^{\sin x}$; в) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{2x+1} - \sqrt{\arcsin x^3}$.

Задача 3. Найдите неопределенный интеграл.

3.1 а) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}$; б) $\int (x+2) \cdot e^{2x} dx$.

$$3.2 \text{ a) } \int 2x \cdot e^{3x^2+1} dx; \quad \text{б) } \int (x-1) \cdot \cos \frac{x}{2} dx.$$

$$3.3 \text{ a) } \int \frac{(3x+9)dx}{x^2+6x+13}; \quad \text{б) } \int (2-x) \cdot e^{-3x} dx.$$

$$3.4 \text{ a) } \int \frac{dx}{x\sqrt[3]{(\ln x)^2}}; \quad \text{б) } \int (x+2) \cdot \cos(x/3) dx.$$

$$3.5 \text{ a) } \int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^3 x} dx}{1+x^2}; \quad \text{б) } \int \ln(x+2) dx.$$

$$3.6 \text{ a) } \int e^{\cos 2x} \sin 2x dx; \quad \text{б) } \int x \cdot \cos \frac{x}{5} dx.$$

$$3.7 \text{ a) } \int \frac{dx}{x \ln^2 x}; \quad \text{б) } \int x \cdot e^{2x+1} dx.$$

$$3.8 \text{ a) } \int \frac{\sqrt{\arcsin x} dx}{\sqrt{1-x^2}}; \quad \text{б) } \int (2-x) \cdot e^{5x} dx.$$

$$3.9 \text{ a) } \int \frac{dx}{x\sqrt[3]{\ln x}}; \quad \text{б) } \int (x+1) \cdot \cos(x/2) dx.$$

$$3.10 \text{ a) } \int \frac{\operatorname{arctg}^3 x dx}{1+x^2}; \quad \text{б) } \int x \cdot e^{-x} dx.$$

Задача 4. Вычислите определенный интеграл.

$$4.1 \text{ a); } \int_1^2 3x^2 + 2 dx \quad \text{б) } \int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cdot \cos^3 x dx.$$

$$4.2 \text{ a) } \int_1^3 3x^2 + 2x dx; \quad \text{б) } \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln^2 x}.$$

$$4.3 \text{ a) } \int_1^2 6x^2 - 2 dx; \quad \text{б) } \int_0^{\pi/3} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx.$$

$$4.4 \text{ a) } \int_{-1}^3 3x^2 - 2x \, dx; \quad \text{б) } \int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cdot \cos^4 x \, dx.$$

$$4.5 \text{ a) } \int_1^2 2 - 3x^2 \, dx; \quad \text{б) } \int_0^{\sqrt{3}/4} \frac{xdx}{\sqrt{3 - 4x^2}}.$$

$$4.6 \text{ a) } \int_2^4 3x^2 + x \, dx; \quad \text{б) } \int_{\pi/3}^{\pi/2} \sin x \cdot \cos^5 x \, dx.$$

$$4.7 \text{ a) } \int_{-1}^2 4x^3 + 5 \, dx; \quad \text{б) } \int_0^{\pi/6} \sin^3 x \cdot \cos x \, dx.$$

$$4.8 \text{ a) } \int_1^3 2x - 3x^2 \, dx; \quad \text{б) } \int_0^{\pi/3} \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos x}}.$$

$$4.9 \text{ a) } \int_{-2}^1 9x^2 + 1 \, dx; \quad \text{б) } \int_0^{\sqrt{7}} \frac{xdx}{\sqrt{x^2 + 9}}$$

$$4.10 \text{ a) } \int_{-1}^3 3x^2 + 4x \, dx; \quad \text{б) } \int_0^{\pi} \frac{\cos x dx}{\sin x + 2}.$$