

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Тверской государственный технический университет»**  
(ТвГТУ)

**В.В. Гараников**

**МЕХАНИКА. КУРСОВЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ**

Учебное пособие

*Издание второе, переработанное и дополненное*

Тверь 2014

УДК 539.3.6(075.8)

ББК 30.121я 7

Рецензенты: заведующий кафедрой «Вычислительная математика» ТвГУ, д. ф.-м. н., профессор Зингерман К.М.; заведующий кафедрой «Соппротивление материалов, теории упругости и пластичности», д. т. н., профессор Охлопков Н.Л.

Гараников, В.В. Механика. Курсовые и лабораторные задания: учебное пособие / В.В. Гараников. 2-е изд., перераб. и доп. Тверь: Тверской государственный технический университет, 2014. 88 с.

Курсовые работы и лабораторный практикум составляют важнейшую часть учебного процесса и имеют большое значение в формировании инженерных знаний у студентов.

Цель лабораторного практикума – дать студентам представление о современных методах изучения механических свойств материалов при различных внешних воздействиях, ознакомить с различными видами лабораторных испытаний, испытательными машинами и измерительными приборами. Объединение заданий по методам расчета элементов конструкций и методам определения механических свойств материалов этих элементов имеет принципиальное значение для формирования у студентов фундаментальных знаний по данному разделу механики.

При разработке курсовой работы частично были использованы и систематизированы методические указания по Механике раздел «Соппротивление материалов», изданные в 2008 г. (составитель В.В. Гараников).

Предназначены для самостоятельной работы студентов по практическому усвоению методов расчета на прочность и жесткость элементов конструкций (стержней, балок, ферм, рам) и могут использоваться студентами всех специальностей и форм обучения, изучающих дисциплину «Механика».

Курсовые работы и лабораторные задания обсуждены на заседании кафедры и рекомендованы к печати (протокол № 5 от 6 февраля 2014 г.).

ISBN

© Тверской государственный  
технический университет, 2014  
© Гараников В.В., 2014

## Содержание, оформление и защита курсовой работы

По курсу «Механика» каждый студент выполняет пять курсовых заданий и два блока лабораторного практикума (табл. 1).

Таблица 1. Содержание и сроки защиты курсовой работы и лабораторного практикума

Содержание	Задачи / лаб. работы	Сроки (недели)	
		Выдачи	Сдачи
Задания			
1. Построение эпюр внутренних силовых факторов при растяжении-сжатии, кручении и прямом плоском изгибе с расчетами на прочность и жесткость	1.1–1.6		
2. Определение перемещений в балках и стержневых системах энергетическим методом с использованием формулы Мора	2.1–2.3		
3. Расчет статически неопределимых балок и рам методом сил	3.1–3.3		
4. Устойчивость упругих систем	4.1–4.2		
5. Расчеты на прочность при сложном напряженном состоянии	5.1–5.2		
Лабораторные работы			
Экспериментальные основы сопротивления материалов	1–4		
Экспериментальные основы исследования напряженно-деформированного состояния элементов конструкций	5–8		

### Оформление

Каждое задание выполняется на листах писчей бумаги формата А4 (297 × 210 мм). Образец титульного листа приведен на с. 4.

### Защита

Задание выдается в установленные программой сроки. Каждое задание защищается отдельно. При защите студент должен объяснить ход решения расчетно-графического задания, показать знание теоретического материала и умение применить его к решению практических задач. Преподаватель проставляет дифференцированную оценку с учетом сроков защиты и оформления работы в кафедральном журнале.

Оценки, полученные при защите расчетно-проектировочных и лабораторных работ, а также прилежание студента принимаются во внимание при выставлении экзаменационной оценки.

Министерство образования и науки РФ  
Тверской государственный технический университет  
Кафедра технической механики

**КУРСОВЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ  
ПО КУРСУ «МЕХАНИКА»**

Выполнил студент \_\_\_\_\_  
Вариант \_\_\_\_\_  
Группа \_\_\_\_\_

Содержание	Задачи / лаб. раб.	Дата сдачи на проверку	Дата защиты	Оценка	Подпись препод.
<b>Задания</b>					
1. Построение эпюр внутренних силовых факторов при растяжении-сжатии, кручении и прямом плоском изгибе с расчетами на прочность и жесткость	1.1				
	1.2				
	1.3				
	1.4				
	1.5				
	1.6				
2. Определение перемещений в балках и стержневых системах энергетическим методом с использованием формулы Мора	2.1				
	2.2				
	2.3				
3. Расчет статически неопределимых балок и рам методом сил	3.1				
	3.2				
	3.3				
4. Устойчивость упругих систем	4.1				
	4.2				
5. Расчеты на прочность при сложном напряженном состоянии	5.1				
	5.2				
<b>Лабораторные работы</b>					
Экспериментальные основы сопротивления материалов	1				
	2				
	3				
	4				
Экспериментальные основы исследования напряженно-деформированного состояния элементов конструкций	5				
	6				
	7				
	8				
	9				

Данные ко всем заданиям выдаются преподавателем согласно табл. 2, 3.

Таблица 2

Группа	$q$ , кН/м	$P$ , кН	$M$ , кНм	$F$ , см <sup>2</sup>	$l$ , м	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$l_3$ , м	$c$ , см	$d$ , см
	40	40	80	2	2	1,0	0,8	1,2	6	2
	30	50	40	4	4	1,5	0,5	1,0	5	5
	20	60	10	6	3	1,8	1,2	1,0	4	8
	10	80	20	8	2	1,0	1,8	1,2	3	4
	50	10	30	3	4	0,5	1,5	1,0	2	6
	60	20	30	5	3	1,2	0,8	1,0	4	5
	20	50	60	7	2	1,0	1,5	0,5	6	4
	10	60	70	9	3	1,2	1,0	0,8	8	3

Таблица 3

Группа	Равнобокий уголок	Неравно- бокий уголок	Вертик. лист	Гори- зонталь- ный лист	Дву- тавр	Швел- лер	$a$ , мм
	90 × 90 × 8	100 × 63 × 10	500 × 10	400 × 10	24	16	20
	100 × 100 × 10	110 × 70 × 8	500 × 12	400 × 10	22	16	40
	125 × 125 × 10	125 × 80 × 8	500 × 12	400 × 12	27	18	30
	140 × 140 × 12	140 × 90 × 10	600 × 12	400 × 10	27	22	50
	100 × 100 × 10	160 × 100 × 12	600 × 10	400 × 12	30	22	40
	160 × 160 × 16	125 × 80 × 10	600 × 16	500 × 12	30	24	30
	180 × 180 × 12	180 × 110 × 12	600 × 12	500 × 10	40	24	20
	200 × 200 × 20	200 × 125 × 12	600 × 20	500 × 16	40	30	20

## I. ЗАДАНИЯ

### Задание 1. Построение эпюр внутренних силовых факторов при растяжении-сжатии, кручении и прямом плоском изгибе с расчетами на прочность и жесткость

Задача 1.1. Для бруса, имеющего различные площади поперечных сечений участков и находящегося под действием продольных сил (рис. 1.1), построить эпюру нормальных сил  $N$ , используя метод сечений. Из условия прочности определить диаметры круглых поперечных сечений. Построить эпюры нормальных напряжений и продольных перемещений. Провести анализ напряженного состояния для опасной частицы в наклонных сечениях. Материал стержня – сталь с допускаемым напряжением  $[\sigma] = 160$  МПа и модулем продольной упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Задача 1.2. Аудиторная, самостоятельная контрольная работа. Абсолютно жесткий брус (утолщенные линии,  $EF = \infty$ ) закреплен с помощью шарнирно-неподвижной опоры и деформирующегося стержня с заданной площадью поперечного сечения (рис. 1.2). Требуется рассчитать величину допускаемой нагрузки  $P$ , если  $[\sigma] = 160$  МПа. При найденном значении силы  $P$  определить перемещение точки  $C$ . Принять модуль продольной упругости материала стержня  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Задача 1.3. Для стального вала постоянного поперечного сечения, нагруженного внешними крутящими моментами (рис. 1.3), требуется построить эпюру крутящих моментов, используя метод сечений, и из условия прочности подобрать размеры круглого и кольцевого поперечных сечений, если  $[\tau] = 80$  МПа,  $D/d = \dots$ . В опасном сечении построить эпюры касательных напряжений и сравнить массы валов.

Для вала круглого поперечного сечения построить эпюру углов закручивания, если модуль сдвига материала вала  $G = 0,8 \cdot 10^5$  МПа.

Задача 1.4. Для балки (рис. 1.4), используя метод сечений, построить эпюры перерезывающих сил  $Q_y$  и изгибающих моментов  $M_x$ . Из условия прочности по нормальным напряжениям подобрать размеры круглого поперечного сечения, если  $[\sigma] = 210$  МПа. В опасном сечении построить эпюру нормальных напряжений.

Задача 1.5. Для балки (рис. 1.5) построить эпюры внутренних усилий  $Q_y$  и  $M_x$ , используя метод сечений, и проверить правильность их построения с помощью правил Журавского. Из условия прочности по нормальным напряжениям подобрать поперечные сечения двух видов: 1 – прямоугольное с отношением сторон  $h/b = \dots$ ; 2 – двутавровое.

Проверить прочность балок по касательным напряжениям, применяя формулу Журавского. В опасных сечениях построить эпюры  $\sigma_z$  и  $\tau_{yz}$ . Принять  $[\sigma] = 200$  МПа,  $[\tau] = 80$  МПа.

Задача 1.6. Для плоской рамы (рис. 1.6, 1.7) построить эпюры внутренних усилий  $N$ ,  $Q_y$  и  $M_x$  и убедиться в правильности их построения с помощью узловой проверки.

## **Задание 2. Определение перемещений в балках и стержневых системах энергетическим методом с использованием формулы Мора**

Задача 2.1. Для балки (рис. 1.8) определить прогиб в точке  $B$  и угол поворота сечения в точке  $C$  с помощью формулы Мора, используя способ Верещагина для вычисления ее интегралов.

Задача 2.2. Аудиторная самостоятельная контрольная работа. Для балки (рис. 1.9) определить прогиб в точке  $B$  и угол поворота сечения в точке  $C$  с помощью формулы Мора и способом Верещагина для вычисления ее интегралов.

Задача 2.3. Для рамы с постоянной жесткостью участков ( $EJ_x = \text{const}$ ) (рис. 1.10) определить вертикальное и горизонтальное перемещение в точке  $B$ .

### **Задание 3. Расчет статически неопределимых балок и рам методом сил**

Задача 3.1. Аудиторная самостоятельная контрольная работа. Для балки (рис. 1.11) с постоянной жесткостью участков ( $EJ_x = \text{const}$ ) требуется:

- 1) раскрыть статическую неопределимость;
- 2) провести деформационную проверку правильности полученного решения;
- 3) подобрать двутавровое поперечное сечение, если  $[\sigma] = 210$  МПа.

Задача 3.2. Для балки (рис. 1.12) с постоянной жесткостью участков ( $EJ_x = \text{const}$ ) требуется:

- 1) раскрыть статическую неопределимость;
- 2) провести деформационную проверку правильности полученного решения;
- 3) подобрать поперечное сечение балки в виде двух швеллеров, если  $[\sigma] = 210$  МПа;
- 4) определить угол поворота сечения на одной из опор, приняв  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Задача 3.3. Для рамы (рис. 1.13) с постоянной жесткостью участков ( $EJ_x = \text{const}$ ) требуется:

- 1) раскрыть статическую неопределимость и провести деформационную проверку;
- 2) проверить прочность рамы, если  $[\sigma] = 210$  МПа и стержни изготовлены из двух швеллеров № ...;
- 3) определить горизонтальное перемещение точки  $B$ , если  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

### **Задание 4. Устойчивость упругих систем**

Задача 4.1. Определить допускаемую сжимающую силу  $P$  на стальной стержень, поперечное сечение и схема закрепления которого приведены на рис. 1.14. При решении использовать таблицу значений коэффициента снижения допускаемого напряжения на сжатие  $\varphi$  для стали Ст. 3 (табл. 4). Основное допускаемое напряжение принять  $[\sigma] = 160$  МПа.

Таблица 4. Значения коэффициента  $\varphi$

№	$\Lambda$	Сталь Ст. 3	Сплав Д16Т	№	$\Lambda$	Сталь Ст. 3	Сплав Д16Т
1	0	1,00	1,00	12	110	0,52	0,14
2	10	0,99	1,00	13	120	0,45	0,12
3	20	0,97	1,00	14	130	0,40	0,10
4	30	0,95	0,84	15	140	0,36	0,087
5	40	0,92	0,70	16	150	0,32	0,076
6	50	0,89	0,57	17	160	0,29	–
7	60	0,86	0,46	18	170	0,26	–
8	70	0,81	0,35	19	180	0,23	–
9	80	0,75	0,27	20	190	0,21	–
10	90	0,69	0,21	21	200	0,19	–
11	100	0,60	0,17				

Задача 4.2. Для сжатого силой  $P$  стального стержня длиной  $L$  и заданной формы поперечного сечения (рис. 1.15) подобрать в соответствии с методом Ф.С. Ясинского размеры данного сечения. Способы закрепления стержня приведены на рис. 1.14.

### Задание 5. Расчеты на прочность при сложном напряженном состоянии

Задача 5.1. Для вала (рис. 1.16), изготовленного из стали 45, требуется:

- 1) определить крутящий момент на валу по заданной мощности и числу оборотов;
- 2) определить окружные, осевые и радиальные усилия, действующие на вал, если  $D_1 = \dots$  м,  $D_2 = \dots$  м;
- 3) построить эпюру крутящего момента;
- 4) построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных и вертикальных сил;
- 5) построить эпюру суммарного изгибающего момента;
- 6) при помощи эпюр крутящего и суммарного изгибающего моментов найти и вычертить опасное сечение вала, указав на нем опасные точки (частицы);
- 7) изобразить напряженное состояние в опасной точке (частице);
- 8) подобрать диаметр вала из условий прочности Сен-Венана и Мизеса при повышенном коэффициенте запаса ( $\kappa = 3,0 - 3,5$ );
- 9) определить действительный коэффициент запаса прочности при учете усталостного разрушения, полагая  $\kappa_\sigma = \kappa_\tau = 1,6$  (сталь по выбору, обработка вала – чистовое точение).



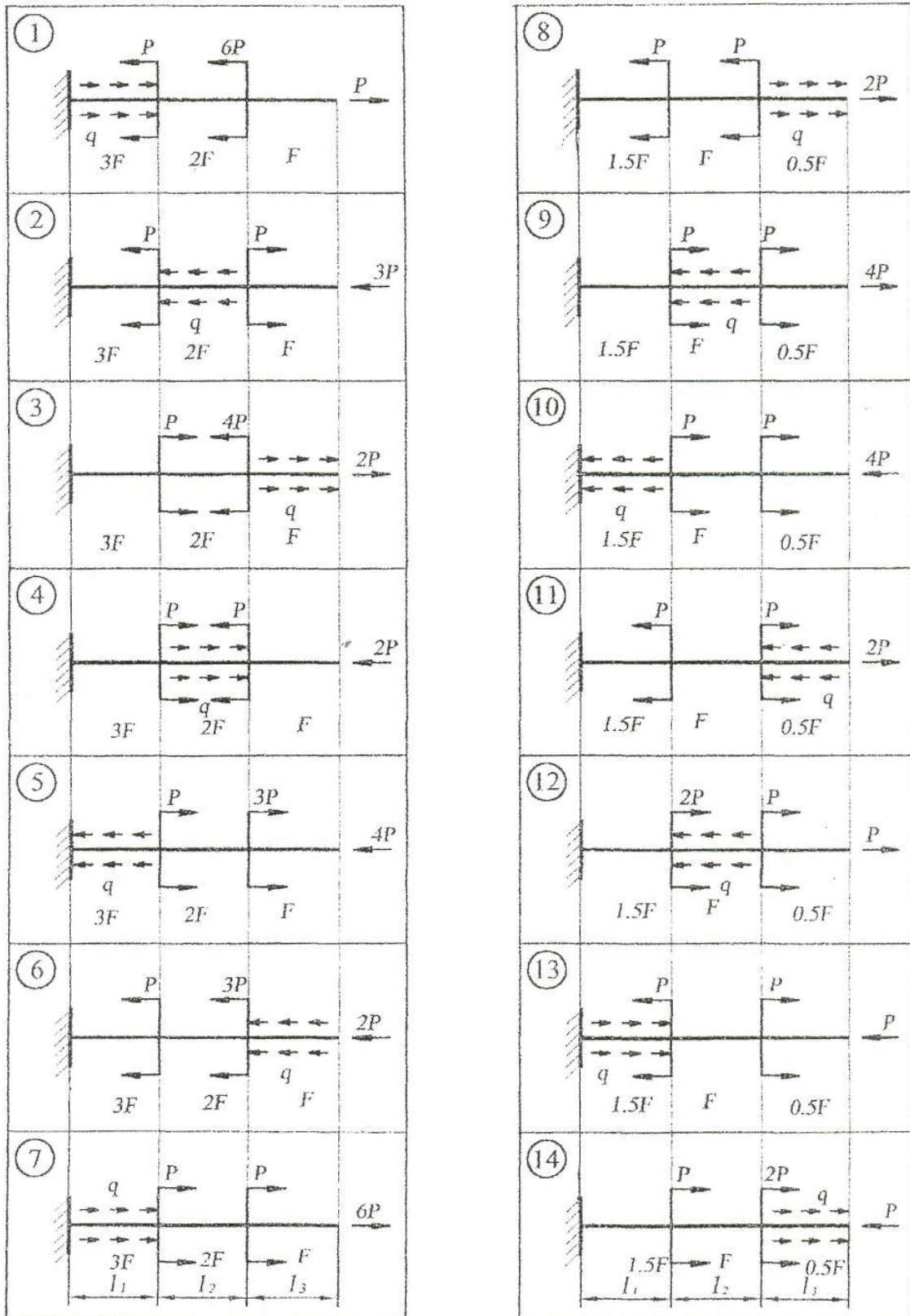


Рис. 1.1. Схемы к задаче 1.1

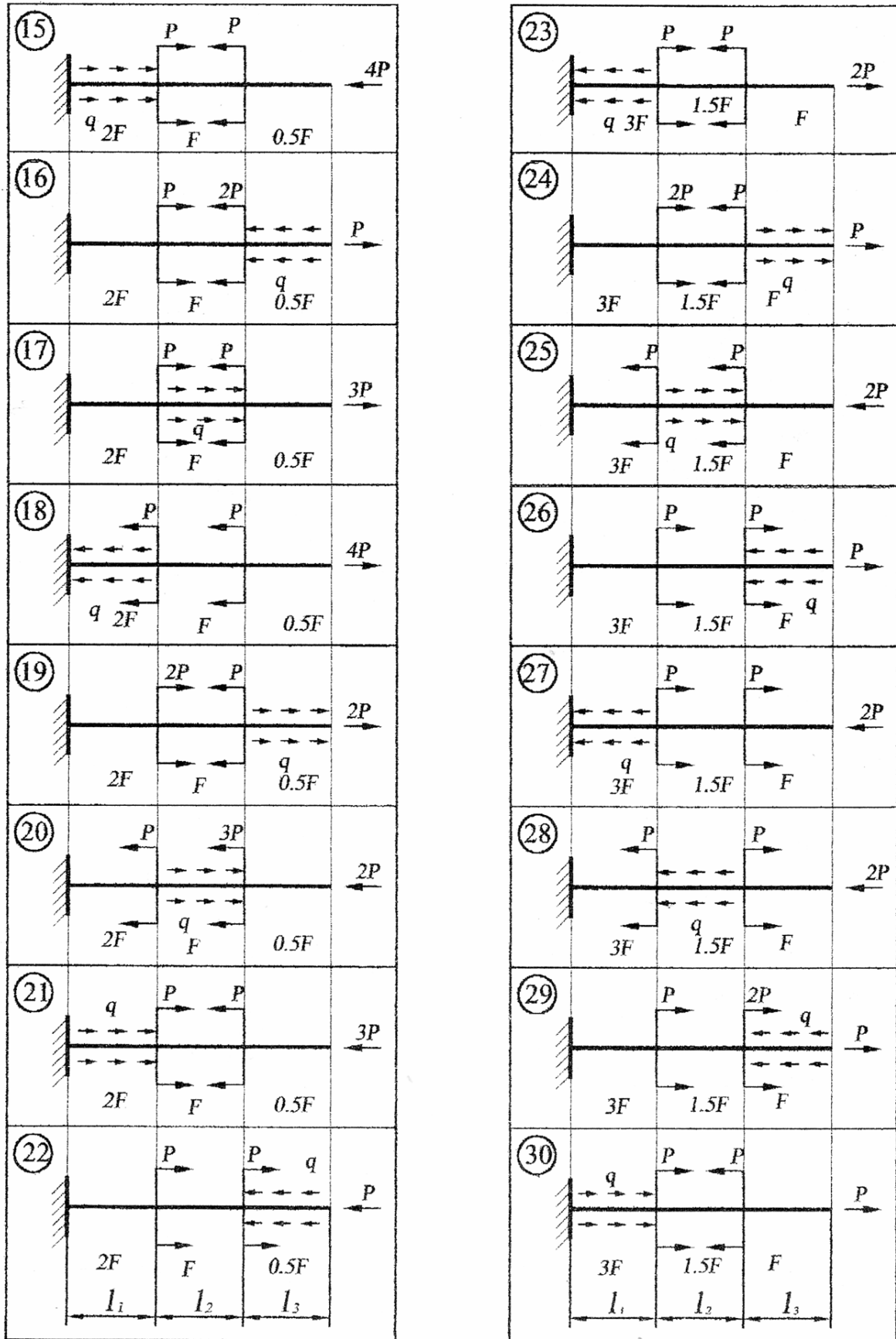


Рис. 1.1. Продолжение

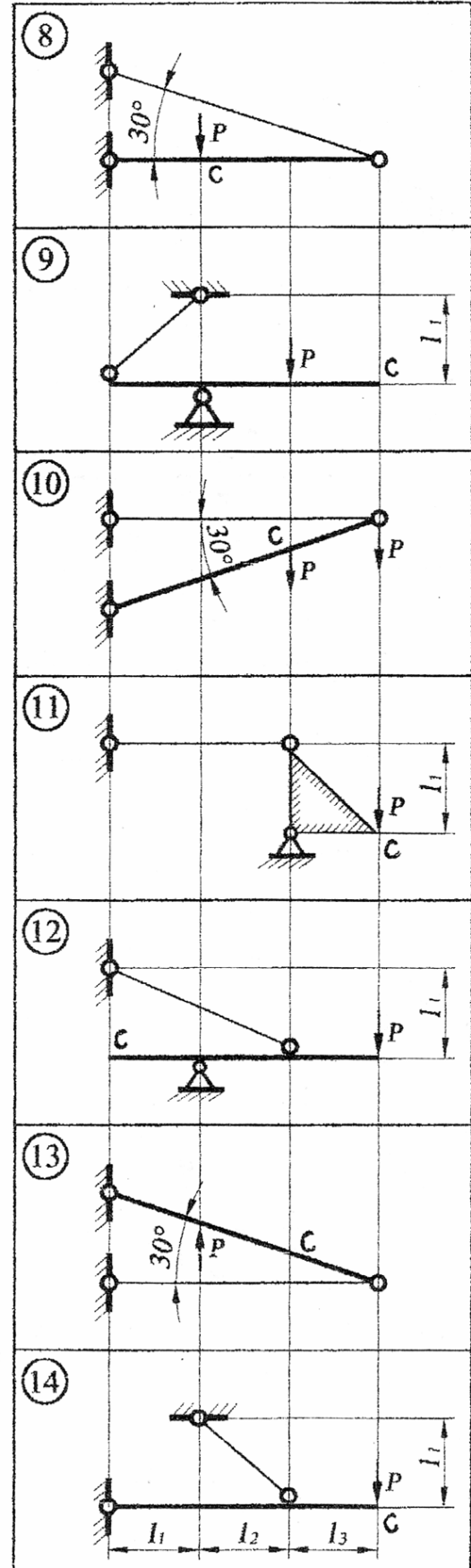
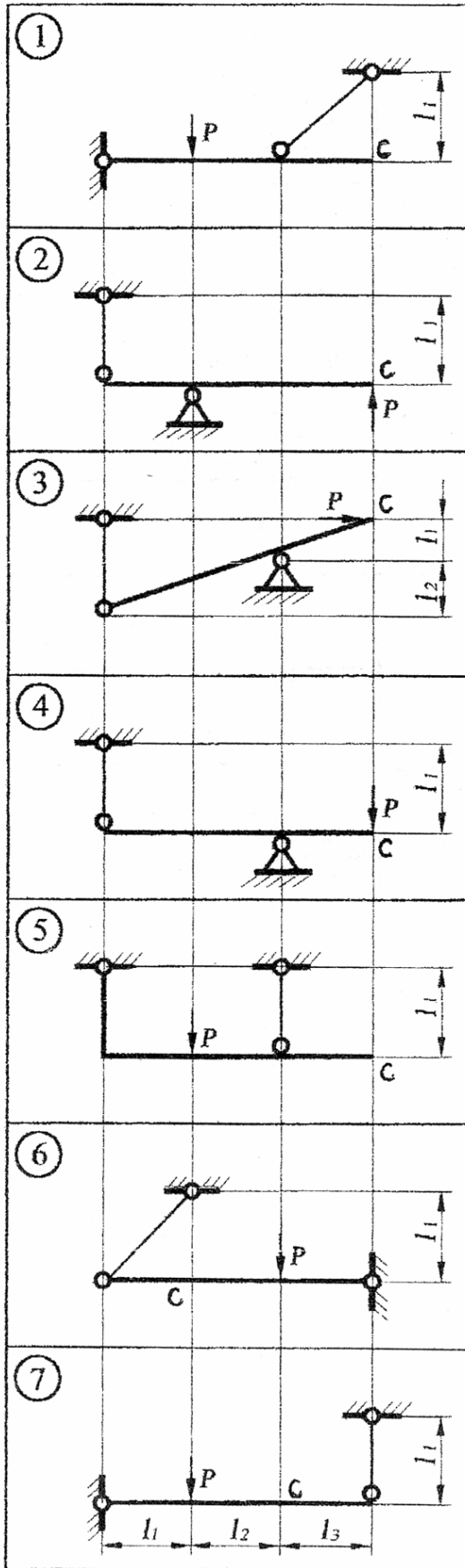


Рис. 1.2. Схемы к задаче 1.2

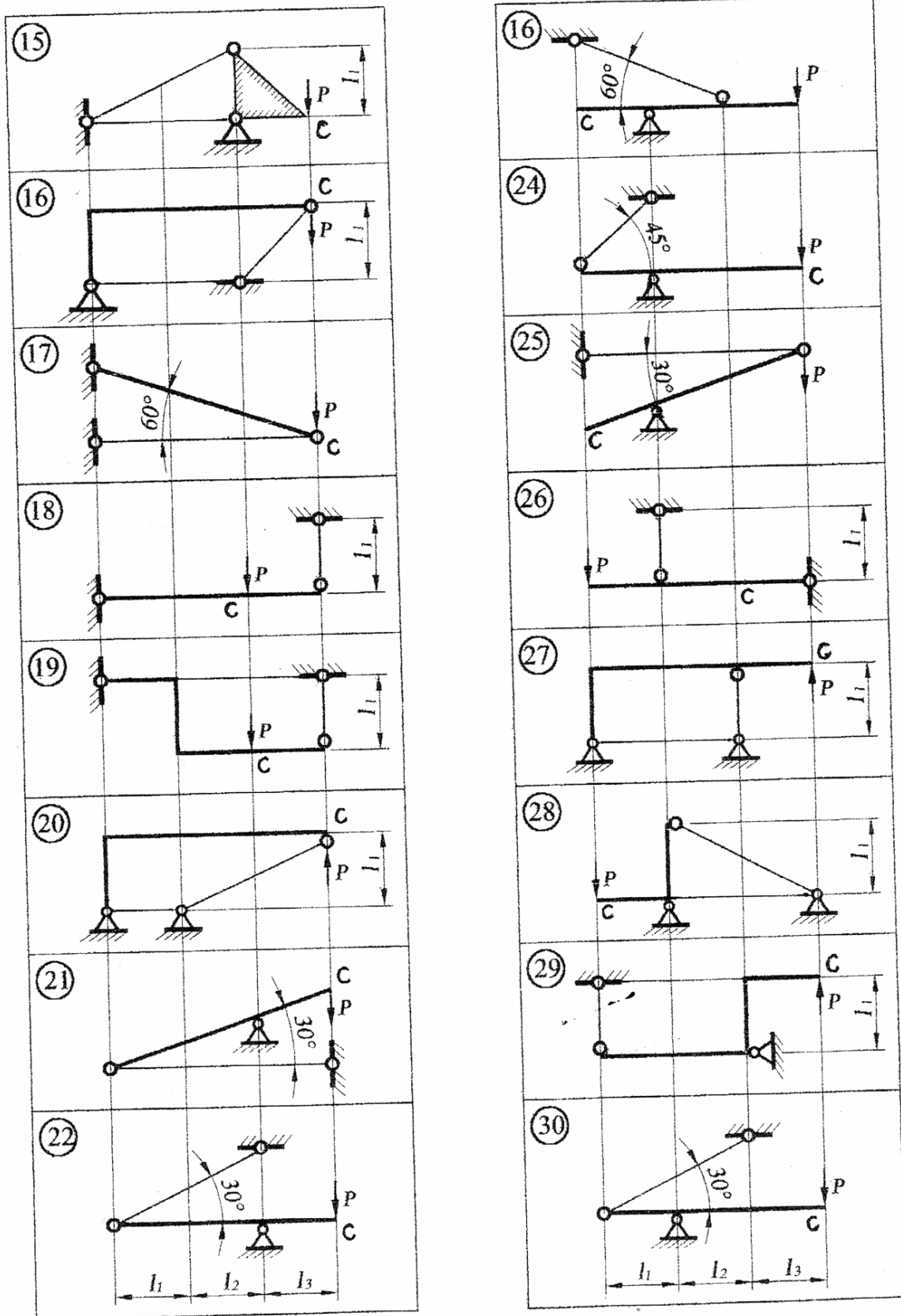


Рис. 1.2. Продолжение

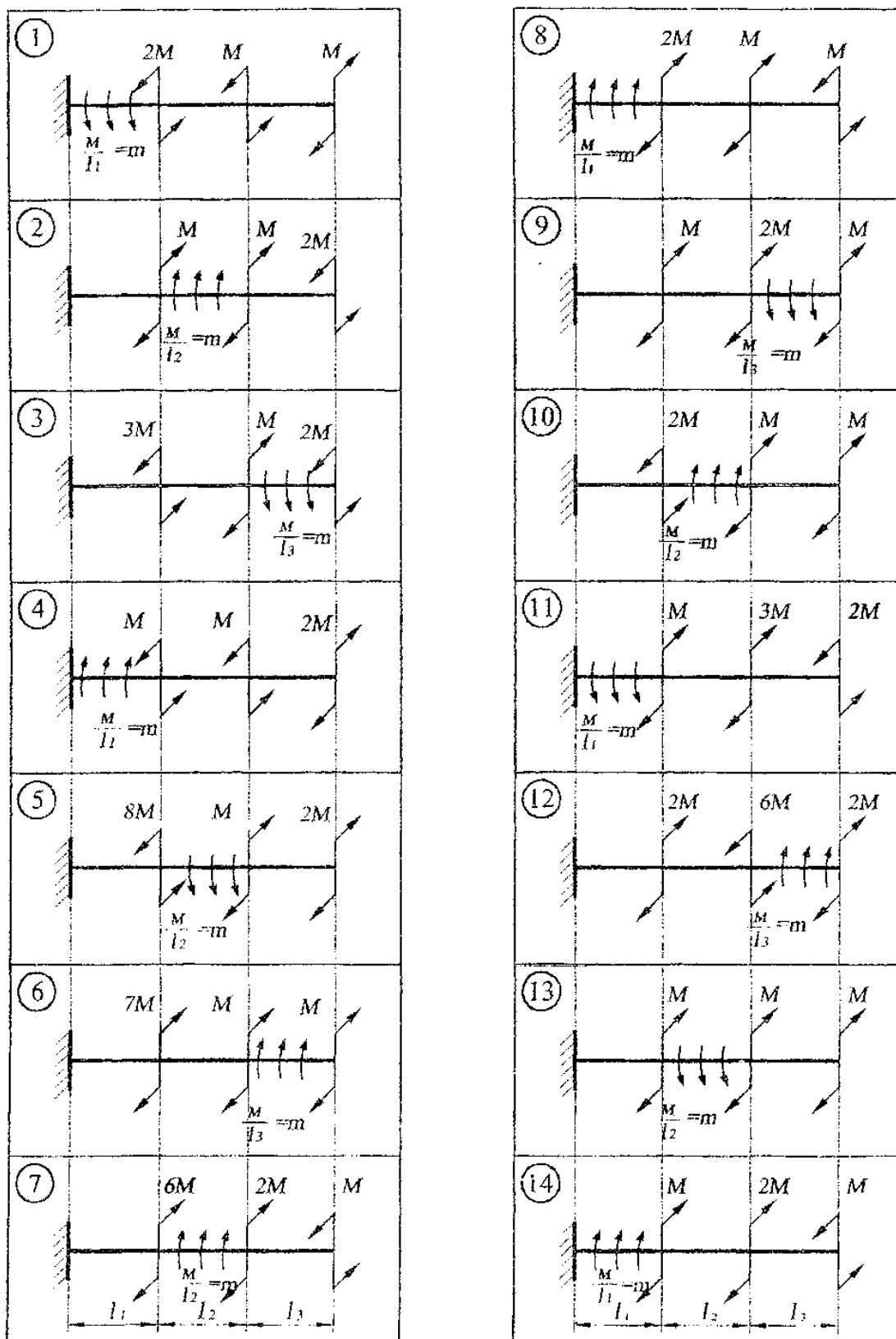


Рис. 1.3. Схемы к задаче 1.3

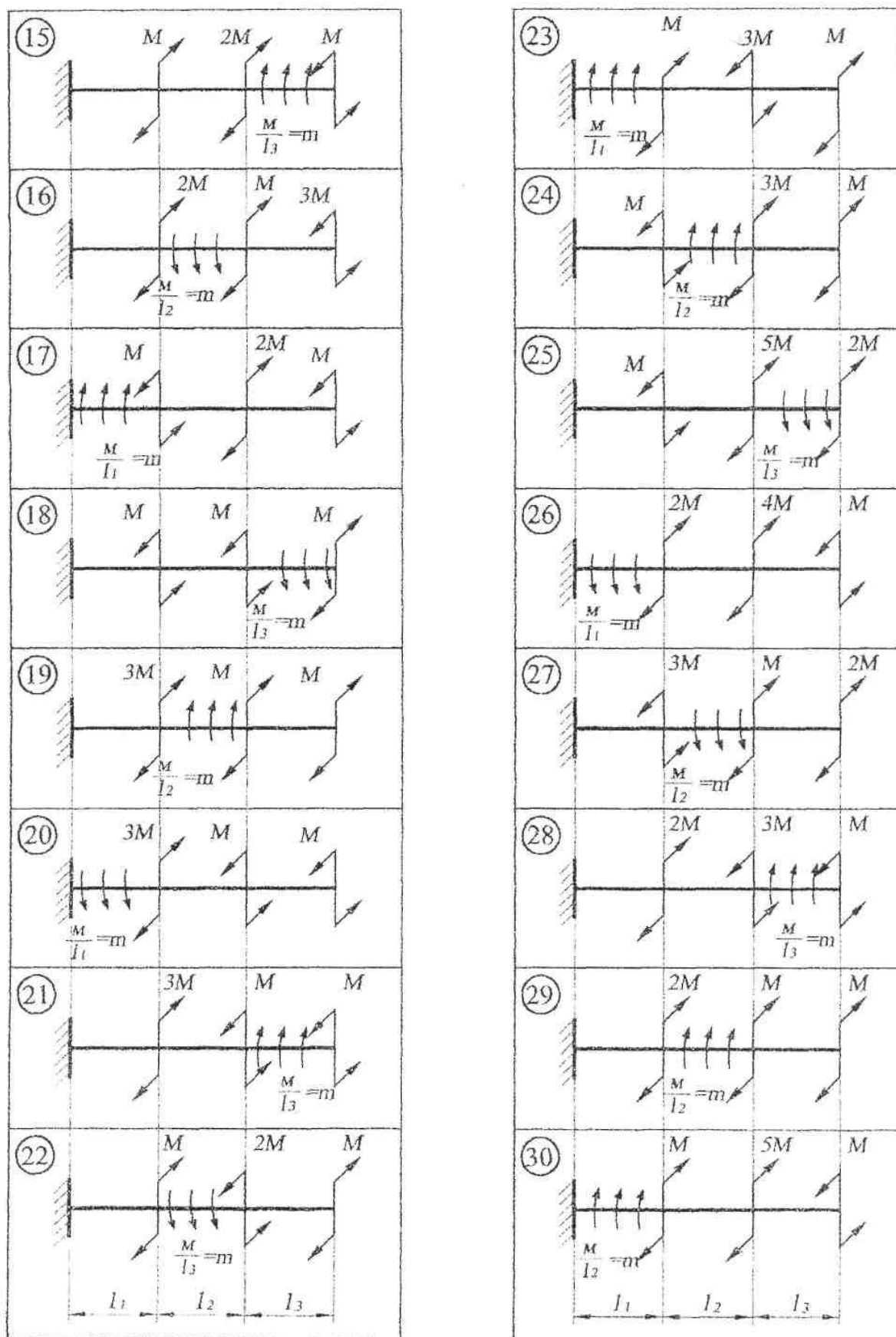


Рис. 1.3. Продолжение

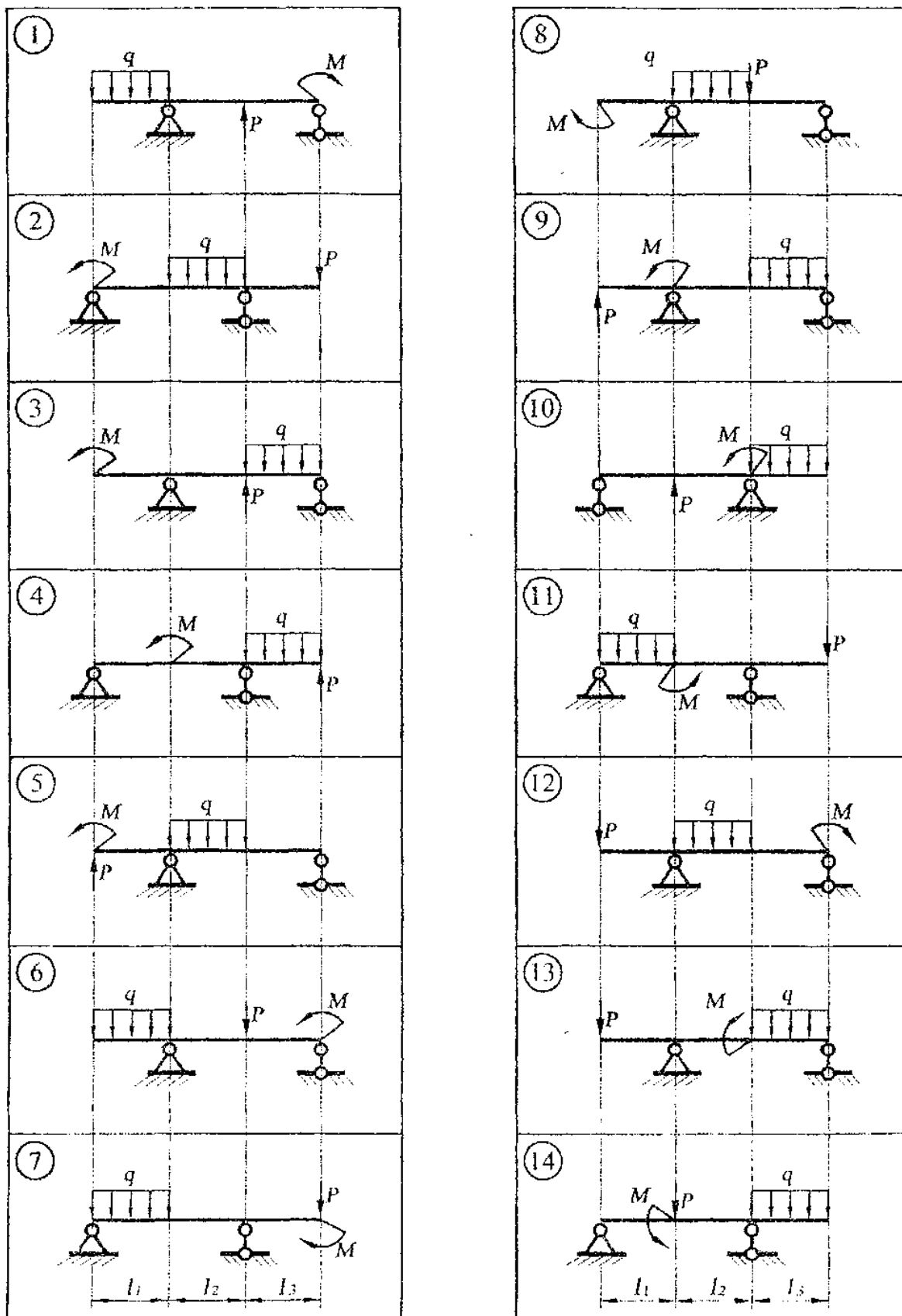


Рис. 1.4. Схемы к задаче 1.4

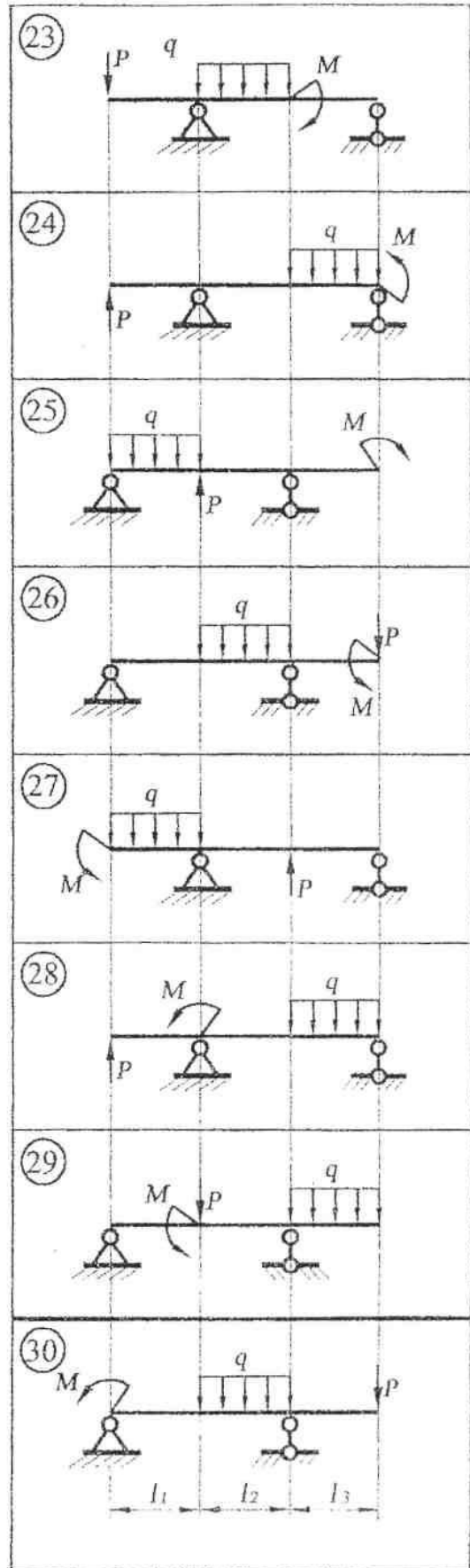
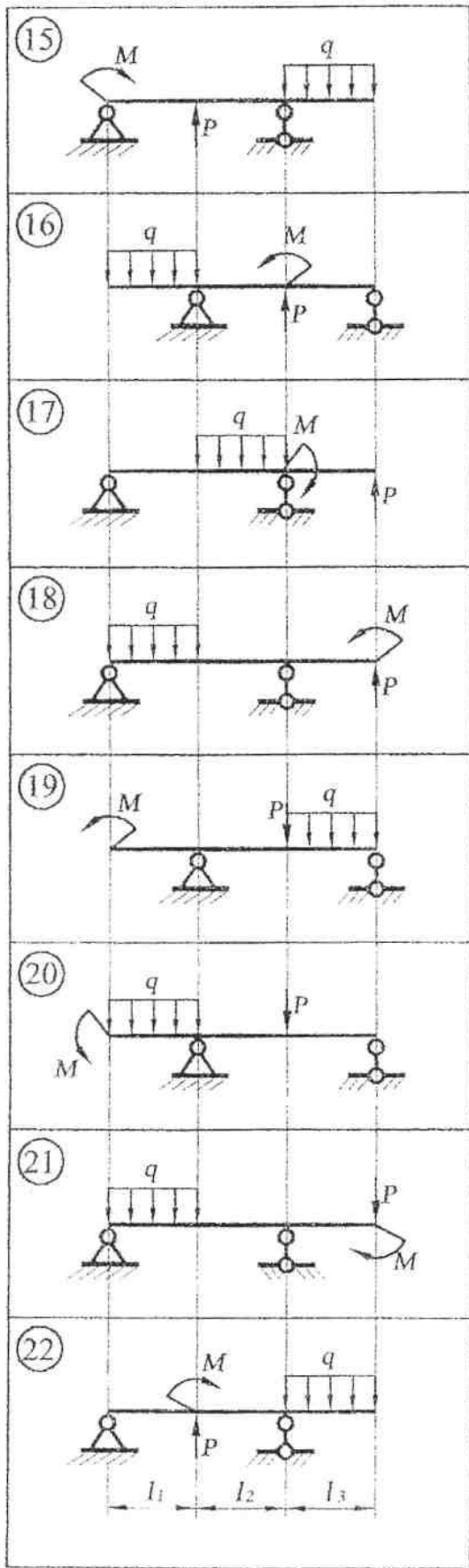


Рис. 1.4. Продолжение



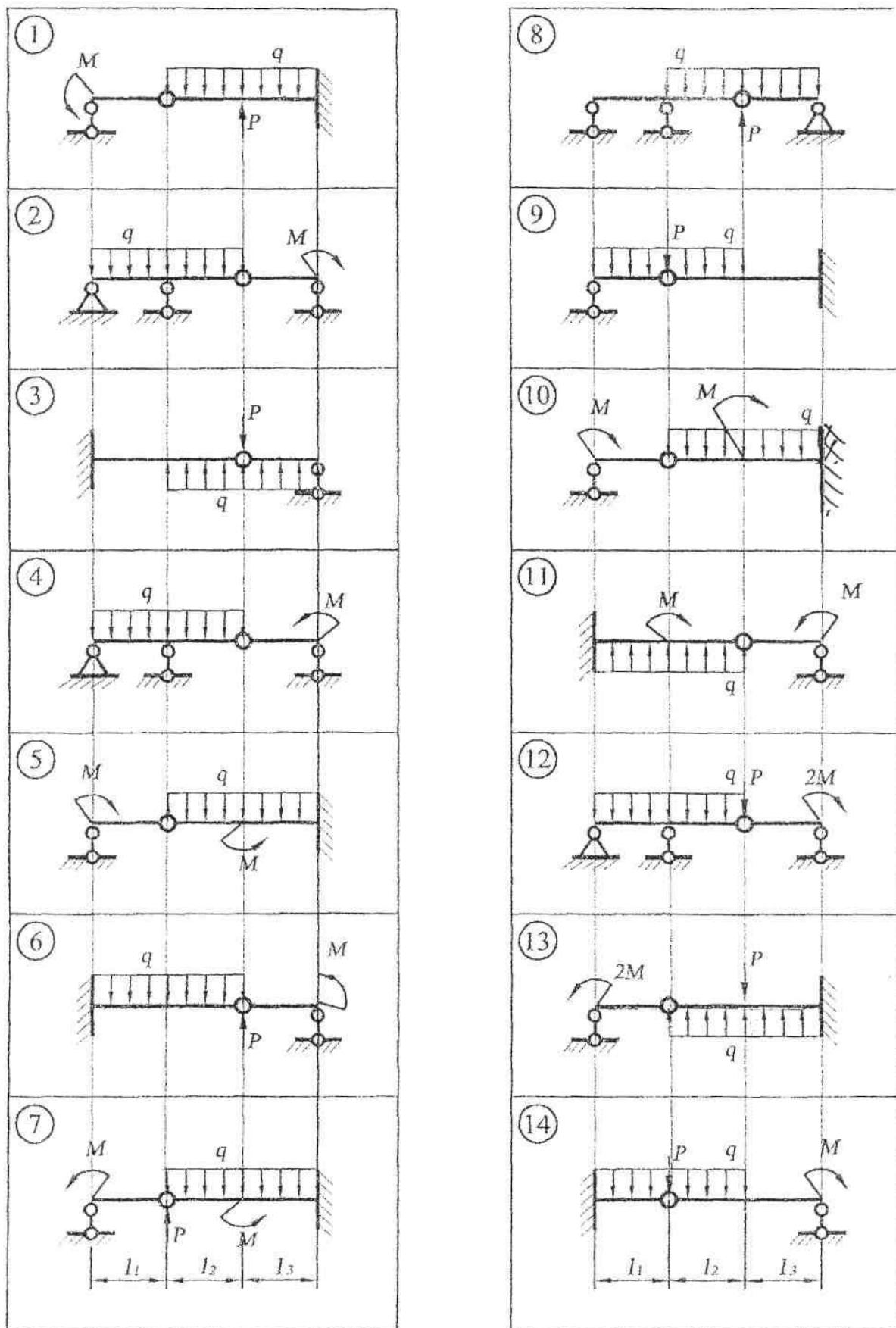


Рис. 1.5. Схемы к задаче 1.5

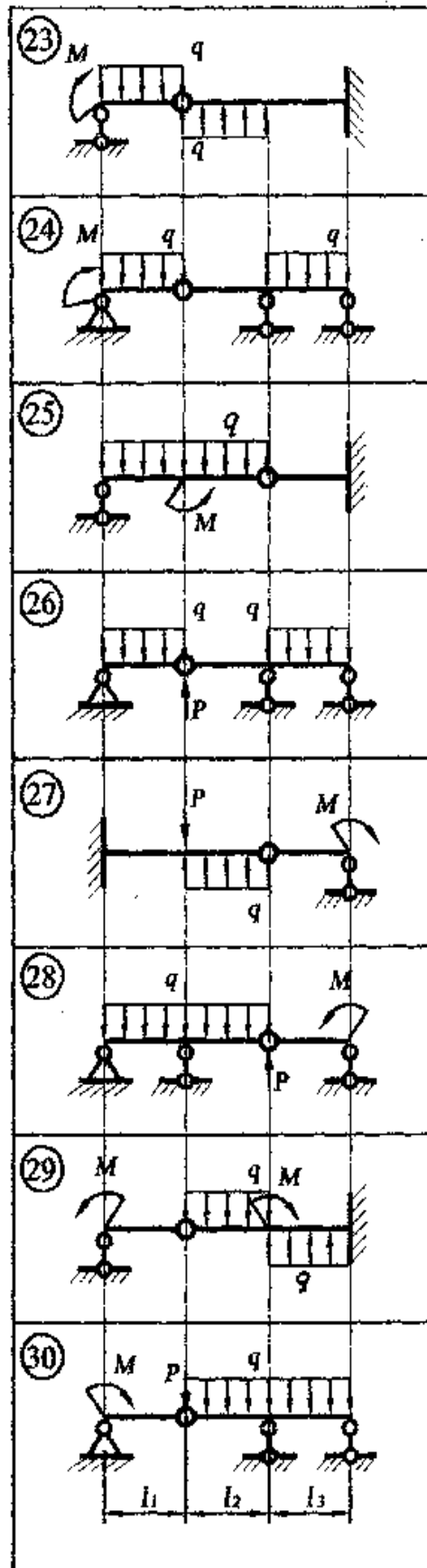
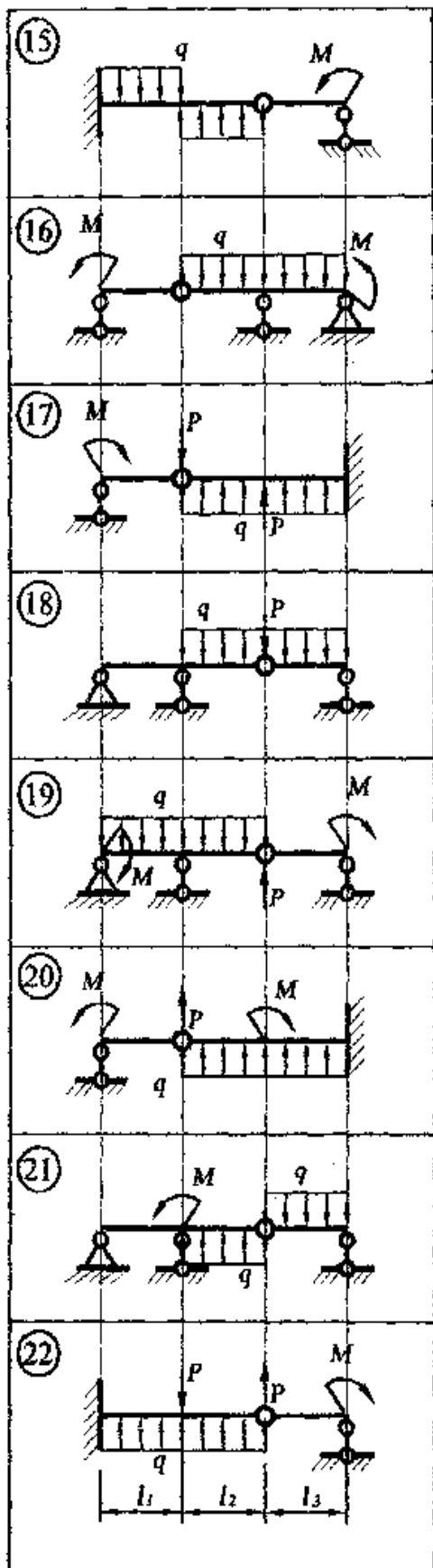


Рис. 1.5. Продолжение

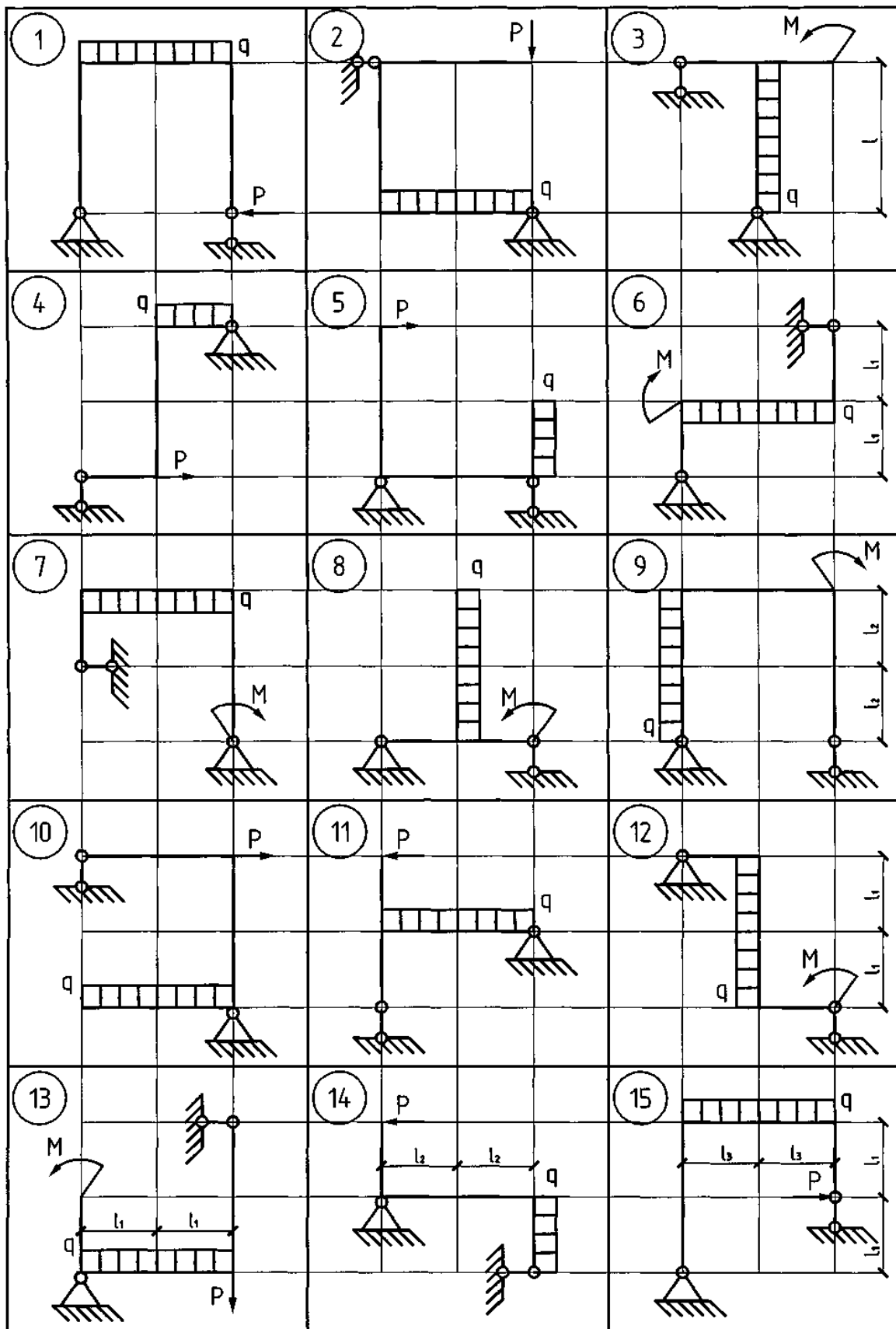


Рис. 1.6. Схемы к задаче 1.6

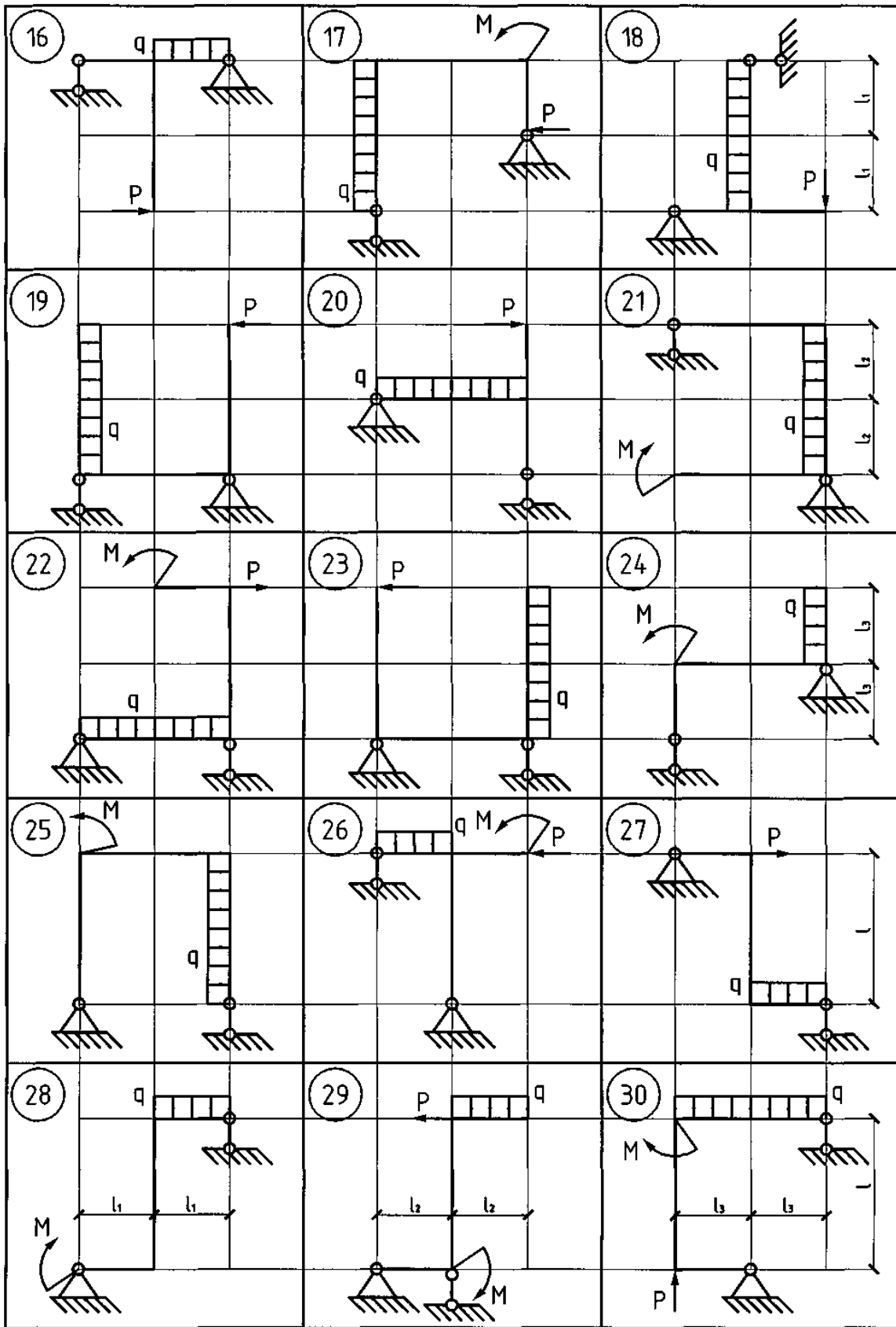


Рис. 1.6. Продолжение

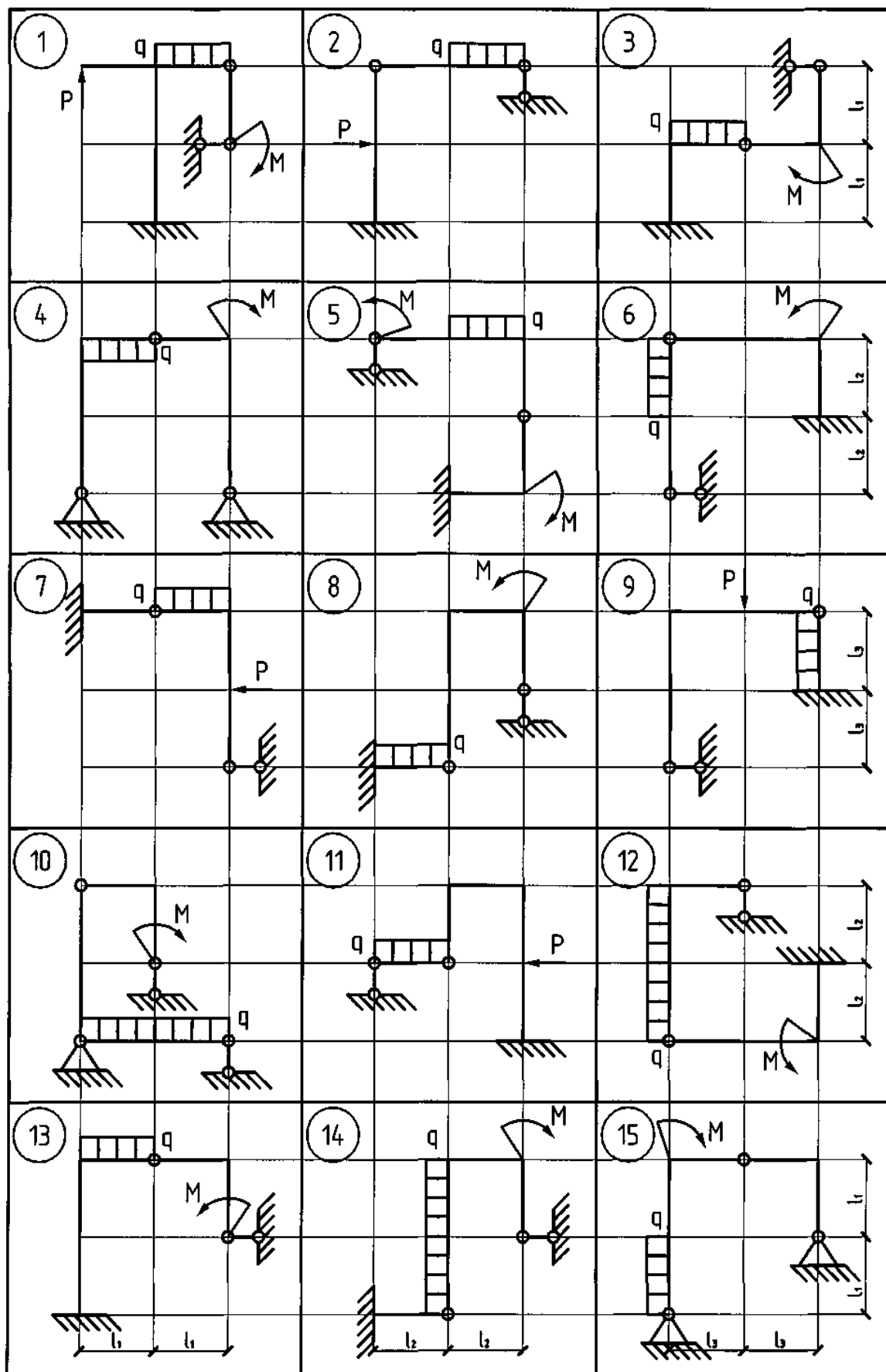


Рис. 1.7. Схемы к задаче 1.6. 2-я часть

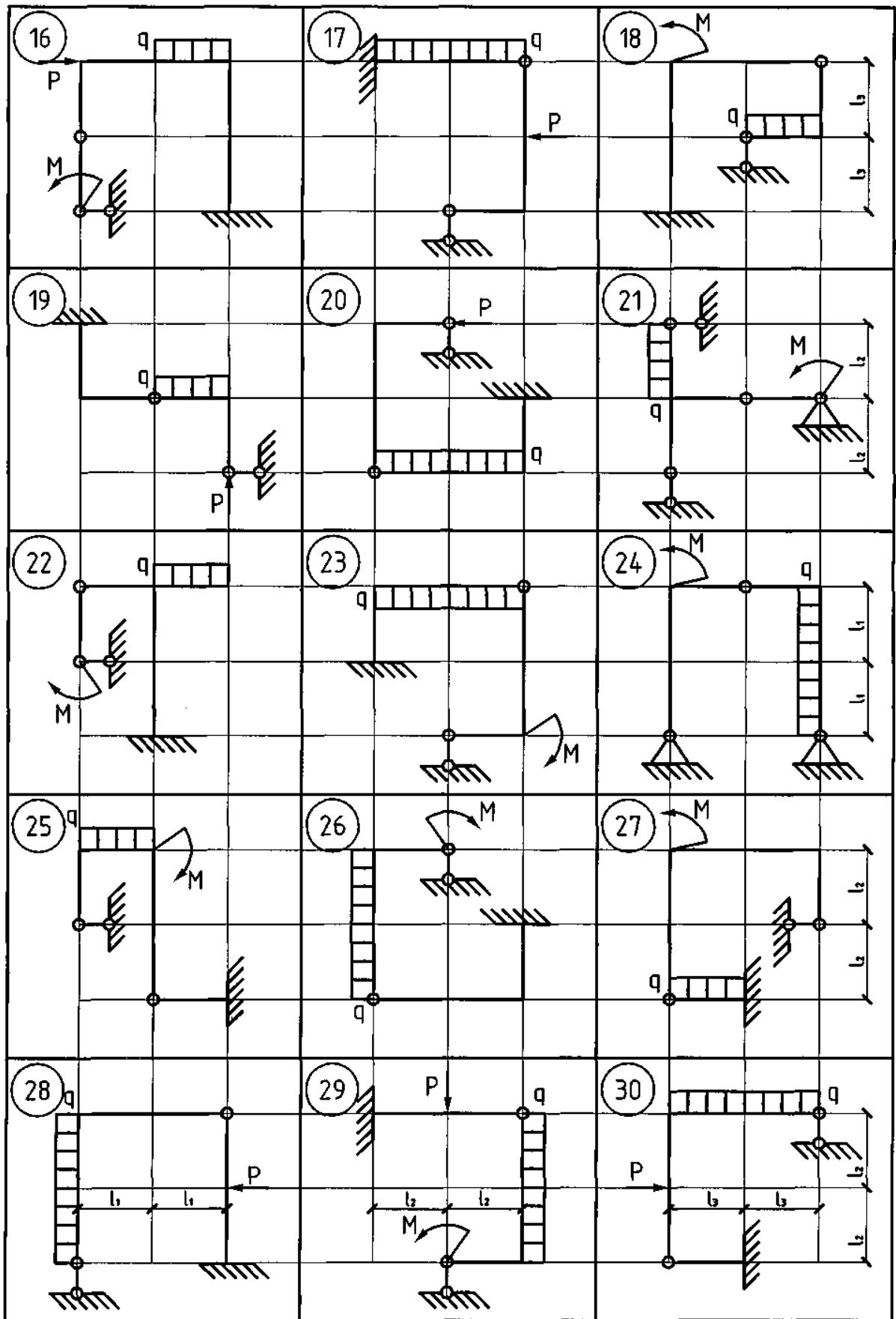


Рис. 1.7. Продолжение

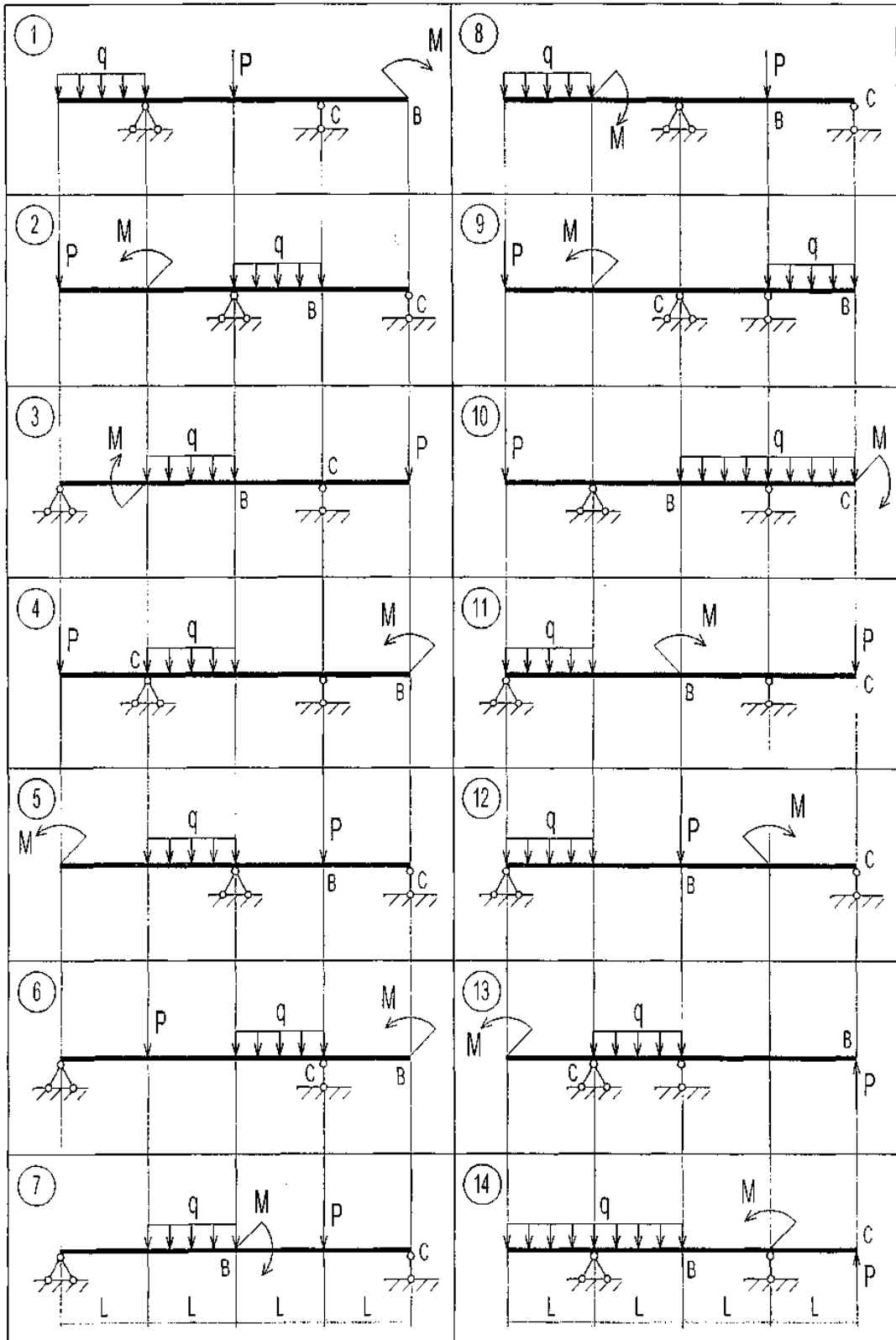


Рис. 1.8. Схемы к задаче 2.1

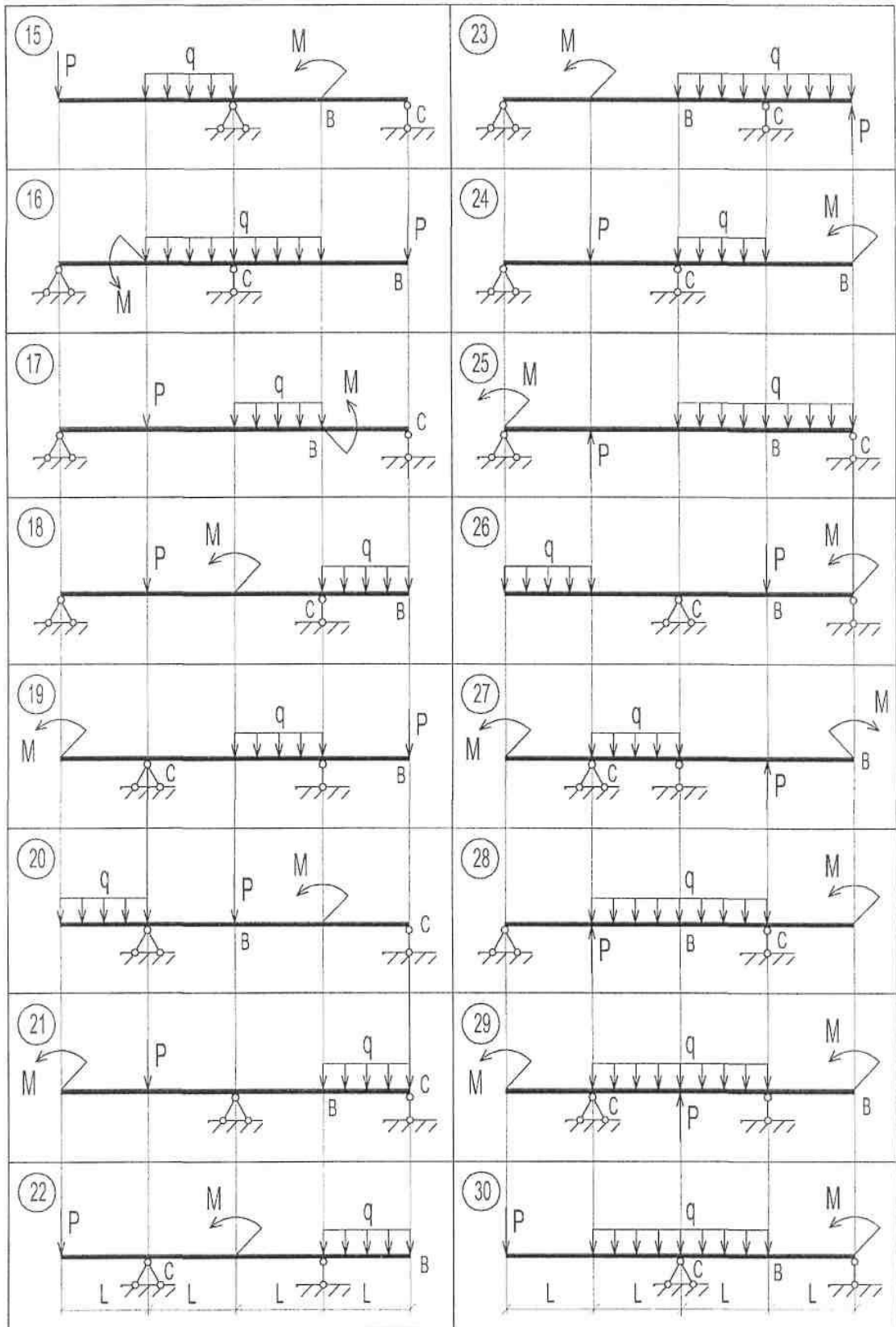


Рис. 1.8. Продолжение



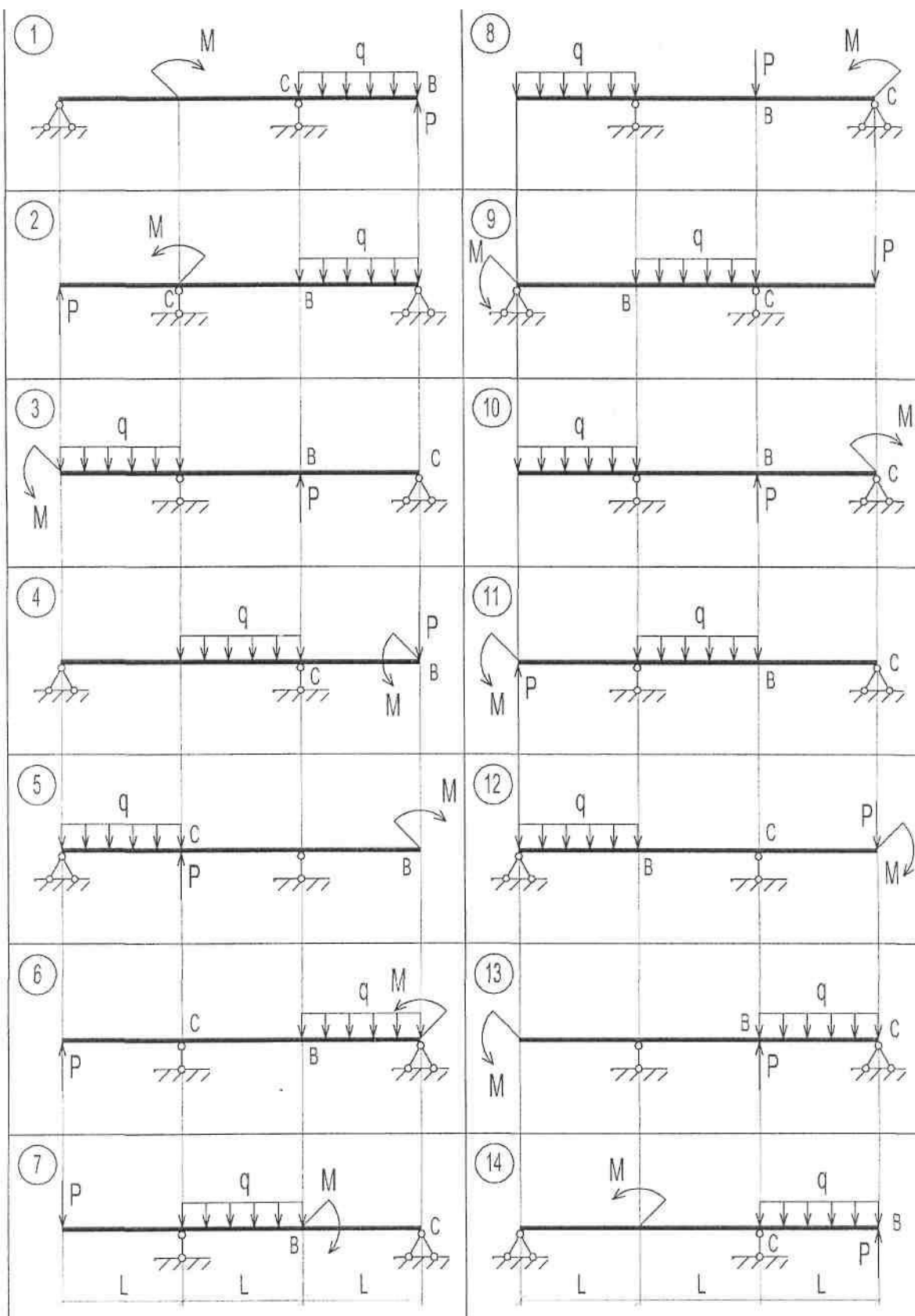


Рис. 1.9. Схемы к задаче 2.2

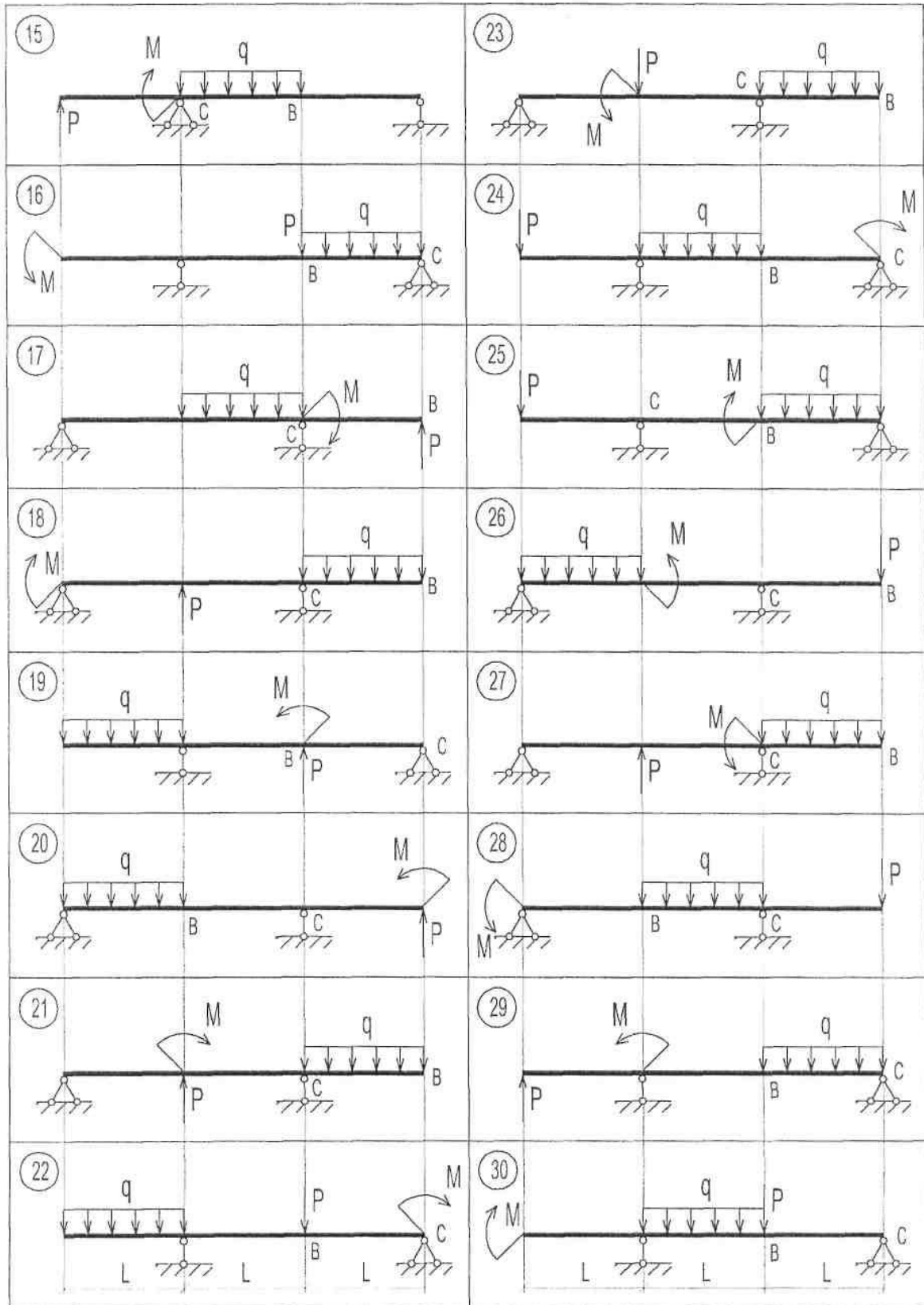


Рис. 1.9. Продолжение

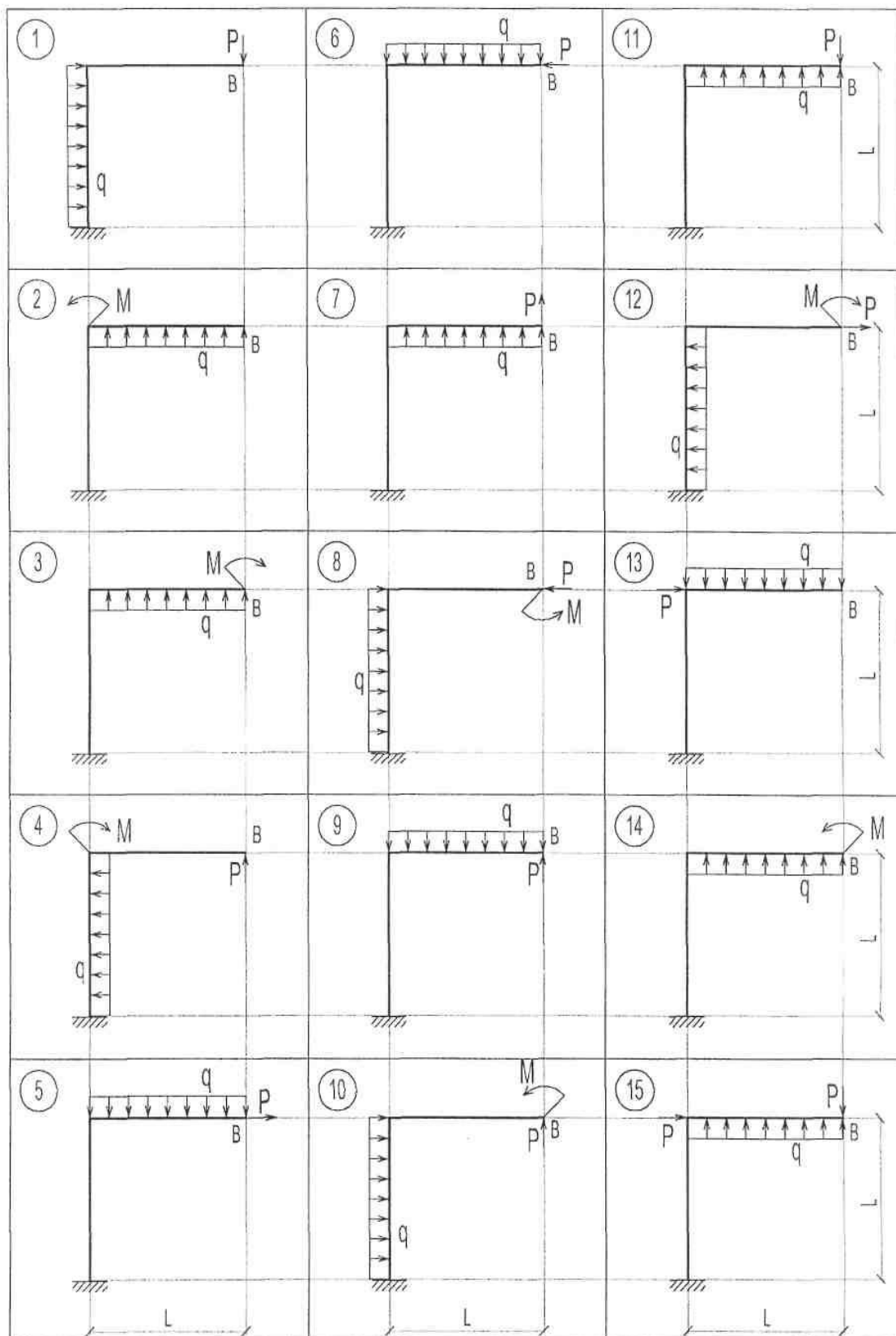


Рис. 1.10. Схемы к задаче 2.3

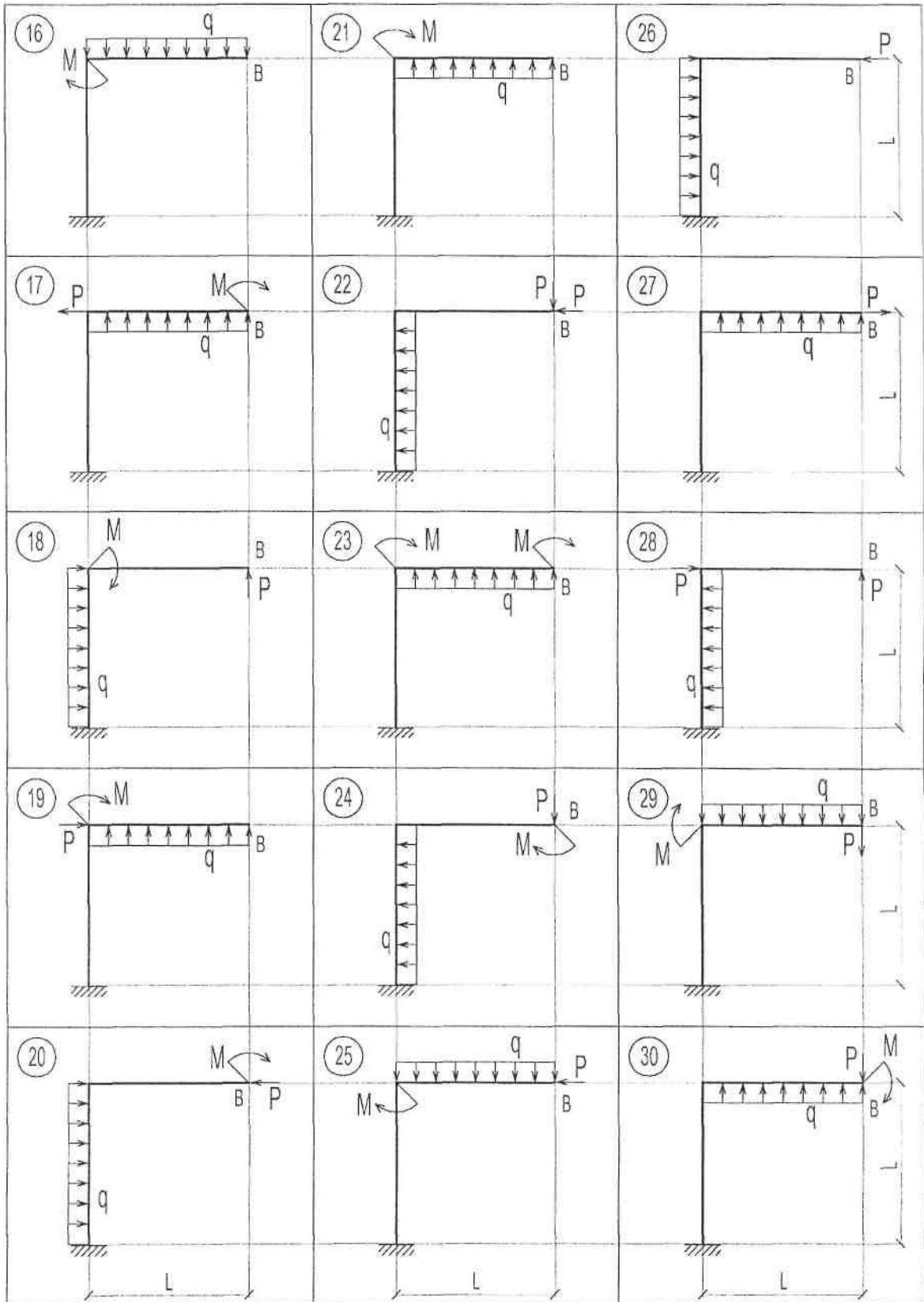


Рис. 1.10. Продолжение

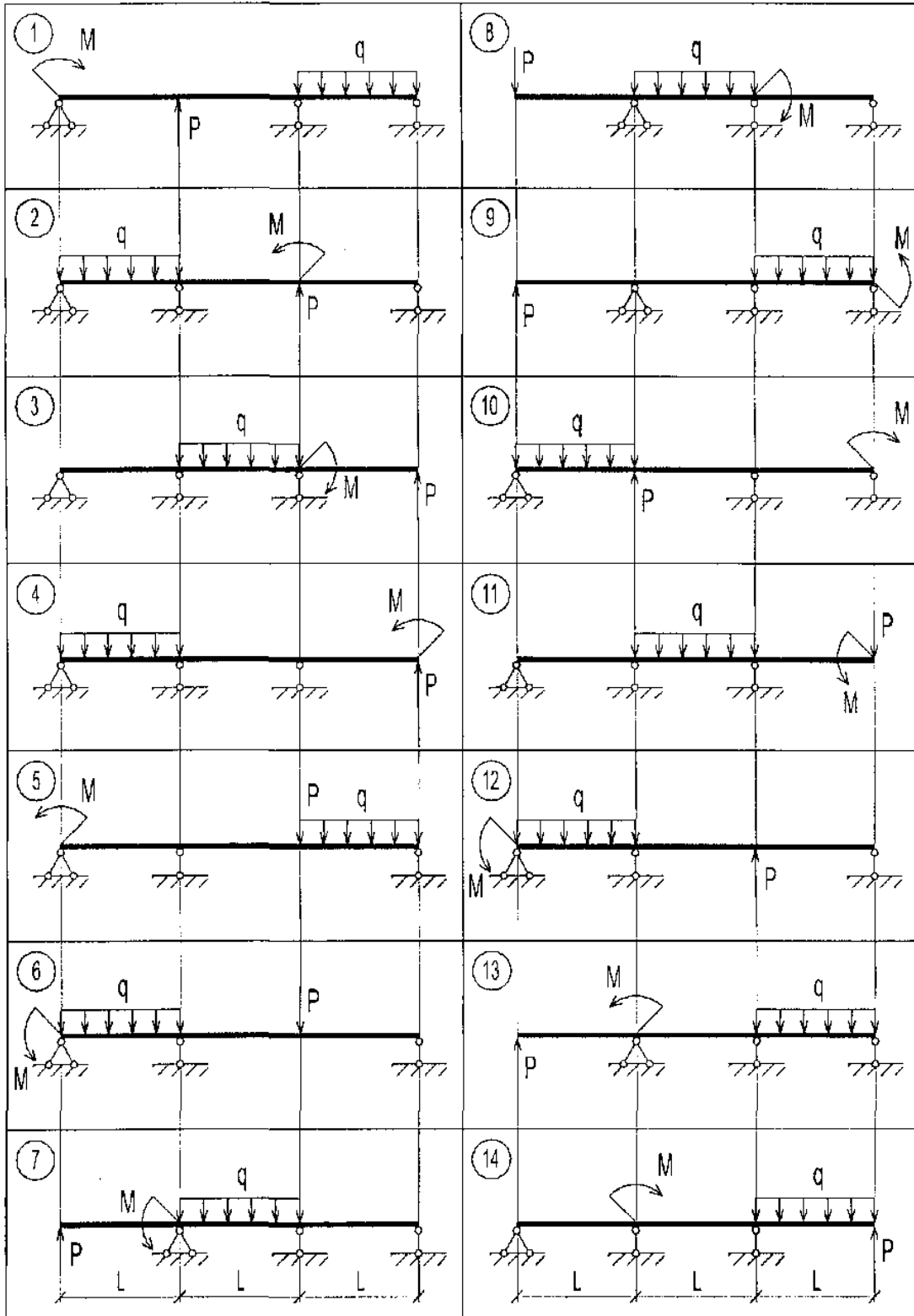


Рис. 1.11. Схемы к задаче 3.1

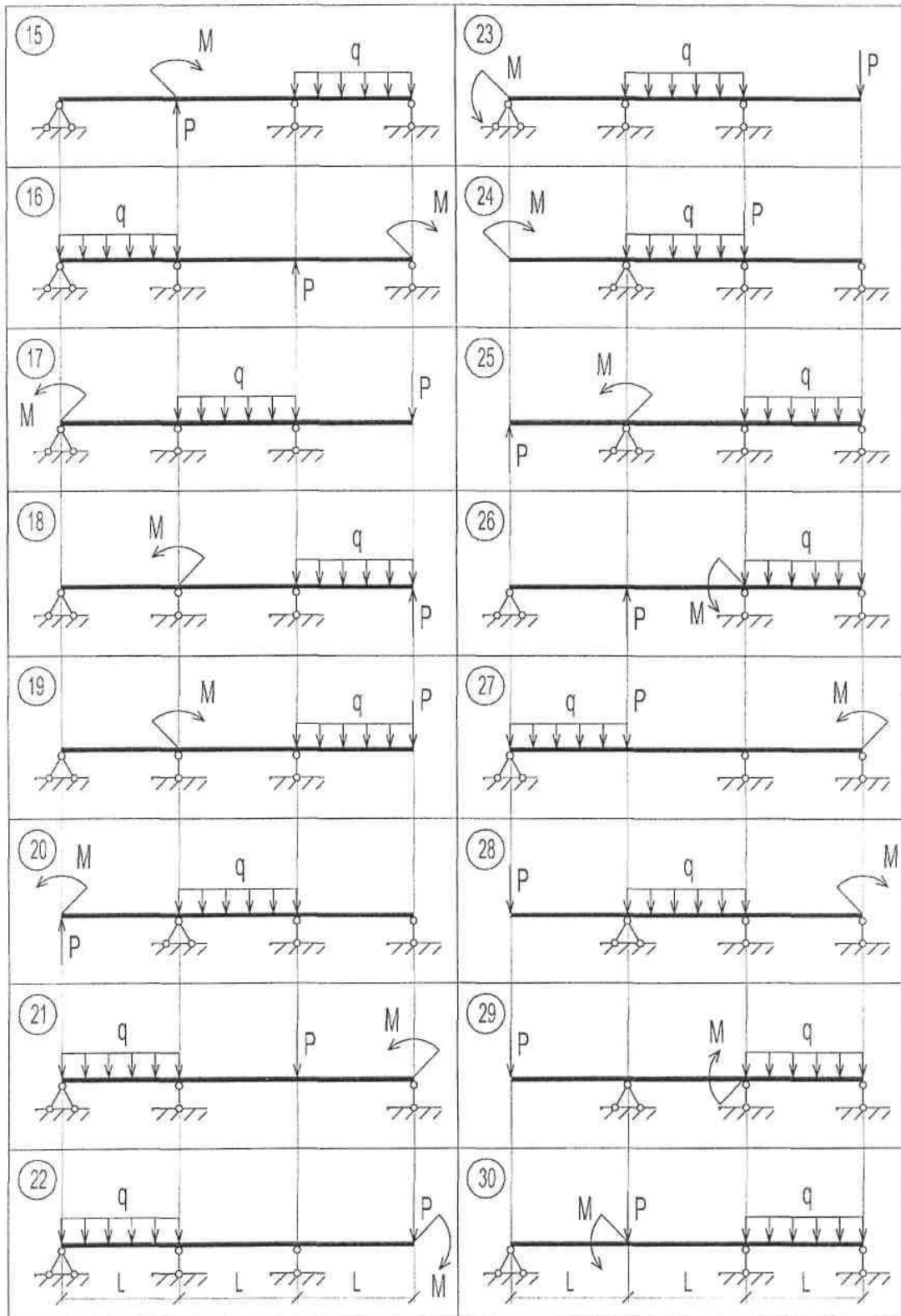


Рис. 1.11. Продолжение

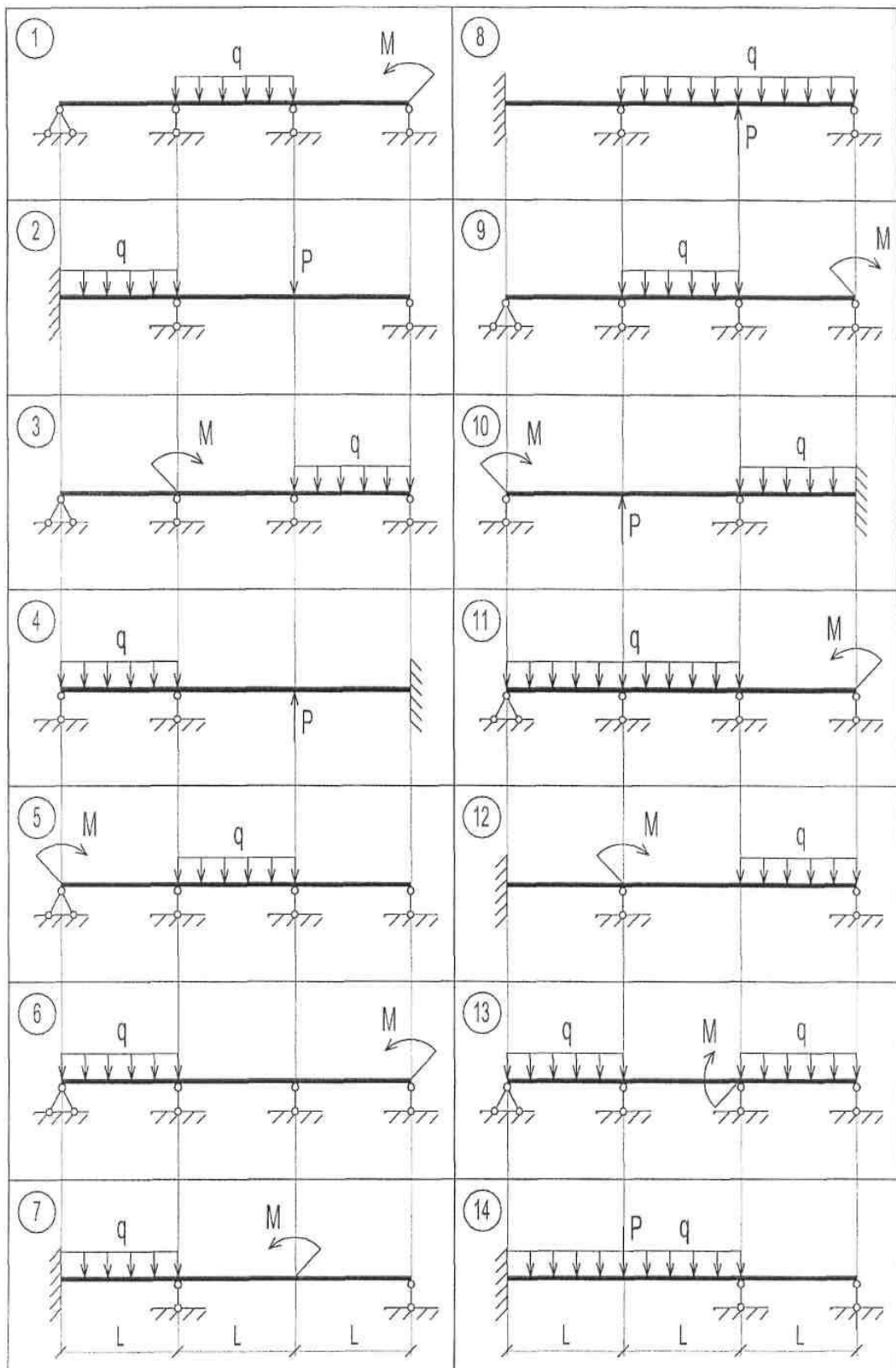


Рис. 1.12. Схемы к задаче 3.2

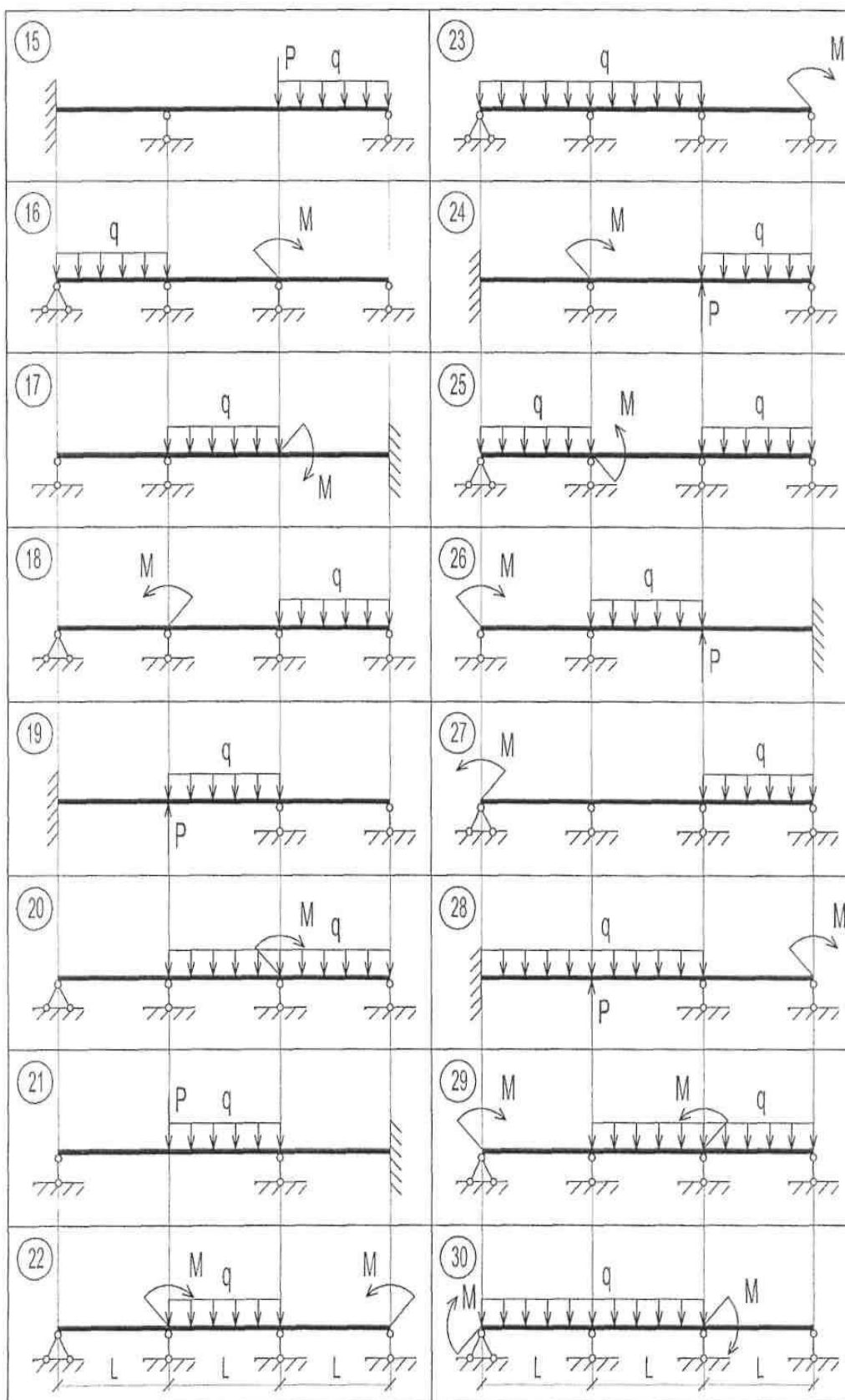


Рис. 1.12. Продолжение





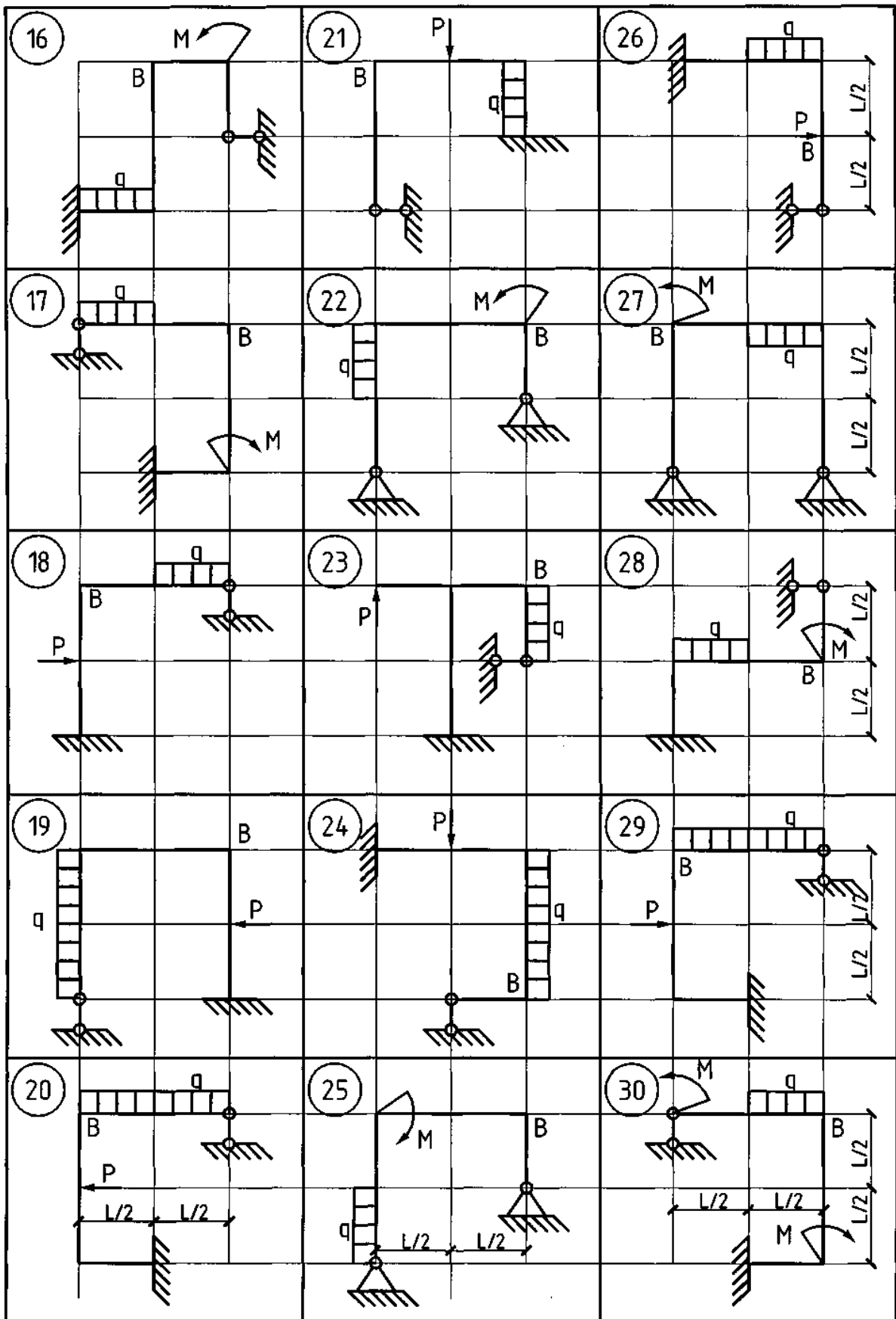


Рис. 1.13. Продолжение

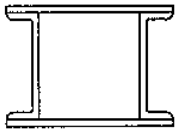
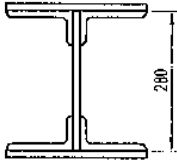
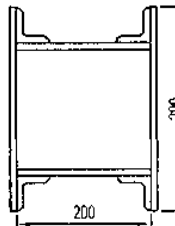
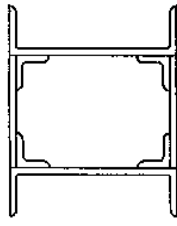
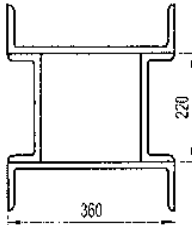
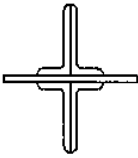
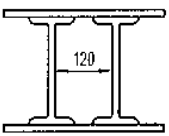

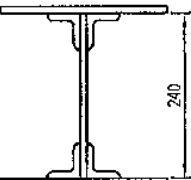
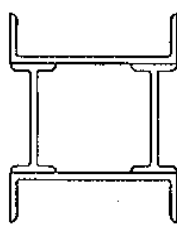
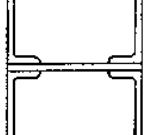
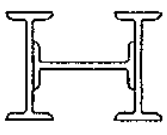
№ п/п	Схема поперечного сечения	Состав сечения	№ п/п	Схема поперечного сечения	Состав сечения
1		Два швеллера №16 Два листа 250 x 8 мм  Схема стержня №1	7		Четыре уголка 125 x 80 x 8 мм Два листа 260 x 6 мм Один лист 280 x 10 мм  Схема стержня №3
2		Четыре уголка 70 x 70 x 7 мм Два листа 200 x 6 мм Два листа 290 x 6 мм  Схема стержня №2	8		Четыре уголка 75 x 75 x 8 мм Два листа 200 x 10 мм Два швеллера №30  Схема стержня №1
3		Два швеллера №36 Два швеллера №22  Схема стержня №1	9		Четыре уголка 100 x 65 x 7 мм Один лист 220 x 12 мм  Схема стержня №4
4		Два двутавра №14 Два листа 240 x 8 мм  Схема стержня №3	10		Два швеллера №18 Двутавр №18  Схема стержня №2
5		Четыре уголка 100 x 100 x 10 мм Два листа 300 x 10 мм Один лист 240 x 10 мм  Схема стержня №1	11		Два швеллера №27 Два двутавра №20  Схема стержня №1
6		Четыре уголка 140 x 90 x 10 мм Один лист 240 x 10 мм  Схема стержня №2	12		Три двутавра №16  Схема стержня №2

Рис. 1.14. Схемы к задаче 4.1

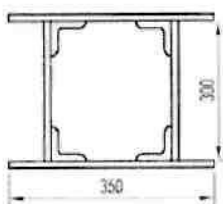
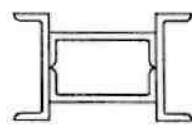
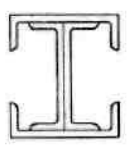

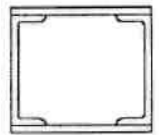
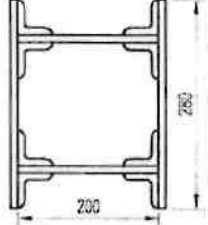
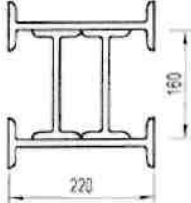
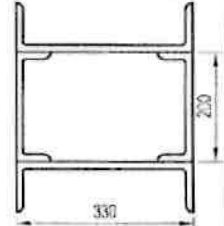
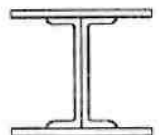
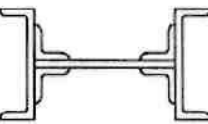
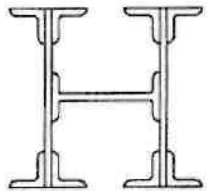
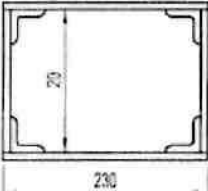
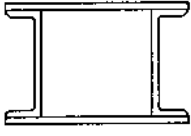
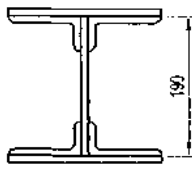
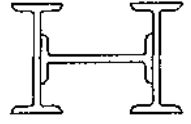
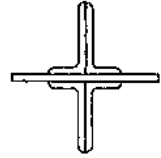
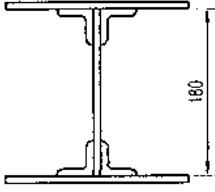
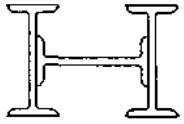
№ п/п	Схема поперечного сечения	Состав сечения	№ п/п	Схема поперечного сечения	Состав сечения
13		Четыре уголка 80 x 80 x 8 мм Два листа 300 x 12 мм Два листа 350 x 6 мм  Схема стержня №1	19		Четыре швеллера №24  Схема стержня №3
14		Четыре швеллера №27  Схема стержня №3	20		Два швеллера №12 Два двутавра №14  Схема стержня №4
15		Два швеллера №14 Два листа 160 x 6 мм  Схема стержня №4	21		Восемь уголков 40 x 40 x 5 мм Два листа 200 x 10 мм Два листа 280 x 10 мм  Схема стержня №4
16		Два двутавра №16 Два двутавра №22  Схема стержня №1	22		Два швеллера №33 Два швеллера №20  Схема стержня №1
17		Два швеллера №14 Два листа 180 x 8 мм  Схема стержня №4	23		Четыре уголка 90 x 90 x 7 мм Два швеллера №22 Один лист 310 x 10 мм  Схема стержня №2
18		Восемь уголков 50 x 50 x 5 мм Два листа 240 x 10 мм Двутавр №18  Схема стержня №2	24		Четыре уголка 60 x 60 x 6 мм Два листа 230 x 8 мм Два листа 200 x 6 мм  Схема стержня №3

Рис. 1.14. Продолжение

№ п/п	Схема поперечного сечения	Состав сечения	№ п/п	Схема поперечного сечения	Состав сечения
25		Два швеллера №18а Два листа 230 x 12 мм  Схема стержня №2	28		Четыре уголка 80 x 50 x 5 мм Два листа 170 x 8 мм Один лист 190 x 10 мм  Схема стержня №2
26		Три двугавра №20  Схема стержня №1	29		Четыре уголка 75 x 50 x 7 мм Один лист 150 x 6 мм  Схема стержня №2
27		Четыре уголка 65 x 65 x 6 мм Два листа 120 x 6 мм Один лист 180 x 6 мм  Схема стержня №3	30		Три двугавра №27  Схема стержня №1

### Схемы закрепления стержней

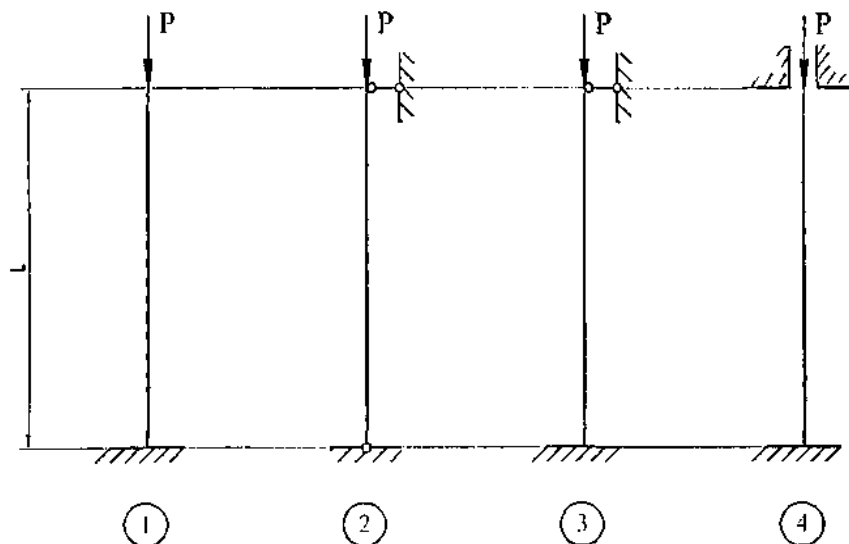


Рис. 1.14. Продолжение

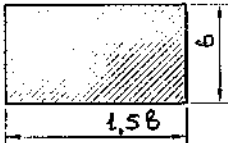

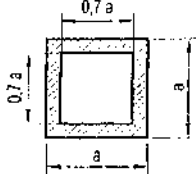
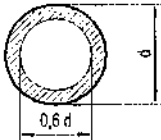
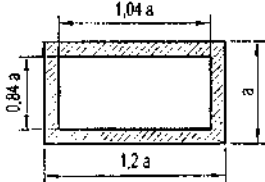
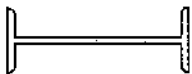
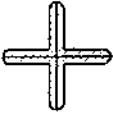
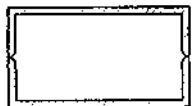
№ п/п	№ вар.	Вид поперечного сечения стержня	Материал стержня	$[\sigma]$ , МПа	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая сила, кН
1	1		Дерево	10	1	1,6	60
	2				3,0	90	
	3				4,0	120	
	4				4,0	150	
2	5		Дерево	10	1	2,0	180
	6				3,6	140	
	7				5,0	250	
	8				5,0	400	
3	9		Чугун	120	1	2,8	1100
	10				5,2	1200	
	11				4,8	800	
	12				4,5	900	
4	13		Чугун	120	1	3,2	900
	14				4,8	850	
	15				3,8	600	
	16				4,2	700	
5	17		Сталь Ст.5	180	1	2,4	1000
	18				3,2	380	
	19				3,6	700	
	20				8,0	800	
6	21		Сталь Ст.3	160	1	2,2	250
	22				3,6	280	
	23				4,5	650	
	24				5,0	1200	
7	25		Сталь Ст.3	160	2	3,0	200
	26				3	4,0	300
	27				4	5,0	400
8	28		Сталь Ст.3	160	2	3,3	250
	29				3	3,8	300
	30				4	4,0	400

Рис. 1.15. Схемы к задаче 4.2

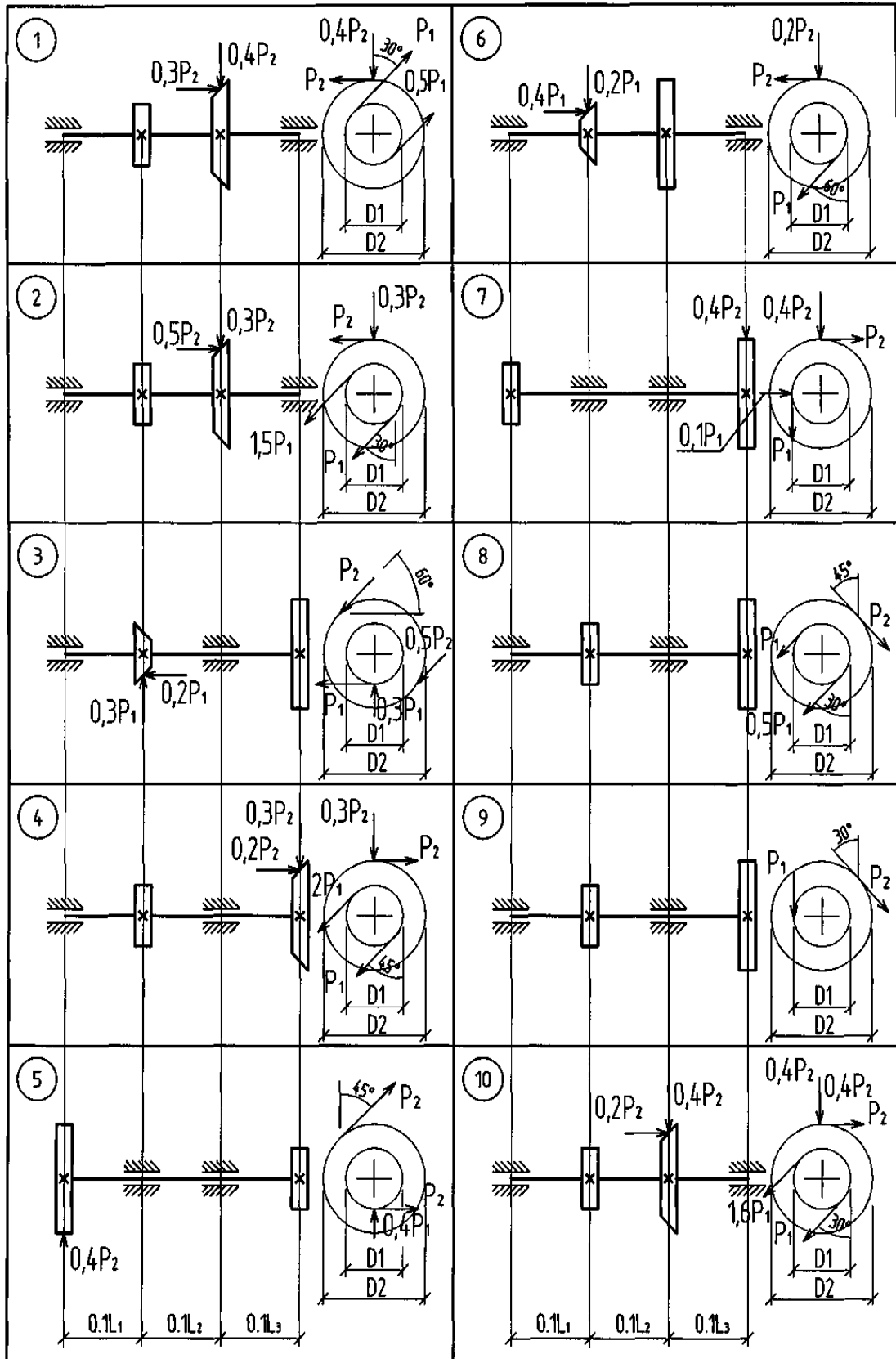


Рис. 1.16. Схемы к задаче 5.1

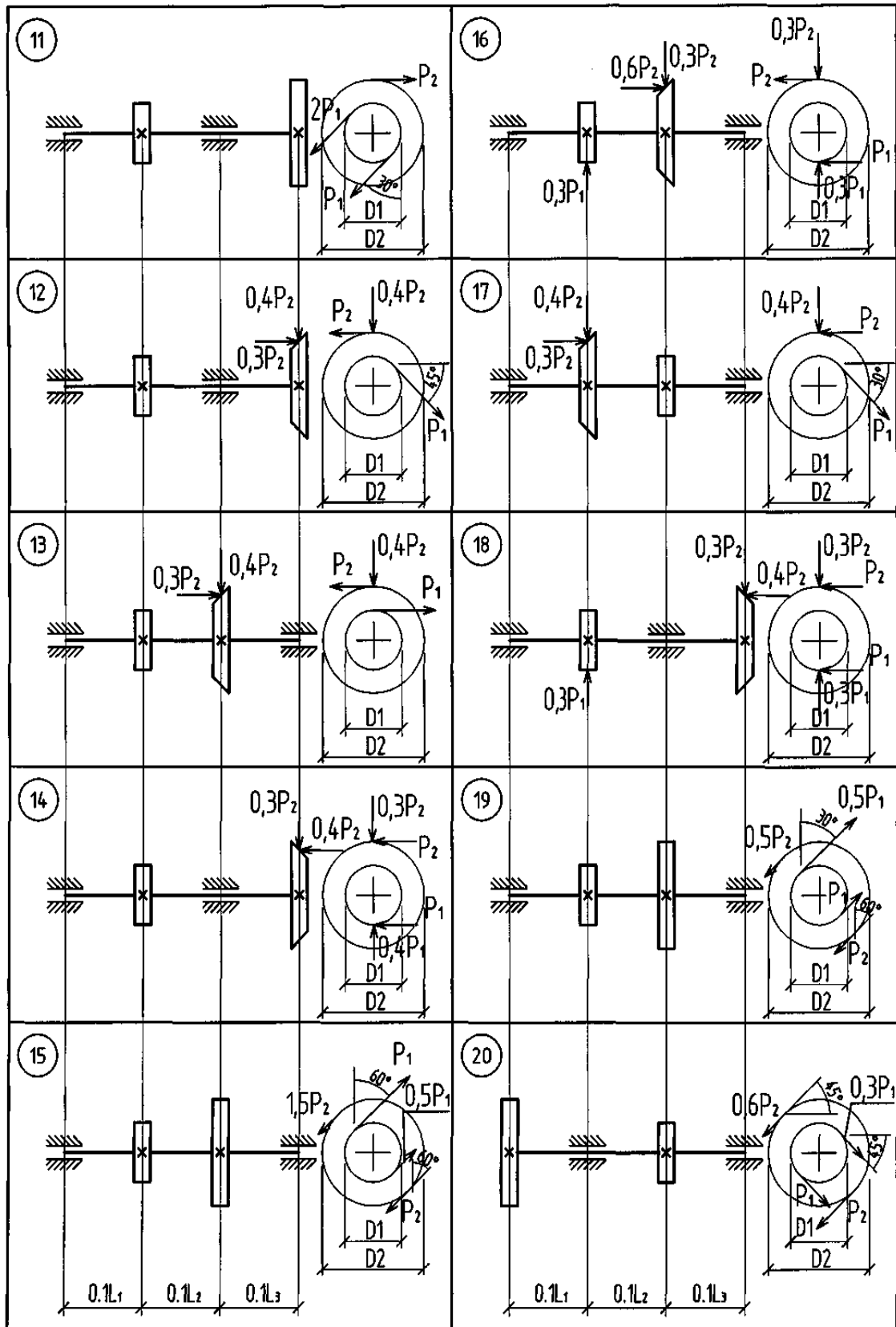


Рис. 1.16. Продолжение



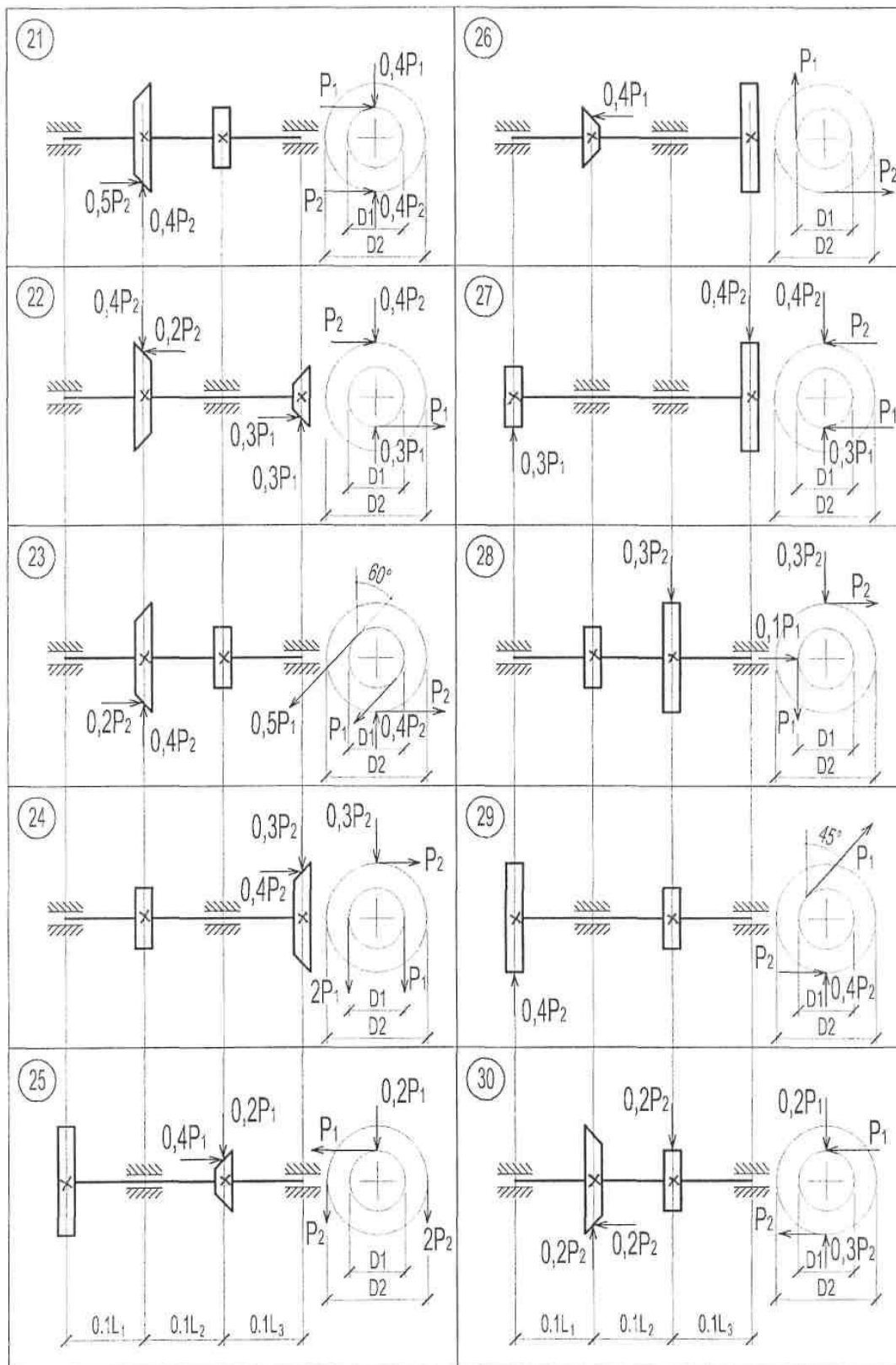


Рис. 1.16. Продолжение

## II. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

### 2.1. Экспериментальные основы сопротивления материалов

#### Лабораторная работа № 1

#### Испытание материалов на растяжение и определение их основных механических характеристик

##### Цель работы.

1. Ознакомление с испытательной машиной и методикой испытания на растяжение по ГОСТ 1497–84 «Методы испытания на растяжение».
2. Проведение испытания на растяжение и изучение поведения образца вплоть до разрушения.
3. Определение основных механических характеристик материала по результатам испытания.

**Краткие теоретические сведения.** Испытания на растяжение являются основным и наиболее распространенным методом исследования и контроля механических свойств материалов. Данные испытания регламентируются ГОСТ 1497–84 «Методы испытания на растяжение», который содержит основные требования к испытательным машинам, необходимые указания о форме и размерах образцов, определение основных механических характеристик материала и порядок проведения испытаний. Полученные в результате опыта характеристики позволяют судить о прочности материалов при статическом нагружении и считаются основными при расчетах деталей машин, элементов конструкций и сооружений на прочность.

В процессе испытания графопостроитель вычерчивает диаграмму растяжения образца в координатах  $P$  (нагрузка) –  $\Delta l$  (удлинение). Примерный вид диаграммы для пластичного материала (малоуглеродистой стали) показан на рис. 2.1.

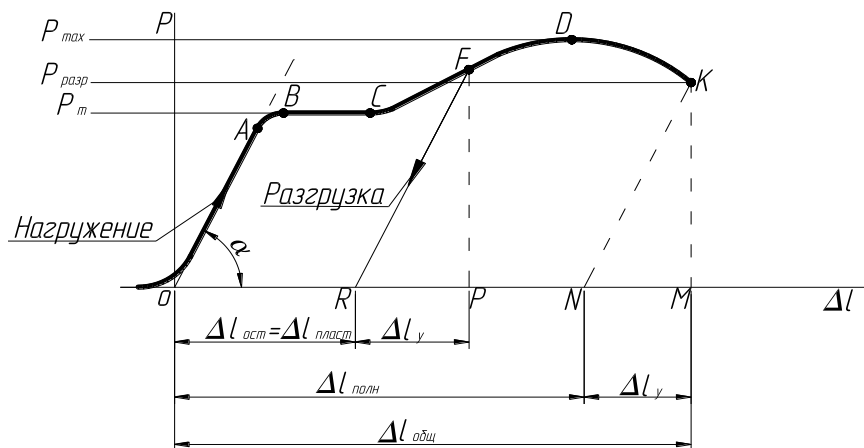


Рис. 2.1. Диаграмма растяжения

Начальный линейный участок диаграммы  $OA$ , для которого справедлив закон Гука, после точки  $A$  искривляется, а затем переходит в горизонтальный участок  $BC$ , где деформация растет при практически постоянном усилии, а иногда и при уменьшении нагрузки. На диаграмме появляется так называемая «площадка текучести». Отношение

$$\sigma_T = \frac{P_T}{F_0} \quad (2.1)$$

называется пределом текучести (физическим), здесь  $P_T$  – нагрузка, вызывающая текучесть материала;  $F_0$  – первоначальная площадь поперечного сечения образца. У многих материалов отсутствует явно выраженная площадка текучести. В этом случае определяется условный предел текучести  $\sigma_{0,2}$  (технический), представляющий собой напряжение, при котором остаточное удлинение достигает 0,2 %:

$$\sigma_{0,2} = \frac{P_{0,2}}{F_0}. \quad (2.2)$$

Деформирование образца после площадки текучести (участок  $CD$ ) требует увеличения нагрузки до некоторого наибольшего значения  $P_{\max}$  (точка  $D$ ). Происходит так называемое самоупрочнение материала. Если в некоторой точке  $F$  прекратить нагружение и разгрузить образец, то разгрузка пойдет по линии  $FR$ , практически параллельной начальному линейному участку  $OA$ . Это свидетельствует о том, что при разгрузке исчезают только упругие деформации, связанные с действием закона Гука. Отрезок  $RP$  соответствует упругим деформациям, а отрезок  $OR$  – пластическим. Если же после разгрузки образца до точки  $R$  снова увеличивать нагрузку, то диаграмма изобразится линией  $RFDK$ , т. е. диаграмма предварительно нагруженного образца до нагрузки большей  $P_T$  окажется короче диаграммы исходного материала. Таким образом, предварительная пластическая деформация делает материал более хрупким, уменьшая величину остаточной деформации до момента разрушения в точке  $K$ , предел текучести повышается, точка  $F$  и площадка текучести исчезают. Это явление называется наклепом. Он повышает склонность материалов к хрупкому разрушению.

В точке  $D$  нагрузка на образец достигает своего максимального значения  $P_{\max}$ , пластическая деформация становится неравномерной и начинает концентрироваться в наиболее ослабленном участке образца, на котором появляется резкое местное сужение – шейка. Напряжение, соответствующее  $P_{\max}$ , является важной механической характеристикой, называемой пределом прочности или временным сопротивлением:

$$\sigma_B = \frac{P_{\max}}{F_0}. \quad (2.3)$$

Это напряжение является условным, так как площадь сечения образца в точке  $D$  диаграммы будет несколько меньше из-за поперечной деформации образца в процессе нагружения.

После начала образования шейки нагрузка уменьшается (участок  $DK$ ), хотя истинные напряжения растут до самого разрушения образца. Отношение разрушающей нагрузки  $P_{разр}$  к площади поперечного сечения образца в месте разрыва (площади шейки)  $F_{ш}$  называют истинным сопротивлением разрыву:

$$\sigma_{разр} = \frac{P_{разр}}{F_{ш}}. \quad (2.4)$$

Значение нагрузки  $P_{разр}$  берется из диаграммы или фиксируется на силоизмерителе машины в момент разрыва образца; площадь шейки  $F_{ш}$  определяют в самом тонком месте образца, диаметр которого нужно измерить, сложив вместе половинки разрушенного образца. Однако напряжение  $\sigma_{max}$  нельзя принять за характеристику прочности, так как напряженное состояние в шейке образца является сложным, т. е. нарушается нормальное течение процесса деформирования образца.

К моменту разрыва образца его рабочая часть  $l_0$  удлинится на величину  $\Delta l_{общ}$  (отрезок  $OM$  на диаграмме растяжения). После разрушения упругая часть деформации (отрезок  $NM$ ) исчезнет и останется деформация  $\Delta l_{полн}$  – отрезок  $ON$ . Отношение приращения расчетной длины образца  $\Delta l_{полн}$  к его первоначальной длине  $l_0$

$$\delta = \frac{\Delta l_{полн}}{l_0} \cdot 100 \% \quad (2.5)$$

называют относительным остаточным удлинением. Абсолютное остаточное удлинение  $\Delta l_{полн}$  после разрыва можно вычислить, сложив половинки образца и измерив расстояние  $l_K$  между рисками I и II на его рабочей части  $\Delta l_{полн} = l_K - l_0$ .

Отношение уменьшения площади поперечного сечения в месте разрыва  $\Delta F = F_0 - F_{ш}$  к начальной площади  $F_0$  поперечного сечения образца

$$\psi = \frac{\Delta F}{F_0} \cdot 100\% \quad (2.6)$$

называется относительным остаточным сужением. По величинам  $\delta$  и  $\psi$  оценивают пластические свойства материалов.

**Образцы, измерительные приборы и испытательная машина.** Согласно ГОСТ 1497–84 при испытании на растяжение для сравнимости результатов используются пропорциональные цилиндрические образцы 4-х типов и плоские образцы 2-х типов. В лабораторной работе применяется образец круглого поперечного сечения третьего типа (рис. 2.2). Образец имеет рабочую часть постоянного по длине поперечного сечения, утолщенные головки для закрепления в захватах испытательной

машины и переходные части, выполненные в виде галтелей радиуса  $R$ . Для измерения геометрических параметров образца используется микрометр с точностью деления 0,01 мм и штангенциркуль – точность деления 0,1 мм.

Измерение деформаций и их отображение на графопостроителе производится с помощью тензорезисторного преобразователя перемещений, чувствительным элементом которого является упругая балка с наклеенными на нее тензорезисторами.

Для растяжения образца используется испытательная машина кинематического типа ZD 10/90, которая полностью удовлетворяет требованиям ГОСТ 28840–90.

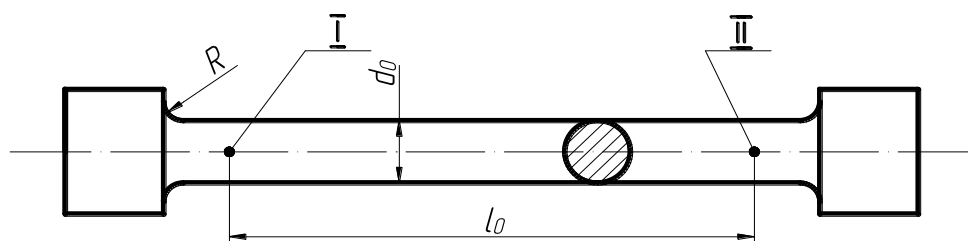


Рис. 2.2. Образец на растяжение

**Порядок выполнения лабораторной работы.** На образец керном наносятся границы рабочей части  $l_0$  точки I и II, проводится измерение штангенциркулем ее длины, а микрометром – диаметр образца  $d_0$  в трех местах по его длине. Определяются среднее значение диаметра, значения  $l_0$  и  $d_0$  и заносятся в журнал испытаний.

Далее образец устанавливается в захваты испытательной машины, а также подготавливаются к работе прибор для измерения деформаций и графопостроитель. Включив машину, приложить растягивающую силу к образцу. Скорость нагружения должна составлять от 1 до 30 МПа/с.

При испытании пластичного материала на диаграмме появится площадка текучести при постоянной нагрузке  $P_T$  на силоизмерителе машины. Значение этой нагрузки заносится в журнал испытаний.

После площадки текучести желательно провести разгрузку и нагружение образца по линии  $FR$  (см. рис. 2.1) и убедиться, что она параллельна начальному участку диаграммы.

Продолжая нагружение, отметить момент, когда стрелка силоизмерителя, достигнув максимума  $P_{max}$ , пойдет назад. На образце в этот момент можно обнаружить зарождающуюся шейку. Значение  $P_{max}$  занести в журнал испытаний.

Определить нагрузку в момент разрыва  $P_{разр}$  и занести ее значение в журнал испытаний.

**Обработка результатов опыта.** Начальный участок, полученный на графопостроителе диаграммы, является криволинейным, что объясняется отсутствием полного опорного контакта у головок образца. Эту начальную криволинейность при обработке результатов следует исключить, продолжив прямую линию вниз до пересечения ее с осью абсцисс. Полученную точку пересечения следует считать началом диаграммы.

Половинки разрушенного образца следует сложить так, чтобы совпали поверхности разрушения (рис. 2.3). Измерить диаметр шейки  $d_{ш}$  в самом тонком месте и расчетную длину  $l_k$  между рисками I и II. Результаты занести в журнал.

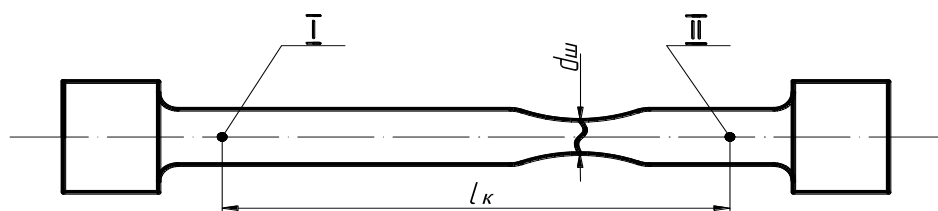


Рис. 2.3. Образец на растяжение после испытания

Рассчитать предел текучести, прочности, истинное сопротивление разрыва, относительное остаточное удлинение, относительное сужение формулы (2.1), (2.3)–(2.6) и внести их в журнал испытаний.

### Контрольные вопросы

1. Образцы, используемые для испытания на растяжение.
2. Вид диаграммы растяжения для пластичного материала. Краткая характеристика ее участков.
3. Объяснить понятие предела текучести. Его определение при условии, что диаграмма имеет площадку текучести и в случае, когда она отсутствует.
4. Влияние на материал разгрузки и последующего нагружения после пластического деформирования.
5. Понятие предела прочности (временного сопротивления) материала.
6. Деформация пластичного материала на конечном участке диаграммы.
7. Параметры, характеризующие пластичность материала.
8. Вычисление относительного удлинения образца после разрыва.
9. Относительное сужение после разрыва и его определение.

## Лабораторная работа № 2

### Определение характеристик упругих свойств материалов

#### Цель работы.

1. Ознакомление с испытательной машиной и методикой измерения деформаций с помощью тензорезисторов.

2. Экспериментальное определение модуля продольной упругости  $E$  и предела упругости исследуемого материала (стали).

**Краткие теоретические сведения.** Начальный участок диаграммы растяжения (сжатия) для большинства металлов является линейным (рис. 2.4). Если нагружение производить одинаковыми ступенями (с одинаковым приращением силы  $\Delta P$ ), приращения удлинений  $\Delta l$  на каждой ступени будут одинаковыми, т. е. удлинения на этом участке пропорциональны приложенной силе. Способность материала сопротивляться деформированию в упругой области определяется модулем продольной упругости  $E$ , который пропорционален тангенсу угла наклона  $\alpha$  линейного участка к горизонтальной оси диаграммы  $P - \Delta l$ , т. е. по закону Гука

$$E = \frac{\Delta P \cdot l}{\Delta l \cdot F_0} = \operatorname{tg} \alpha \frac{l}{F_0}, \quad (2.7)$$

где  $\Delta P$  – приращение нагрузки;  $F_0$  – начальная площадь поперечного сечения образца;  $l$  – база тензометра, измеряющего деформацию образца;  $\Delta l$  – деформация образца на базе тензометра; очевидно, что отношение  $\frac{l}{F_0} = \operatorname{const}$ .

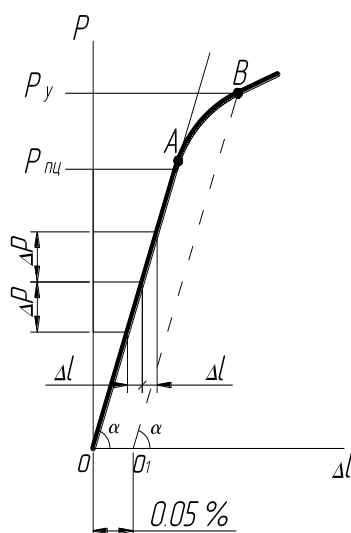


Рис. 2.4. Начальный участок диаграммы

Выражение (2.7) можно переписать в виде

$$E = \frac{\Delta P}{F_0} \cdot \frac{l}{\Delta l} = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon_{\text{прод}}}, \quad (2.8)$$

где  $\Delta \sigma = \frac{\Delta P}{F_0}$  – приращение напряжений на конкретной ступени нагружения;  $\Delta \varepsilon_{\text{прод}} = \frac{\Delta l}{l}$  – приращение относительного удлинения, в данной работе определяется с помощью тензорезисторов.

Более точным значение  $E$  получится, если брать  $\Delta \varepsilon_{\text{прод}}$  и  $\Delta \sigma$  не для одной какой-либо ступени нагружения, а среднее значение  $\Delta \varepsilon_{\text{прод,ср}}$  и  $\Delta \sigma_{\text{ср}}$  для нескольких ступеней нагружения на линейном участке диаграммы.

При достижении нагрузкой предела пропорциональности, определяемого силой  $P_{\text{пл}}$  (точка  $A$ , см. рис. 2.4), диаграмма отклоняется от линейного участка, но деформации остаются упругими. Остаточные деформации появляются, если напряжения в образце превысят предел упругости материала, которому соответствует нагрузка  $P_y$  (точка  $B$ , см. рис. 2.4).

По ГОСТ 1497–84 пределом упругости  $\sigma_{0,05}$  называется напряжение, при котором остаточное удлинение достигает 0,05 % от базы тензометра, измеряющего удлинение образца.

Если из точки  $B$ , соответствующей нагрузке предела упругости, провести прямую  $BO_1$ , параллельную линейному участку  $OA$ , получится на горизонтальной оси остаточное удлинение – отрезок  $OO = 0,05\%$  от  $l$ , здесь  $l$  – база тензометра. Таким образом, определив положение точки  $B$  на диаграмме и соответствующую ей силу  $P_y$ , можно вычислить предел упругости материала:

$$\sigma_{0,05} = \frac{P_y}{F_0}. \quad (2.9)$$

Для приближенного определения силы  $P_y$  используется указанный графический метод, если имеется диаграмма растяжения (сжатия) материала в достаточно большом масштабе. Более точное определение значения  $P_y$  можно получить путем постепенного ступенчатого нагружения. Этот метод описан ниже.

**Образец, измерительные приборы и испытательная машина.** Испытание проводится на стандартном образце круглого поперечного сечения по ГОСТ 1497–84 (рис. 2.5). Для измерения деформаций используются тензорезисторы – 1, 2, наклеенные на рабочую часть образца – 3. Датчики наклеивают на противоположных сторонах, чтобы устранить влияние возможных перекосов образца в захватах испытательной машины.



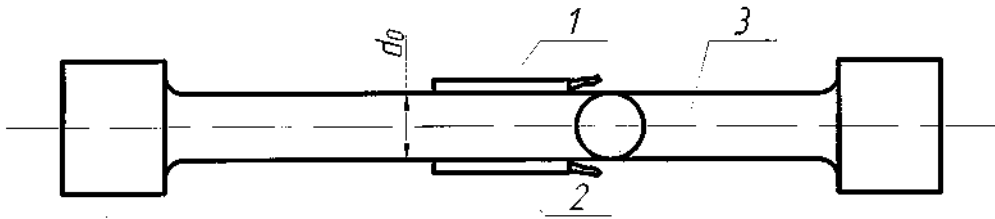


Рис. 2.5. Образец на растяжение

Для измерения диаметра образца  $d_0$  используется микрометр с точностью деления 0,01 мм и определяется среднее арифметическое значение диаметра. Испытание проводят на испытательной машине ZD 10/90.

**Порядок выполнения лабораторной работы.** Для сокращения времени испытания и правильного назначения шага ступеней нагружения  $\Delta P$  целесообразно установить ориентировочное значение нагрузки  $R_y$ . Это можно сделать, предварительно испытав образец до разрушения со снятием диаграммы  $P - \Delta l$  или воспользовавшись справочными данными для материалов, близких по своим свойствам к испытываемому материалу.

Далее необходимо установить диапазон нагрузок для испытания образца на линейном участке диаграммы. Верхнее значение нагрузки  $P_1 = 0,7P_y$ , где  $P_y$  – предполагаемое (ориентировочное) значение искомого предела упругости. Нижняя нагрузка составляет  $P_0 = 0,1P_y$ . Нагружение и разгрузку необходимо проводить не от нуля, а от  $P_0$ , чтобы исключить влияние зазоров в испытательной машине и в захватах образца, которые искажают начальный участок диаграммы (рис. 2.6).

Интервал нагрузок  $P_1 - P_0$  разбивается на  $k = 5 - 6$  равных ступеней, таким образом

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_0}{k}. \quad (2.10)$$

Полученное значение  $\Delta P$  округляется, чтобы облегчить отсчет нагрузки по силоизмерителю машины.

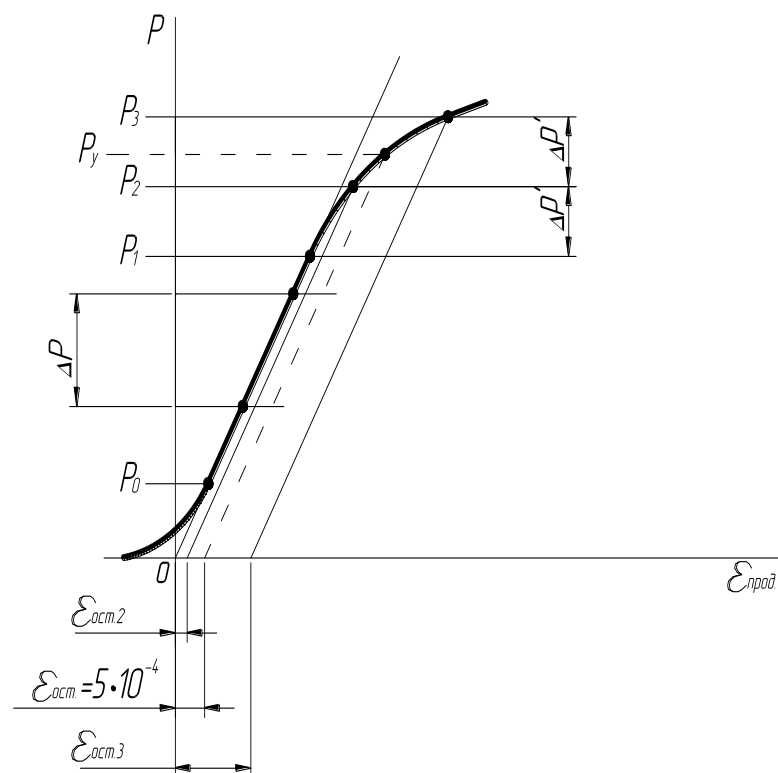


Рис. 2.6. Начальный участок реальной диаграммы

Образец, установленный в захватах испытательной машины и с подключенными тензорезисторами к тензостанции, нагрузить силой  $P_0$  и снять начальные показания тензорезисторов  $n_{i,0}$  ( $i = 1, 2$ ). Увеличив нагрузку на  $\Delta P$  и выдержав образец под нагрузкой 5–10 с, зафиксировать показания тензорезисторов ( $n_{i,p}$ ). Нагружение проводится вплоть до нагрузки  $P_1$ .

По достижении нагрузки  $P_1$  образец разгружается до уровня  $P_0$  и показания тензорезисторов сравниваются с начальными ( $n_{i,0}$ ). Незначительные отклонения показаний тензорезисторов являются несущественными, они обусловлены случайными причинами. Значительные отклонения свидетельствуют о наличии остаточных деформаций, т. е. о том, что нагрузка  $P_1$  выбрана слишком большой. В этом случае ее следует уменьшить и повторить эксперимент сначала.

Данные по нагрузке и показаниям тензорезисторов заносятся в соответствующие таблицы журнала испытаний. На этом заканчивается первый этап эксперимента.

На втором этапе нагрузить образец до нагрузки  $P_1$  и после выдержки (5–10 с) продолжать нагружение, но уже с меньшим шагом:

$$\Delta P' = \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) \Delta P \quad (2.11)$$

и зафиксировать показания тензорезисторов ( $n'_{i,p}$ ). Затем образец разгружается до силы  $P_0$  и вычисляется остаточная деформация:

$$\varepsilon_{ост} = \frac{(n'_{1,p} - n_{1,0}) + (n'_{2,p} - n_{2,0})}{2} \cdot K_0, \quad (2.12)$$

где  $K_0$  – цена деления тензостанции.

Если остаточная деформация оказалась меньше установленного значения 0,05 % ( $5 \cdot 10^{-4}$ ), нагрузку на образец увеличивают на  $2\Delta P$  и процесс нагружение – разгрузка повторяют с фиксацией показаний тензорезисторов. Процесс нагружение – разгрузка повторяется до тех пор, пока остаточная деформация не превысит величины 0,05 % ( $5 \cdot 10^{-4}$ ).

**Обработка результатов опыта.** По результатам первого этапа лабораторной работы определяются приращения показаний тензорезисторов на каждом шаге нагружения. Приращение показаний для  $k$ -го шага будут равны

$$(\Delta n_i)_k = (n_{i,p})_k - (n_{i,0})_{k-1}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, 6. \quad (2.13)$$

Далее определяется среднее приращение показаний тензорезисторов

$$\Delta n_{i,cp} = \frac{\sum (\Delta n_i)_k}{k} \quad (2.14)$$

и среднее значение относительной продольной деформации, соответствующее одному шагу нагружения:

$$\Delta \varepsilon_{\text{ид}} = \frac{\sum \Delta n_{i,cp}}{2} \cdot K_0. \quad (2.15)$$

Зная площадь поперечного сечения образца  $F_0$  по формуле (2.8) определяется среднее значение модуля продольной упругости материала образца.

На втором этапе работы нагрузка, соответствующая пределу упругости, определяется в следующей последовательности: допустим, что при нагрузке  $P_2 = P_1 + \Delta P'$  остаточная деформация составила  $\varepsilon_{ост,2} < 5 \cdot 10^{-4}$ , а на следующей ступени нагружения  $P'_3 = P_1 + 2\Delta P'$  остаточная деформация стала  $\varepsilon_{ост,3} > 5 \cdot 10^{-4}$  (см. рис. 2.6), следовательно, нагрузка  $P_v$  находится между значениями  $P_2$  и  $P_3$  и ее можно найти путем линейной интерполяции:

$$P_v = P_2 + \frac{5 \cdot 10^{-4} - \varepsilon_{ост,2}}{\varepsilon_{ост,3} - \varepsilon_{ост,2}} \cdot \Delta P'. \quad (2.16)$$

После этого вычисляется предел упругости материала по формуле (2.9). Все расчеты приводятся в лабораторном журнале.

### Контрольные вопросы

1. Вид начального участка диаграммы растяжения.
2. Закон, которому подчиняются деформации на упругом участке.
3. Понятие «предел упругости материала» и критерий, по которому он определяется.
4. Свойства материала, характеризующие модуль упругости.
5. Почему тензодатчики на образец наклеиваются попарно с двух сторон?
6. Выбор максимальной нагрузки для первого этапа испытаний. Последствия неудачного выбора ее значения.
7. Усреднение показания тензодатчиков на первом этапе испытаний.

### Лабораторная работа № 3 Определение упругих постоянных материалов

#### Цель работы.

1. Ознакомление с испытательной машиной, методикой испытания на сжатие и методом тензометрирования.
2. Опытная проверка закона Гука.
3. Определение значений коэффициента Пуассона  $\mu$ , модуля продольной упругости  $E$ , модуля сдвига  $G$ , модуля объемной деформации  $K$ .
4. Построение зависимости  $|\sigma| - |\varepsilon_{\text{прод}}|$  и  $\mu - |\sigma|$ .

**Краткие теоретические сведения.** При растяжении (сжатии) в пределах упругих деформаций для большинства материалов существует линейная зависимость между нормальным напряжением  $\sigma$  и относительной продольной деформацией  $\varepsilon_{\text{прод}}$ , которая называется законом Гука:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_{\text{прод}}, \quad (2.17)$$

где  $E$  – коэффициент пропорциональности, или модуль продольной упругости (рис. 2.7).

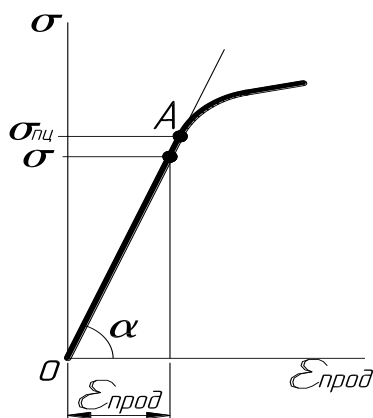


Рис. 2.7. Зависимость  $\sigma$  от  $\varepsilon$

Модуль продольной упругости является физической константой материала и определяется опытным путем. Численно он равен тангенсу угла наклона  $\alpha$  линейного (упругого) участка диаграммы к оси абсцисс:

$$E = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon_{\text{прод}}}. \quad (2.18)$$

При одноосном растяжении (сжатии) образец деформируется как в продольном ( $\varepsilon_{\text{прод}}$ ), так и в поперечном ( $\varepsilon_{\text{поп}}$ ) направлениях. Модуль отношения поперечной деформации к продольной называется коэффициентом Пуассона:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_{\text{поп}}}{\varepsilon_{\text{прод}}} \right|. \quad (2.19)$$

Для изотропных материалов постоянные  $E$  и  $\mu$  полностью характеризуют упругие свойства материалов. Зная  $E$  и  $\mu$ , можно расчетным путем определить модуль сдвига:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)} \quad (2.20)$$

и модуль объемной деформации

$$K = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2 \cdot \mu)}. \quad (2.21)$$

**Образец, измерительные приборы, испытательная машина.** В данной лабораторной работе проводится испытание на сжатие образца в виде прямоугольного параллелепипеда, имеющего квадратное поперечное сечение  $a = 25$  мм и высоту  $l = 100$  мм (рис. 2.8). На боковых гранях образца наклеены тензорезисторы, служащие для измерения деформаций: продольной – 1 и 2, и поперечной – 3 и 4. Продольные и поперечные тензорезисторы соединены последовательно, что позволяет автоматически исключить влияние изгиба образца на результаты испытаний. Показания тензорезисторов фиксируются тензостанцией.

Испытания проводятся на машине ZD 10/90. Сжимающее усилие фиксируется визуально по шкале силоизмерительного устройства.

**Порядок выполнения лабораторной работы.** Образец, установленный между траверсами испытательной машины, предварительно нагружается сжимающей силой и производится снятие начальных показаний тензорезисторов ( $n_{i,0}$ ). Последующее нагружение производится одинаковыми ступенями ( $P = -10$  кН) до значения сжимающей силы ( $P = -30$  кН). На каждой ступени нагружения снимаются отсчеты тензорезисторов и заносятся в журнал лабораторной работы. Затем производится разгрузка образца.

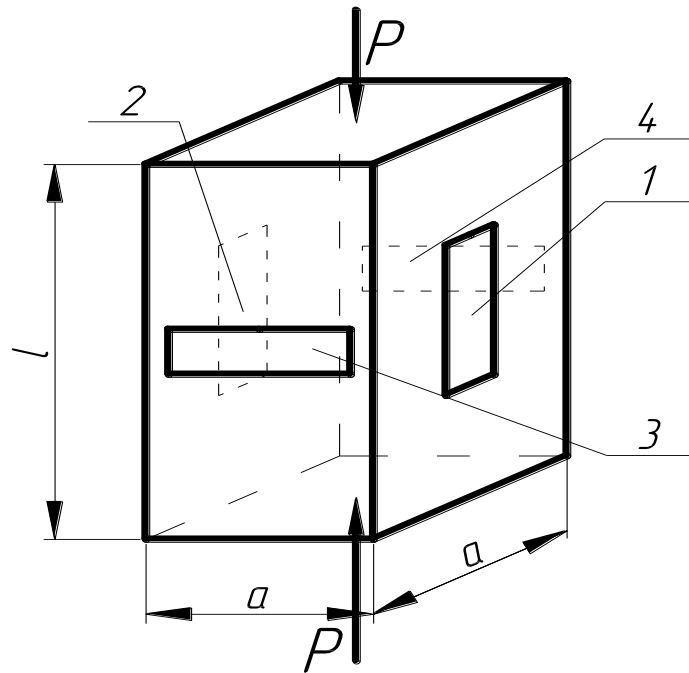


Рис. 2.8. Образец для испытания на сжатие

**Обработка результатов опыта.** Полученные результаты опыта позволяют определить напряжение в образце на каждой ступени нагружения:

$$|\sigma| = \frac{|P|}{F_0}, \quad (2.22)$$

где  $P$  – значение нагрузок, которые прикладывались к образцу, их значение берется по модулю;  $F_0 = a^2$  – начальная площадь поперечного сечения образца. Далее вычисляется приращение напряжений на каждой ступени нагружения:

$$\Delta\sigma = \frac{|\Delta P|}{F_0}, \quad (2.23)$$

где  $\Delta P$  – приращение сжимающей нагрузки.

По снятым показаниям тензорезисторов вычисляется приращение их показаний:

$$\Delta n_i = n_{i,p} - n_{i,0}, \quad (2.24)$$

где  $\Delta n_i$  – приращение показаний тензорезисторов;  $n_{i,0}$  – показание соответствующего тензорезистора в начале отсчета;  $n_{i,p}$  – показание тензорезистора при соответствующей нагрузке на образец. Полученные данные позволяют определить относительные линейные деформации в продольном и поперечном направлениях на каждой ступени нагружения:

$$\varepsilon_{\text{прод}} = \Delta n_{\text{прод}} \cdot K_0, \quad \varepsilon_{\text{поп}} = \Delta n_{\text{поп}} \cdot K_0, \quad (2.25)$$

где  $K_0$  – цена деления тензостанции. Результаты заносятся в соответствующие таблицы лабораторного журнала.

Значение коэффициента Пуассона на каждой ступени нагружения и его среднее значение ( $\mu_{cp}$ ) вычисляются по формуле (2.19).

Полученные данные позволяют построить и проанализировать зависимости  $|\sigma|$  от  $|\varepsilon_{прод}|$  и  $\mu$  от  $|\sigma|$ . Эти графики приводятся в лабораторном журнале.

Для получения более точного значения модуля продольной упругости  $E$  в формуле (2.18) необходимо взять приращение напряжения ( $\Delta\sigma$ ) и среднее приращение продольной деформации ( $\Delta\varepsilon_{прод\text{ср}}$ ) на каждой ступени нагружения образца, тогда 
$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon_{прод\text{ср}}}.$$

Далее, используя формулы (2.20) и (2.21), определить модуль сдвига и модуль объемной деформации. Полученные результаты занести в журнал лабораторной работы.

### **Контрольные вопросы**

1. Коэффициент Пуассона.
2. Свойства материала, которые характеризует коэффициент Пуассона. Пределы, в которых он изменяется.
3. Зависимость коэффициента Пуассона от величины напряжения в пределах упругости.
4. Какая деформация металлов больше – продольная или поперечная?
5. Запись закона Гука при растяжении (сжатии).
6. Что является коэффициентом пропорциональности в законе Гука при растяжении (сжатии)?
7. Геометрический смысл модуля продольной упругости.
8. Количество упругих постоянных, достаточное для изотропных материалов.
9. Определение модуля сдвига  $G$ , если известны  $E$  и  $\mu$ .
10. Определение модуля объемной деформации, если известны  $E$  и  $\mu$ .

## **Лабораторная работа № 4**

### **Испытание на кручение бруса круглого поперечного сечения**

#### **Цель работы.**

1. Ознакомление с испытательной установкой и измерительными приборами.
2. Определение модуля упругости материала образца при сдвиге.
3. Построение зависимости крутящего момента от угла закручивания образца.

**Краткие теоретические сведения.** Угол закручивания бруса круглого поперечного сечения в пределах упругости определяется зависимостью

$$\varphi = \frac{M_z \cdot l}{G \cdot J_p}, \quad (2.26)$$

где  $\varphi$  – угол закручивания бруса;  $M_z$  – крутящий момент;  $l$  – расчетная длина бруса;  $G$  – модуль упругости при сдвиге материала бруса,

$$J_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32}, \quad (2.27)$$

где  $J_p$  – полярный момент инерции площади поперечного сечения бруса,  $d$  – диаметр поперечного сечения бруса.

Из (2.26) следует, что модуль упругости при сдвиге может быть определен по формуле

$$G = \frac{M_z \cdot l}{\varphi \cdot J_p}. \quad (2.28)$$

**Образец, испытательная установка и измерительные приборы.**

Схема испытания образца приведена на рис. 2.9. Образец в виде консольного бруса имеет диаметр  $d = 10$  мм и длину рабочей части  $l = 200$  мм. Плечо пары сил составляет  $h = 600$  мм.

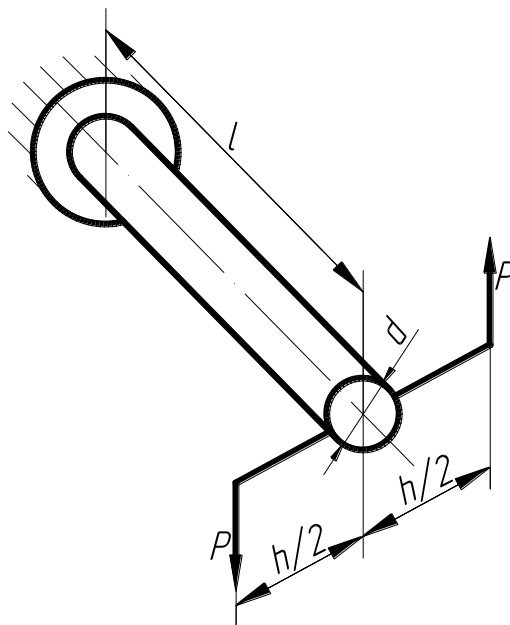


Рис. 2.9. Образец для испытания на кручение

Для измерения угла закручивания образца в данной работе используется оптический прибор Мартенса (рис. 2.10).



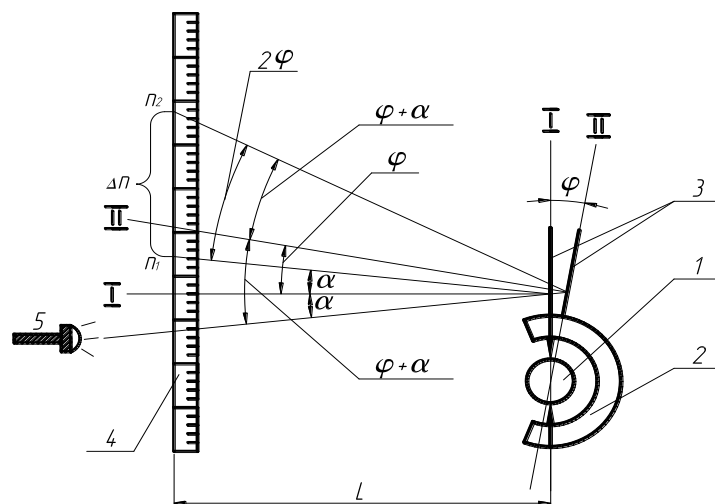


Рис. 2.10. Оптический прибор Мартенса

На образце 1, угол поворота которого нужно определить, установлена струбцина 2 с зеркалом 3. На расстоянии  $L = 1,2$  мм от зеркала установлена линейка 4 и источник света 5. В начальный момент (до деформации образца) луч падает на зеркало под углом  $\alpha$  к нормали I и после отражения под тем же углом (угол падения равен углу отражения), что позволяет сделать на линейке отсчет  $n_0$ . После нагружения образца крутящим моментом его торцевое сечение, а также зеркало, повернется на угол  $\varphi$ . Теперь угол падения и угол отражения составит  $\varphi + \alpha$  (нормаль II), а на линейке появится отсчет  $n_i$ . Ввиду того, что расстояние  $L$  значительно превышает  $\Delta n$  (разницу между отсчетами  $n_i$  и  $n_0$ ), можно принять:

$$\Delta n_i = n_i - n_0 = L \cdot 2 \cdot \varphi, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (2.29)$$

Откуда получаем угол закручивания

$$\varphi_i = \frac{|\Delta n_i|}{2 \cdot L}. \quad (2.30)$$

**Порядок выполнения лабораторной работы.** Занести в журнал геометрические параметры образца и лабораторной установки. Снять отсчет оптического угломера Мартенса ( $n_0$ ) для ненагруженного образца ( $M_z = 0$ ). Провести нагружение образца с помощью гирь. Уровни нагрузок составляют 2,0; 4,0; 6,0; 8,0 Н, для каждого уровня нагрузок записать показания угломера.

**Обработка результатов опыта.** Определить крутящий момент  $M_z = P \cdot h$ ; приращение показаний угломера

$$\Delta n_i = n_i - n_0 \quad (2.31)$$

и вычислить угол закручивания на каждой ступени нагружения. Полученные данные позволяют построить и проанализировать

зависимость  $M_z - \varphi$ . Для определения модуля сдвига  $G$  необходимо вычислить среднее приращение угла закручивания  $\Delta\varphi$  между каждыми ступенями нагружения на  $\Delta M_z$  силой  $\Delta P = 2,0 \text{ Н}$ . По формуле (2.28) определить величину модуля сдвига  $G$ , подставив вместо  $M_z$  и  $\varphi - \Delta M_z$  и  $\Delta\varphi$ . Полученные данные о модуле сдвига занести в лабораторный журнал и сравнить со справочными данными.

### **Контрольные вопросы**

1. Вид нагружения бруса, называемый кручением.
2. Внутренний силовой фактор, возникающий в поперечном сечении бруса при кручении.
3. Деформации, которые испытывает образец при кручении.
4. Определение угла закручивания при кручении.
5. Определение и распределение касательных напряжения при кручении бруса круглого поперечного сечения.
6. Точки круглого сечения, в которых касательные напряжения максимальны. Их определение.
7. Понятие модуля сдвига. Запись закона Гука при сдвиге.
8. Величины, которые нужно определить из опыта на кручение, чтобы вычислить модуль сдвига материала.
9. Вычисление полярного момента инерции и полярного момента сопротивления для круглого сечения. Единицы, в которых они выражаются.

## **2.2. Экспериментальные основы исследования напряженно-деформированного состояния элементов конструкций**

### **Лабораторная работа № 5**

#### **Исследование напряженно-деформированного состояния в брусике при кручении**

#### **Цель работы.**

1. Ознакомление с испытательной установкой, методикой проведения испытаний и измерительной аппаратурой.
2. Теоретическое и экспериментальное определение напряжений, возникающих в тонкостенном брусике при кручении.
3. Сравнение полученных результатов.

**Краткие теоретические сведения.** При кручении тонкостенного брусика моментом  $M_z$  имеет место плоское напряженное состояние – чистый сдвиг (рис. 2.11), причем в силу закона парности касательных напряжений  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ .

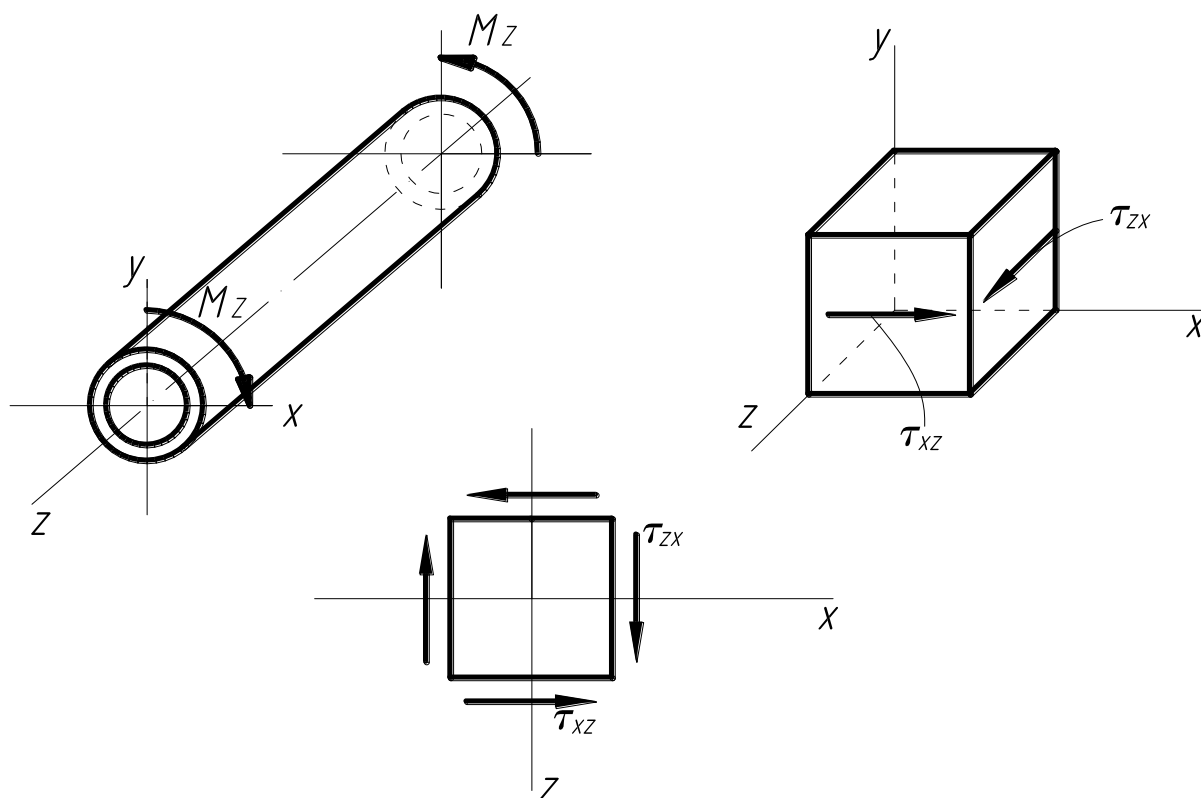


Рис. 2.11. Состояние чистого сдвига

Для наиболее удаленных точек поперечного сечения от центра тяжести (точек, расположенных на контуре сечения) касательные напряжения определяются по формуле

$$\tau_{\max} = \tau_{xz \max} = \frac{M_z}{W_p}, \quad (2.32)$$

где  $W_p = \frac{\pi D_{cp}^2 t}{2}$  – полярный момент сопротивления для тонкостенного сечения;  $D_{cp} = 57$  мм – средний диаметр кольцевого поперечного сечения бруса;  $t = 1$  мм – толщина стенки кольцевого сечения (рис. 2.12).

Напряженное состояние чистого сдвига эквивалентно одновременному растяжению и сжатию по двум взаимно перпендикулярным направлениям на площадках, наклоненных под углом  $\pm 45^\circ$  по отношению к исходным, напряжениями  $\sigma_{1,3} = \pm \tau_{\max}$  (рис. 2.13).

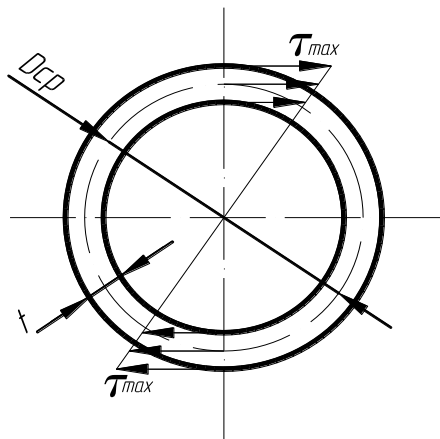


Рис. 2.12. Кольцевое сечение

Если известны относительные линейные деформации  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_3$  в направлении главных осей 1, 3 формулы обобщенного закона Гука позволяют определить главные напряжения:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_3), \quad \sigma_3 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_3 + \mu\varepsilon_1), \quad (2.33)$$

где  $E = 0,7 \cdot 10^5$  МПа – модуль продольной упругости материала бруса;  $\mu = 0,3$  – коэффициент Пуассона.

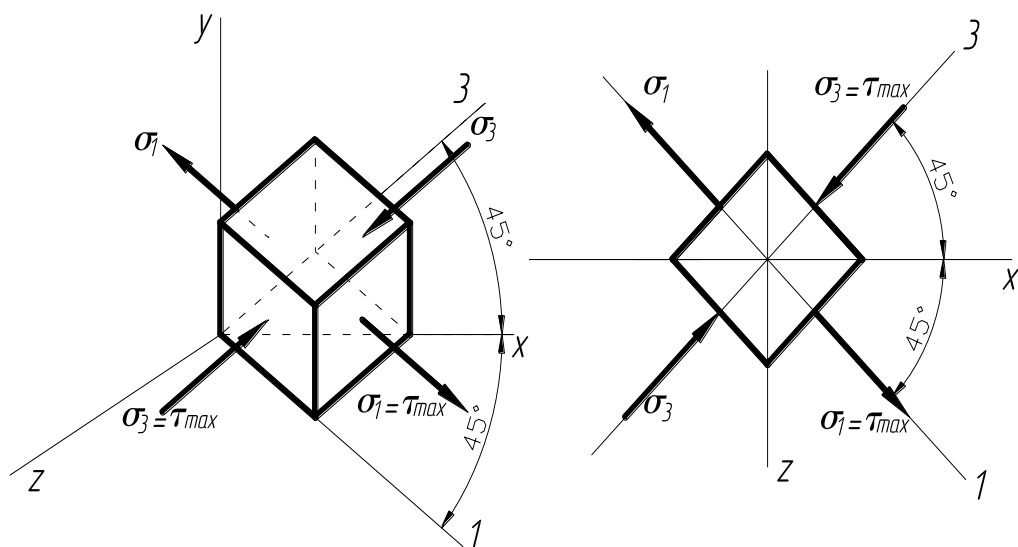


Рис. 2.13. Напряженное состояние чистого сдвига

**Лабораторная установка, образец, измерительные приборы.** Испытания проводятся на лабораторной установке (рис. 2.14). Тонкостенная труба из алюминиевого сплава Д16Т жестко заделана на одном конце, а в свободный конец вставлен жесткий валик 2, на котором

закреплен рычаг 3. Для устранения изгиба рычаг опирается на опору 4. На подвеску 5 помещаются грузы 6. С помощью грузов 6 в тонкостенной трубе 1 создается крутящий момент:

$$M_z = Pa. \quad (2.34)$$

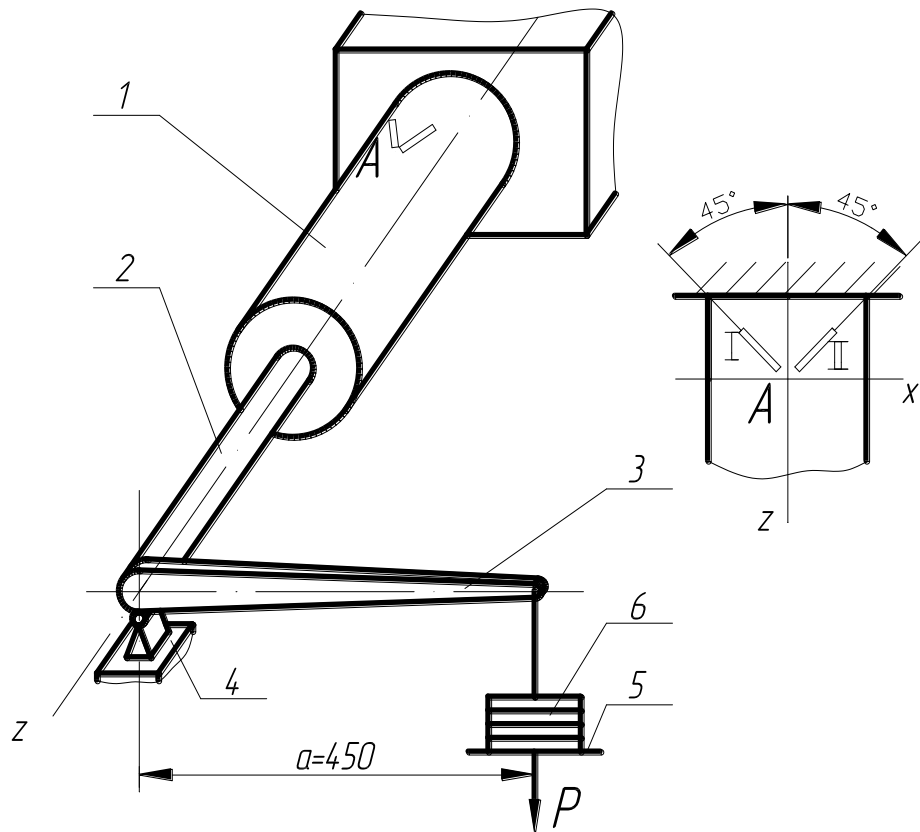


Рис. 2.14. Установка для испытаний на кручение

В окрестности точки  $A$  наклеены тензорезисторы I, III, с помощью которых измеряются деформации  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_3$ :

$$\varepsilon_i = K_0 \Delta n_i, \quad (i = 1, 3), \quad (2.35)$$

где  $K_0$  – цена деления тензостанции;  $\Delta n_i = n_{iP} - n_{i0}$  – приращение показаний тензорезистора;  $n_{i0}$  – показание тензорезистора, когда нагрузка на образец отсутствует;  $n_{iP}$  – показание тензорезистора при нагрузке.

**Порядок выполнения лабораторной работы.** Записать в лабораторный журнал показания тензорезисторов I, III для ненагруженного образца.

Нагрузить образец с помощью гирь, укладываемых на подвеску. Уровни нагрузок – 50, 100, 150, 200 Н. Для каждого уровня нагрузки записать показания тензорезисторов.

**Обработка результатов опыта.** Используя формулы (2.34) и (2.32), определить теоретическое значение  $\tau_{\max}$ . Вычислить приращения показаний тензорезисторов и по формуле (2.35) определить деформации  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_3$ . Затем определить напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ , используя формулу (2.33). Далее провести сравнительную оценку между теоретическими и экспериментальными значениями напряжений. Полученные результаты занести в лабораторный журнал.

### **Контрольные вопросы**

1. Кручение как вид нагружения.
2. Определение напряжения при кручении бруса круглого поперечного сечения.
3. Сечение бруса, более экономичное при кручении (сплошное круглое или кольцевое).
4. Распределение касательных напряжения при кручении бруса кольцевого поперечного сечения.
5. Точки поперечного сечения, в которых возникают максимальные касательные напряжения. Их определение.
6. Геометрические характеристики круглого поперечного сечения, используемые при кручении.
7. Величины, измеряемые тензорезисторами I и III.
8. Причины расположения тензорезисторов под углами  $45^\circ$  к продольной оси бруса.
9. Чистый сдвиг как напряженное состояние.
10. Упругие постоянные материала, используемые в данной работе.

## **Лабораторная работа № 6 Определение напряжений и деформаций в балке при плоском поперечном изгибе**

### **Цель работы.**

1. Ознакомление с испытательной машиной, балкой и измерительной аппаратурой.
2. Экспериментальное и теоретическое определение характера распределения нормальных напряжений по высоте поперечного сечения балки.
3. Экспериментальное и теоретическое определение величины максимальных касательных напряжений.
4. Сравнение полученных результатов.

**Краткие теоретические сведения.** При плоском поперечном изгибе в поперечном сечении балки возникают нормальные и касательные напряжения:

$$\sigma_{Zi} = \frac{M_x}{J_x} y_i, \quad \tau_{YZi} = \frac{Q_y S_{Xi}^*}{J_x b_{Yi}}, \quad (2.36)$$

где  $M_x$ ,  $Q_y$  – изгибающий момент и поперечная сила, действующие в рассматриваемом сечении балки;  $J_x$  – момент инерции сечения относительно нейтральной линии (ось  $x$ );  $S_{X,i}^*$  – статический момент площади поперечного сечения, расположенной выше (ниже) точки, где определяются касательные напряжения, относительно нейтральной линии (ось  $x$ );  $y_i$  – расстояние от нейтральной линии до точки поперечного сечения, где определяются нормальные напряжения;  $b_{Y,i}$  – ширина поперечного сечения в точке, где определяется касательное напряжение.

Из (2.36) следует, что наибольшие нормальные напряжения будут в точках, наиболее удаленных от нейтральной линии ( $y_i = \pm y_{\max}$ ), а наибольшее касательное напряжение возникает в точках на нейтральной линии ( $S_{X,i}^* = S_X^{\text{полусечения}}$ ).

Для теоретического определения напряжений рассмотрим балку двутаврового поперечного сечения № 12, нагруженную силой  $P$  (рис. 2.15). Нормальные напряжения определяются в сечении  $A-A$  в точках 1–5, максимальное касательное напряжение в сечении  $B-B$  – в точке, расположенной на нейтральной линии. Значения  $M_x$  и  $Q_y$ , берутся из соответствующих эпюр.

Построив эпюры  $M_x$  и  $Q_y$  и определив расчетные параметры и геометрические характеристики сечения балки, вычислить теоретические значения нормальных напряжений в точках 1–5 и максимальное касательное напряжение формулы (2.36). По полученным данным строится эпюра нормальных напряжений ( $\sigma_i^T$ ).

Для экспериментального определения нормальных напряжений воспользуемся законом Гука:

$$\sigma_{Zi} = E \cdot \varepsilon_{\text{прод}i}, \quad (2.37)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала балки;  $\varepsilon_i = \Delta n_i K_0$  – продольная деформация в рассматриваемой точке (определяется с помощью тензорезисторов);  $\Delta n_i = n_{iP} - n_{i0}$  – приращение показаний тензорезисторов;  $n_{i0}$  – показания тензорезисторов, когда балка не нагружена;  $n_{iP}$  – показание тензорезисторов при нагрузке;  $K_0$  – цена деления тензостанции.

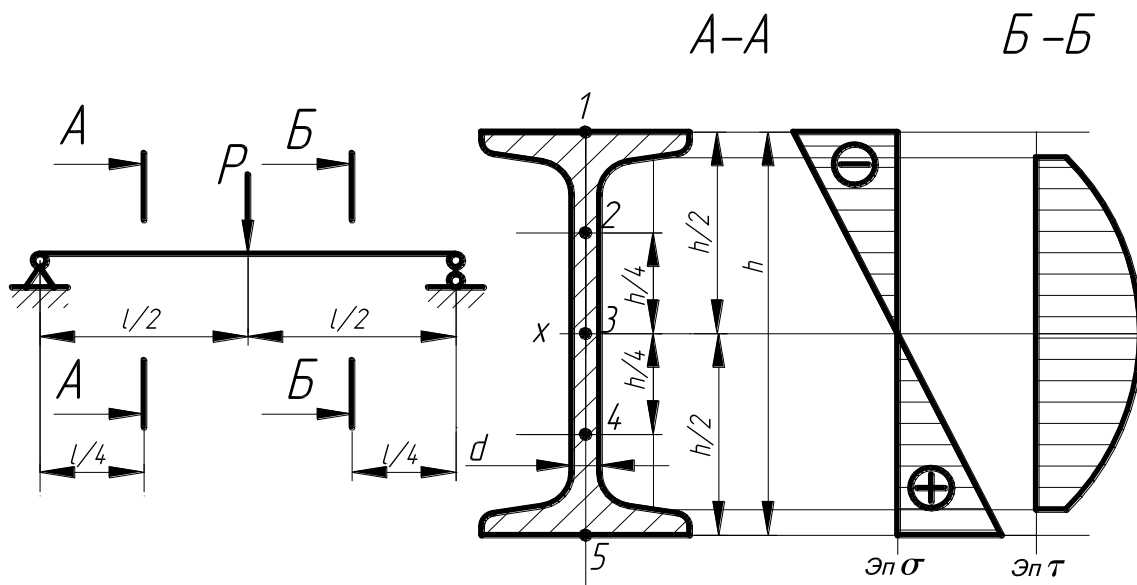


Рис. 2.15. Испытания на изгиб

При определении величины максимального касательного напряжения рассмотрим напряженное состояние в точке, расположенной на нейтральной линии сечения. Нормальное напряжение здесь равно нулю, а касательное принимает максимальное значение. Таким образом, точка находится в состоянии чистого сдвига, которое эквивалентно одновременному растяжению-сжатию в двух взаимно перпендикулярных направлениях по площадкам, наклоненным под углом  $45^\circ$  по отношению к исходным (рис. 2.16).

Воспользуемся формулами обобщенного закона Гука  $\varepsilon_6 = \frac{1}{E}(\sigma_6 - \mu\sigma_7)$ ,  $\varepsilon_7 = \frac{1}{E}(\sigma_7 - \mu\sigma_6)$ . Учтем, что  $\sigma_6 = -\tau_{\max}$ ,  $\sigma_7 = \tau_{\max}$ ; получим  $\varepsilon_6 = -\frac{1}{E}\tau_{\max}(1 + \mu)$ ;  $\varepsilon_7 = \frac{1}{E}\tau_{\max}(1 + \mu)$ ; где  $\mu$  – коэффициент Пуассона. Определив деформации  $\varepsilon_6$  и  $\varepsilon_7$  с помощью тензорезисторов 6, 7

$$\varepsilon_6 = \Delta n_6 K_0, \quad \varepsilon_7 = \Delta n_7 K_0, \quad (2.38)$$

получим:

$$\tau_{\max} = \frac{|\Delta n_6| K_0 E}{(1 + \mu)} = \frac{|\Delta n_7| K_0 E}{(1 + \mu)} = \frac{\frac{|\Delta n_6| + |\Delta n_7|}{2} K_0 E}{(1 + \mu)}. \quad (2.39)$$



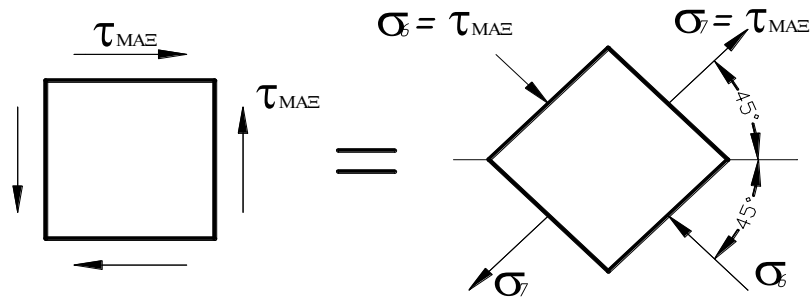


Рис. 2.16. Напряженное состояние

**Испытательная машина, образец и измерительные приборы.** Опыт проводится на универсальной испытательной машине кинематического типа FPZ-100. Максимальное усилие – 100 кН.

В качестве образца используется балка двутаврового сечения № 12 с наклеенными на нее тензорезисторами 1–7 (рис. 2.17). Для регистрации показаний тензорезисторов 1–7 используется тензостанция.

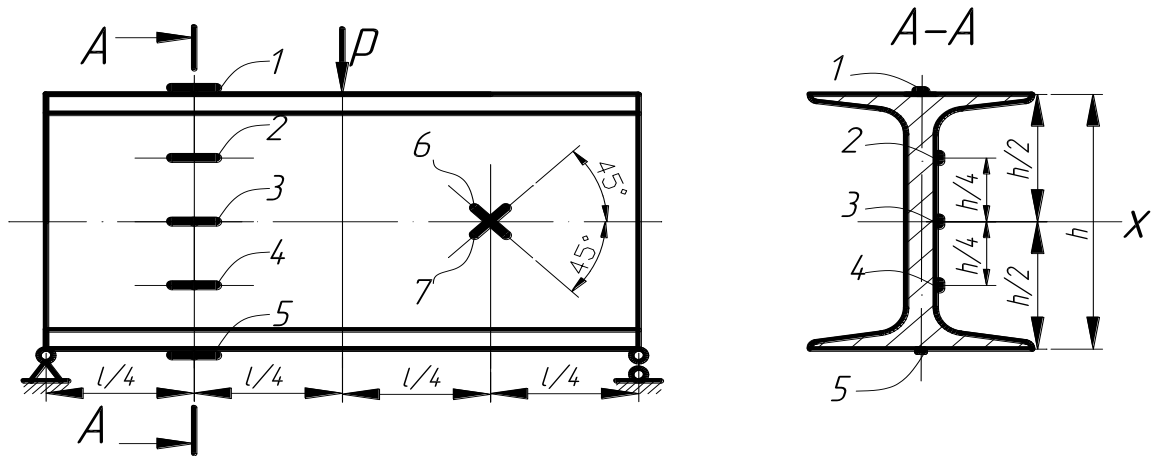


Рис. 2.17. Образец для испытаний на изгиб

**Порядок выполнения лабораторной работы.** Первоначально балку нужно загрузить начальной нагрузкой для того, чтобы устранить зазоры в опорах и нагружающем устройстве. Затем занести в журнал показания тензорезисторов 1–7, которые принимаются за начальные ( $n_{i0}$ ). Нагрузить балку силой  $P = 30$  кН и вновь записать показания тензорезисторов ( $n_{ip}$ ). Вычислить приращение показаний тензорезисторов ( $\Delta n_i$ ).

**Обработка результатов опыта.** Используя экспериментальные данные и формулы (2.38), (2.39), определить экспериментальные значения

нормальных напряжений в точках 1–5 и максимальное касательное напряжение. Сопоставив значения теоретических и экспериментальных напряжений, найти расхождение между ними в процентах. Результаты занести в лабораторный журнал.

### **Контрольные вопросы**

1. Внутренние силовые факторы, возникающие в сечении балки при поперечном изгибе.
2. Напряжения, действующие в сечении балки при поперечном изгибе.
3. Распределение нормальных и касательных напряжений по высоте балки.
4. Изменение нормальных и касательных напряжений по ширине балки.
5. Геометрические характеристики сечения балки, используемые при определении нормальных и касательных напряжений.
6. Точки сечения, в которых возникают максимальные нормальные и касательные напряжения.
7. Упругие постоянные, используемые при экспериментальном определении напряжений.
8. Величины, измеряемые с помощью тензорезисторов.
9. Определение напряжения с помощью тензорезисторов.
10. Формы поперечных сечений, рациональные для балки.

### **Лабораторная работа № 7**

#### **Определение перемещений в балках при поперечном изгибе**

#### **Цель работы.**

1. Ознакомление с лабораторной установкой и испытательной машиной, измерительными приборами и методикой определения перемещений в балке экспериментальным путем.
2. Экспериментальное и теоретическое определение прогиба в длинной и короткой балках.
3. Сравнение полученных результатов.

**Краткие теоретические сведения.** При действии внешних сил на балку ее ось деформируется, или искривляется (рис. 2.18). В результате точки балки получают вертикальные перемещения – прогибы ( $v_C = CC_1$ ), а поперечные сечения, оставаясь плоскими, поворачиваются, например сечение в точке  $A$  поворачивается на угол  $\theta_A$ .

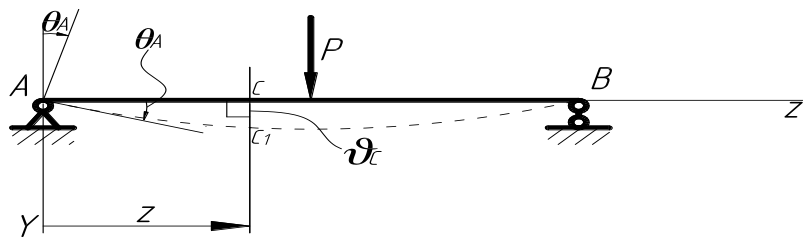


Рис. 2.18. Схема испытания на изгиб

Кривая, по которой изгибается ось балки, называется изогнутой осью или упругой линией балки. Приближенное дифференциальное уравнение изогнутой оси балки постоянного сечения имеет вид  $V'' = \pm \frac{M_x(z)}{EJ_x}$ , где

$V'' = \frac{d^2V}{dz^2}$  – вторая производная от прогиба балки по координате  $z$  (приближенно кривизна изогнутой оси балки);  $M_x(z)$  – изгибающий момент в произвольном сечении балки с координатой  $z$ ;  $E$  – модуль продольной упругости материала балки;  $J_x$  – момент инерции поперечного сечения балки относительно главной центральной оси  $x$ .

Теоретически перемещения в балках можно определить:

путем интегрирования дифференциального уравнения изогнутой оси балки;

методом начальных параметров;

методом Мора.

При использовании метода Мора необходимо рассмотреть два состояния системы (балки): грузовое (заданное) и единичное.

Грузовое состояние определяется внешними заданными нагрузками, действующими на балку. Единичное состояние образуется из грузового путем отбрасывания внешних нагрузок и приложением в точке, где определяется перемещение, по направлению этого перемещения единичного силового фактора. Причем если определяется прогиб, прикладывается безразмерная единичная сила ( $\bar{P} = 1$ ), если угол поворота – безразмерный единичный момент ( $\bar{M} = 1$ ). В балке при поперечном изгибе в ее сечениях возникают поперечная сила  $Q_y$  и изгибающий момент  $M_x$ . Следовательно, интегралы Мора для определения прогибов будут иметь вид

$$V^T = \sum_{i=1}^n \left[ \int_0^l \frac{M_{x,i} \bar{M}_{x,i}}{EJ_x} dz + K_y \int_0^l \frac{Q_{y,i} \bar{Q}_{y,i}}{GF} dz \right], \quad (2.40)$$

где  $V^T$  – теоретическое значение прогиба;  $Q_{y,i}$ ,  $M_{x,i}$  – выражения для поперечной силы и изгибающего момента в заданном (грузовом)

состоянии для каждого участка балки ( $i$ );  $\bar{Q}_{y,i}$ ,  $\bar{M}_{x,i}$  – выражения для поперечной силы и изгибающего момента на соответствующих участках балки в единичном состоянии;  $G$  – модуль сдвига материала балки;  $F$  – площадь поперечного сечения балки;  $K_y$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений по поперечному сечению балки.

В случае длинных балок ( $L/h \geq 10$ ) учитываются перемещения только от изгибающего момента, где  $L$  – длина балки;  $h$  – высота поперечного сечения балки. Для коротких балок ( $L/h < 10$ ) необходимо наряду с перемещениями от изгибающего момента учитывать и перемещения от поперечной силы.

Интегралы (2.40) удобно вычислять графо-аналитически (способ Верещагина), тогда их можно записать в следующем виде

$$V^T = \sum_{i=1}^n \left[ \int_0^l \frac{M_{x,i} \bar{M}_{x,i}}{EJ_x} dz + K_y \int_0^l \frac{Q_{y,i} \bar{Q}_{y,i}}{GF} dz \right] = \sum_{i=1}^n \frac{1}{EJ_x} (\Omega_{M,i} \bar{y}_{M,i}) + \sum_{i=1}^n \frac{K_y}{GF} (\Omega_{Q,i} \bar{y}_{Q,i}), \quad (2.41)$$

где  $\Omega_{M,i}$ ,  $\Omega_{Q,i}$  – площади эпюр изгибающего момента и поперечной силы в заданном (грузовом) состоянии на каждом участке балки соответственно;  $\bar{y}_{M,i}$ ,  $\bar{y}_{Q,i}$  – ординаты единичных эпюр изгибающего момента и поперечной силы, взятых под центром тяжести грузовых эпюр соответственно.

Таким образом, для теоретического определения прогиба в длинной балке достаточно построить эпюры изгибающих моментов для заданного (грузового) и единичного состояния и перемножить их по правилу Верещагина. В случае короткой балки нужно построить эпюры изгибающего момента и поперечной силы для двух состояний балки и соответственно их перемножить.

В качестве длинной балки рассматривается балка прямоугольного поперечного сечения с размерами: ширина  $b = 30$  мм, высота  $h = 9$  мм, модуль продольной упругости материала  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа. Сечение короткой балки представляет собой двутавр № 12, а материал имеет модуль продольной упругости  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа, модуль сдвига

$G = 0,8 \cdot 10^5$  МПа. Коэффициент  $K_y$  для двутаврового сечения  $K_y = \frac{F}{F_{CT}}$ ,

где  $F_{CT} = (h - 2t)d$  – площадь стенки двутавра;  $h$  – высота двутавра;  $t$  – средняя толщина полок двутавра;  $d$  – ширина стенки двутавра.

**Лабораторная установка, испытательная машина, измерительные приборы.** Для экспериментального определения прогиба длинной балки используется лабораторная установка (рис. 2.19). На станине 1 закреплены опоры 2, на которых помещена балка 3. Нагружение силами  $P_1$  и  $P_2$  осуществляется с помощью гирь 4, укладываемых

на подвесы. Прогиб в точке с координатой  $a_0$  измеряется индикатором часового типа 5, цена деления которого равна  $K = 0,01$  мм.

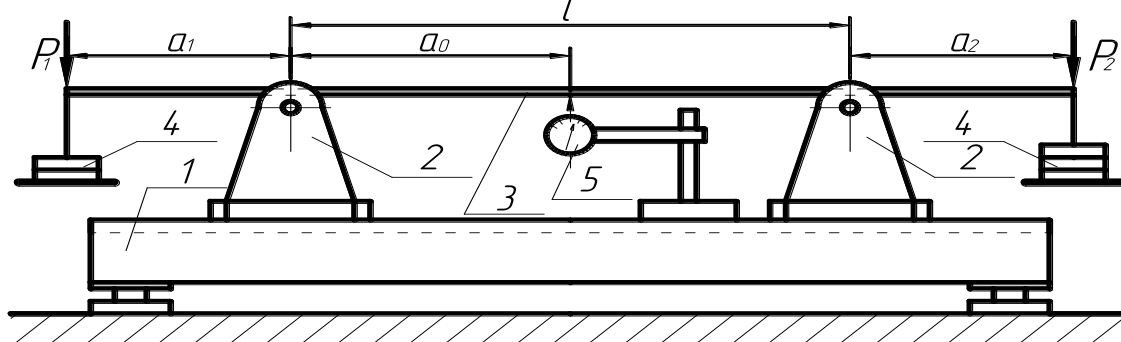


Рис. 2.19. Установка для определения перемещений при изгибе

Короткая балка представляет собой балку двутаврового сечения № 12 (рис. 2.20), установленную на испытательной машине FPZ-100. На балке 1, расположенной на опорах 2, в ее среднем сечении жестко закреплены индикаторы 3 (I, II), которые при нагружении силой  $P$  измеряют перемещение среднего сечения балки относительно опор.

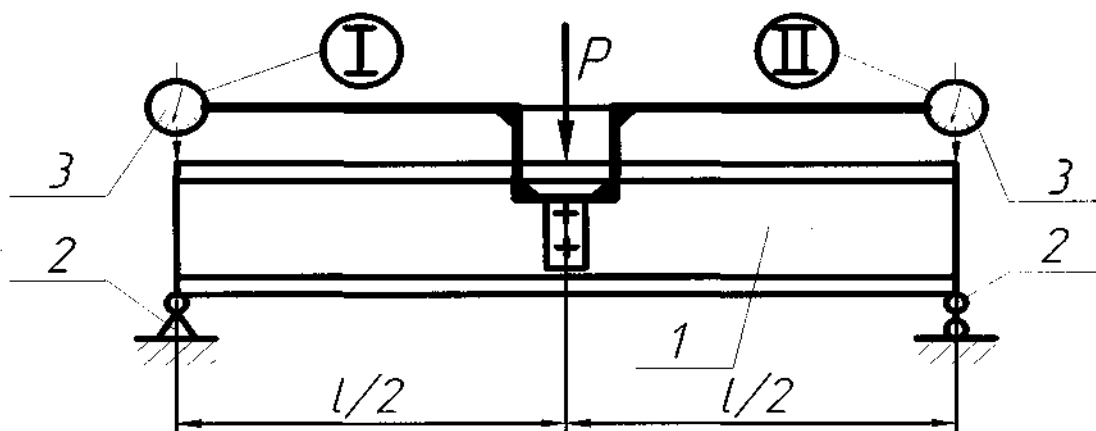


Рис. 2.20. Испытания короткой балки

**Порядок выполнения лабораторной работы.** *Определение прогиба длинной балки.* Лабораторная установка (см. рис. 2.20) позволяет изменять длину консолей ( $a_1, a_2$ ), расстояние  $a_0$ , где определяется прогиб и величины сил  $P_1$  и  $P_2$ . Поэтому студенческую группу целесообразно разбить на подгруппы, для каждой из которых использовать свои исходные данные (табл. 5).

Таблица 5. Исходные данные

Номер подгруппы	Силы $P_1, P_2, H$		Расстояние $a_0, a_1, a_2, \text{см}$		
	$P_1$	$P_2$	$a_0$	$a_1$	$a_2$
1	30	70	25,0	12,0	18,0
2	60	40	35,0	14,0	26,0
3	20	80	28,0	26,0	20,0
4	80	30	30,0	24,0	25,0
5	50	20	35,0	26,0	26,0

В соответствии с заданными размерами  $a_0, a_1, a_2$  установить на балке подвесы для гирь и индикатор. Записать начальный отсчет индикатора  $n_0$ .

Уложить на подвесы наборы гирь, соответствующие заданным силам  $P_1$  и  $P_2$ . Записать показание индикатора при нагрузке  $n_D$ . Повторить опыт еще два раза.

*Определение прогиба короткой балки.* Записать показания индикаторов I и II при начальной нагрузке ( $n_{I,0}, n_{II,0}$ ). Нагрузить балку силой  $P=30$  кН и снять показания индикаторов ( $n_{I,P}, n_{II,P}$ ). Балку разгрузить. Цикл нагрузка – разгрузка с записью показаний индикаторов повторить еще два раза. Все данные опытов занести в соответствующие таблицы журнала лабораторных работ.

**Обработка результатов опыта.** Вычислить приращения показаний индикаторов  $\Delta n_i = n_{i,P} - n_{i,0}$  и определить их среднее арифметическое значение ( $\Delta n_{CP}$ ) по результатам трех опытов. Определить экспериментальные значения прогиба для длинной

$$V^{\partial} = \Delta n_{CP} \cdot K \quad (2.42)$$

и короткой балки

$$V^{\partial} = \frac{\Delta n_{I CP} + \Delta n_{II CP}}{2} \cdot K. \quad (2.43)$$

Полученные результаты записать в журнал лабораторных работ.

Определить теоретические значения прогибов в длинной и короткой балках. При определении прогиба в длинной балке использовать значения величин  $a_0, a_1, a_2, P_1$  и  $P_2$ .

Результаты испытаний, а также соответствующие теоретические вычисления, занести в журнал лабораторных работ и провести сравнительную оценку полученных результатов.

### **Контрольные вопросы**

1. Перемещения, возникающие в балке при изгибе.
2. Методы, применяемые для определения перемещений в балках.
3. Состояния балки, которые рассматриваются при определении перемещений методом Мора.
4. Способы вычисления интегралов Мора.
5. Случаи, когда интегралы Мора нельзя вычислять графо-аналитически (по правилу Верещагина).
6. Составляющие прогибов при поперечном изгибе коротких балок.
7. Геометрические характеристики сечения и механические характеристики материала, используемые при определении перемещений в балках.
8. Приборы, которые используются для измерения прогибов в данной работе.
9. Можно ли в эксперименте отдельно измерить составляющие прогиба от изгибающего момента и поперечной силы?
10. Особенности длинных и коротких балок.

### **Лабораторная работа № 8 Статически неопределимая балка**

#### **Цель работы.**

1. Ознакомление с лабораторной установкой, измерительными приборами и методикой проведения работы.
2. Теоретическое и экспериментальное определение реакции в статически неопределимой балке.
3. Сравнение полученных результатов.

**Краткие теоретические сведения.** Все конструкции (расчетные схемы) можно разделить на две группы: 1 – статически определимые, в которых для определения опорных реакций и внутренних усилий достаточно уравнений равновесия; 2 – статически неопределимые, в которых для определения опорных реакций и внутренних усилий уравнений равновесия недостаточно.

Одним из методов расчета статически неопределимых систем является метод сил. Он заключается в том, что заданная статически неопределимая система освобождается от «лишних» связей. Их действие заменяется силами или моментами, величина которых подбирается так, чтобы перемещения соответствовали ограничениям, накладываемым на систему отброшенными связями.

Система, освобожденная от лишних связей, становится статически

определимой и называется основной системой. Загрузив основную систему заданными нагрузками и реакциями «лишних» связей, получим эквивалентную систему.

Для определения реакций «лишних» связей составляются канонические уравнения метода сил

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \dots + \delta_{1n}X_n + \Delta_{1P} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \dots + \delta_{2n}X_n + \Delta_{2P} &= 0, \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \dots + \delta_{3n}X_n + \Delta_{3P} &= 0, \\ \dots & \\ \delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \delta_{n3}X_3 + \dots + \delta_{nn}X_n + \Delta_{nP} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

где  $\delta_{ij}$  – единичные перемещения в основной системе по направлению  $i$  отброшенной связи от силы  $\bar{X}_j = 1$ ;  $\Delta_{iP}$  – перемещение в основной системе по направлению  $i$  связи от заданных нагрузок;  $X_j$  – реакции лишних связей.

Уравнения (2.44) выражают тот факт, что перемещения в направлении отброшенных связей равны нулю. Число канонических уравнений равно степени статической неопределимости системы. В случае, если система один раз статически неопределима, каноническое уравнение принимает вид

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0. \quad (2.45)$$

Рассмотрим балку постоянной жесткости ( $EJ_x = const$ ), которая один раз статически неопределима (рис. 2.21).

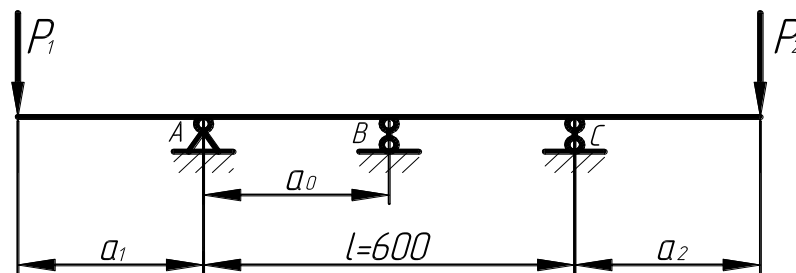


Рис. 2.21. Схема статически неопределимой балки

Теоретический расчет сводится к раскрытию статической неопределимости, т. е. к определению реакции в опоре  $B (R_B^0)$ . Данный расчет выполняется в следующей последовательности:

- выбирается основная и образуется эквивалентная системы;
- так как коэффициенты  $\delta_{11}$  и  $\Delta_{1P}$  уравнения (2.44) есть перемещения, то для их определения воспользуемся методом Мора с графо-



аналитическим вычислением интегралов (правило Верещагина), поэтому в основной системе необходимо построить грузовую ( $M_p$ ) и единичную ( $\bar{M}_1$ ) эпюры изгибающих моментов;

перемножив соответствующие эпюры, определить коэффициенты  $\delta_{11}$  и  $\Delta_{1D}$ ;

полученные значения коэффициентов подставить в уравнение (2.45) и определить величину  $X_1 = R_B^T$  – теоретическое значение реакции в опоре  $\hat{A}$ ;

для проверки вычислений строится окончательная эпюра изгибающего момента, и при ее перемножении с единичной должен получиться ноль (деформационная проверка).

Все расчеты свести в лабораторный журнал.

**Лабораторная установка и измерительные приборы.** При проведении работы используется лабораторная установка, показанная на рис. 2.22.

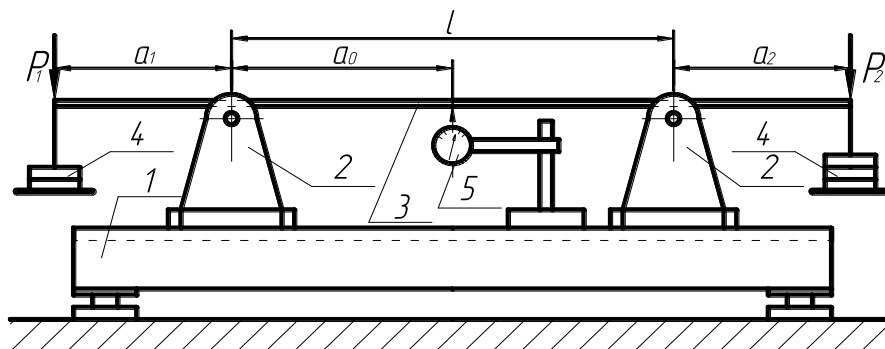


Рис. 2.22. Лабораторная установка

На станине 1 установлены опоры 2, на которых лежит балка 3. Нагружение силами  $P_1$  и  $P_2$  осуществляется с помощью гирь 4, укладываемых на подвесы. Прогиб в точке с ординатой  $a_0$  измеряется индикатором часового типа 5.

**Порядок выполнения лабораторной работы.** Лабораторная установка (см. рис. 2.22) позволяет изменять длину консолей ( $a_1$ ,  $a_2$ ), расстояние  $a_0$  – положение опоры  $B$  и величины сил  $P_1$  и  $P_2$ . Поэтому студенческую группу целесообразно разбить на подгруппы, для каждой из которых использовать свои исходные данные (см. табл. 5).

В статически неопределимой балке (рис. 2.23а) вместо опоры  $B$  на расстоянии  $a_0$  устанавливается индикатор (рис. 2.23б).

В соответствии с заданными размерами  $a_1$  и  $a_2$  на балке располагаются подвесы для гирь и фиксируется начальный отсчет индикатора.

Наборы гирь, соответствующие заданным силам  $P_1$  и  $P_2$ , укладываются на подвесы, и записывается новое показание индикатора (прогиб  $V_B$ ).

Постепенно нагружается балка вертикальной силой в точке  $B$  до такого ее значения, когда стрелка индикатора вернется в свое первоначальное положение (рис. 2.23в). Данное значение силы и будет равно экспериментальному значению реакции в точке  $B$  ( $R_B^э$ ).

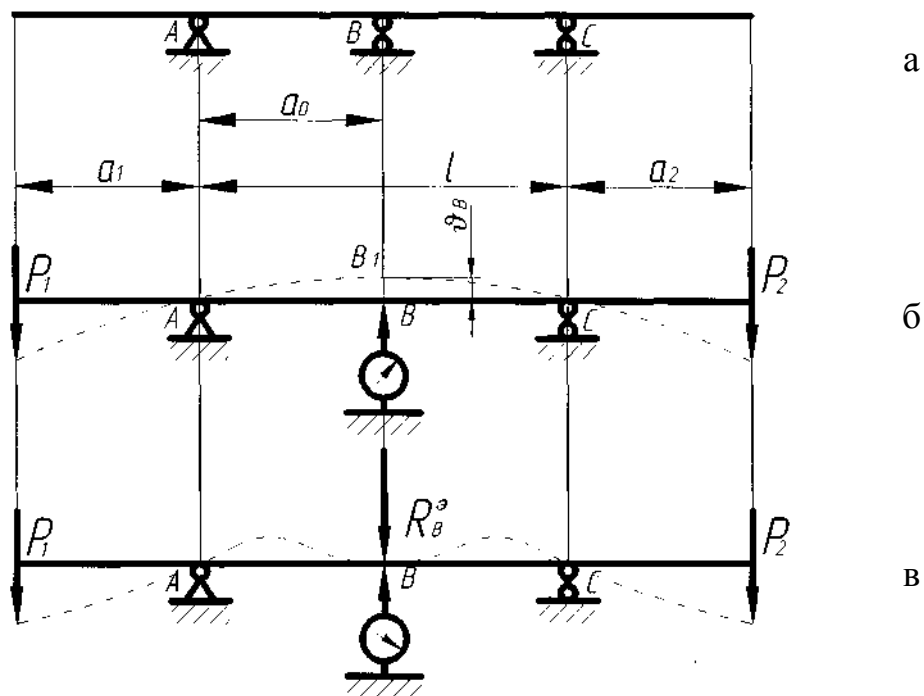


Рис. 2.23. Схема определения прогибов

**Обработка результатов опыта.** Результаты испытаний и теоретического расчета занести в лабораторный журнал и провести сравнительную оценку.

### Контрольные вопросы

1. Системы, называемые статически неопределимыми.
2. Понятие степени статической неопределимости.
3. Суть расчета статически неопределимых систем по методу сил.
4. Понятие основной системы.
5. Понятие эквивалентной системы.
6. Геометрически неизменяемая система.
7. Кинематический смысл канонических уравнений метода сил.
8. Число канонических уравнений метода сил.

9. Определение коэффициентов канонических уравнений.
10. Определение перемещений в статически неопределимых системах.
11. Смысл деформационной проверки и ее проведение.

### Лабораторная работа № 9 Устойчивость сжатого стержня

#### Цель работы.

1. Ознакомление с лабораторной установкой и методикой проведения лабораторной работы.
2. Экспериментальное и теоретическое определение критической силы для сжатого шарнирно опертого стержня.
3. Сравнение полученных результатов.

**Краткие теоретические сведения.** При возрастании осевой сжимающей силы на стержень может произойти его внезапное искривление – потеря устойчивости прямолинейной формы равновесия (рис. 2.24). Нагрузка, при которой происходит потеря устойчивости, называется критической. В пределах упругости критическая нагрузка определяется по формуле Эйлера:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{(\mu \cdot l)^2}, \quad (2.46)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала стержня;  $l$  – длина стержня;  $J_{\min}$  – минимальный момент инерции поперечного сечения;  $\mu$  – коэффициент приведения длины, учитывающий влияние условий закрепления концов стержня (для шарнирного закрепления  $\mu = 1,0$ ).

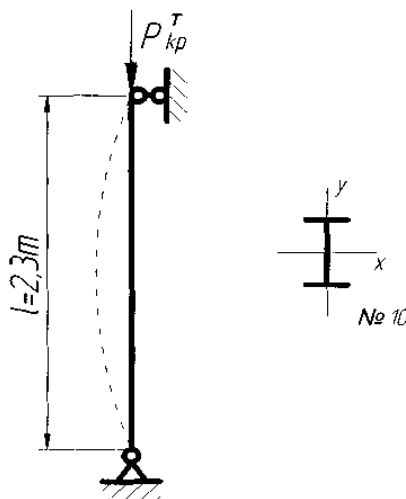


Рис. 2.24. Сжатый стержень

Формула Эйлера (2.46) справедлива, когда критические напряжения в стержне не превышают предела пропорциональности ( $\sigma_{кр} \leq \sigma_{пл}$ ) или

$$\lambda \geq \lambda_*, \quad (2.47)$$

где  $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}$  – гибкость стержня;  $\lambda_* = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{пл}}}$  – предельная гибкость для

материала стержня;  $i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{F}}$  – минимальный радиус инерции сечения стержня;  $F$  – площадь поперечного сечения;  $\sigma_{пл}$  – предел пропорциональности материала стержня.

Теоретическое определение критической силы проводится для стержня, показанного на рис. 2.24. Поперечное сечение стержня двутавр № 10; длина  $l = 2,3$  м; механические характеристики  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;  $\sigma_{пл} = 200$  МПа. В начале расчета необходимо проверить выполнение условия (2.47); Затем определить теоретическое значение критической силы ( $P_{кр}^T$ ) по формуле (2.46). Результаты расчета заносятся в лабораторный журнал.

**Лабораторная установка и объект исследования.** Схема лабораторной установки приведена на рис. 2.25. Стержень 1 двутаврового поперечного сечения (№ 10) с помощью опор 2 закреплен в жесткой раме 3.

Усилие  $P$  на рычаге 4 создается гидроцилиндром и фиксируется образцовым динамометром, в котором сила пропорциональна показаниям индикатора часового типа. Из схемы видно, что экспериментальное значение критической силы ( $P_{кр}^Э$ ) будет в четыре раза больше силы  $P$ .

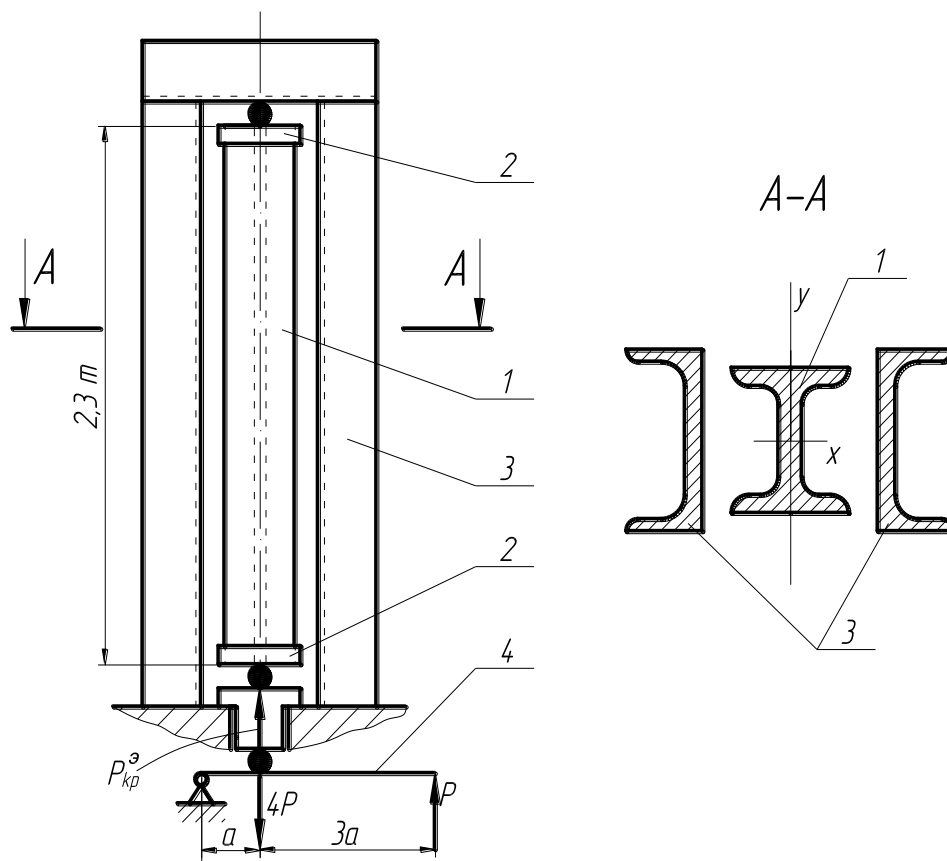


Рис. 2.25. Схема лабораторной установки

**Порядок выполнения лабораторной работы.** Нагружение стержня производится медленно и плавно. За возрастанием нагрузки и поведением стержня нужно непрерывно следить. Стержень подвергается сжатию до появления заметного искривления, которое определяется визуально. Значение полученной нагрузки принимается за критическое.

**Обработка результатов опыта.** В опыте фиксируется показание индикатора, при котором стержень потерял устойчивость. Затем по тарировочному графику (рис. 2.26) определяется усилие  $P$  и величина экспериментального значения критической силы  $P_{кр}^э = 4P$ .

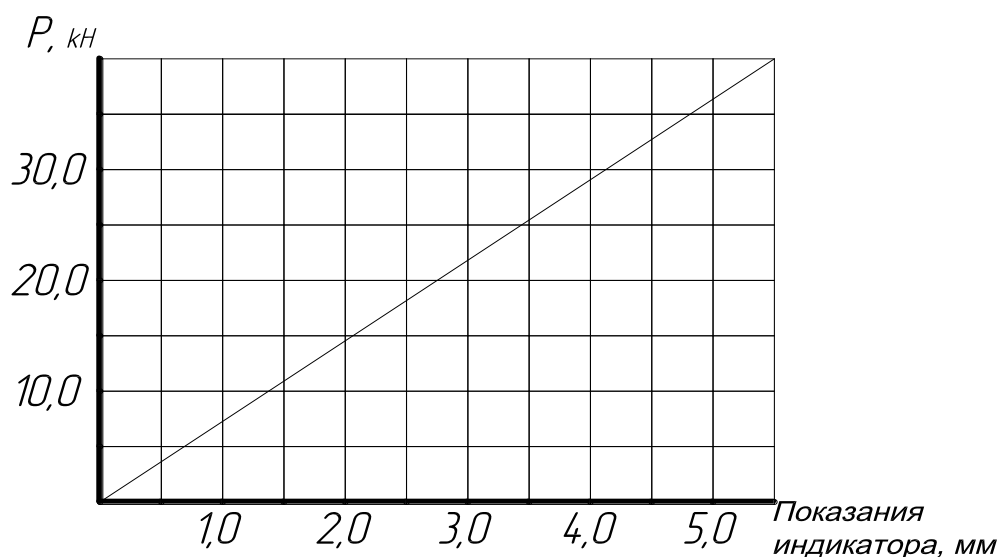


Рис. 2.26. Тарировочный график

Результаты испытания занести в лабораторный журнал и провести сравнительную оценку величин критических сил, полученных теоретически и экспериментально.

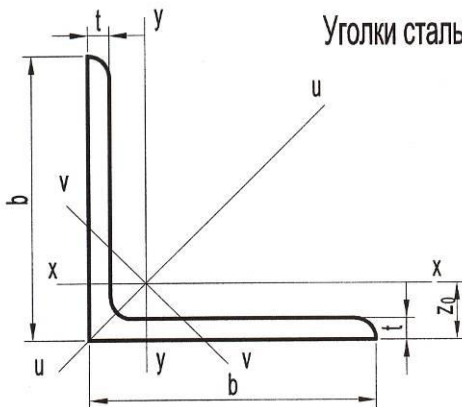
#### **Контрольные вопросы**

1. Явление потери устойчивости.
2. Критическая сила.
3. Вычисление критической силы при потере устойчивости в области упругих деформаций.
4. Границы применимости формулы Эйлера. Причины ограничения.
5. Определение гибкости стержня и предельной гибкости для материала стержня.
6. Коэффициент приведения длины.
7. Плоскость, в которой происходит выпучивание сжатого стержня.
8. Зависимость величины критической силы от упругих свойств материала.
9. Привести примеры потери устойчивости из инженерной практики.

# Приложения

## Приложение 1

### Уголки стальные горячекатаные равнополочные (по ГОСТ 8509-93)



- b - ширина полки;
- t - толщина полки;
- A - площадь поперечного сечения;
- J - осевой момент инерции;
- i - радиус инерции;
- $J_{xy}$  - центробежный момент инерции;
- $z_0$  - расстояние от центра тяжести до наружной грани полки.

Номер уголка	Масса 1 м уголка, кг	Размеры, мм		A, см <sup>2</sup>	J <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	i <sub>x</sub> , см	J <sub>u</sub> , см <sup>4</sup>	i <sub>u</sub> , см	J <sub>v</sub> , см <sup>4</sup>	i <sub>v</sub> , см	J <sub>xy</sub>  , см <sup>4</sup>	z <sub>0</sub> , см
		b	t									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	0,90	20	3	1,13	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,23	0,60
	1,20	20	4	1,46	0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	0,28	0,64
2,5	1,10	25	3	1,43	0,81	0,75	1,29	0,95	0,34	0,49	0,47	0,73
	1,50	25	4	1,86	1,03	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48	0,59	0,76
	1,80	25	5	2,27	1,22	0,73	1,91	0,92	0,53	0,48	0,69	0,80
2,8	1,30	28	3	1,62	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	0,68	0,80
3	1,40	30	3	1,74	1,45	0,91	2,30	1,15	0,60	0,59	0,85	0,85
	1,80	30	4	2,27	1,84	0,90	2,92	1,13	0,77	0,58	1,08	0,89
	2,20	30	5	2,78	2,20	0,89	3,47	1,12	0,94	0,58	1,27	0,93
3,2	1,50	32	3	1,86	1,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,63	1,03	0,89
	1,90	32	4	2,43	2,26	0,96	3,58	1,21	0,94	0,62	1,32	0,94
3,5	1,60	35	3	2,04	2,35	1,07	3,72	1,35	0,97	0,69	1,37	0,97
	2,10	35	4	2,17	3,01	1,06	4,76	1,33	1,25	0,68	1,75	1,01
	2,60	35	5	3,28	3,61	1,05	5,71	1,32	1,52	0,68	2,10	1,05
4	1,90	40	3	2,35	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	2,08	1,09
	2,40	40	4	3,08	4,58	1,22	7,26	1,53	1,90	0,78	2,68	1,13
	3,00	40	5	3,79	5,53	1,21	8,75	1,52	2,30	0,78	3,22	1,17
	3,50	40	6	4,48	6,41	1,20	10,13	1,50	2,70	0,78	3,72	1,21
4,5	2,10	45	3	2,65	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	3,00	1,21
	2,70	45	4	3,48	6,63	1,38	10,52	1,74	2,74	0,89	3,89	1,26
	3,40	45	5	4,29	8,03	1,37	12,74	1,72	3,33	0,88	4,71	1,30
	4,00	45	6	5,08	9,35	1,36	14,80	1,71	3,90	0,88	5,45	1,34
5	2,30	50	3	2,96	7,11	1,55	11,27	1,95	2,95	1,00	4,16	1,33
	3,00	50	4	3,89	9,21	1,54	14,63	1,94	3,80	0,99	5,42	1,38
	3,80	50	5	4,80	11,20	1,53	17,77	1,92	4,63	0,98	6,57	1,42
	4,50	50	6	5,69	13,07	1,52	20,72	1,91	5,43	0,98	7,65	1,46
	5,20	50	7	6,56	14,84	1,50	23,47	1,89	6,21	0,97	8,63	1,50
	5,80	50	8	7,41	16,51	1,49	26,03	1,87	6,98	0,97	9,52	1,53
5,6	3,40	56	4	4,38	13,10	1,73	20,79	2,18	5,41	1,11	7,69	1,52
	4,30	56	5	5,41	15,97	1,72	25,36	2,16	6,59	1,10	9,41	1,57

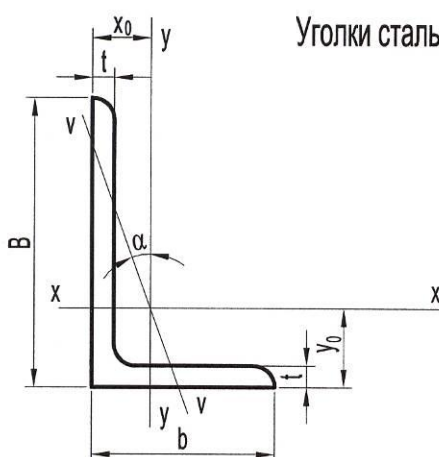
Продолжение прилож. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
6,3	3,90	63	4	4,96	18,86	1,95	29,90	2,45	7,81	1,25	11,00	1,69
	4,80	63	5	6,13	23,10	1,94	36,80	2,44	9,52	1,25	13,70	1,74
	5,70	63	6	7,28	27,06	1,93	42,91	2,43	11,18	1,24	15,90	1,78
7	5,40	70	5	6,86	31,94	2,16	50,67	2,72	13,22	1,39	18,70	1,90
	6,40	70	6	8,15	37,58	2,15	59,64	2,71	15,52	1,38	22,10	1,94
	7,40	70	7	9,42	42,98	2,14	68,19	2,69	17,77	1,37	25,20	19,9
7,5	5,80	75	5	7,39	39,53	2,31	62,65	2,91	16,41	1,49	23,10	2,02
	6,90	75	6	8,78	46,57	2,30	73,87	2,90	19,28	1,48	27,30	2,06
	8,00	75	7	10,15	53,34	2,29	84,61	2,89	22,07	1,47	31,20	2,10
8	7,40	80	6	9,38	56,97	2,47	90,40	3,11	23,54	1,58	33,40	2,19
	8,50	80	7	10,85	65,31	2,45	103,60	3,09	26,97	1,58	38,30	2,23
	9,60	80	8	12,30	73,36	2,44	116,39	3,08	30,32	1,57	43,00	2,27
9	8,30	90	6	10,61	82,10	2,78	130,00	3,50	33,97	1,79	48,10	2,43
	9,60	90	7	12,28	94,30	2,77	149,67	3,49	38,94	1,78	55,40	2,47
	10,90	90	8	13,93	106,11	2,76	168,42	3,48	43,80	1,77	62,30	2,51
10	10,80	100	7	13,75	130,59	3,08	207,01	3,88	54,16	1,98	76,40	2,71
	12,20	100	8	15,60	147,19	3,07	233,46	3,87	60,92	1,98	86,30	2,75
	15,10	100	10	19,24	178,95	3,05	283,83	3,84	74,08	1,96	110,00	2,83
	17,90	100	12	22,80	208,90	3,03	330,95	3,81	86,84	1,95	122,00	2,91
11	11,90	110	7	15,15	175,61	3,40	278,54	4,29	72,68	2,19	106,00	2,96
	13,50	110	8	17,20	198,17	3,39	314,51	4,28	81,83	2,18	116,00	3,00
12,5	15,50	125	8	19,69	294,36	3,87	466,76	4,87	121,98	2,49	172,00	3,36
	17,30	125	9	22,00	327,48	3,86	520,00	4,86	135,88	2,48	192,00	3,40
	19,10	125	10	24,33	359,82	3,85	571,04	4,84	148,59	2,47	211,00	3,45
14	19,40	140	9	24,72	465,72	4,34	739,42	5,47	192,03	2,79	274,00	3,78
	21,40	140	10	27,33	512,29	4,33	813,62	5,46	210,96	2,78	301,00	3,82
	25,50	140	12	32,49	602,49	4,31	956,98	5,43	248,01	2,76	354,00	3,90
16	24,70	160	10	31,43	774,24	4,96	1229,10	6,25	319,38	3,19	455,00	4,30
	27,00	160	11	34,42	844,21	4,95	1340,06	6,24	347,77	3,18	496,00	4,35
	28,40	160	12	37,39	912,89	4,94	1450,00	6,23	375,78	3,17	537,00	4,39
	34,00	160	14	43,57	1046,47	4,92	1662,13	6,20	430,81	3,16	615,00	4,47
	38,50	160	16	49,07	1175,19	4,89	1865,73	6,17	484,64	3,14	690,00	4,55
18	30,50	180	11	38,80	1216,44	5,60	1933,10	7,06	499,78	3,59	716,00	4,85
	33,10	180	12	42,19	1316,62	5,59	2092,78	7,04	540,45	3,58	776,00	4,89
	41,00	180	15	52,18	1607,36	5,55	2554,99	7,00	659,73	3,56	948,00	5,01
20	37,00	200	12	47,10	1822,78	6,22	2896,16	7,84	749,40	3,99	1073,00	5,37
	39,90	200	13	50,85	1960,77	6,21	3116,18	7,83	805,35	3,98	1156,00	5,42
	42,80	200	14	54,60	2097,00	6,20	3333,00	7,81	861,00	3,97	1236,00	5,46
	48,60	200	16	61,98	2362,57	6,17	3755,39	7,78	969,74	3,96	1393,00	5,54
	54,40	200	18	69,30	2620,64	6,15	4164,54	7,75	1076,74	3,94	1544,00	5,62
22	47,40	220	14	60,38	2814,36	6,83	4470,19	8,60	1158,56	4,38	1655,00	5,91
	53,80	220	16	68,58	3175,44	6,80	5045,37	8,58	1305,52	4,36	1869,00	6,02
25	61,50	250	16	78,40	4717,10	7,76	7492,10	9,78	1942,09	4,98	2775,00	6,75
	68,90	250	18	87,72	5247,24	7,73	8336,69	9,75	2157,78	4,96	3089,00	6,83
	76,10	250	20	96,96	5764,87	7,71	9159,73	9,72	2370,01	4,94	3395,00	6,91
	83,30	250	22	106,12	6270,32	7,09	9961,60	9,69	2579,04	4,93	3691,00	7,00



## Приложение 2

### Уголки стальные горячекатаные неравнополочные (по ГОСТ 8510-86\*)



- B - ширина большой полки;
- b - ширина меньшей полки;
- t - толщина полки;
- A - площадь поперечного сечения;
- J - осевой момент инерции;
- i - радиус инерции;
- $\alpha$  - угол наклона главной центральной оси;
- $J_{xy}$  - центробежный момент инерции;
- $x_0, y_0$  - расстояние от центра тяжести до наружных граней полки.

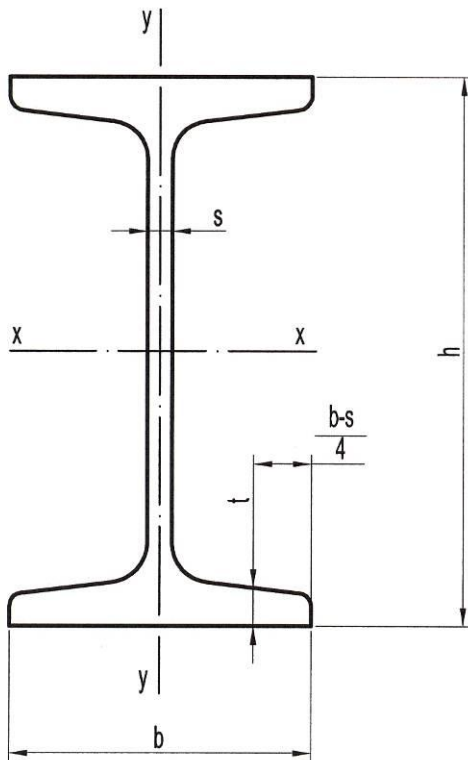
Номер уголка	Масса 1 м уголка, кг	Размеры, мм			A, см <sup>2</sup>	J <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	i <sub>x</sub> , см	J <sub>y</sub> , см <sup>4</sup>	i <sub>y</sub> , см	J <sub>v</sub> , см <sup>4</sup>	i <sub>v</sub> , см	J <sub>xy</sub>  , см <sup>4</sup>	tg α	x <sub>0</sub> , см	y <sub>0</sub> , см
		B	b	t											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2,5/1,6	0,90	25	16	3	1,16	0,70	0,78	0,22	0,44	0,13	0,34	0,22	0,392	0,42	0,86
3/2	1,10	30	20	3	1,43	1,27	0,94	0,45	0,56	0,26	0,43	0,43	0,427	0,51	1,00
	1,50	30	20	4	1,86	1,61	0,93	0,56	0,55	0,34	0,43	0,54	0,421	0,54	1,04
3,2/2	1,20	32	20	3	1,49	1,52	1,01	0,46	0,55	0,28	0,43	0,47	0,382	0,49	1,08
	1,50	32	20	4	1,94	1,93	1,00	0,57	0,54	0,35	0,43	0,50	0,374	0,53	1,12
4/2,5	1,50	40	25	3	1,89	3,06	1,27	0,93	0,70	0,56	0,54	0,96	0,385	0,59	1,32
	1,90	40	25	4	2,47	3,93	1,26	1,81	0,69	0,71	0,54	1,22	0,281	0,63	1,37
	2,40	40	25	5	3,03	4,73	1,25	1,41	0,68	0,86	0,53	1,44	0,374	0,66	1,41
4/3	2,30	40	30	4	2,67	4,18	1,25	2,01	0,87	1,09	0,64	1,68	0,544	0,78	1,28
	2,50	40	30	5	3,28	5,04	1,24	2,41	0,86	1,33	0,64	2,00	0,539	0,82	1,32
4,5/2,8	1,70	45	28	3	2,14	4,41	1,48	1,32	0,79	0,79	0,61	1,38	0,382	0,64	1,47
	2,20	45	28	4	2,80	5,68	1,42	1,69	0,78	1,02	0,60	1,77	0,379	0,68	1,51
5/3,2	1,90	50	32	3	2,42	6,18	1,60	1,99	0,91	1,18	0,70	2,01	0,403	0,72	1,60
	2,40	50	32	4	3,17	7,98	1,59	2,56	0,90	1,52	0,69	2,59	0,401	0,76	1,65
5,6/3,6	2,80	56	36	4	3,58	11,37	1,78	3,70	1,02	2,19	0,78	3,74	0,406	0,84	1,82
	3,50	56	36	5	4,41	13,82	1,77	4,48	1,01	2,65	0,78	4,50	0,404	0,88	1,87
6,3/4	3,20	63	40	4	4,04	16,33	2,01	5,16	1,13	3,07	0,87	5,25	0,397	0,91	2,03
	3,90	63	40	5	4,98	19,91	2,00	6,26	1,12	3,73	0,86	6,41	0,396	0,95	2,08
	4,60	63	40	6	5,90	23,31	1,99	7,29	1,11	4,36	0,86	7,44	0,393	0,90	2,12
	6,00	63	40	8	7,68	29,60	1,96	9,15	1,09	5,58	0,85	9,27	0,386	1,07	2,20
6,5/5	4,40	65	50	5	5,56	23,41	2,05	12,08	1,47	6,41	1,07	9,77	0,576	1,26	2,00
	5,20	65	50	6	6,60	27,46	2,04	14,12	1,46	7,52	1,07	11,46	0,575	1,30	2,04
	5,90	65	50	7	7,62	31,32	2,03	16,05	1,45	8,60	1,06	12,94	0,571	1,34	2,08
	6,80	65	50	8	8,62	35,00	2,02	18,88	1,44	9,65	1,06	13,61	0,570	1,37	2,12
7/4,5	4,30	70	45	5	5,59	27,76	2,23	9,05	1,27	5,34	0,98	9,12	0,406	1,05	2,28
7,5/5	4,80	75	50	5	6,11	34,81	2,39	12,47	1,43	7,24	1,09	12,00	0,436	1,17	2,39
	5,70	75	50	6	7,25	40,92	2,38	14,60	1,42	8,48	1,08	14,10	0,435	1,21	2,44
	6,60	75	50	7	8,37	46,77	2,36	16,61	1,41	9,69	1,08	16,18	0,435	1,25	2,48
	7,40	75	50	8	9,47	52,38	2,35	18,52	1,40	10,87	1,07	17,80	0,430	1,29	2,52
8/5	4,50	80	50	5	6,36	41,64	2,56	12,68	1,41	7,57	1,00	13,20	0,387	1,13	2,60

Продолжение прилож. 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8/5	5,90	80	50	6	7,55	48,98	2,55	14,85	1,40	8,88	1,08	15,50	0,386	1,17	2,65
8/6	6,40	80	60	6	8,15	52,06	2,53	25,18	1,76	13,61	1,29	20,98	0,547	1,49	2,47
	7,40	80	60	7	9,42	59,61	2,52	28,74	1,75	15,58	1,29	24,01	0,546	1,53	2,52
	8,40	80	60	8	10,67	66,88	2,50	32,15	1,74	17,49	1,28	26,83	0,544	1,57	2,56
9/5,6	6,20	90	56	5	7,86	65,28	2,88	19,67	1,58	11,77	1,22	20,54	0,384	1,26	2,92
	6,70	90	56	6	8,54	70,58	2,88	21,22	1,58	12,70	1,22	22,23	0,384	1,28	2,95
	8,80	90	56	8	11,18	90,87	2,85	27,08	1,56	16,29	1,21	28,33	0,380	1,36	3,04
10/6,3	7,50	100	63	6	9,58	98,29	3,20	30,58	1,79	18,20	1,38	31,50	0,393	1,42	3,23
	8,70	100	63	7	11,09	112,86	3,19	34,99	1,78	20,83	1,37	36,10	0,392	1,56	3,28
	9,90	100	63	8	12,57	126,96	3,18	39,21	1,77	23,38	1,36	40,50	0,391	1,50	3,32
	12,10	100	63	10	15,47	153,95	3,15	47,18	1,75	28,34	1,35	48,60	0,387	1,58	3,40
10/6,5	8,80	100	65	7	11,23	114,05	3,19	38,32	1,85	22,77	1,41	38,00	0,415	1,52	3,24
	10,00	100	65	8	12,73	128,31	3,18	42,96	1,84	25,24	1,41	42,64	0,414	1,56	3,28
	12,30	100	65	10	15,67	155,52	3,15	51,68	1,82	30,60	1,40	51,18	0,410	1,64	3,37
11/7	9,00	110	70	6	11,45	142,42	3,53	45,61	2,00	26,94	1,53	46,80	0,402	1,58	3,55
	10,90	110	70	7	13,93	171,54	3,51	54,64	1,98	32,31	1,52	55,90	0,400	1,64	3,61
12,5/8	11,00	125	80	7	14,06	226,53	4,01	73,73	2,29	43,40	1,76	74,70	0,407	1,80	4,01
	12,60	125	80	8	15,98	225,62	4,00	80,95	2,28	48,82	1,75	84,10	0,406	1,84	4,05
	15,50	125	80	10	19,70	311,61	3,98	100,47	2,26	59,33	1,74	102,00	0,404	1,92	4,14
	18,30	125	80	12	23,36	364,79	3,95	116,84	2,24	69,47	1,72	118,00	0,400	2,00	4,22
14/9	14,10	140	90	8	18,00	363,68	4,49	119,47	2,58	70,27	1,58	121,00	0,411	2,03	4,49
	17,50	140	90	10	22,24	444,45	4,47	145,54	2,58	85,51	1,96	147,00	0,409	2,12	4,58
16/10	18,00	160	100	9	22,87	605,97	5,15	186,03	2,85	110,40	2,20	194,00	0,391	2,24	5,19
	19,90	160	100	10	25,28	666,59	5,13	204,09	2,84	121,16	2,19	213,00	0,390	2,28	5,23
16/11	23,60	160	110	12	30,04	784,22	5,11	238,75	2,82	142,14	2,18	249,00	0,388	2,36	5,32
	27,30	160	110	14	34,72	897,19	5,08	271,60	2,80	162,49	2,16	232,00	0,385	2,43	5,40
18/11	22,20	180	110	10	28,33	952,28	5,80	276,37	3,12	165,44	2,42	295,00	0,376	2,44	5,88
	26,40	180	110	12	33,69	1122,56	5,77	324,09	3,10	194,28	2,40	348,00	0,374	2,52	5,97
20/12,5	27,40	200	125	11	34,87	1449,02	6,45	446,36	3,58	263,84	2,75	465,00	0,392	2,79	6,50
	29,70	200	125	12	37,89	1568,19	6,43	481,93	3,57	285,04	2,74	503,00	0,392	2,83	6,54
	34,40	200	125	14	43,87	1800,83	6,41	550,77	3,54	326,54	2,73	575,00	0,390	2,91	6,62
	39,10	200	125	16	49,77	2026,08	6,38	616,66	3,52	366,99	2,72	643,00	0,388	2,99	6,71

## Приложение 3

### Двутавры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8239-89)

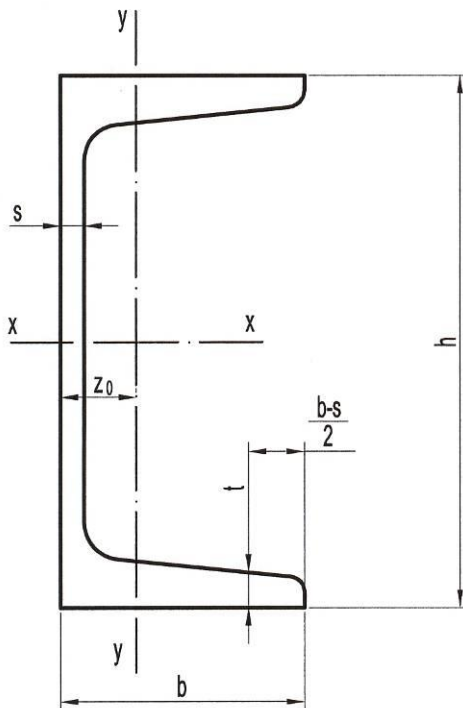


- $h$  - высота двутавра;
- $b$  - ширина полки;
- $s$  - толщина стенки;
- $t$  - средняя толщина полки;
- $A$  - площадь поперечного сечения;
- $J$  - момент инерции;
- $W$  - момент сопротивления;
- $S$  - статический момент полусечения;
- $i$  - радиус инерции.

Номер двутавра	Масса 1 м, кг	Размеры, мм				$A, \text{см}^2$	$J_x, \text{см}^4$	$W_x, \text{см}^3$	$i_x, \text{см}$	$S_x, \text{см}^3$	$J_y, \text{см}^4$	$W_y, \text{см}^3$	$i_y, \text{см}$
		$h$	$b$	$s$	$t$								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
10	9,46	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,7
18	18,4	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
20	21,0	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
22	24,0	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
24	27,3	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
27	31,5	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
30	36,5	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
33	42,2	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	57,0	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	66,5	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	78,5	500	170	10,0	15,2	100,0	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	92,6	550	180	11,0	16,5	118,0	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	108,0	600	190	12,0	17,8	138,0	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54

## Приложение 4

### Швеллеры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8240-89)



- $h$  - высота швеллера;
- $b$  - ширина полки;
- $s$  - толщина стенки;
- $t$  - средняя толщина полки;
- $A$  - площадь поперечного сечения;
- $J$  - момент инерции;
- $W$  - момент сопротивления;
- $S$  - статический момент полусечения;
- $i$  - радиус инерции;
- $z_0$  - расстояние от оси  $y$  до наружной грани стенки.

Номер швеллера	Масса 1 м, кг	Размеры, мм				$A, \text{cm}^2$	$J_x, \text{cm}^4$	$W_x, \text{cm}^3$	$i_x, \text{cm}$	$S_x, \text{cm}^3$	$J_y, \text{cm}^4$	$W_y, \text{cm}^3$	$i_y, \text{cm}$	$z_0, \text{cm}$
		$h$	$b$	$s$	$t$									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5	4,84	50	32	4,4	7	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	5,9	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11	1,7	1,67
16	14,2	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,8
16a	15,3	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2
18	16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17	2,04	1,94
18a	17,4	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,2	2,07
22	21,0	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
24	24,0	240	90	5,6	10	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,6	2,42
27	27,7	270	95	6	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11	40,5	5810	387	12	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7	11,7	46,5	7990	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,1	2,68
40	48,3	400	115	8	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

Влияние конструктивных и технологических факторов на сопротивление усталости элементов конструкции

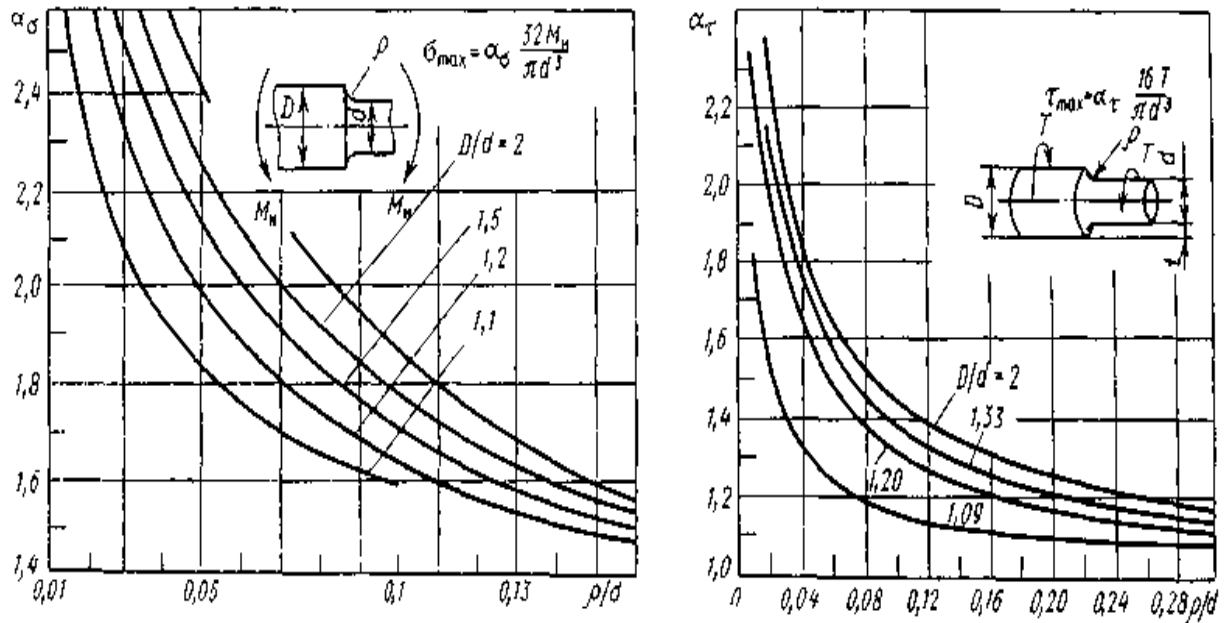


Рис. П1. Зависимость теоретических коэффициентов концентрации напряжений от отношения  $\rho/d$  при изгибе и кручении валов с галтелью

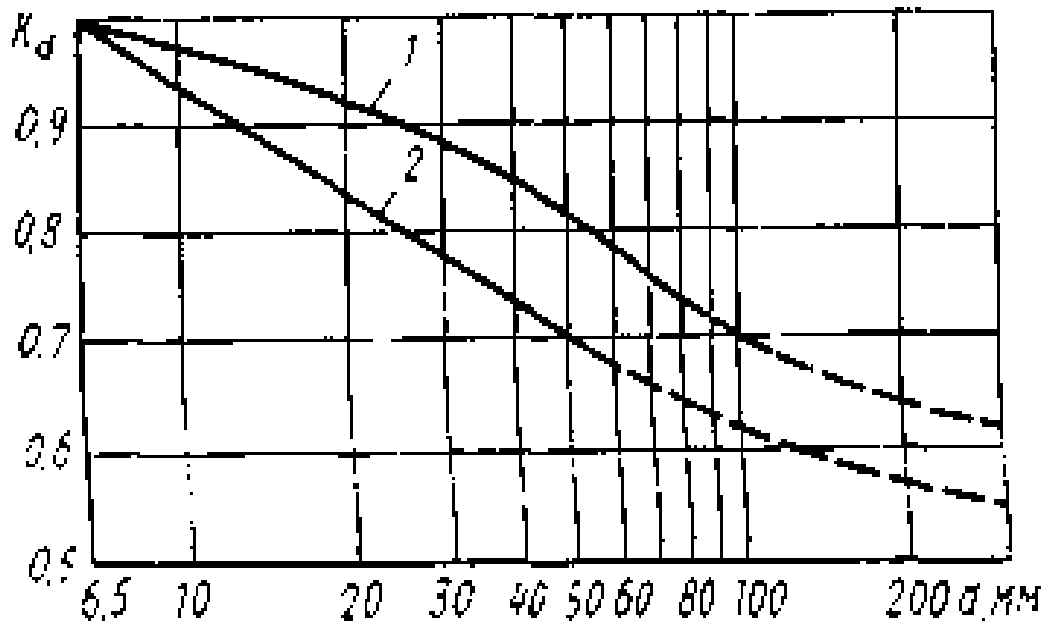


Рис. П2. Зависимость коэффициента масштабного эффекта от диаметра вала: 1 – углеродистые стали,  $\sigma_B = 400 \dots 500$  МПа; 2 – легированные стали,  $\sigma_B = 1200 \dots 1400$  МПа

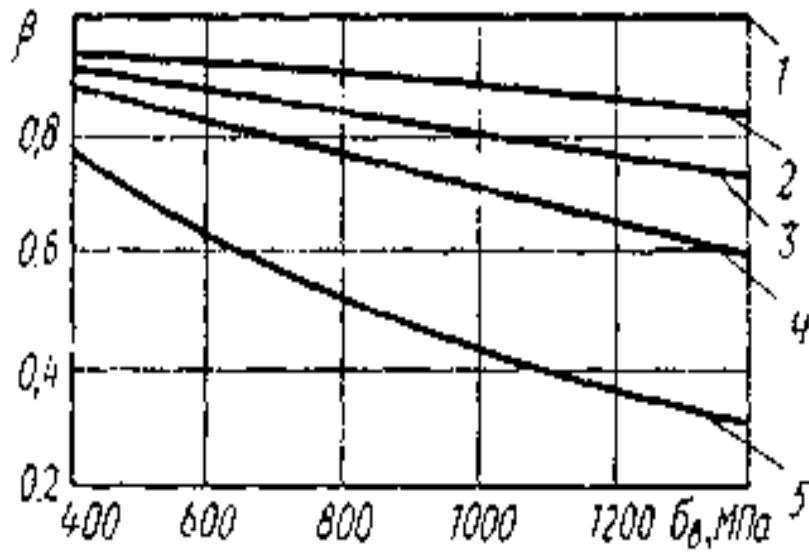


Рис. П3. Зависимость коэффициента  $\beta$  от предела прочности материала детали и вида механической обработки

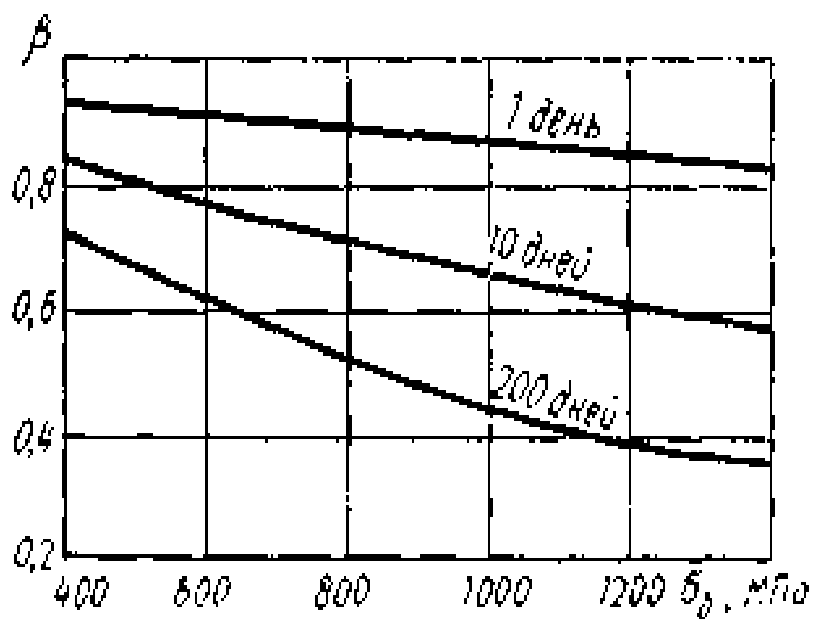


Рис. П4. Зависимость коэффициента  $\beta$  от предела прочности материала детали и длительности коррозионного воздействия

## Библиографический список

1. Зубчанинов, В.Г. Сопротивление материалов: учеб. пособие / В.Г. Зубчанинов. 2-е изд. Тверь: ТГТУ, 2003. Кн. 1. 224 с.
2. Зубчанинов, В.Г. Лекции по механике деформируемого твердого тела: в 3 ч. / В.Г. Зубчанинов. Тверь: ТвепИИ, 1993. 441 с.
3. Зубчанинов, В.Г. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов / В.Г. Зубчанинов, В.В. Гараников, В.И. Ведерников. Тверь: ТГТУ, 2007. 132 с.
4. Гараников, В.В. Механика. Основы сопротивления материалов: учеб. пособие / В.В. Гараников. Тверь: ТГТУ, 2010. 104 с.
5. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов деформированию / под ред. П.М. Огибалова и И.А. Скорого. М.: МГУ, 1961. 197 с.
6. Писаренко, Г.С. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев. Киев: Наук. Думка, 1975. 704 с.
7. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. М.: Наука, 1974. 559 с.; 1986. 512 с.

## Оглавление

Содержание, оформление и защита курсовой работы.....	3
I. Задания.....	3
Задание 1. Построение эпюр внутренних силовых факторов при растяжении-сжатии, кручении и прямом плоском изгибе с расчетами на прочность и жесткость.....	5
Задание 2. Определение перемещений в балках и стержневых системах энергетическим методом с использованием формулы Мора...	6
Задание 3. Расчет статически неопределимых балок и рам методом сил.....	7
Задание 4. Устойчивость упругих систем.....	7
Задание 5. Расчеты на прочность при сложном напряженном состоянии.....	8
II. Лабораторные работы.....	43

2.1. Экспериментальные основы сопротивления материалов.....	43
Лабораторная работа № 1. Испытание материалов на растяжение и определение их основных механических характеристик.....	43
Лабораторная работа № 2. Определение характеристик упругих свойств материалов.....	47
Лабораторная работа № 3. Определение упругих постоянных материалов.....	52
Лабораторная работа № 4. Испытание на кручение бруса круглого поперечного сечения.....	55
2.2. Экспериментальные основы исследования напряженно-деформированного состояния элементов конструкций.....	58
Лабораторная работа № 5. Исследование напряженно-деформированного состояния в бруске при кручении.....	58
Лабораторная работа № 6. Определение напряжений и деформаций в балке при плоском поперечном изгибе.....	62
Лабораторная работа № 7. Определение перемещений в балках при поперечном изгибе.....	66
Лабораторная работа № 8. Статически неопределимая балка.....	71
Лабораторная работа № 9. Устойчивость сжатого стержня.....	75
Приложения.....	79
Библиографический список.....	87

## МЕХАНИКА

Курсовые и лабораторные задания  
для самостоятельной работы студентов

Редактор О.А. Самборская  
Корректор В.А. Смирнова  
Технический редактор Ю.Ф. Воробьева

---

Подписано в печать

Формат 60 × 84/16

Физ. печ. л.

Тираж 100 экз.

Усл. печ. л.

Заказ №

Бумага писчая

Уч.-изд. л.

С –

---

Редакционно-издательский центр  
Тверского государственного технического университета  
170026, г. Тверь, наб. Афанасия Никитина, 22