

ПРИМЕНЕНИЕ интеграла СВЕРТКИ и интеграла ДЮАМЕЛЯ

Задана электрическая цепь (рис. 1),. Задано воздействие (входное напряжение),
Требуется рассчитать и построить напряжение на выходе этой цепи

Задаем размеры массивов данных: $n := 1..5$

Номер первого элемента массивов ORIGIN := 1

Вводим значения параметров элементов цепи

$$\underline{R} := \begin{pmatrix} 450 \\ 300 \\ 500 \\ 650 \\ 400 \end{pmatrix} \text{ Ом} \quad \underline{C} := 5 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}$$

и единичную функцию $\text{one}(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$

Рассчитываем **переходную** характеристику цепи (классический метод):

$$\begin{aligned} R_{25} &:= \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5} & U_0 &:= \left(\frac{R_{25}}{R_1 + R_{25}} \right) \cdot 1 & U_{np} &:= \left(\frac{R_4 + R_{25}}{R_1 + R_{25} + R_3 + R_4} \right) \cdot 1 \\ R_3 &:= \frac{(R_1 + R_{25}) \cdot (R_3 + R_4)}{R_1 + R_{25} + R_3 + R_4} & U_0 &= 0.276 & U_{np} &= 0.464 \\ & & R_3 &= 403.427 \end{aligned}$$

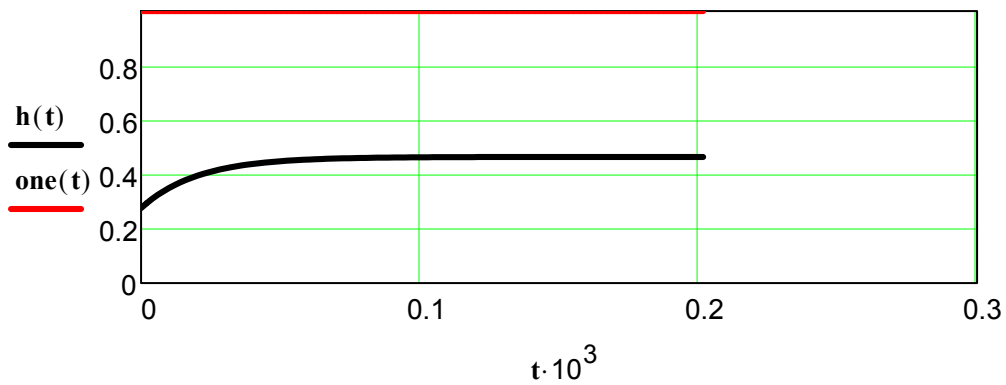
постоянная времени цепи $\tau := R_3 \cdot C$ мс и ее численное значение

$$\tau = 2.017 \times 10^{-5}$$

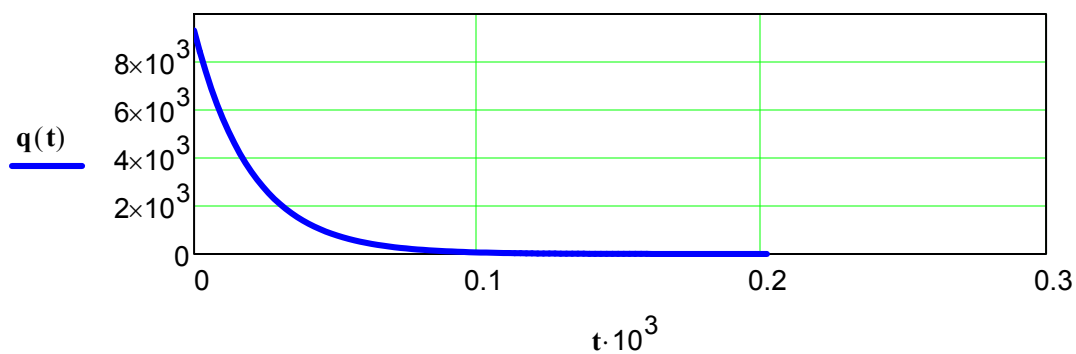
переходная характеристика:
$$h(t) := \left[U_{np} + (U_0 - U_{np}) \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \right] \cdot \text{one}(t)$$

импульсная характеристика:
$$q(t) := \left[\frac{-(U_0 - U_{np})}{\tau} \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \right] \cdot \text{one}(t)$$

Строим **переходную** характеристику $t := 0, (0.1 \cdot \tau) .. (10 \cdot \tau)$ ñ



Строим импульсную характеристику



Расчет отклика линейной системы с помощью интеграла Дюамеля

Пусть заданы **параметры** функции воздействия (входного сигнала, рис. 4) :

$$\underline{\underline{A}} := 5 \hat{A}, \quad \underline{\underline{B}} := 12 \hat{A},$$

границы временных интервалов : $\underline{\underline{T}} := 25 \cdot 10^{-3} \text{ н}$

$$t1 := 0.2 \cdot T$$

$$t2 := 0.4 \cdot T$$

$$t3 := 0.47 \cdot T$$

$$t4 := 0.6 \cdot T$$

$$t5 := 0.95 \cdot T$$

$$t1 = 5 \times 10^{-3} \text{ н}$$

$$t2 = 0.01 \text{ н}$$

$$t3 = 0.012 \text{ н}$$

$$t4 = 0.015 \text{ н}$$

$$t5 = 0.024 \text{ н}$$

Задаем вспомогательные функции:

$$a1(t) := -4 \cdot \sin \left[\pi \cdot \frac{(t - t1)}{(t2 - t1)} \right] + A$$

Входное напряжение задаем по интервалам:

$$u_1(t) := \begin{cases} A & \text{if } t \leq t_1 \\ a_1(t) & \text{if } t_1 < t \leq t_2 \\ \left[B + \left(\frac{A}{t_3 - t_2} \right) \cdot (t - t_2) \right] & \text{if } t_2 < t \leq t_3 \\ \left[A + B + \left(\frac{-B}{t_4 - t_3} \right) \cdot (t - t_3) \right] & \text{if } t_3 < t \leq t_4 \\ \left[A + 0.5 \cdot B \cdot \sin \left[\pi \cdot \frac{(t - t_4)}{(t_5 - t_4)} \right] \right] & \text{if } t_4 < t \leq t_5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

График входного напряжения

$$t := 0, (0.001 \cdot T) .. T \quad \text{ñ}$$

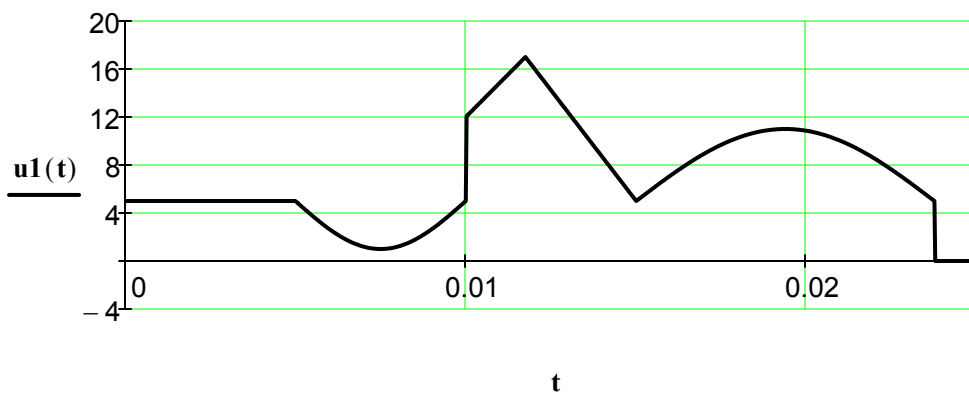


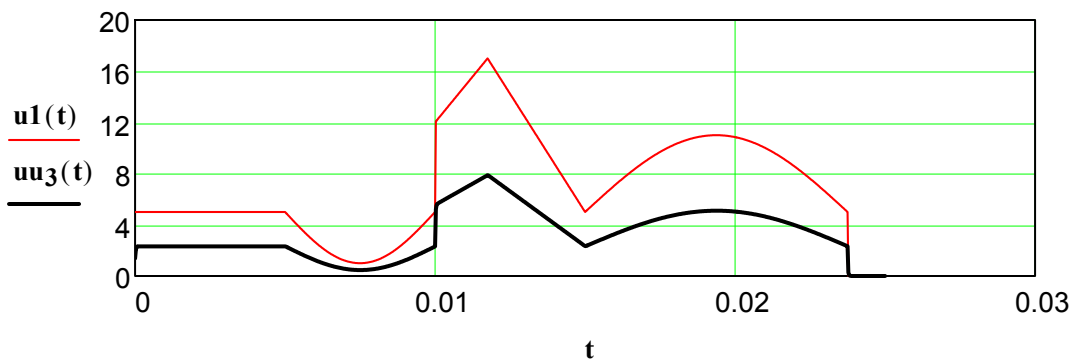
Рис. 1

с

Интеграл свертки позволяет проще (и быстрее) найти отклик системы:

$$uu_3(t) := u_1(t) \cdot h(0) + \int_0^t u_1(g) \cdot q(t - g) dg$$

График анализируемого напряжения



Интеграл Дюамеля тоже позволяет найти отклик системы (долго считает из-за вычисления производной):

c

$$uu_2(t) := \int_0^t q(t-g) \, dg + one(t) \cdot h(0)$$

