## практическое занятие: АППРОКСИМАЦиЯ ФУНКЦИЙ

**Пример 1.** Дана таблица значений функции . Построить для этой функции интерполяционный многочлен Ньютона и интерполяционный многочлен Лагранжа, с их помощью найти приближенное значение функции для заданного аргумента , сравнить полученные результаты.

Таблица значений функции 

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 3,50 | 3.55 | 3.60 | 3.65 | 3.70 | **3.57** |
| *Y* | 33.115 | 34.813 | 36.598 | 38.475 | 40.447 |  |

*Решение.* Интерполяционный многочлен Ньютона для заданной функции имеет вид

 где **** Составим таблицу конечных разностей для заданных значений

Таблица конечных разностей для заданных значений 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| 3.50  3.55  3.60  3.65  3.70 | 33.115  34.813  36.598  38.475  40.447 | 1.698  1.785  1.877  1.972  ------ | 0.087  0.092  0.095  ------  ------ | 0.005  0.003  ------  ------  ------ |

При составлении таблицы конечных разностей ограничиваемся разностями третьего порядка, так как они практически постоянны. Поэтому в формуле Ньютона полагаем . Приняв  ,  будем иметь:

, или



где Подставим в выражение для  значение**.**

Получим  Тогда, 



Следовательно, 

Построим интерполяционную формулу Лагранжа





Подставим табличные данные, получим 

Ответы, полученные по интерполяционной формуле Ньютона и по интерполяционной формуле Лагранжа, совпадают и равны 

**Пример 2.** Экспериментальные данные значений функции , представлены в таблице*.* Используя метод наименьших квадратов, подобрать для заданных значений  и 

1) линейную функцию ;

2) квадратичную функцию .

3) Построить графики этих функций.

Таблица значений функции 

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0.5 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 2.5 | 3.0 |
| *Y* | 0.31 | 0.82 | 1.29 | 1.85 | 2.51 | 3.02 |

*Решение*

1) Аппроксимируем таблично заданную функцию  линейной . Составим систему нормальных уравнений для определения коэффициентов 



Предварительно вычисляем , , ,  Следовательно, 

Решая эту систему, находим  и : , .

Искомый многочлен .

2) Аппроксимируем таблично заданную функцию  квадратичной функцией . Составим систему нормальных уравнений для определения 



Предварительно вычисляем

,

,

,

,

, ,



Получим систему уравнений вида



Решая эту систему, находим :, , .

Искомый многочлен 

**Задания для самостоятельного решения**

**Задача 1.** Дана таблица значений функции . Интерполируя эту таблицу многочленами Лагранжа и Ньютона, найти приближенное значение функции для заданного значения аргумента *X*.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1**. | X | 2.5 | 3.0 | 3.5 | 4.0 | 3.2 |
| Y | 0.532 | 0.801 | 1.13 | 0.749 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **2**. | X | 2.0 | 2.5 | 3.0 | 3.5 | 2.7 |
| Y | 1.33 | 0.912 | 0.755 | 0.966 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **3**. | X | 6.0 | 6.5 | 7.0 | 7.5 | 6.3 |
| Y | 0.809 | 0.854 | 0.801 | 1.04 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **4**. | X | 4.0 | 4.5 | 5.0 | 5.5 | 4.4 |
| Y | 0.567 | 0.759 | 0.991 | 1.57 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **5**. | X | 2.0 | 2.5 | 3.0 | 3.5 | 2.2 |
| Y | 1.59 | 0.935 | 0.596 | 1.78 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **6**. | X | 5.5 | 6.0 | 6.5 | 7.0 | 5.7 |
| Y | 0.790 | 1.11 | 0.674 | 0.948 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **7**. | X | 2.5 | 3.0 | 3.5 | 4.0 | 3.3 |
| Y | 0.964 | 0.927 | 0.780 | 0.585 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **8**. | X | 2.0 | 2.5 | 3.0 | 3.5 | 2.3 |
| Y | 0.622 | 0.720 | 1.05 | 0.831 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **9**. | X | 3.0 | 3.5 | 4.0 | 4.5 | 3.8 |
| Y | 0.789 | 0.979 | 0.682 | 0.685 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **10**. | X | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 2.5 | 1.7 |
| Y | 0.865 | 1.83 | 0.521 | 0.889 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **11**. | X | 3.0 | 3.5 | 4.0 | 4.5 | 3.2 |
| Y | 0.880 | 0.764 | 0.981 | 0.909 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **12**. | X | 5.0 | 5.5 | 6.0 | 6.5 | 5.2 |
| Y | 0.710 | 0.991 | 0.501 | 0.892 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **13**. | X | 2.5 | 3.0 | 3.5 | 4.0 | 2.6 |
| Y | 0.714 | 0.644 | 0.674 | 1.04 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **14**. | X | 4.5 | 5.0 | 5.5 | 6.0 | 4.7 |
| Y | 0.760 | 1.26 | 0.585 | 1.74 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **15**. | X | 4.0 | 4.5 | 5.0 | 5.5 | 5.2 |
| Y | 0.778 | 1.17 | 0.933 | 0.772 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **16**. | X | 4.0 | 4.5 | 5.0 | 5.5 | 4.7 |
| Y | 0.594 | 1.01 | 0.726 | 0.798 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **17**. | X | 5.0 | 5.5 | 6.0 | 6.5 | 5.8 |
| Y | 0.770 | 0.825 | 1.35 | 0.775 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **18**. | X | 4.0 | 4.5 | 5.0 | 5.5 | 4.7 |
| Y | 0.671 | 0.969 | 0.667 | 0.589 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **19**. | X | 5.0 | 5.5 | 6.0 | 6.5 | 6.1 |
| Y | 0.594 | 0.601 | 0.840 | 0.517 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **20**. | X | 3.0 | 3.5 | 4.0 | 4.5 |  |
| Y | 1.19 | 0.671 | 0.542 | 0.750 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **21**. | X | 5.0 | 5.5 | 6.0 | 6.5 | 5.8 |
| Y | 0.726 | 0.798 | 0.569 | 0.842 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **22**. | X | 6.0 | 6.5 | 7.0 | 7.5 | 6.2 |
| Y | 1.35 | 0.775 | 1.79 | 0.862 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **23**. | X | 5.0 | 5.5 | 6.0 | 6.5 | 5.7 |
| Y | 0.667 | 0.589 | 0.922 | 0.993 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **24**. | X | 6.0 | 6.5 | 7.0 | 7.5 | 7.7 |
| Y | 0.840 | 0.517 | 1.94 | 1.05 |  |

**Задача 2** Дана таблица значений функции . Используя метод наименьших квадратов, подобрать для заданных значений *x* и *y*

1) линейную функцию ;

2) квадратичную функцию .

3) Построить графики этих функций.

Варианты заданий взять из Задача 1.