



Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций  
Российской Федерации  
Ордена Трудового Красного Знамени федерального государственного  
бюджетного образовательного учреждения высшего образования  
«Московский технический университет связи и информатики»  
**Волго-Вятский филиал**

---

Кафедра инфокоммуникационных и профессиональных дисциплин

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12**  
**по учебной дисциплине**  
**«Теория электрических цепей»**

**Исследование частотных характеристик**  
**линейных электрических цепей**

Продолжительность 2 часа

г. Нижний Новгород  
2021 г.

Составитель: М.Г. Тылес

Обсуждено на заседании кафедры

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

Протокол № \_\_\_\_\_

Литература:

1. Бычков Ю.А. Основы теории электрических цепей [Текст]: учебник для ВУЗов/ Ю. А. Бычков, В. М. Золотницкий, Э. П. Чернышев. – СПб.: «Лань», 2002. – 426 с.: ил.
2. Бакалов В. П. Основы анализа цепей [Текст]: учебное пособие для ВУЗов/ Бакалов В. П., Журавлева О.Б., Крук Б.И. – М.: Горячая линия – Телеком, Радио и связь, 2007. – 591 с.: ил.
3. Лосев А.К. Теория линейных электрических цепей [Текст]: учебник для ВУЗов/ А К. Лосев. – М.: Высшая школа, 1987. – 512 с.: ил.
4. Попов В. П. Основы теории цепей [Текст]: учебник для ВУЗов/ В. П. Попов. - М.: Высшая школа, 1985. – 496 с.: ил.
5. Белецкий А. Ф. Теория линейных электрических цепей [Текст]: учебник для ВУЗов/ А. Ф. Белецкий. - М.: Радио и связь, 1986. – 544 с.: ил.

УЧЕБНО – МАТЕРИАЛЬНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Компьютерный класс, ПЭВМ, ПК *Micro-CAP 11*, ПК *MathCAD* .

## Исследование частотных характеристик линейных электрических цепей

Цель работы: освоение методики расчета и экспериментального определения частотных характеристик линейной электрической цепи, представляемой в виде четырехполюсника.

### 1. Основные теоретические сведения и примеры

Частотные характеристики являются компонентами комплексных функций электрической цепи. В данной работе рассматривается один тип таких функций – **комплексная функция передачи напряжения (КФПН):**

$$H_u(j\omega) = \underline{H_U}(\omega) = \frac{U_{m \text{ Вых}}(\omega)}{U_{m \text{ Вх}}(\omega)} = |\underline{H_U}(\omega)| \cdot \exp\{j\psi_U(\omega)\}, \quad (1)$$

где  $\underline{U_{m \text{ Вых}}}(\omega) = U_{m \text{ Вых}}(\omega) \cdot \exp[j\psi_{\text{Вых}}(\omega)]$  и  $\underline{U_{m \text{ Вх}}}(\omega) = U_{m \text{ Вх}}(\omega) \cdot \exp[j\psi_{\text{Вх}}(\omega)]$  – комплексные амплитуды выходного и входного гармонических напряжений одинаковой частоты  $\omega$ ;

$U_{m \text{ Вых}}(\omega) = |\underline{U_{m \text{ Вых}}}(\omega)|$  и  $U_{m \text{ Вх}}(\omega) = |\underline{U_{m \text{ Вх}}}(\omega)|$  – амплитуды;

$\psi_{\text{Вых}}(\omega)$  и  $\psi_{\text{Вх}}(\omega)$  – начальные фазы этих напряжений.

Поэтому КФПН можно представить в виде

$$\underline{H_U}(\omega) = \frac{U_{m \text{ Вых}}(\omega)}{U_{m \text{ Вх}}(\omega)} \cdot \exp\{j[\psi_{\text{Вых}}(\omega) - \psi_{\text{Вх}}(\omega)]\}. \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует, что КФПН состоит из двух компонент:

- **амплитудно-частотной характеристики цепи (АЧХ)**, отражающей изменение амплитуды гармонического напряжения частоты при прохождении через электрическую цепь

$$|\underline{H_U}(\omega)| = \frac{U_{m \text{ Вых}}(\omega)}{U_{m \text{ Вх}}(\omega)}; \quad (3)$$

- **фазочастотной характеристики цепи (ФЧХ)**, отражающей фазовый сдвиг напряжения на выходе по отношению к входному напряжению

$$\psi_U(\omega) = \arg \underline{H_U}(\omega) = \psi_{\text{ВЫХ}}(\omega) - \psi_{\text{ВХ}}(\omega). \quad (4)$$

Еще две частотные характеристики можно ввести, если представить КФПН в алгебраической форме  $\underline{H_U}(\omega) = D_U(\omega) + jQ_U(\omega)$ ,

где  $D_U(\omega) = \operatorname{Re}\{\underline{H_U}(\omega)\}$  – **вещественная частотная характеристика (ВЧХ)**;

$Q_U(\omega) = \operatorname{Im}\{\underline{H_U}(\omega)\}$  – **мнимая частотная характеристика (МЧХ)**.

Кроме КФПН в некоторых случаях дополнительно определяют комплексную функцию передачи тока  $\underline{H_I}(\omega) = \frac{I_{m \text{ Вых}}(\omega)}{I_{m \text{ ВХ}}(\omega)}$  или комплексную

функцию проводимости передачи  $\underline{Y_{\text{пер}}}(\omega) = \frac{I_{m \text{ Вых}}(\omega)}{U_{m \text{ ВХ}}(\omega)}$ .

Следует заметить, что в большинстве случаев интерес представляют зависимости от циклической частоты  $f = \omega/2\pi$  Гц. Это учтем ниже.

**Пример 1.** Определить КФПН для дифференцирующего **RC**-контура (рис. П1.1), в котором  $R_1 = 100$  Ом,  $R_2 = 150$  Ом,  $C = 50$  нФ =  $50 \cdot 10^{-9}$  Ф, . Рассчитать и построить частотные характеристики цепи в зависимости от циклической частоты  $f$ .

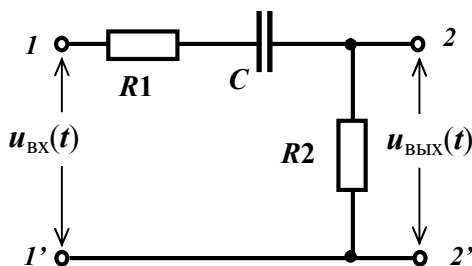


Рис. П1.1

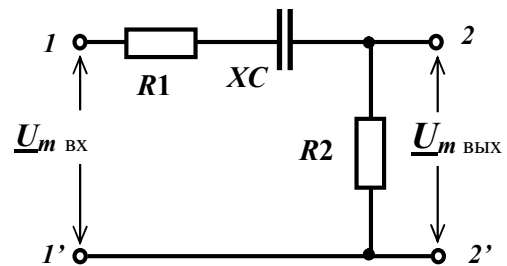


Рис. П1.2

**Решение.** Полагаем, что на вход цепи подано гармоническое напряжение  $u_{\text{ВХ}}(t) = U_{m \text{ ВХ}} \cos(\omega t + \psi_{\text{ВХ}})$  произвольной частоты  $\omega = 2\pi f$  и, следовательно,

$\underline{U_{m \text{ ВХ}}} = U_{m \text{ ВХ}} e^{j\psi_{\text{ВХ}}}$ . Поскольку цепь линейная, выходное напряжение записываем

аналогично:  $u_{\text{ВЫХ}}(t) = U_{m \text{ ВЫХ}} \cos(\omega t + \psi_{\text{ВЫХ}})$  и, следовательно,  $\underline{U_{m \text{ ВЫХ}}} = U_{m \text{ ВЫХ}} e^{j\psi_{\text{ВЫХ}}}$ .

Все величины, входящие в выражение  $u_{\text{ВЫХ}}(t)$  пока неизвестны. Для определения их используем метод комплексных амплитуд (комплексный метод). Изображаем схему замещения цепи для комплексов (рис. П1.2). Выделяем в этой схеме два комплексных

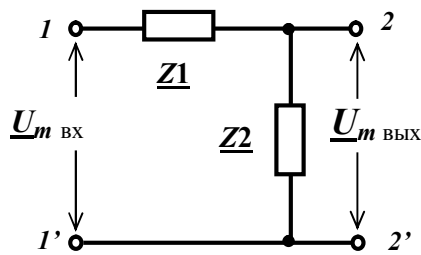


Рис. П1.3

сопротивления: продольное  $\underline{Z}(f)_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C}$  и поперечное  $\underline{Z}(f)_2 = R_2$  (см. рис. П1.3). Учитывая, что последовательная цепочка из двух сопротивлений является делителем входного напряжения, определяем комплексную амплитуду напряжения на выходе цепи

$$\underline{U}_{m \text{ ВЫХ}}(f) = \frac{\underline{Z}(f)_2}{\underline{Z}(f)_1 + \underline{Z}(f)_2} \underline{U}_{m \text{ ВХ}}.$$

Затем находим выражение для КФПН

$$H_U(f) = \frac{\underline{U}_{m \text{ ВЫХ}}(f)}{\underline{U}_{m \text{ ВХ}}} = \frac{\underline{Z}(f)_2}{\underline{Z}(f)_1 + \underline{Z}(f)_2}$$

Численный расчет и графические построения частотных характеристик выполняем в программном комплексе MathCAD (см. ниже файл расчета).

Задаем размеры массивов данных:  $\mathbf{n} := 1..2$

Номер первого элемента массивов **ORIGIN** := 1

Вводим мнимую единицу  $\mathbf{j} := \sqrt{-1}$

Вводим значения параметров элементов цепи

$$\mathbf{R} := \begin{pmatrix} 100 \\ 150 \end{pmatrix} \quad \text{Ом} \quad \mathbf{C} := 0.1 \cdot 10^{-6} \quad \text{Ф}$$

Определяем модуль реактивного сопротивления  $\omega(f) := 2 \cdot \pi \cdot f$

$$\mathbf{XC}(f) := \frac{1}{\omega(f) \cdot \mathbf{C}}$$

Определяем комплексные сопротивления ветвей

$$\mathbf{Z}(f) := \begin{pmatrix} \mathbf{R}_1 - \mathbf{j} \cdot \mathbf{XC}(f) \\ \mathbf{R}_2 \end{pmatrix}$$

Задаем диапазон изменения частоты для построения частотных характеристик (Гц)

$$\mathbf{f} := 0, 10 .. 2 \cdot 10^4 \quad \text{Гц}$$

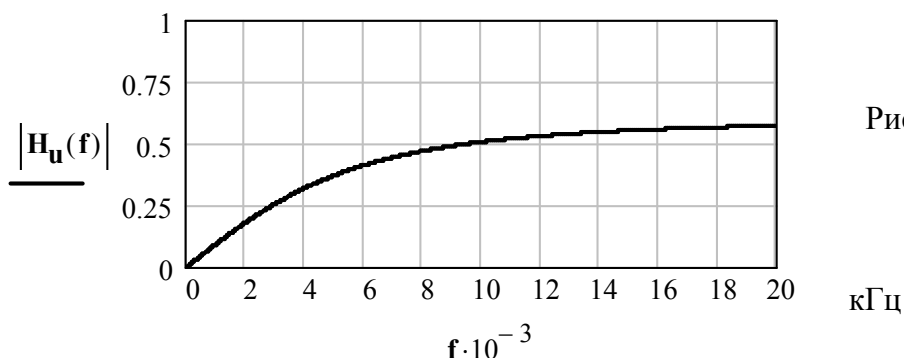
**Комплексная функция передачи напряжения (КФПН)**

заданной цепи определяется выражением:

$$\mathbf{H}_u(f) := \frac{\mathbf{Z}(f)_2}{\mathbf{Z}(f)_1 + \mathbf{Z}(f)_2}$$

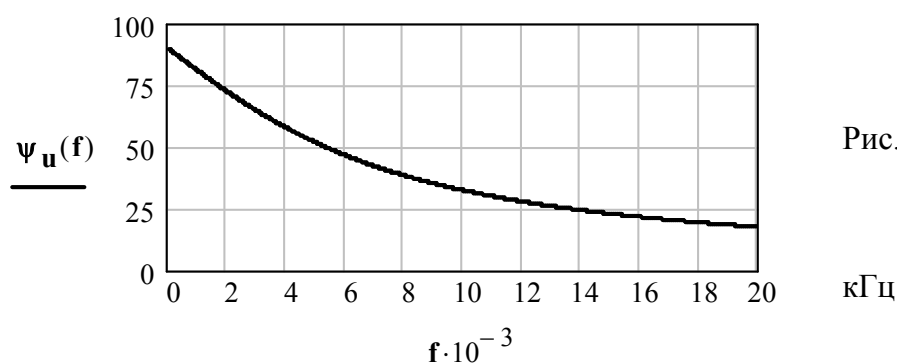
Строим частотные характеристики цепи:

**амплитудно-частотную характеристику (АЧХ)  $|H_u(f)|$**



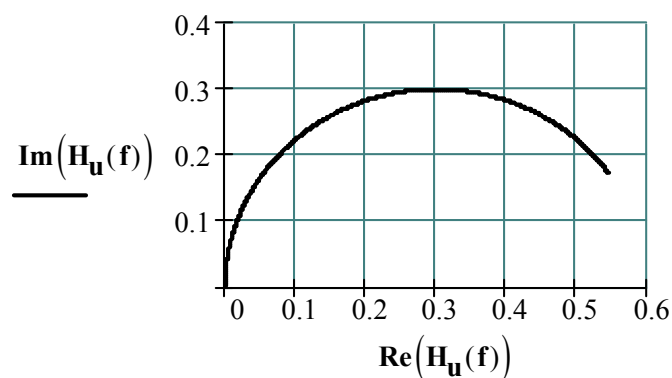
и **фазочастотную характеристику (ФЧХ)  $\arg(H_u(f))$** ,

представляя ее в градусах  $\psi_u(f) := \left(\frac{180}{\pi}\right) \cdot \arg(H_u(f))$



Видим, что дифференцирующий контур создает на выходе напряжение, опережающее по фазе входное напряжение.

Строим **КФПН  $H_u(f)$**  на комплексной плоскости, используя в качестве координат **вещественную частотную характеристику (ВЧХ) -  $\text{Re}(H_u(f))$**  и **мнимую частотную характеристику (МЧХ) -  $\text{Im}(H_u(f))$**



На этом графике изображен годограф вектора  $\mathbf{H}_u(f)$ , расположенный в правой полуплоскости. При каждом значении частоты  $KФПН$   $\mathbf{H}_u(f)$  представляется вектором на комплексной плоскости, выходящим из начала координат. Если  $f=0$  этот вектор нулевой длины направлен вертикально  $\psi_u(10^{-5}) = 90$  (град).. При увеличении частоты вектор поворачивается: влево.

Рассмотрим другой пример

**Пример 2.** Определить КФПН для электрической цепи с колебательным контуром третьего вида (рис. П2.1). Рассчитать и построить частотные характеристики цепи.

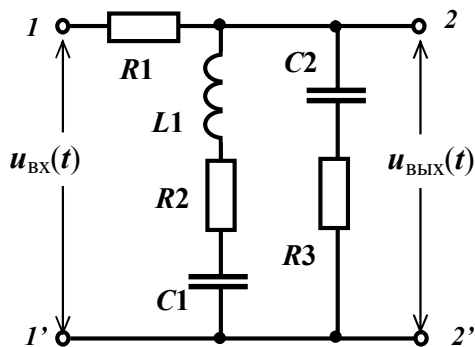


Рис. П2.1

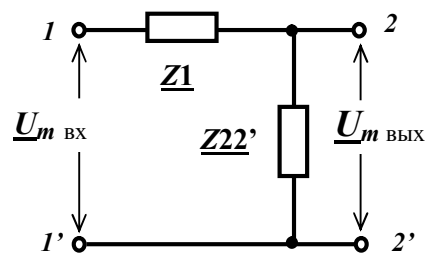


Рис. П2.2

**Решение.** Используем ту же методику, что в предыдущем примере. На рис. П2.2 приведена эквивалентная схема для комплексов после преобразования (сворачивания).

Численный расчет и графические построения частотных характеристик выполняем в программном комплексе MathCAD (см. ниже файл расчета).

Задаем размеры массивов данных:  $n := 1..3$

Номер первого элемента массивов **ORIGIN** := 1

Вводим мнимую единицу  $j := \sqrt{-1}$

Вводим значения параметров элементов цепи

$$\mathbf{R} := \begin{pmatrix} 5 \cdot 10^3 \\ 40 \\ 15 \end{pmatrix} \text{ Ом} \quad \mathbf{C1} := 60 \cdot 10^{-9} \text{ Ф} \quad \mathbf{L} := 50 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} \quad \mathbf{C2} := 10 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$$

Определяем модули реактивных сопротивлений

$$\omega(f) := 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\mathbf{XL}(f) := 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \mathbf{L}$$

$$\mathbf{XC1}(f) := \frac{1}{\omega(f) \cdot \mathbf{C1}}$$

$$\mathbf{XC2}(f) := \frac{1}{\omega(f) \cdot \mathbf{C2}}$$

Определяем комплексные сопротивления ветвей

$$\mathbf{Z}(f) := \begin{bmatrix} \mathbf{R1} \\ \mathbf{R2} + j \cdot (\mathbf{XL}(f) - \mathbf{XC1}(f)) \\ \mathbf{R3} + j \cdot (0 - \mathbf{XC2}(f)) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z22}(f) := \frac{(\mathbf{Z}(f)_2 \cdot \mathbf{Z}(f)_3)}{(\mathbf{Z}(f)_2 + \mathbf{Z}(f)_3)}$$

Задаем диапазон изменения частоты и величину шага для построения частотных характеристик  $f := 0,10..2 \cdot 10^4$  (Гц)

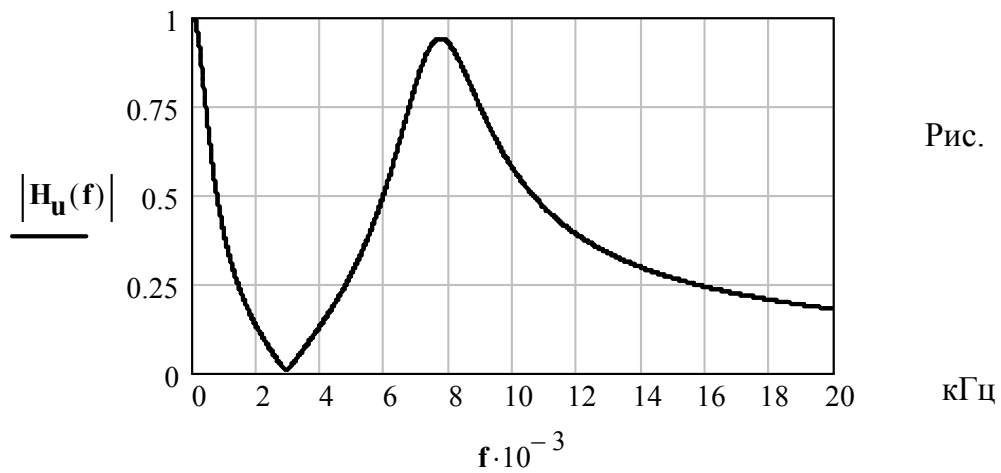
### **Комплексная функция передачи напряжения (КФПН)**

заданной цепи определяется выражением:

$$H_u(f) := \frac{Z_{22}(f)}{Z(f)_1 + Z_{22}(f)} \quad (1)$$

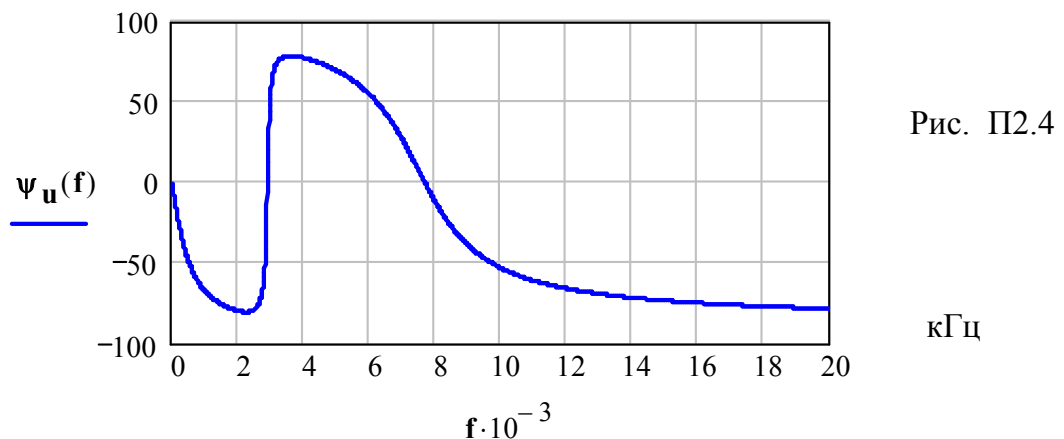
Строим частотные характеристики цепи:

**амплитудно-частотную характеристику (АЧХ)  $|H_u(f)|$**



и **фазочастотную характеристику (ФЧХ)  $\arg(H_u(f))$** ,

представляя ее в градусах:  $\psi_u(f) := \left(\frac{180}{\pi}\right) \cdot \arg(H_u(f))$ ,



Строим **КФПН  $H_u(f)$**  на комплексной плоскости, используя в качестве

координат **вещественную частотную характеристику (ВЧХ) -**

**$\text{Re}(H_u(f))$**  и **мнимую частотную характеристику (МЧХ) -  $\text{Im}(H_u(f))$**



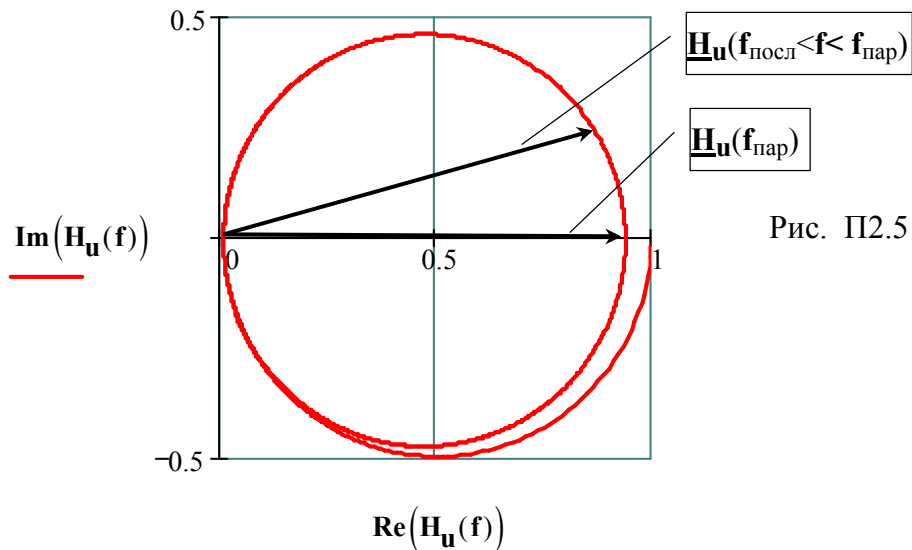


Рис. П2.5

При каждом значении частоты *КФПН*  $H_u(f)$  представляется вектором на комплексной плоскости, выходящим из начала координат. Если  $f=0$  этот вектор единичной длины направлен горизонтально фаза  $=0$ :

$\psi_u(10^{-15}) = 0$ . При увеличении частоты вектор качается: сначала вниз, потом вверх, затем снова вниз. На этом графике изображен годограф вектора  $H_u(f)$ , расположенный в правой полуплоскости.

Определяем частоту резонанса последовательной ветви ( $L, C1, R2$ )

$$f_{\text{посл}} := \frac{10^{-3}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C1}} \quad f_{\text{посл}} = 2.906 \quad \text{кГц}$$

и частоту резонанса параллельного контура

$$C_{\text{экв}} := \frac{C1 \cdot C2}{C1 + C2} \quad f_{\text{пар}} := \frac{10^{-3}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_{\text{экв}}}} \quad f_{\text{пар}} = 7.688 \quad \text{кГц}$$

На частоте  $f_{\text{посл}} = 2.906$  кГц модуль *КФПН*  $|H_u(f)|$  имеет минимальное значение (см. рис. П2.3):  $|H_u(f_{\text{посл}} \cdot 10^3)| = 7.936 \times 10^{-3}$ , а фаза *КФПН* равна нулю:  $\psi_u(f_{\text{посл}} \cdot 10^3) = -0.415$  (градусов) (см. рис. П2.4). Вектор  $H_u(f)$  на этой частоте направлен горизонтально.

На частоте  $f_{\text{пар}} = 7.688$  кГц модуль *КФПН*  $|H_u(f)|$  имеет максимальное значение (см. рис. П2.3):  $|H_u(f_{\text{пар}} \cdot 10^3)| = 0.94$ , а фаза *КФПН* равна нулю:  $\psi_u(f_{\text{пар}} \cdot 10^3) = -0.042$  (градусов) (см. рис. П2.4). Вектор  $H_u(f)$  на этой частоте направлен горизонтально.

Частотные характеристики всех типов можно получить, используя для моделирования процессов в электрических цепях программные системы *MicroCAP* или *Electronics Workbench*. На рис. П2.7 приведены схема цепи, рассмотренной в примере 2, и результаты моделирования в системе *MicroCAP*. Амплитуда источника гармонического напряжения **V1** равна 1 В, частота изменялась в заданном диапазоне.

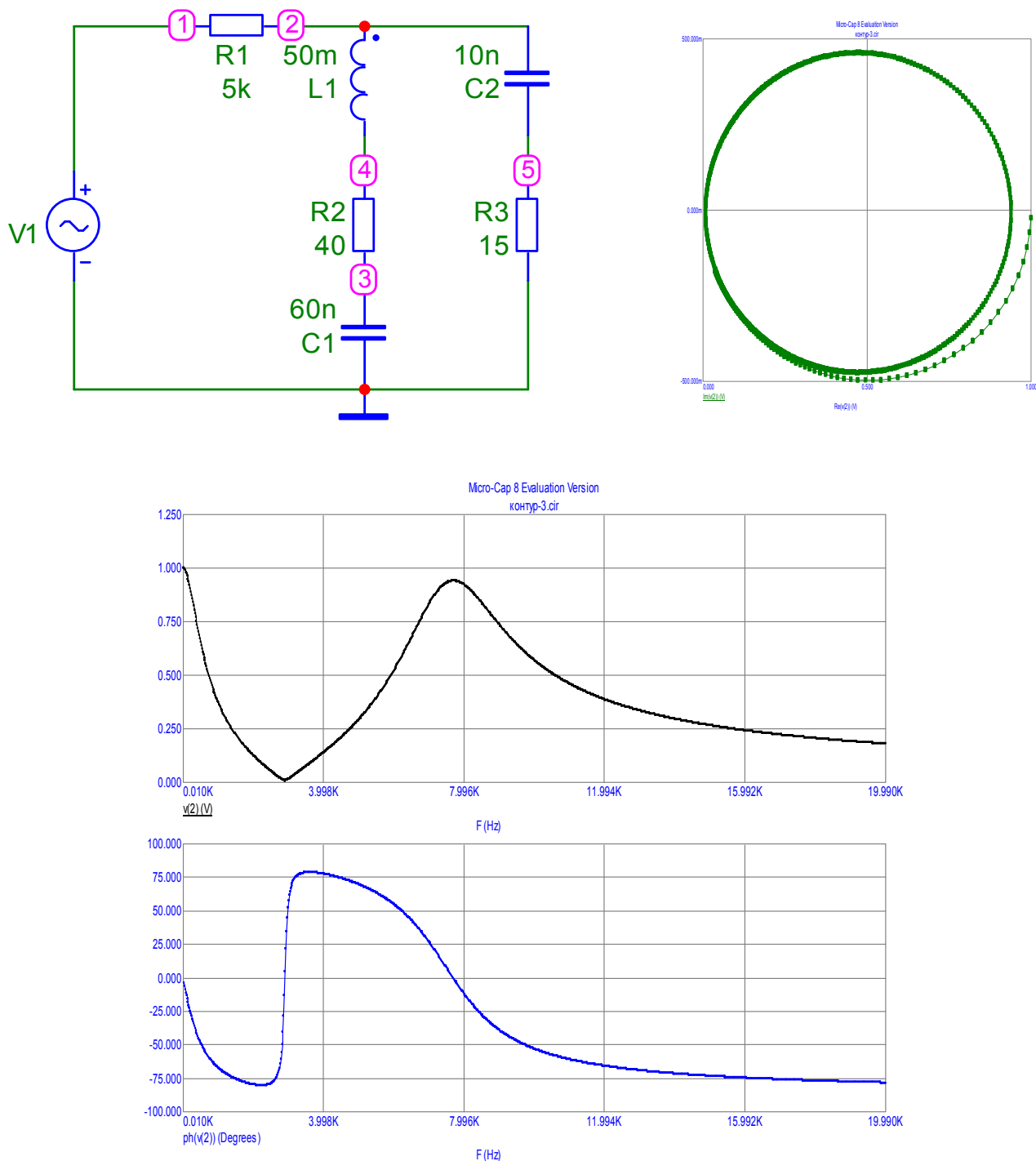


Рис. П2.7. Частотные характеристики, полученные посредством моделирования в ПС *MicroCAP*

## 2. Исходные данные для исследований

Каждая бригада студентов получает от преподавателя индивидуальное задание – одну из схем линейных цепей, изображенных на рисунках 1÷34. Параметры элементов приведены в табл. 1. Вариант задания состоит из номера схемы, предназначенной для исследований, и номера варианта значений параметров элементов, например, 5-2.

Параметры элементов

Таблица 1

Элементы		R1, Ом	R2, Ом	R3, Ом	R4, Ом	R5, Ом	C1, нФ	C2, нФ	L1, мГн
Варианты	1	150	300	350	300	60	150	50	30
	2	200	200	300	200	90	60	100	45
	3	250	450	1200	450	110	250	150	35
	4	450	350	500	350	1250	45	20	25
	5	650	70	30	100	150	300	100	50
	6	550	560	600	800	80	70	100	60
	7	500	680	600	1700	200	180	80	40

Индуктивность  $L2 = 0,6 \cdot L1$

Номера схем и параметров элементов

Таблица 2

№ в списке группы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Схема	4	26	23	14	15	18	2	25	19	10	11	12	1	3
Параметры	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	3	5	2	3
№ в списке группы	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Схема	16	6	17	5	7	20	21	22	13	24	8	9	27	28
Параметры	5	4	3	2	1	3	5	2	4	5	3	5	2	3
№ в списке группы	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
Схема	30	34	14	31	32	33	13	7	27	24	8	19	21	4
Параметры	6	7	4	2	7	1	5	4	3	2	6	6	7	5

### 3. Содержание исследований

- 3.1. Расчет комплексной функции передачи напряжения (КФПН) заданной цепи: получение аналитических выражений, построение графиков частотных характеристик при использовании ПК MathCAD. Студентам предлагается взять за основу какой-либо файл с примером и выполнить индивидуальное задание, редактируя содержание файла.
- 3.2. Получение графиков частотных характеристик цепи посредством моделирования процессов с помощью ПК *Micro-CAP 12*.
- 3.3. Сопоставление результатов расчетов и моделирования. Оформление отчета.

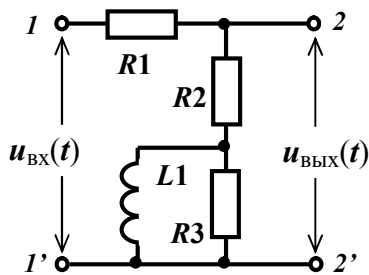


Рис. 1

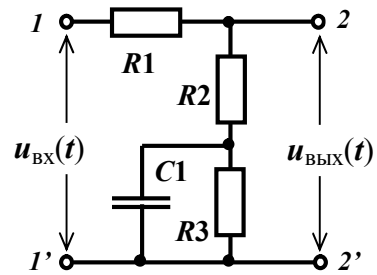


Рис. 2

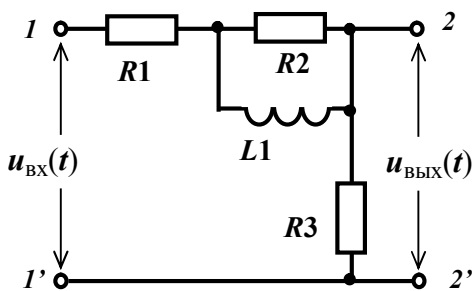


Рис. 3

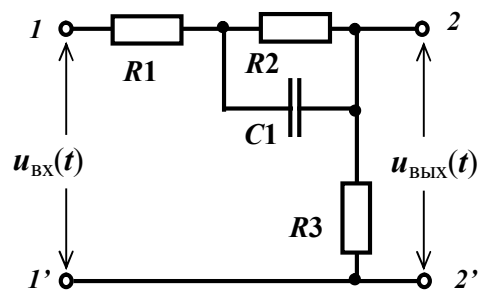


Рис. 4

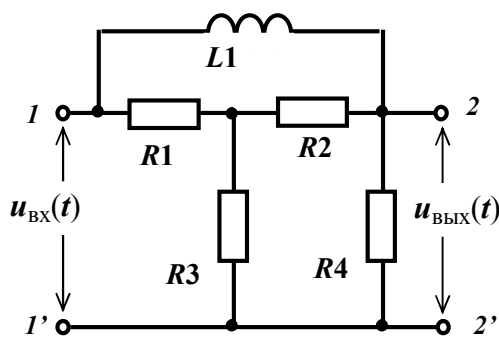


Рис. 5

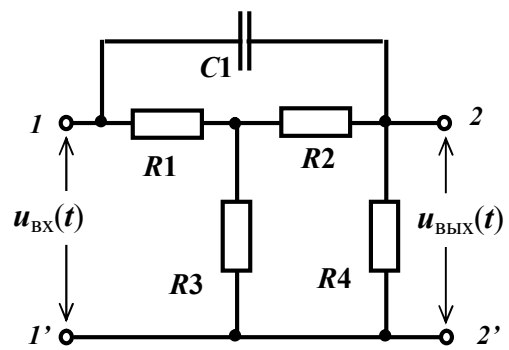


Рис. 6

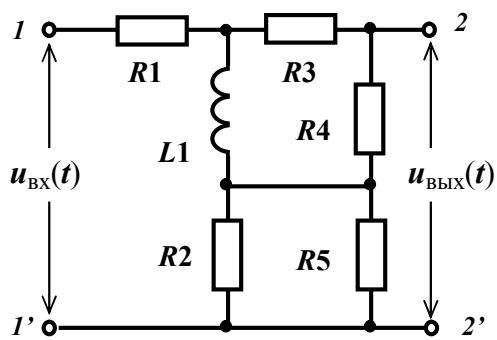


Рис. 7

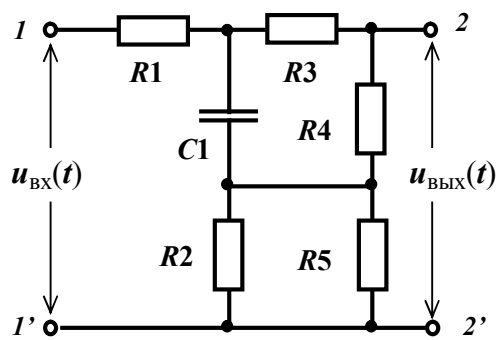


Рис. 8

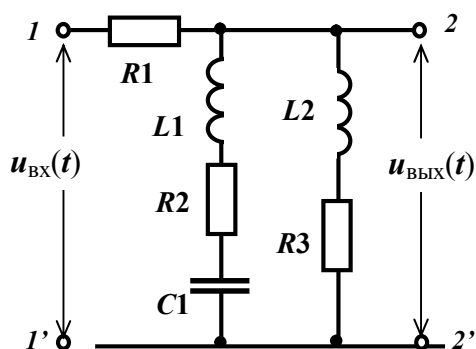


Рис. 9

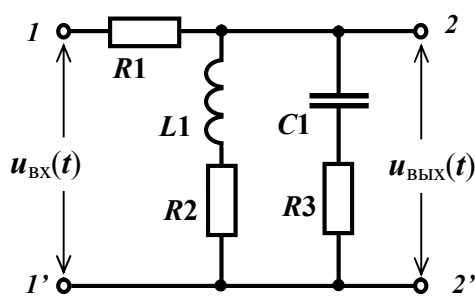


Рис. 10

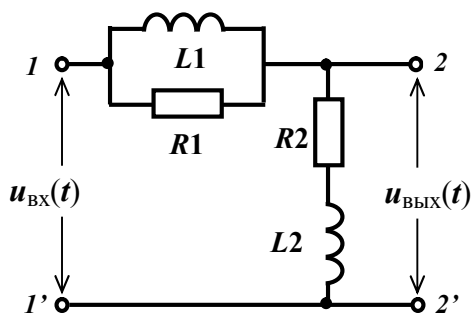


Рис. 11

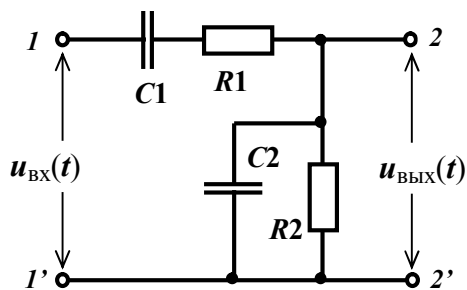


Рис. 12

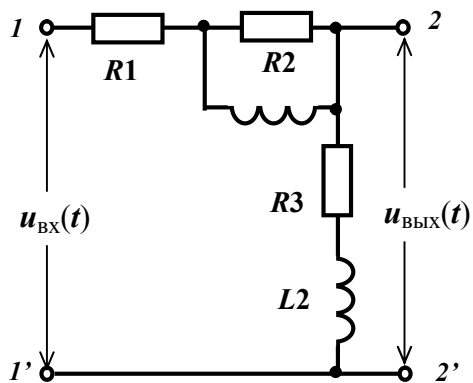


Рис. 13

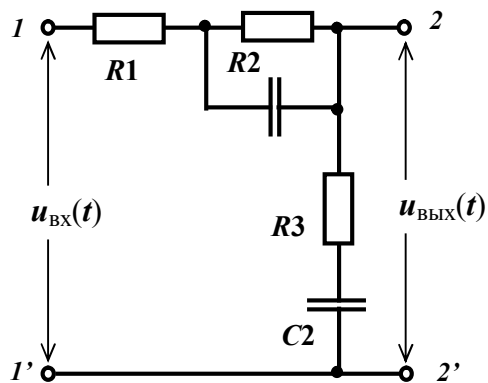


Рис. 14

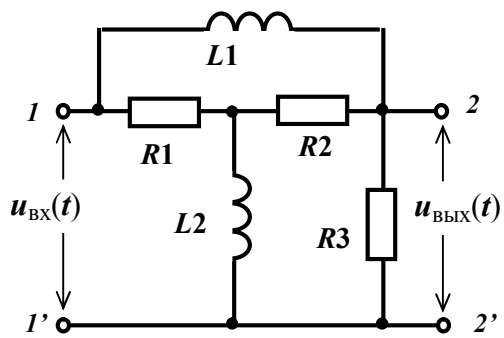


Рис. 15

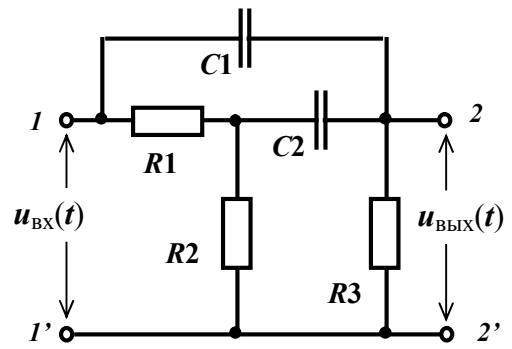


Рис. 16

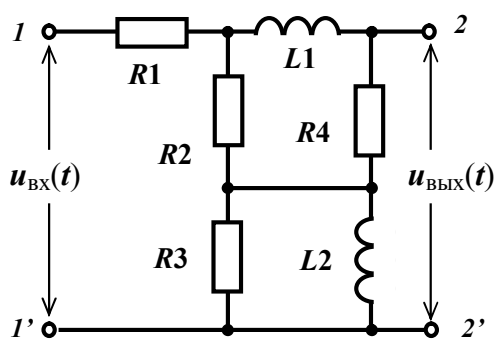


Рис. 17

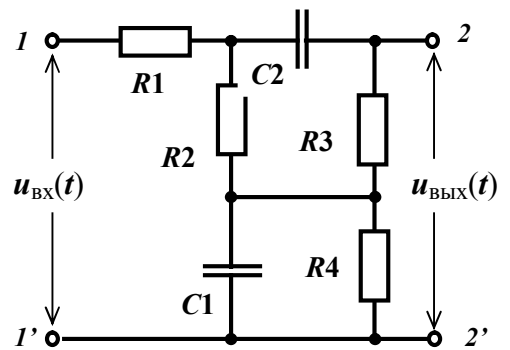


Рис. 18

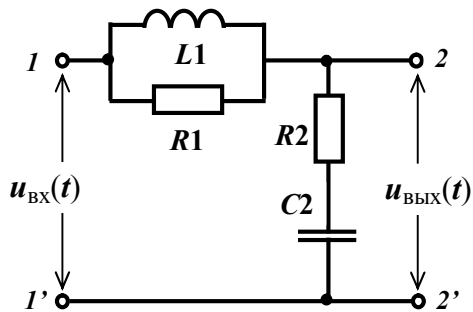


Рис. 19

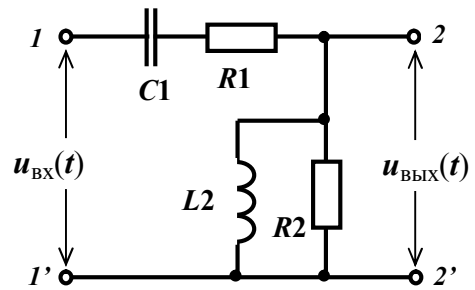


Рис. 20

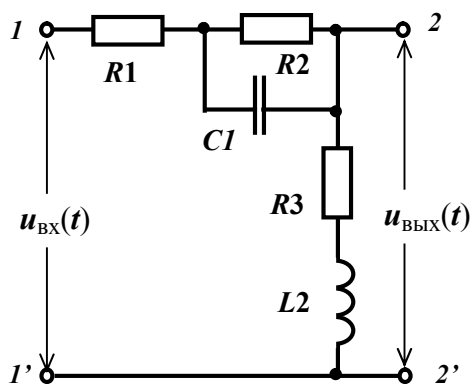


Рис. 21

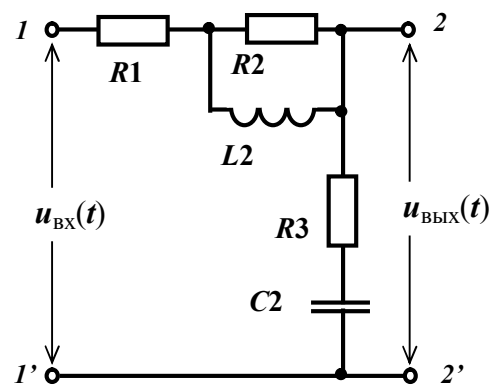


Рис. 22

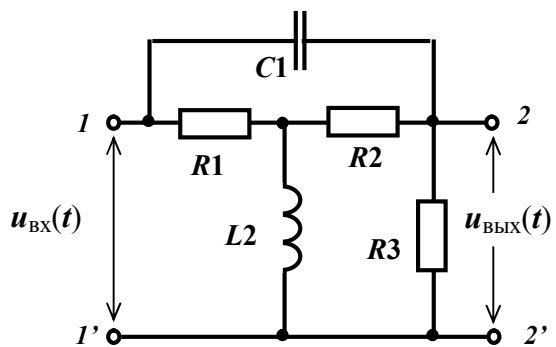


Рис. 23

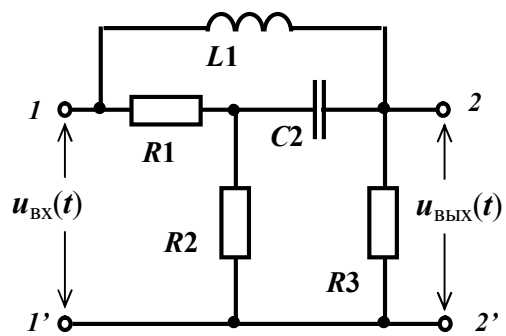


Рис. 24

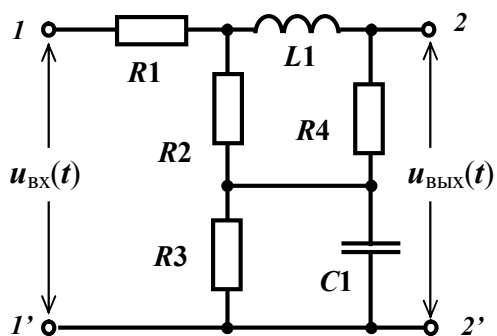


Рис. 25

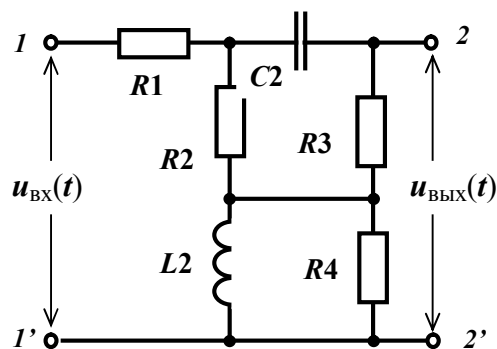


Рис. 26

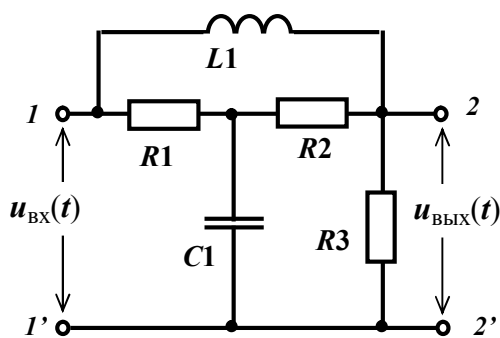


Рис. 27

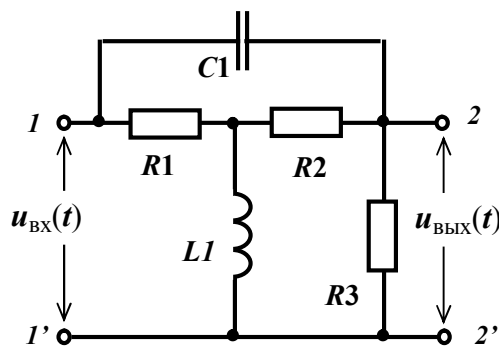


Рис. 28

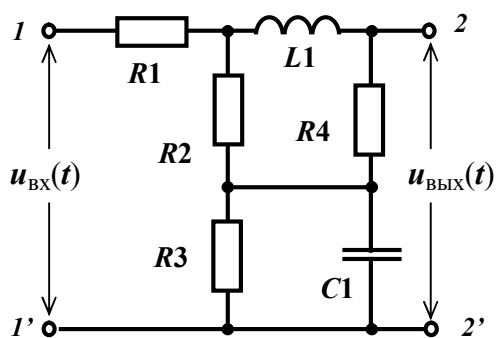


Рис. 29

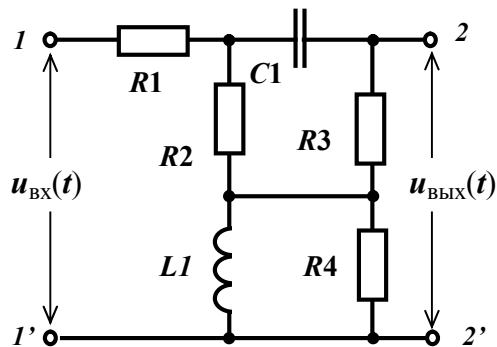


Рис. 30

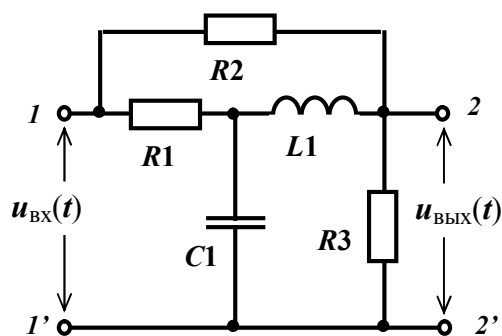


Рис. 31

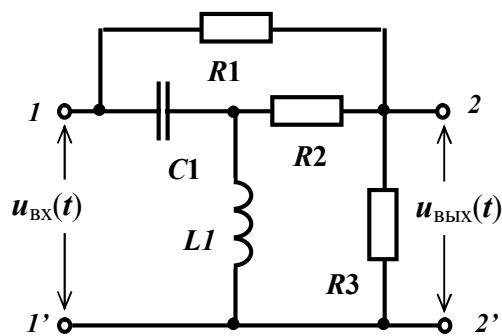


Рис. 32

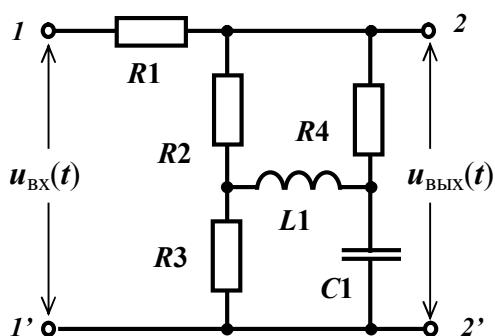


Рис. 33

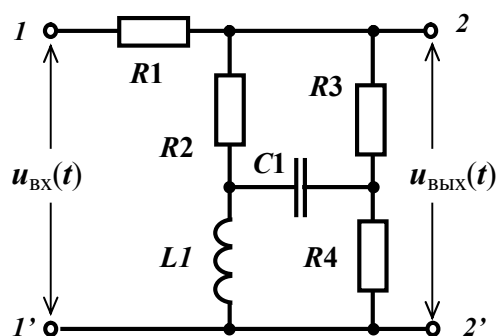


Рис. 34

Поясним особенности выполнения исследования частотных свойств электрической цепи в среде ПК **Micro-CAP 12**.

Вызываем ПК Micro-Cap 12 и создаем чистое рабочее поле для ввода навой схемы.

Я полагаю, что Вы уже умеете делать это. В противном случае и при всех других затруднениях обращайтесь к моему пособию:

«Схемотехническое моделирование электронных и электрических устройств в среде программного комплекта Micro-CAP 11». Пособие находится здесь же.

На новом рабочем поле создаем схему заданного Вам четырехполюсника. Начинать следует с источника. На панели для быстрого ввода выбираем «**Voltage Source**», помещаем на поле, щелкаем «мышкой» и в открывшемся окне устанавливаем вид напряжения источника – **SIN** (см. рис. 35). Никаких изменений в окошках не делаем (это специфика анализа в частотной области). Не забываем, что нужно уменьшать размер шрифта до 8÷9, как делали в предыдущей работе при вводе остальных компонентов схемы.



После ввода других компонентов получаем схему цепи для испытаний (рис. 36)

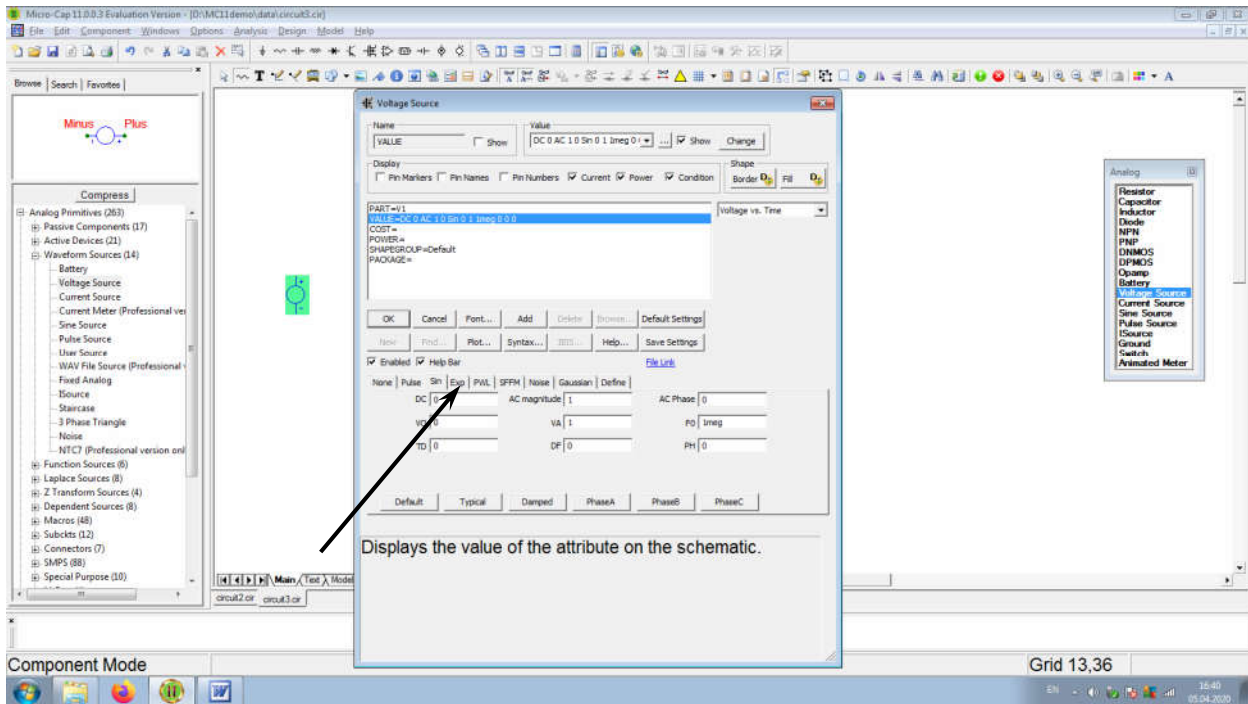


Рис. 35

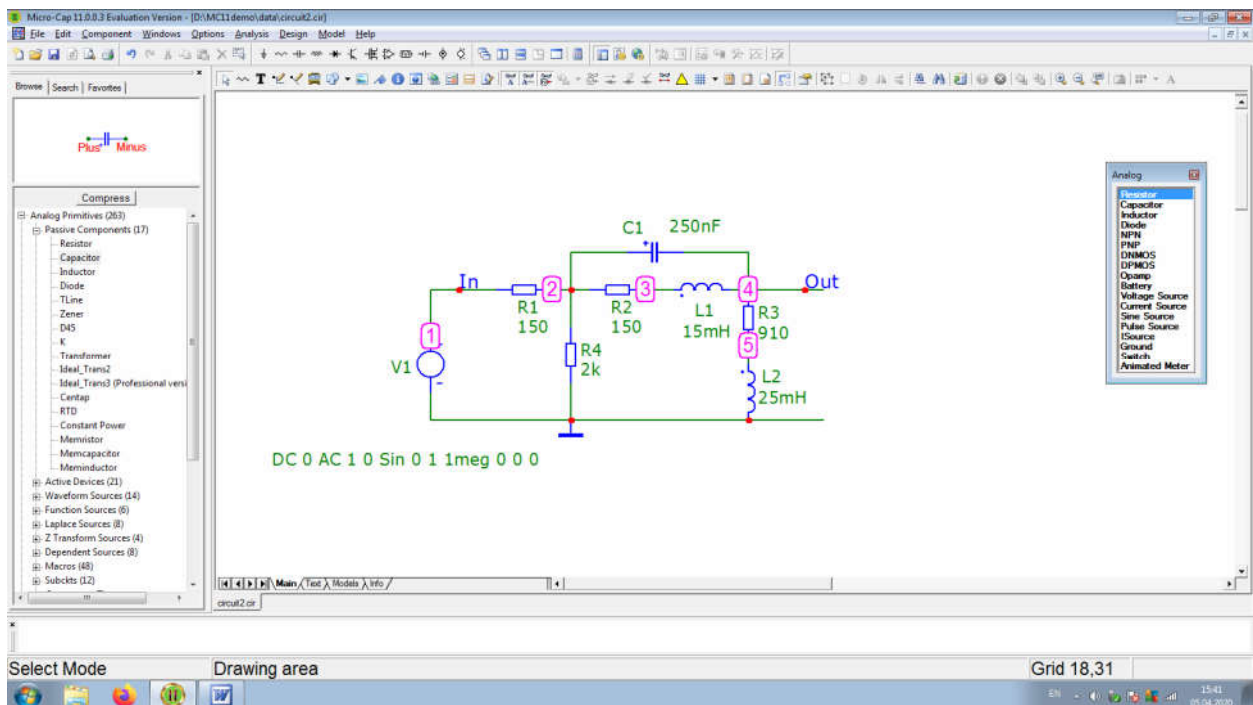


Рис. 36

Будем использовать режим анализа, который называется:  
«Анализ по переменному току при малом сигнале **AC Analysis (Alt+2)**».

В режиме **AC Analysis** источник, введенный в схему, только задает место подключения гармонического возмущения с переменной частотой.

При расчете частотных характеристик комплексная амплитуда этого сигнала автоматически полагается равной 1 В, начальная фаза нулевая (независимо от того, как заданы значения параметров модели сигнала), а частота меняется в пределах, задаваемых в меню окна **AC Analysis Limits**.

Если имеется один источник сигнала, то выходные напряжения будут совпадать с частотными характеристиками устройства.

После нажатия клавиш **Alt+2** и перехода в режим **AC Analysis** ПК **MC 11** проверяет правильность составления схемы. При отсутствии ошибок в схеме программа составляет ее топологическое описание, выполняет подготовку к численному решению системы нелинейных алгебраических уравнений и открывает окно (рис. 37) задания параметров моделирования **AC Analysis Limits**. В противном случае выдается сообщение о наличии ошибок.

О структуре окна задания параметров моделирования смотрите в пособии (стр. 28).

Для первого прогона ставим широкий диапазон частот: от 10 Гц до 1 МГц (окошко «Frequency Range») и логарифмический масштаб по оси частот.

После запуска моделирования получаем три графика (рис. 37):

- АЧХ в децибелах  $20\lg H_U(f) = db(V(Out))$ ;
- АЧХ в «размах»  $H_U(f) = V(Out)$  ;
- ФЧХ  $\varphi_U(f)$

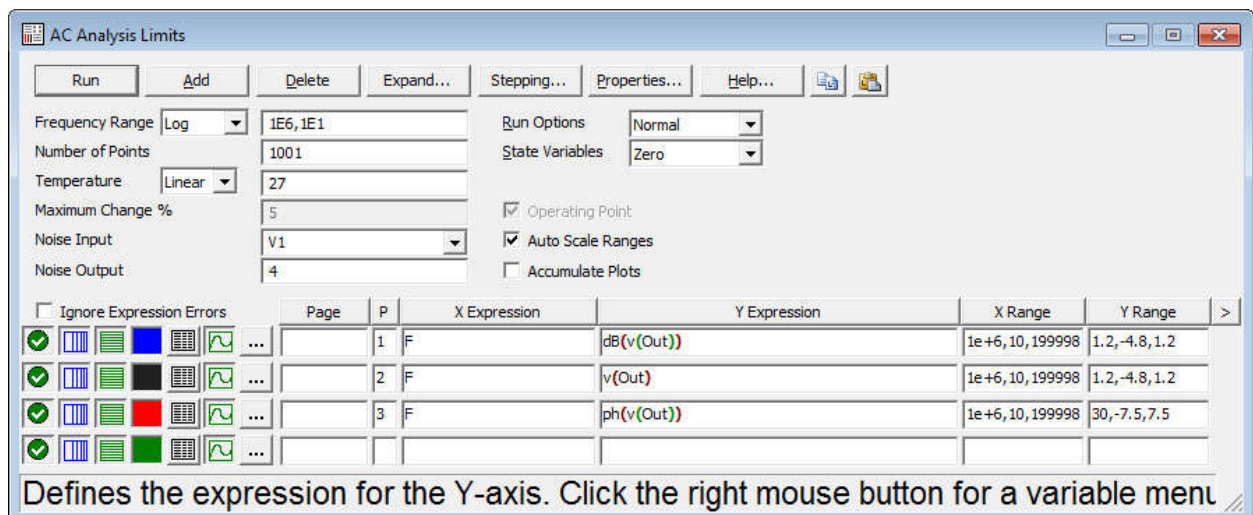


Рис. 37. Вид окна **AC Analysis Limits** после редактирования

После запуска моделирования получаем три графика (рис.38):

- АЧХ в децибелах  $20\lg H_U(f) = db(V(Out))$ ;
- АЧХ в «размах»  $H_U(f) = V(Out)$  ;
- ФЧХ  $\varphi_U(f)$

Увеличиваем толщину линий графиков.

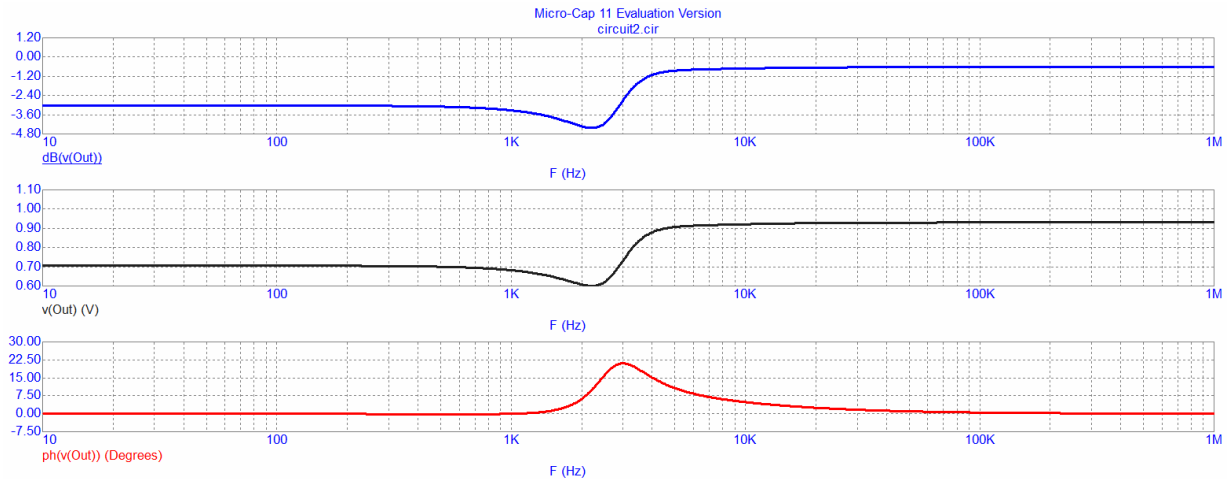


Рис. 38. Частотные характеристики заданного четырехполюсника

Отмечаем, что выбранный диапазон великоват. Нажимаем F9. Появляется окно задания параметров моделирования. Редактируем границы диапазона (рис. 39).

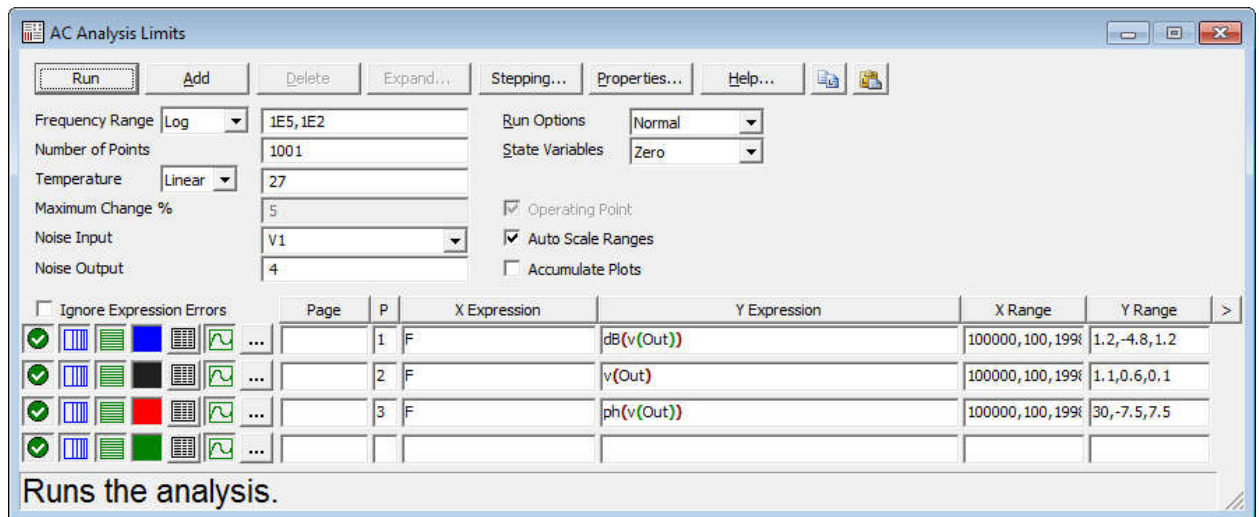


Рис. 39. Окно после редактирования

Получаем характеристики в окончательном виде (рис. 40). Сравниваем их с характеристиками, полученными в результате расчета. Делаем выводы.

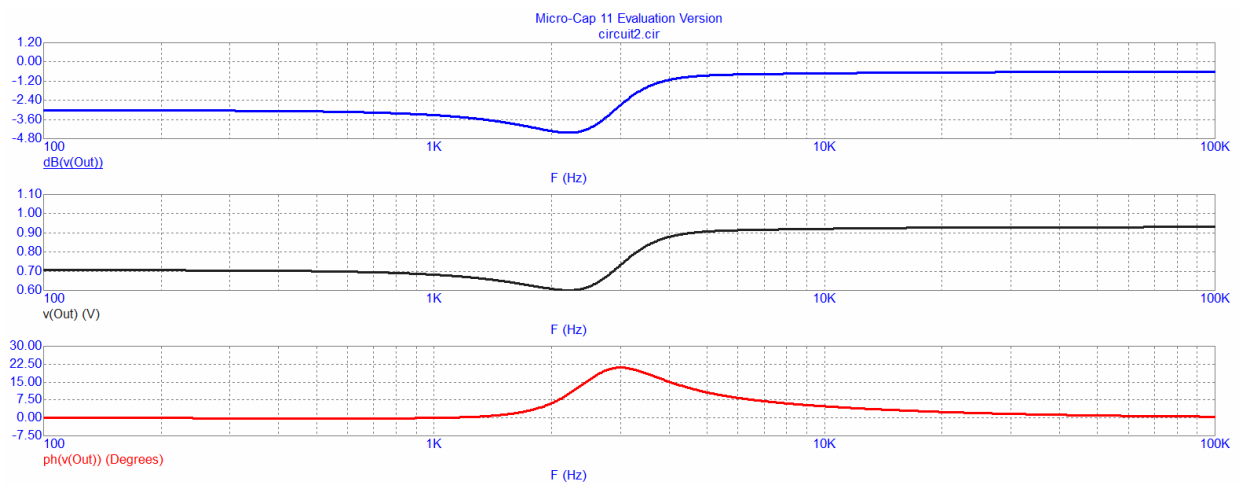


Рис. 40. Амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики заданного четырехполюсника

Самим разобраться с построением годографа в Micro-Cap (пособие)