

### РАСЧЕТКА № 3 (летний триместр)

#### Задание 1.

По заданному графу состояний марковской цепи написать матрицу переходных вероятностей. Найти наиболее вероятное состояние цепи Маркова на третьем шаге, если начальное распределение определяется вектором  $(1; 0; 0; 0)$ . Найти предельные (финальные) вероятности состояний цепи Маркова. Найти вероятность реализации траектории.

Траектории:

- 1)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 2)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 3$
- 3)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 4)  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 2$
- 5)  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 6)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 4$
- 7)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 8)  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 9)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$
- 10)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 11)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 12)  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 4 \rightarrow 2$
- 13)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 14)  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 15)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 16)  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 17)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 4$
- 18)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 19)  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 20)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$
- 21)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 3$
- 22)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 23)  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 2$
- 24)  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 25)  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 26)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 27)  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 28)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 4$
- 29)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- 30)  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 4$

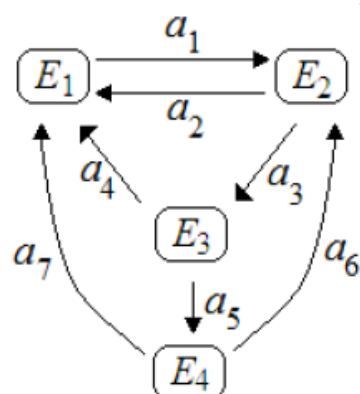
Номер траектории соответствует номеру варианта.

Номер варианта	Номер графа
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	1
8	2
9	3
10	4
11	5
12	6
13	1
14	2
15	3
16	4
17	5
18	6
19	1
20	2
21	3
22	4
23	5
24	6
25	1
26	2
27	3
28	4
29	5
30	6

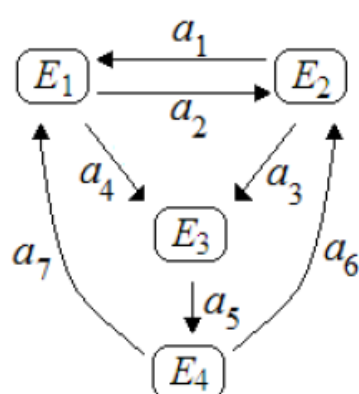
Значения вероятностей перехода находятся в таблице и соответствуют номеру варианта.

№	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	№	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
1	0,8	0,2	0,5	0,4	0,5	0,3	0,6	16	0,5	0,3	0,4	0,3	0,6	0,6	0,9
2	0,3	0,4	0,6	0,4	0,5	0,4	0,4	17	0,3	0,2	0,8	0,7	0,7	0,6	0,2
3	0,1	0,8	0,4	0,4	0,5	0,8	0,4	18	0,5	0,9	0,4	0,6	0,4	0,3	0,4
4	0,4	0,2	0,4	0,5	0,6	0,5	0,8	19	0,8	0,1	0,6	0,2	0,6	0,4	0,3
5	0,3	0,2	0,9	0,6	0,7	0,7	0,2	20	0,4	0,3	0,4	0,5	0,7	0,5	0,4
6	0,5	0,9	0,4	0,3	0,5	0,6	0,4	21	0,1	0,9	0,5	0,4	0,7	0,8	0,2
7	0,7	0,2	0,6	0,5	0,3	0,5	0,5	22	0,2	0,2	0,4	0,8	0,5	0,7	0,8
8	0,2	0,2	0,5	0,5	0,7	0,3	0,5	23	0,3	0,2	0,9	0,5	0,8	0,7	0,1
9	0,1	0,8	0,5	0,4	0,6	0,8	0,3	24	0,4	0,8	0,5	0,5	0,3	0,4	0,4
10	0,4	0,1	0,5	0,5	0,8	0,6	0,9	25	0,7	0,2	0,7	0,3	0,6	0,4	0,5
11	0,2	0,1	0,8	0,7	0,6	0,8	0,2	26	0,4	0,4	0,5	0,3	0,8	0,3	0,6
12	0,4	0,8	0,5	0,4	0,4	0,5	0,7	27	0,1	0,9	0,3	0,5	0,8	0,7	0,2
13	0,8	0,3	0,7	0,3	0,6	0,5	0,5	28	0,3	0,1	0,3	0,6	0,6	0,8	0,9
14	0,3	0,4	0,5	0,3	0,8	0,5	0,3	29	0,4	0,2	0,9	0,5	0,7	0,7	0,2
15	0,1	0,9	0,4	0,5	0,8	0,7	0,1	30	0,6	0,9	0,4	0,7	0,6	0,2	0,3

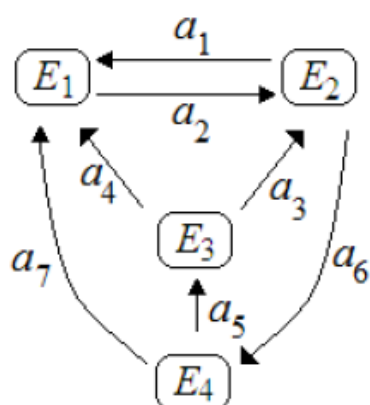
граф № 1



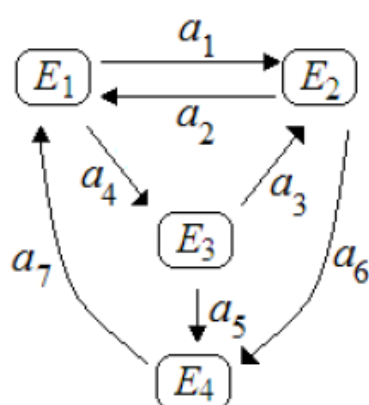
граф № 2



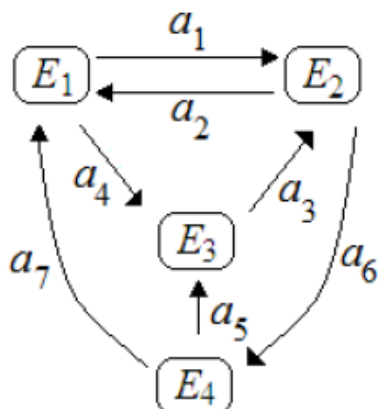
граф № 3



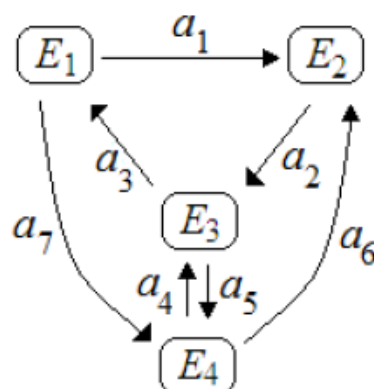
граф № 4



граф № 5



граф № 6



**Задание 2 (элементы корреляционного и регрессионного анализа).** Использовать набор данных с номером, соответствующим вашему варианту, из файла под именем «Прямая регрессия 1-90.xls». Предполагается, что данные были получены в результате наблюдения пары случайных величин  $(X, Y)$ , имеющих совместное нормальное распределение.

**2.1.** Построить корреляционное поле наблюдений. Сделать вывод о виде распределения исходных данных, оценив визуально наличие эллипсоидального рассеяния исходных данных (1 балл).

**2.2.** Вычислить коэффициенты корреляции Пирсона и Спирмена. С помощью коэффициента Пирсона проверить гипотезу об отсутствии зависимости между переменными  $(X, Y)$  на уровне значимости 0,1. Сделать выводы о наличии корреляционной зависимости между переменными и характере их корреляционной зависимости, исходя из вычисленных значений коэффициентов. Найти реальный уровень значимости вывода об отсутствии зависимости между переменными  $(X, Y)$  (4 балла).

**2.3.** Вычислить коэффициент корреляции Кендалла. Сделать вывод о наличии корреляционной зависимости между переменными (1 балл).

**2.4.** Найти выборочное уравнение регрессии  $Y$  на  $X$ . На фоне корреляционного поля наблюдений построить график найденной линейной регрессии. Сделать вывод о соответствии рассмотренной модели исходным данным. Построить наилучший в квадратичном прогнозе значения  $Y$  при  $X = 1$ . (2 балла)

**2.5.** Проверить значимость коэффициентов регрессии, построить доверительные интервалы для коэффициентов регрессии, проверить адекватность модели, построить доверительные интервалы для среднего и индивидуального значений зависимой переменной.

**Задание 3 (8 баллов).** Использовать набор данных с номером, соответствующим вашему варианту, из файла под именем «Линейная регрессия 1-60.xls».

Для расчетов следует использовать один из 60-ти столбцов  $Y_1 - Y_{60}$ , содержащий 40 значений переменной  $Y$ .

Для данной реализации  $(y_1, \dots, y_{40})$  рассмотреть трендовые трехпараметрические модели:

а) модель с синусоидальным трендом

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 \cos \frac{\pi t}{10} + \beta_2 \sin \frac{\pi t}{10} + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, 40;$$

б) модель с квадратичным трендом

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 \frac{t}{20} + \beta_2 \left( \frac{t}{20} \right)^2 + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, 40.$$

Предполагается, что обе модели удовлетворяют предположениям классической регрессионной модели.

3.1. Воспользовавшись программой «регрессия» пакета анализа данных в EXCEL (или провести расчеты по приведенным на лекции формулам), для обеих моделей найти МНК-оценки коэффициентов, коэффициент детерминации и оценку дисперсии регрессионных ошибок  $\sigma^2$ . Выбрать лучшую из двух моделей и выписать ее. (4 балла)

3.2. На уровне значимости 0,1 для лучшей из моделей проверить гипотезу о ее незначимости с помощью  $F$ -критерия, проверить гипотезу о незначимости каждого из ее коэффициентов с помощью  $t$ -критерия. В случае обнаружения статистически незначимого коэффициента скорректировать модель. (3 балла)

3.3. Построив график итоговой модели регрессии на фоне корреляционного поля наблюдений, убедиться в согласии полученной модели исходным данным (1 балл).

**Задание 4 (построение и анализ модели однофакторного анализа).**

4.1. Для имеющихся данных привести математическую модель однофакторного дисперсионного анализа, указав содержательный смысл каждого из элементов этой модели. (3 балла)

4.2. Провести однофакторный дисперсионный анализ данных. Привести оценки средних эффектов от каждого из способов обработки. (3 балла)

4.3. Проверить гипотезу на уровне значимости 0,1 об отсутствии влияния способа обработки на значение зависимой переменной с помощью  $F$ -критерия, привести формальное описание этой гипотезы. Сформулировать вывод (2 балла).

**Вариант 1.** Изменение диуреза (проба Зимницкого) в зависимости от времени суток.

№ пациента	1	2	3	4	5
Время суток	Диурез(мл)				
9 час	180	180	170	180	170
12 час	205	220	180	200	190

**Вариант 2.** Изменения содержания лимфоцитов у детей (в %) в зависимости от возраста.

№ пациента	1	2	3	4	5	6
Возраст пациента	Содержание лимфоцитов					
от 1 до 3 лет	53	49,5	49,7	51,8	51,1	49,6
от 3 до 5 лет	44	46	45,5	47,2	44,9	48

**Вариант 3.** Содержание гемоглобина (г/л) в крови в зависимости от пола.

№ пациента	1	2	3	4	5	6	7	8
Пол	Содержание гемоглобина							
Мужчины	156,5	150,1	158,4	144,3	148,5	155,5	149,8	153,7
Женщины	137,7	128,6	131,5	135,9	136,1	129,6	133,6	135,8

**Вариант 4.** Зависимость амплитуды электромиограммы (ЭМГ) от протяженности дефекта зубного ряда жевательных мышц.

№ пациента	1	2	3	4	5	6	7	8
	Амплитуда ЭЭГ, мВ							
Дефект 1-й пары	225	215	234	226	231	218	235	211
Дефект 2-й пары	195	190	170	182	185	181	179	172

**Вариант 5.** Зависимость индекса гингивита (РМА) от степени тяжести пародонтита при лечении 3% ортофеновой мазью.

№ пациента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Индекс гингивита									
Средняя степень	35,6	30,2	34,1	27,9	28,6	25,4	27,8	31,9	32,2	32,7
Тяжелая степень	53,8	52,1	39,7	58,6	48,6	50,5	43,8	59,3	57,1	56,9

**Вариант 6.** Удобрения для комнатных растений фасуются в пакеты весом по 0,5 кг. Они были распределены по двум различным условиям хранения. После хранения в течение одной недели определялось содержание влаги в продукте, хранящемся в каждом пакете. Влияют ли условия хранения на содержание влаги?

№ пакета	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Условия хранения	Содержание влаги, %									
1	10,1	7,3	5,6	6,2	8,4	8,1	8,0	7,6	5,3	7,2
2	11,7	11,8	12,2	7,8	8,9	9,9	12,4	11,0	10,3	13,8

**Вариант 7.** Сроки госпитализации в зависимости от тяжести состояния пациента при поступлении.

№ пациента	1	2	3	4	5	6
Тяжесть состояния	Срок госпитализации (дни)					
средняя	58	110	64	78	115	64
тяжелая	96	112	120	100	98	100

**Вариант 8.** Влияние суточного потребления белка на белковый обмен (по содержанию общего азота в моче)

№ пациента	1	2	3	4	5	6
Суточное потребление белка	Содержание общего азота в моче (г/сут)					
95-124 г	16	18	29	22	15	20
125-155 г	28	23	23	30	29	25

**Вариант 9.** Изменяется ли в течение суток количество сцеженного и высосанного молока у кормящих матерей, страдающих гиполактией

№ пациента	1	2	3	4	5
Час кормления	Количество молока (мл)				
6 ч.	100	141	147	126	133
18 ч.	111	84	83	96	83

**Вариант 10.** Зависимость содержания гемоглобина от места проживания

№ пациента	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Место проживания	Содержание гемоглобина (г/л)								
1-й район	93	127	163	106	146	142	140	115	158
2-й район	132	108	115	125	80	102	89	161	124

**Вариант 11.** Зависимость содержания эритроцитов от места проживания

№ пациента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Место проживания	Содержание эритроцитов ( $10^{12}/л$ )									
1-й район	4,15	3,6	3,2	5,6	2,8	1,6	3,6	3,6	5,1	4,8
2-й район	5,1	2,1	3	3,6	2,3	2,5	3,4	3,6	4,9	2,7

**Вариант 12.** Имеются четыре партии сырья для текстильной промышленности. Из каждой партии отобрано по пять образцов и проведены испытания на определение величины разрывной нагрузки. Результаты испытаний приведены в таблице.

Номер партии	Разрывная нагрузка (кг/ см <sup>2</sup> )				
1	200	140	170	145	165
2	190	150	210	150	150
3	230	190	200	190	200
4	150	170	150	170	180

**Вариант 13.** Изучалось влияние объема продаж товара (в тысячах штук) от типа используемой рекламы.

	Годы					
Тип рекламы	1	2	3	4	5	6
Телевидение	6.525	7.069	7.065	7.359	7.636	7.929
Радио	10.418	8.016	7.608	8.175	8.335	8.397
Газеты	6.062	8.609	7.143	6.923	5.857	5.687
Интернет	5.086	8.198	7.009	7.972	8.402	8.650

**Вариант 14.** Требуется оценить влияние уровня рекламы внутри магазина на объемы продаж. Имеются следующие данные по 10 торговым точкам:

№ точки	Уровень рекламы		
	высокий	средний	низкий
	Продажи, тыс. руб.		
1	10	8	5
2	9	8	7
3	10	7	6
4	8	9	4
5	9	6	5
6	8	4	2
7	9	5	3
8	7	5	2
9	7	6	1
10	6	4	2



**Вариант 15.** Поставки продукции осуществляются тремя поставщиками («Мега+», «Коста» и «Трамп») в разное время: дневные часы, ночные смены и в пересменку. Контроль за качеством продукции в дневное время выше, чем в другое время. Собраны данные с оценками качества продукции (в баллах). Необходимо выяснить, есть ли отличие в качестве продукции, которая поставляется в разное время.

	Дневная смена	Ночная смена	Пересменка
«Мега+»	77,06	93,12	77,05
«Крыша»	72,54	78,13	75,36
«Коста»	81,14	88,13	78,11
«Трамп»	82,02	81,18	79,91

**Вариант 16.** Исследовалось влияние диеты на количество сброшенных килограммов за один месяц. Каждый пациент сидел на одной диете. Получены следующие данные.

Номер пациента	Номер диеты			
	1	2	3	4
1	3,3	4,5	3,3	4,1
2	1,6	3,4	2,4	4,7
3	2,3	2,8	2,9	3,9
4		3,9	3,0	
5		5,0		

**Вариант 17.** При исследовании влияния стажа работы на производительность труда (количество деталей в день) в одном из цехов завода получены следующие сведения.

Номер наблюдения	Стаж работы (лет)			
	До 5	5-10	10-15	15-20
1	145	174	153	154
2	143	178	162	152
3	149	177	164	153
4	140	171	163	
5			167	

**Вариант 18.** Исследовалось влияние количества осадков за год на урожайность пшеницы (т/га). Получены следующие данные по урожайности.

Номер исследования	Количество осадков (мм) за год			
	250-260	260-270	270-280	280-290
1	33	39	44	54
2	31	30	47	56
3	32	38	43	58
4		43		

**Вариант 19.** В процессе исследования влияния цены за единицу продукции на объем продаж (шт.) в месяц получены следующие сведения.

Номер наблюдения	Цена за единицу продукции (руб.)			
	1000-1100	1100-1200	1200-1300	1300-1400
1	245	238	224	211
2	241	234	227	210
3	242	230	220	208
4	249	231		209
5		233		

**Вариант 20.** Сроки госпитализации в зависимости от тяжести состояния пациента при поступлении.

№ пациента	1	2	3	4	5	6
Тяжесть состояния	Срок госпитализации (дни)					
средняя	58	110	64	78	115	64
тяжелая	96	112	120	100	98	100

Номер варианта	Номер задания
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	10
11	11
12	12
13	13
14	14
15	15
16	16
17	17
18	18
19	19
20	20
21	2
22	3
23	5
24	6
25	13
26	14
27	16
28	17
29	18
30	19