

Индивидуальное задание №5.

Расчет на прочность при изгибе

Для стальной балки (рис. 1), подобрать поперечное сечение в нескольких вариантах исполнения: двутавровое (прил.1), прямоугольное с отношением высоты к ширине $h/b = 1,5$, круглое и трубчатое с отношением $d/D = 0,8$. Варианты исполнения сопоставить по металлоемкости. Выполнить проверку прочности по касательным напряжениям.

№ варианта	№ схемы	Силы, кН				Моменты, кН·м				Нагрузка, кН/м	Длины участков, м				Марка стали
		F	F_1	F_2	F_3	M_0	M_1	M_2	M_3		a	b	c	e	
1	1	10	15	35	40	25	10	15	50	40	0,5	0,6	0,7	0,9	Ст2
2	2	15	20	30	50	20	15	10	25	35	0,6	0,7	0,8	1,0	Ст3
3	3	20	25	20	35	15	20	15	30	30	0,7	0,8	1,0	1,2	Ст4
4	4	25	30	35	30	10	25	20	35	25	0,8	1,0	1,2	1,4	Ст5
5	5	30	35	15	20	35	40	30	40	20	0,9	1,0	1,3	1,6	Ст6
6	6	35	40	10	25	45	50	45	50	15	1,0	1,2	1,4	1,7	Ст2
7	7	40	45	50	20	30	35	30	35	10	1,2	1,3	1,5	1,8	Ст3
8	8	10	50	45	55	25	30	25	40	30	1,3	1,5	1,9	2,2	Ст4
9	9	15	10	35	40	20	25	20	45	25	1,4	1,7	2,2	2,7	Ст5
10	10	20	15	30	50	15	20	10	25	20	1,5	1,9	2,3	2,9	Ст6
11	1	25	20	25	30	10	15	10	25	15	0,6	0,8	0,9	1,2	Ст2
12	2	30	25	20	35	45	50	40	45	10	0,7	0,9	1,1	1,3	Ст3
13	3	35	30	15	25	40	45	35	40	35	0,8	1,0	1,2	1,6	Ст4
14	4	40	35	10	15	35	30	40	50	30	0,9	1,2	1,4	1,8	Ст5
15	5	10	40	45	50	30	35	25	30	25	1,0	1,3	1,6	2,0	Ст6
16	6	15	10	35	40	25	30	20	35	20	1,1	1,3	1,7	2,1	Ст2
17	7	20	15	40	55	20	25	15	20	15	1,2	1,3	1,8	2,3	Ст3
18	8	25	20	30	35	15	20	10	40	10	1,3	1,6	2,0	2,5	Ст4
19	9	30	25	15	20	10	15	20	45	15	1,4	1,7	2,2	2,7	Ст5
20	10	35	30	25	30	20	25	15	50	20	1,5	1,8	2,3	2,9	Ст6
21	1	40	35	10	15	30	35	30	15	25	1,6	2,0	2,5	3,1	Ст2
22	2	10	40	50	35	40	45	40	25	30	1,5	1,9	2,4	3,0	Ст3
23	3	15	20	25	35	45	50	45	35	35	1,4	1,8	2,1	2,7	Ст4
24	4	20	15	35	40	35	40	35	55	40	1,3	1,6	2,0	2,4	Ст5
25	5	25	35	40	45	30	35	30	40	25	1,2	1,4	1,7	2,2	Ст6
26	6	18	22	24	16	26	14	20	36	22	0,5	0,8	0,9	1,1	Ст2
27	7	16	26	32	14	20	18	22	32	20	0,6	0,9	1,0	1,2	Ст3
28	8	14	12	22	32	18	24	18	28	18	0,7	1,0	1,2	1,4	Ст4
29	9	12	16	24	28	14	26	28	20	16	0,8	1,1	1,3	1,6	Ст5
30	10	8	12	18	24	14	22	10	16	20	0,9	1,3	1,4	1,7	Ст6

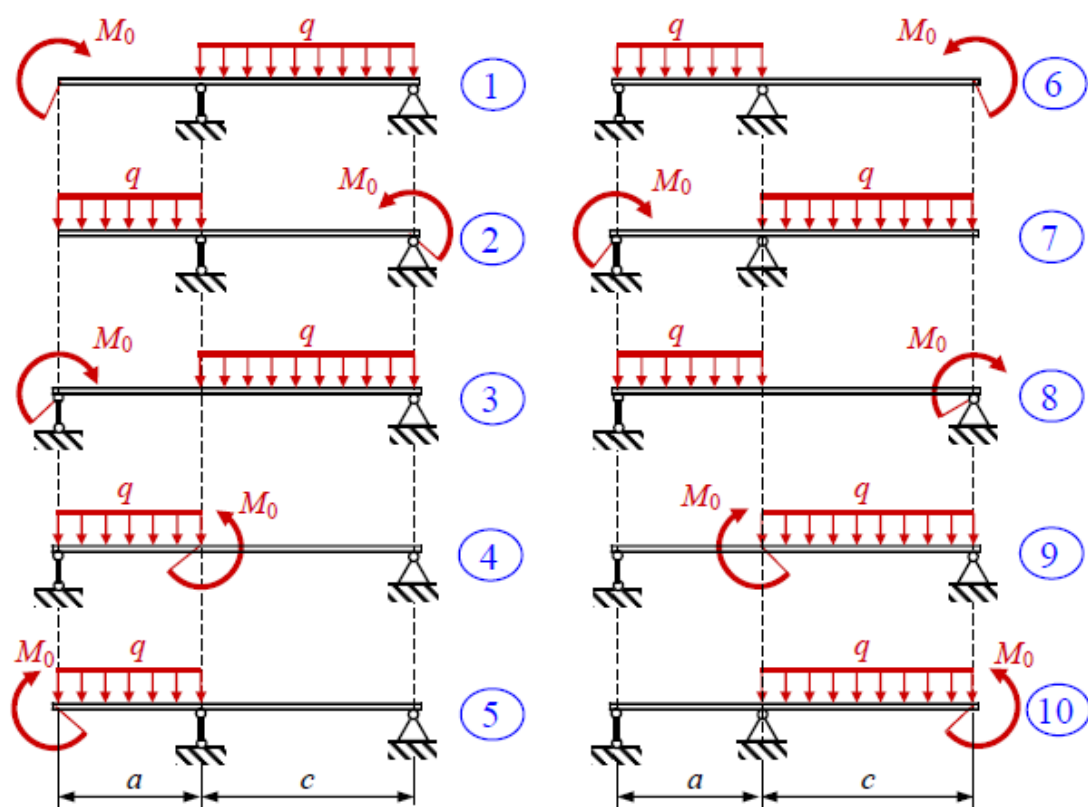


Рис.1

Приложение 1.

Таблица П1. Двутавры

Номер балки	Размеры, мм		Площадь сечения, см ²	Момент сопротивления при изгибе W_x , см ³
	h	s		
10	100	4,5	12,0	39,7
12	120	4,8	14,7	54,8
14	140	4,9	17,4	81,7
16	160	5,0	20,2	109
18	180	5,1	23,4	143
20	200	5,2	26,8	184
22	220	5,4	30,6	232
24	240	5,6	34,8	289
27	270	6,0	40,2	371
30	300	6,5	46,5	472
33	330	7,0	53,8	597
36	360	7,5	61,9	743
40	400	8,3	72,6	953
45	450	9,0	84,7	1231
50	500	10,0	100,0	1589

Методические указания к выполнению индивидуального задания №5.

Задача на тему "Изгиб".

При ее решении прежде всего необходимо определить опорные реакции из уравнений равновесия в форме уравнений моментов сил относительно точек опоры. Правильность

определения реакций следует проверить путем составления и решения уравнения проекций всех сил, действующих на балку, на ось, перпендикулярную к оси балки. Для составления аналитических выражений для поперечных сил Q и изгибающих моментов M балку разбивают на участки, отделенный друг от друга либо действующими сосредоточенными силами, либо парами сил, либо границами участков, на которых расположена равномерно распределенная нагрузка. На каждом участке следует взять произвольное сечение и соблюдая правило знаков, определить для него поперечную силу как алгебраическую сумму проекций всех сил, действующих на балку по одну сторону от сечения, на ось, перпендикулярную оси балки и изгибающий момент как алгебраическую сумму моментов всех сил, действующих по одну сторону от сечения, относительно центра тяжести рассматриваемого сечения. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов следует строить по характерным точкам. Для этого по аналитическим выражениям Q и M составленным для каждого участка, необходимо вычислить Q и M в тех точках, где эпюра претерпевает изменения, а именно, в точках приложения сосредоточенных сил и моментов, а также в точках, соответствующих границам распределенной нагрузки. Далее проводится ось параллельно оси бруса и откладываются, в произвольно выбранном масштабе, найденные значения поперечных сил и изгибающих моментов по оси, перпендикулярной оси бруса.

По наибольшему изгибающему моменту необходимо определить поперечные размеры балки заданного сечения

Необходимый момент сопротивления сечения должен иметь величину

$$W_{изз} \geq \frac{M_z}{[\sigma]},$$

где $[\sigma]$ - допускаемое напряжение при изгибе.

По найденному значению из табл. Приложения П1 выбираем двутавровую стальную балку.

Пример решения задания 5

Для балки из стали Ст3, схема которой представлена на рис. П1.3, а, подобрать поперечное сечение в нескольких вариантах исполнения: двутавровое, прямоугольное с отношением высоты к ширине $h/b = 1,5$, круглое и трубчатое с отношением $d/D = 0,8$. Варианты исполнения сопоставить по металлоемкости. Выполнить проверку прочности по касательным напряжениям.

Решение

I. Определение опорных реакций.

Шарнирно-подвижная опора A накладывает одну связь, имеет одну реакцию R_A . Шарнирно-неподвижная опора B накладывает две связи, имеет две составляющие реакции: горизонтальную и вертикальную. Согласно условию задачи в горизонтальном направлении нагрузки отсутствуют. Следовательно, горизонтальная реакция равна нулю, поэтому нет необходимости в ее изображении.

$$\sum M_A = 0; \quad -M_0 + q \cdot c(a + c/2) + R_B \cdot a = 0,$$

Дано:

$$M_0 = 12 \text{ кН}\cdot\text{м}; \quad q = 24 \text{ кН/м}$$

$$a = 0,9 \text{ м}; \quad c = 0,6 \text{ м}.$$

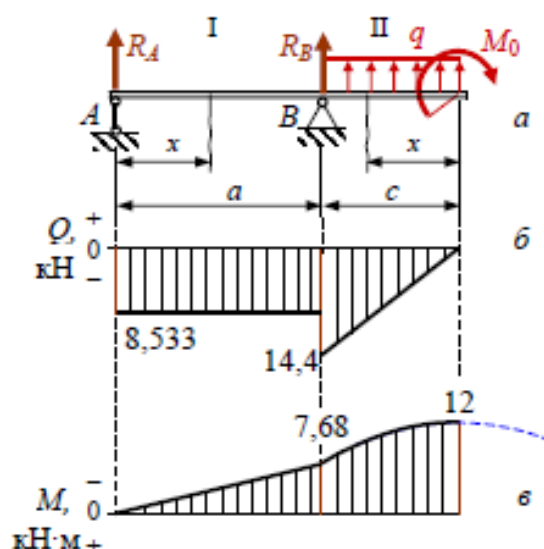


Рис. П1.3. Схема нагружения балки (а), эпюра поперечных сил (б), эпюра изгибающих моментов (в)

$$\text{откуда } R_B = \frac{M_0 - qc(a + c/2)}{a} = \frac{12 - 24 \cdot 0,6(0,9 + 0,6/2)}{0,9} = -5,867 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0; \quad -M_0 + q \cdot c(c/2) - R_A \cdot a = 0,$$

$$\text{откуда } R_A = \frac{-M_0 + qc^2/2}{a} = \frac{-12 + 24 \cdot 0,6^2/2}{0,9} = -8,533 \text{ кН.}$$

Проверка найденных реакций:

$$\sum y = 0; \quad R_A + R_B + qc = 0;$$

Реакции найдены верно.

$$-8,533 - 5,867 + 24 \cdot 0,6 = 0.$$

Фактическое направление опорных реакций обратно показанному на рис. П1.3, а.

II. Определение внутренних усилий.

Удобно на первом участке рассматривать равновесие левой, а на втором – правой отсеченной части балки.

I участок, $0 \leq x \leq a$;

$$Q_{(x)} = R_A = -8,533 \text{ кН};$$

$M_{(x)} = R_A \cdot x$ – уравнение прямой линии;

$$M_{x=0} = 0;$$

$$M_{x=a} = R_A \cdot a = -8,533 \cdot 0,9 = -7,68 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

II участок, $0 \leq x \leq c$;

$$Q_{(x)} = -qx$$
 – уравнение прямой линии.

$$Q_{x=0} = 0;$$

$$Q_{x=c} = -q \cdot c = -24 \cdot 0,6 = -14,4 \text{ кН.}$$

$$M_{(x)} = -M_0 + qx \frac{x}{2} \text{ – уравнение параболы.}$$

$$M_{x=0} = -M_0 = -12 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{x=c} = -M_0 + \frac{q}{2} c^2 = -12 + \frac{24}{2} 0,6^2 = -7,68 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Приравняв первую производную функции момента по абсциссе, находим экстремум этой функции:

$$\frac{dM_{(x)}}{dx} = qx; \quad \frac{dM_{(x)}}{dx} = 0; \quad qx = 0 \Rightarrow x_{\text{экстр}} = 0.$$

В этом сечении находится вершина параболы.

Строим эпюры Q и M (рис. П1.3, б и в) и выполняем проверку правильности их построения:

- на участках, свободных от распределенной нагрузки, эпюра Q параллельна базисной линии, а эпюра моментов – наклонная прямая;

- на участках, где равномерная распределенная нагрузка действует, эпюра Q – наклонная прямая, а эпюра моментов ограничена параболой, выпуклость которой совпадает с направлением распределенной нагрузки;

- на участках, где Q отрицательна, значения M убывают;
- в сечениях, где приложены сосредоточенные силы (в конкретном случае реакции в опорах), на эпюре Q скачки в направлении этих сил и на их величину, а на эпюре M – изломы в направлении действия этих сил;
- в том сечении, где приложен момент на эпюре M ему соответствует скачок на величину приложенного момента и в направлении его действия.

Из эпюры моментов следует, что опасным является крайнее правое сечение, где момент принимает значение $M_{\max} = 12 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

III. Проектный расчет

Из условия прочности при изгибе находим требуемое значение момента сопротивления, ориентируясь на рекомендуемые значения допускаемого напряжения $[\sigma_{из}] = 150 \text{ МПа}$, взятого из таблицы ПЗ

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma_{из}]; \Rightarrow W_z \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma_{из}]} = \frac{12 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^6} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

Форма сечения	Момент сопротивления	Размер
Двутавр	$W_z \geq 80 \text{ см}^3$ по таблице сортамента	
Прямоугольник с отношением $h/b = 1,5$	$W_z = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{b(1,5b)^2}{6} = 0,375b^3$ $0,375b^3 \geq W_z$	$b \geq \sqrt[3]{\frac{W_z}{0,375}}$
Круг	$W_z = \frac{\pi}{32} D^3 = 0,0982 D^3$	$D \geq \sqrt[3]{\frac{W_z}{0,0982}}$
Кольцо с отношением $d/D = 0,8$	$W_z = \frac{\pi}{32} D^3 \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right] = 0,0579 D^3$	$D \geq \sqrt[3]{\frac{W_z}{0,0579}}$

Найденному значению момента сопротивления соответствуют следующие размеры поперечных сечений:

Форма сечения	Требуемые размеры	Принятые размеры, см	Площадь A , см^2
Двутавр	$W_z = 81,7 \text{ см}^3$	№ 14	17,4
Прямо- угольник	$b \geq \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 10^{-5}}{0,375}} = 0,0598 \text{ м};$	$b = 6$ $h = 9$	$b \times h$ $6 \times 9 = 45$
Круг	$D \geq \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 10^{-5}}{0,0982}} = 0,0934 \text{ м};$	$D = 9,5$	$\frac{\pi}{4} D^2$ $\frac{\pi}{4} 9,5^2 = 70,9$
Кольцо	$D \geq \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 10^{-5}}{0,0579}} = 0,111 \text{ м}$	$D = 11,5;$ $d = 9,2;$ $t = 1,15$	$\frac{\pi}{4} D^2 (1 - 0,8^2)$ $\frac{\pi}{4} 11,5^2 (0,36) = 37,4$

Требуемые размеры округлены в соответствии с ГОСТ 6636-69 (табл. ПЗ) и занесены в третий столбец. Здесь d – внутренний диаметр полого сечения, а t – толщина его стенки. Металлоемкость балки определяется ее объемом, то есть произведением длины на площадь поперечного сечения. Поскольку длины балок одинаковы, сопоставим площади поперечных сечений различных форм с двутавровым:

$$\frac{A_{\text{круга}}}{A_{\text{двут}}} = \frac{70,9}{17,4} = 4,07; \quad \frac{A_{\text{прям}}}{A_{\text{двут}}} = \frac{45}{17,4} = 2,59; \quad \frac{A_{\text{кольц}}}{A_{\text{двут}}} = \frac{37,4}{17,4} = 2,15.$$

Самое неэкономичное сечение – круг.