

## РАСЧЕТ КРУГЛОГО СТУПЕНЧАТОГО ВАЛА НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ ПРИ КРУЧЕНИИ

**Требуется:** построить эпюру крутящих моментов, определить из условий прочности и жесткости диаметры вала  $d_1, d_2$ , построить эпюру абсолютных углов закручивания сечений по отношению к неподвижному сечению в заделке.

### Исходные данные:

Ступенчатый вал защемлен одним концом и нагружен внешними скручивающими моментами  $M_1 = 2 \text{ кНм}$ ,  $M_2 = 1 \text{ кНм}$ ,  $M_3 = 4,5 \text{ кНм}$  (рис. 1, а). Материал вала – сталь 3, модуль сдвига  $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемое касательное напряжение  $[\tau] = 80 \text{ МПа}$ , допускаемый относительный угол закручивания  $[\theta^\circ] = 0,3 \text{ град/м}$ .

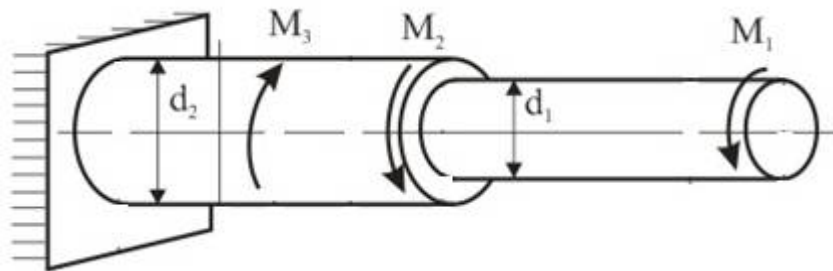


Рис. 1 Исходные данные к задаче

### 1. Построение эпюры крутящих моментов $M_z$

Используется метод сечений. Вал разбивается на три силовых участка (рис. 2, а). Крутящий момент в каждом сечении определяется как алгебраическая сумма внешних скручивающих моментов, взятых по одну сторону от сечения (приложенных к одной из двух частей). Правило знаков для крутящего момента  $M_z$  может приниматься произвольно. Будем считать крутящий момент  $M_z$  положительным, если внешний скручивающий момент стремиться повернуть отсеченную часть вала по часовой стрелке при взгляде со стороны сечения. Тогда момент противоположного направления будет считаться отрицательным. Расчет ведется со свободного конца вала.

Первый участок

$$z_1 = 0 \div 0,3 \text{ м}$$

$$M_{z_1} = M_1 = 2 \text{ кНм} = \text{const.}$$

Второй участок

$$z_2 = 0 \div 0,15 \text{ м}$$

$$M_{z_2} = M_1 + M_2 = 2 + 1 = 3 \text{ кНм} = \text{const.}$$

Третий участок

$$z_3 = 0 \div 0,2 \text{ м}$$

$$M_{z_3} = M_1 + M_2 - M_3 = 2 + 1 - 4,5 = -1,5 \text{ кНм} = \text{const.}$$

По полученным данным строится эпюра крутящих моментов  $M_z$ . Положительные значения откладываются выше нулевой линии (рис. 2, б).

## 2. Расчет диаметров вала

На основании эпюры крутящего момента определяются диаметры вала:

$d'_1 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{MAX}}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 0,0503 \text{ м} \approx 50 \text{ мм}$  – из условия прочности;

$d''_1 \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot M_{MAX}}{\pi \cdot G \cdot [\theta^\circ]} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 2 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,8 \cdot 10^{11} \cdot 0,3} \cdot \frac{180^\circ}{3,14}} = 0,0835 \text{ м} \approx 84 \text{ мм}$  – из условия жесткости.

За окончательный принимается больший диаметр, т. е.  $d_1 = d''_1 = 84 \text{ мм}$ .

$d'_2 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{MAX}}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 3 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 0,0576 \text{ м} \approx 58 \text{ мм}$  – из условия прочности;

$d''_2 \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot M_{MAX}}{\pi \cdot G \cdot [\theta^\circ]} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 3 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,8 \cdot 10^{11} \cdot 0,3} \cdot \frac{180^\circ}{3,14}} = 0,0924 \text{ м} \approx 92 \text{ мм}$  – из условия жесткости.

За окончательный принимается больший диаметр, т. е.  $d_2 = d''_2 = 92 \text{ мм}$ .

## 3. Построение эпюры углов закручивания

Предварительно определяются полярные моменты инерции сечения:

$$I_{\rho 1} = \frac{\pi \cdot d_1^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 0,084^4}{32} = 4,9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4;$$

$$I_{\rho 2} = \frac{\pi \cdot d_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 0,092^4}{32} = 7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4.$$

Определим угол закручивания в сечениях  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $k$ , начиная от закрепленного торца (рис. 2, а).

Сечение  $a$  не поворачивается, т.е. угол поворота  $\varphi_a = 0$ .

Угол поворота сечения  $b$  относительно неподвижного сечения  $a$  равен углу закручивания на участке  $ab$ :

$$\varphi_b = \varphi_{ab} = \frac{M_{ab} \cdot l_{ab}}{G \cdot I_{\rho 2}} = \frac{-1,5 \cdot 10^3 \cdot 0,2}{0,8 \cdot 10^{11} \cdot 7 \cdot 10^{-6}} = -5,4 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

Угол поворота сечения  $c$  относительно неподвижного сечения  $a$  складывается из угла поворота сечения  $b$  и угла закручивания на участке  $bc$ :

$$\varphi_c = \varphi_b + \varphi_{bc} = \varphi_b + \frac{M_{bc} \cdot l_{bc}}{G \cdot I_{\rho 2}} =$$

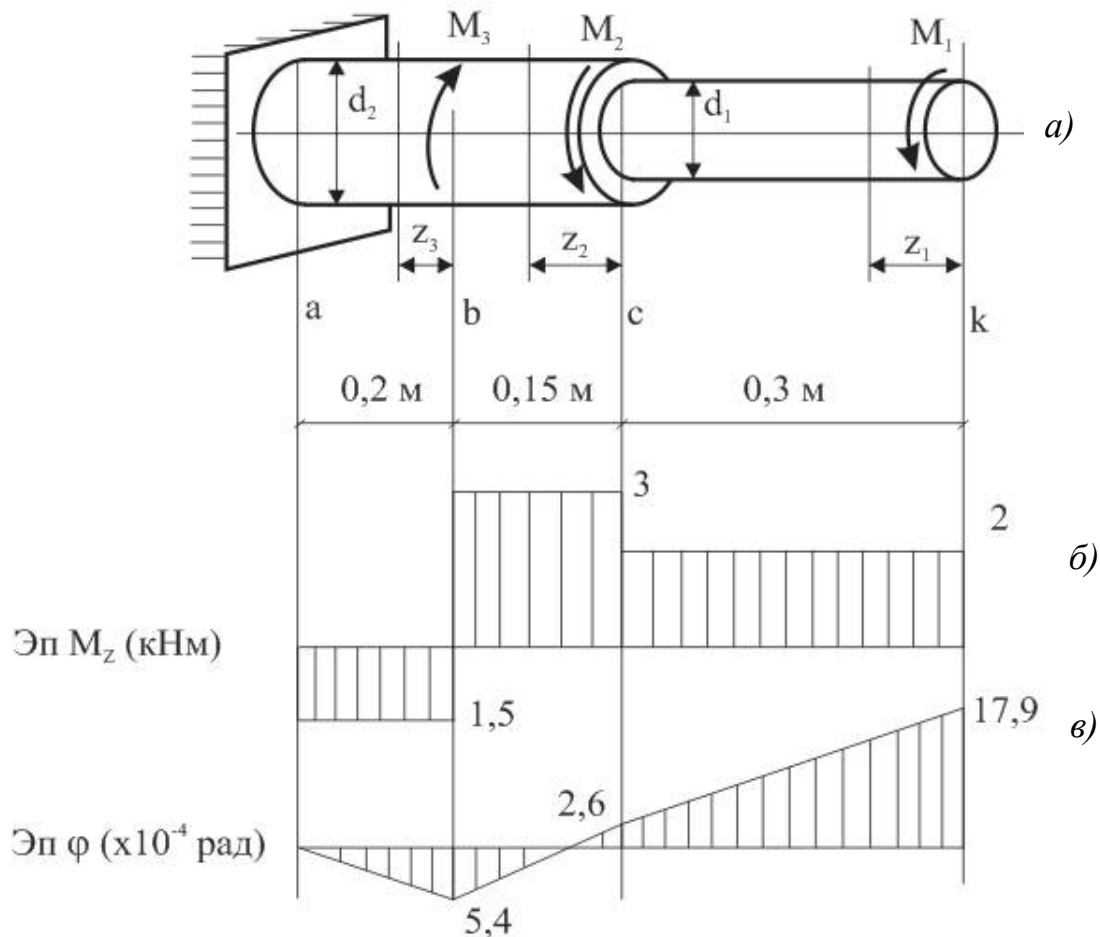
$$= -5,4 \cdot 10^{-4} + \frac{3 \cdot 10^3 \cdot 0,15}{0,8 \cdot 10^{11} \cdot 7 \cdot 10^{-6}} = -5,4 \cdot 10^{-4} + 8 \cdot 10^{-4} = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

Угол поворота сечения  $k$  относительно неподвижного сечения  $a$  складывается из угла поворота сечения  $c$  и угла закручивания на участке  $ck$ :

$$\varphi_k = \varphi_c + \varphi_{ck} = \varphi_c + \frac{M_{ck} \cdot l_{ck}}{G \cdot I_{\rho 1}} =$$

$$= 2,6 \cdot 10^{-4} + \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 0,3}{0,8 \cdot 10^{11} \cdot 4,9 \cdot 10^{-6}} = 2,6 \cdot 10^{-4} + 15,3 \cdot 10^{-4} = 17,9 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

По полученным значениям строится эпюра углов закручивания. Поскольку на участках нет распределенной скручивающей нагрузки, эпюра будет прямолинейной (рис. 2, в). Противоположные знаки на эпюре  $\varphi$  означают, что сечения поворачиваются относительно заделки в разные стороны (направление можно определить по правилу знаков, принятому для  $M_z$ ).



**Рис. 2. Расчетная схема ступенчатого вала**