

ПРИМЕР РАСЧЕТА ВАЛА

Вал получает от двигателя через зубчатое колесо II (рис. 3, а) мощность N_2 , следовательно, эта пара для рассматриваемого вала является ведущей парой. Далее эта мощность передается колесами I и III рабочим механизмам. Мощности, передаваемые на колеса, равны $N_1 = 22$ кВт и $N_3 = 15$ кВт. Диаметры колес $D_1 = 400$ мм; $D_2 = 500$ мм, $D_3 = 300$ мм. Частота вращения вала $n = 300$ об/мин. Длина участков вала: $l_1 = 200$ мм; $l_2 = 400$ мм; $l_3 = 280$ мм; $l_4 = 250$ мм. Ведущее колесо расположено под углом зацепления $\alpha_2 = 90^\circ$ к горизонтали. Положение ведомых колес I и III зафиксировано углами, соответственно, $\alpha_1 = 0^\circ$ и $\alpha_3 = 160^\circ$. Материал вала -ст. 45 нормализованная, $\sigma_B = 900$ МПа, $\sigma_T = 650$ МПа, $\tau_T = 390$ МПа, $[\sigma] = 80$ МПа. Поверхность вала шлифованная. В середине участка СЕ вала расположено сквозное отверстие диаметром d_0 . При расчете вала следует принять, что нормальные напряжения изгиба изменяются по симметричному циклу, а касательные - по асимметричному с коэффициентом асимметрии $R_\tau = 0,5$.

Требуется:

- 1) Определить диаметры вала по участкам.
- 2) Произвести проверочный расчет вала на выносливость (определить коэффициенты запаса прочности в наиболее напряженных сечениях по отношению к пределу выносливости и по пределу статической прочности).

План решения задачи

Проектный расчет вала производится в следующем порядке:

1. Составляется расчетная схема вала
2. Определяется мощность получаемая ведущим колесом II
3. Строится схема действия сил в зубчатых парах
4. Определяются скручивающие моменты и окружные усилия на зубчатых колесах
5. Строится эпюра крутящих моментов
6. Строится эпюра изгибающих моментов M_x в вертикальной плоскости
7. Строится эпюра изгибающих моментов M_y в горизонтальной плоскости
8. Строится эпюра суммарных изгибающих моментов
9. Определяются величины эквивалентных моментов по IV теории прочности
10. Определяются диаметры вала по участкам при допуске напряжении $[\sigma]$ и полученные значения округляются до ближайшего стандартного значения

Проверочный расчет вала производится в следующем порядке:

1. Вычисляются суммарные коэффициенты снижения предела выносливости в выбранных сечениях
2. Определяются максимальные значения нормальных и касательных напряжений в рассматриваемых сечениях
3. Определяются коэффициенты безопасности
4. Вычисляется общий коэффициент безопасности по пределу выносливости для выбранного сечения
5. Определяется коэффициент безопасности по запасу статической прочности
6. Дается анализ результатов расчета

РЕШЕНИЕ

Проектный расчет вала

Часть I. Составляем расчетную схему вала (рис. 3, а)

Часть II. Определяем мощность, получаемую ведущим колесом II

$$N_2 = N_1 + N_3 = 22 + 15 = 37 \text{ кВт.}$$

Часть III. Строим схему действия сил в зубчатых парах

На венце ведущего колеса действует окружная сила F_2 , направление которой совпадает с направлением вектора угловой скорости ω (направление угловой скорости вращения вала выбирается произвольно). Усилие F_2 необходимо привести к центру тяжести поперечного сечения вала. Для этого в данном сечении прикладываем равные по величине и противоположные по направлению силы F_2 - F_2 . Таким образом, получаем моментную пару сил $F_2 - F_2$ (рис. 4, сечение «Е»), величина которой равна:

$$M_2 = F_2 \cdot \frac{D_2}{2} \quad (41)$$

Аналогично для I и III колес:

$$\text{Сечение «С»} \quad M_1 = F_1 \cdot \frac{D_1}{2} \quad (42)$$

$$\text{Сечение «К»} \quad M_3 = F_3 \cdot \frac{D_3}{2} \quad (43)$$

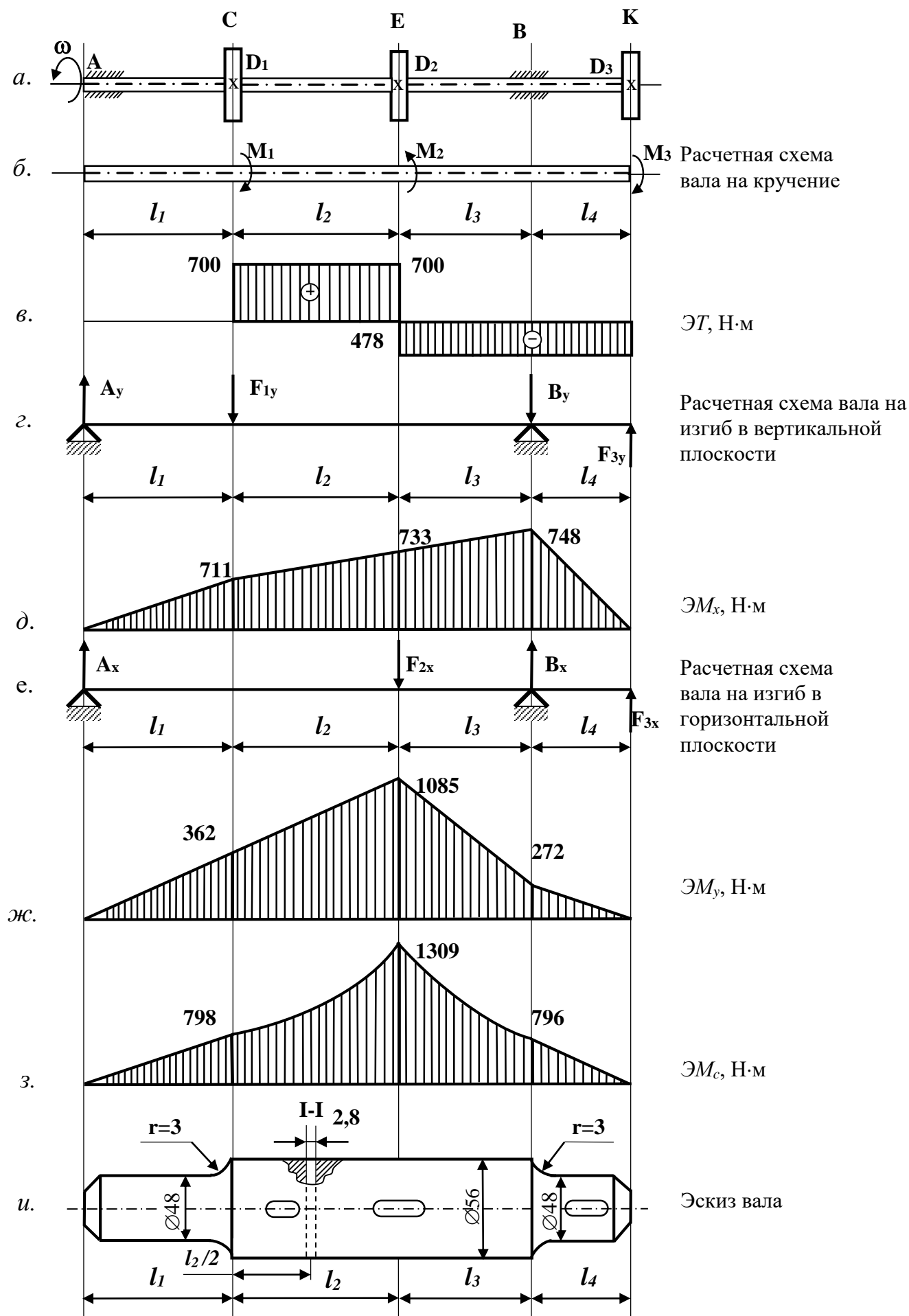


Рис 3.

Скручивающие моменты M_1 , M_2 , и M_3 действуют в плоскости поперечного сечения вала и вызывают его кручение.

Сосредоточенные силы F_1 , F_2 и F_3 , приложенные в центре тяжести поперечных сечений вала, где насажены колеса I, II и III, действуют в его плоскости (см. рис. 4). Эти силы вызывают пространственный изгиб, который следует привести к двум плоскостям – вертикальной и горизонтальной. Для этого сосредоточенные силы необходимо разложить на составляющие по координатным осям (см. рис.4).

Схема действия сил в ведомых парах

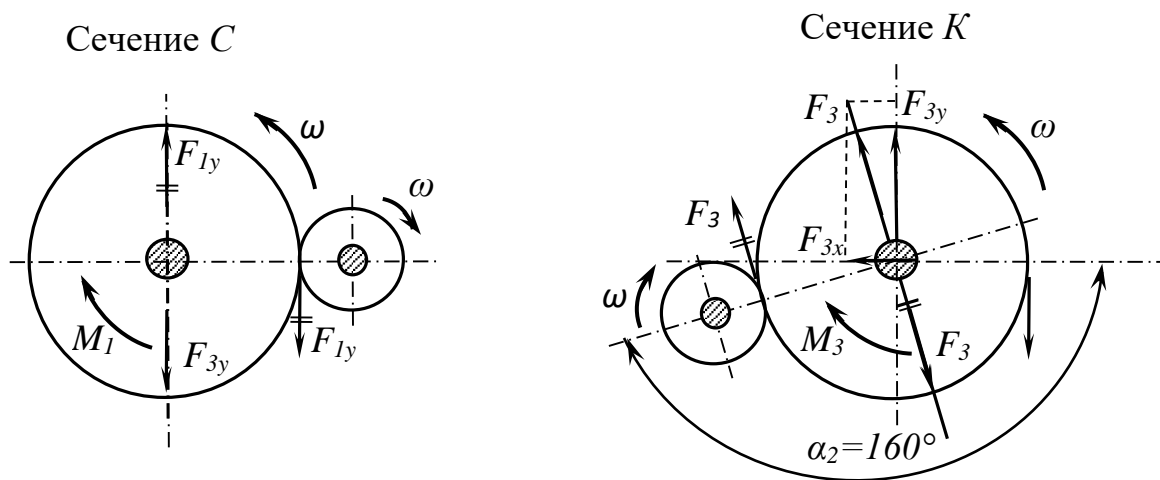


Схема действия сил в ведущей паре

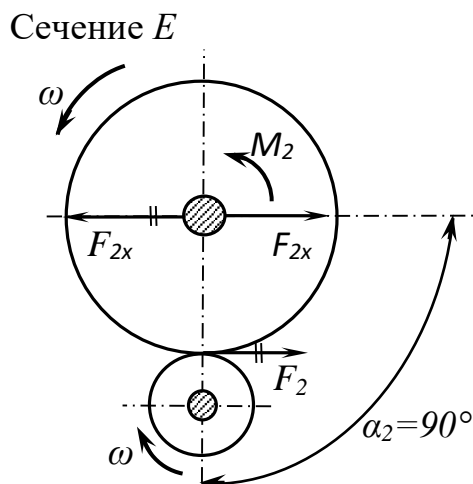


Рис. 4

Часть IV. Определяем скручивающие моменты и окружные усилия на зубчатых колесах

Определим угловую скорость вращения вала

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{3,14 \cdot 300}{30} = 31,4 \text{ сек}^{-1}.$$

Определим скручивающие моменты на каждом колесе по формуле

$$M = \frac{N}{\omega}$$

$$M_1 = \frac{22 \cdot 10^3}{31,4} = 700 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad M_2 = \frac{37 \cdot 10^3}{31,4} = 1178 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad M_3 = \frac{15 \cdot 10^3}{31,4} = 478 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Из формул (41-43) определим окружные усилия на венцах зубчатых колес I, II и III:

$$F_1 = \frac{2M_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 700}{0,4} = 3500 \text{ Н},$$

$$F_2 = \frac{2M_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 1178}{0,5} = 4712 \text{ Н},$$

$$F_3 = \frac{2M_3}{D_3} = \frac{2 \cdot 478}{0,3} = 3186 \text{ Н}.$$

Часть V. Строим эпюру крутящих моментов

Составим расчётную схему, где вал рассматривается как элемент, работающий только на кручение (рис. 3, б).

В сечениях, где насажены зубчатые колёса прикладываем внешние скручивающие моменты M_1 , M_2 и M_3 . Опорные подшипники вала крутящего момента не передают. Вал разбиваем на силовые участки и, используя метод сечений, строим эпюру крутящих моментов (рис. 3, в). На участках CE крутящий момент $T = 700 \text{ Н} \cdot \text{м}$, на участке $EBK - T = 478 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Часть VI. Строим эпюру изгибающих моментов M_x в вертикальной плоскости

Определим величины вертикальных проекций сил (см. рис. 4)

$$F_{1y} = F = 3500 \text{ Н},$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \cos 20^\circ = 3186 \cdot \cos 20^\circ = 2994 \text{ Н}.$$

Составляем расчётную схему вала, работающего на изгиб в вертикальной плоскости как балку на шарнирных опорах с усилиями, действующими по оси Y (рис. 3, г). Направление проекций сил выбираем по рис. 4 (сечения «C» и «K»).

Для определения опорных реакций составим уравнения равновесия статики относительно опор A и B:

$$\sum M_A = 0; \quad F_{1y}l_1 + B_y(l_1 + l_2 + l_3) - F_{3y}(l_1 + l_2 + l_3 + l_4) = 0$$

$$B_y = \frac{-3500 \cdot 0,2 + 2994 \cdot 1,13}{0,88} = 3049 \text{ Н}.$$

$$\sum M_B = 0; \quad -F_{3y} \cdot l_4 - F_{1y}(l_2 + l_3) + A_y(l_1 + l_2 + l_3) = 0$$

$$A_y = \frac{2994 \cdot 0,25 + 3500 \cdot 0,68}{0,88} = 3555 \text{ Н}.$$

Проверка правильности определения реакций:

$$\sum F_y = 0; \quad A_y - F_{1y} - B_y + F_{3y} = 0.$$

$$3555 - 3500 - 3049 + 2994 = 0.$$

$$0 \equiv 0.$$

Реакции опор A_y и B_y определены верно.

Вычисляем изгибающие моменты M_x в вертикальной плоскости в характерных сечениях вала (балки).

$$M_A = 0, \quad M_C = A_y \cdot l_1 = 711 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad M_E = A_y \cdot (l_1 + l_2) - F_{1y} \cdot l_2 = 733 \text{ кН} \cdot \text{м}, \\ M_B = F_{3y} \cdot l_4 = 748 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

По полученным значениям строим эпюру изгибающих моментов (\mathcal{M}_x) в вертикальной плоскости (рис. 3, *д*).

Часть VII. Строим эпюру изгибающих моментов M_y в горизонтальной плоскости

Определим величины горизонтальных проекций сил (см. рис. 4).

$$F_{2x} = F_2 = 4712 \text{ Н}, \\ F_{3y} = F_3 \cdot \sin 20^\circ = 3186 \cdot \sin 20^\circ = 1089 \text{ Н}.$$

Составляем расчётную схему вала, работающего на изгиб в горизонтальной плоскости как балку на шарнирных опорах с усилиями, действующими по оси X (рис. 3, *е*). Направление проекций сил выбираем по рис. 4 (сечения «E» и «K»).

Для определения опорных реакций составим уравнения равновесия статики относительно опор A и B:

$$\sum M_A = 0; \quad F_{2x}(l_1 + l_2) - B_x(l_1 + l_2 + l_3) - F_{3x}(l_1 + l_2 + l_3 + l_4) = 0 \\ B_x = \frac{4712 \cdot 0,6 - 1089 \cdot 1,13}{0,88} = 1814 \text{ Н}.$$

$$\sum M_B = 0; \quad -F_{2x}l_3 - F_{3x}l_4 + A_x(l_1 + l_2 + l_3) = 0 \\ A_x = \frac{4712 \cdot 0,28 + 1089 \cdot 0,25}{0,88} = 1809 \text{ Н}.$$

$$\sum F_x = 0; \quad A_x - F_{2x} + B_x + F_{3x} = 0 \\ 1804 - 4712 + 1819 + 1089 = 0 \\ 0 \equiv 0.$$

Реакции опор A_x и B_x определены верно.

Вычисляем изгибающие моменты M_y в горизонтальной плоскости в характерных сечениях вала (балки).

$$M_A = 0, \quad M_C = A_x \cdot l_1 = 362 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad M_E = A_x \cdot (l_1 + l_2) = 1085 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad M_B = F_{3x} \cdot l_4 = 272 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

По полученным значениям строим эпюру изгибающих моментов (\mathcal{M}_y) в горизонтальной плоскости (рис. 3, *ж*).

Часть VIII. Построение эпюры суммарных изгибающих моментов

Вычисляем значения суммарных изгибающих моментов M_c в характерных сечениях вала (балки).

Определяем результирующие изгибающие моменты по формуле (13):

$$M_c = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

Сечение А: $M_c = 0$;

Сечение С: $M_c = \sqrt{711^2 + 362^2} = 798 \text{ Н} \cdot \text{м}$;

Сечение Е: $M_c = \sqrt{733^2 + 1085^2} = 1309 \text{ Н} \cdot \text{м}$;

Сечение В: $M_c = \sqrt{748^2 + 272^2} = 796 \text{ Н} \cdot \text{м}$;

Сечение К: $M_c = 0$.

Строим эпюру суммарных изгибающих моментов M_c (рис. 3, з). На участках CE и EB эпюра будет криволинейной.

Часть IX. Определение величин эквивалентных моментов по IV теории прочности

По эпюрам крутящих и суммарных изгибающих моментов (рис. 3, в, з) определяем опасные сечения, где в пределах одного участка одновременно действует максимальный изгибающий момент M_c и крутящий момент T . Согласно энергетической теории прочности определяем величины максимальных эквивалентных моментов по участкам с использованием формулы (12):

$$M_{\text{экв.}}^{IV} = \sqrt{M_c^2 + 0,75 \cdot T^2}$$

На участке AC максимальный суммарный изгибающий момент возникает в сечении С, крутящий момент отсутствует, тогда

$$M_{\text{экв.}}^{IV} = 798 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

На участке CE максимальный суммарный изгибающий момент возникает в сечении Е, крутящий момент имеет постоянное значение, тогда

$$M_{\text{экв.}}^{IV} = \sqrt{1309^2 + 0,75 \cdot 700^2} = 1443 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

На участке EB максимальный суммарный изгибающий момент возникает в сечении Е, крутящий момент имеет постоянное значение, тогда

$$M_{\text{экв.}}^{IV} = \sqrt{1309^2 + 0,75 \cdot 478^2} = 1373 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

На участке BK максимальный суммарный изгибающий момент возникает в сечении В, крутящий момент имеет постоянное значение, тогда

$$M_{\text{экв.}}^{IV} = \sqrt{796^2 + 0,75 \cdot 478^2} = 897 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Часть X. Вычисляем диаметры вала по участкам и округляем полученные значения согласно ГОСТ-6636-69.

Из условия прочности по эквивалентным напряжениям решаем проектировочную задачу.

Тогда диаметры вала по участкам, необходимые для обеспечения прочности при совместном действии изгиба и кручения, определяем согласно выражению (15):

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{\text{ЭКВ.}}^{IV}}{\pi \cdot [\sigma]}}$$

- на участке AC

$$d_{AC} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 798}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 4,67 \cdot 10^{-2} \text{ м} \rightarrow d_1 = 48 \text{ мм}$$

- на участке CE

$$d_{CE} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1443}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 5,68 \cdot 10^{-2} \text{ м} \rightarrow d_2 = 56 \text{ мм}$$

- на участке EB

$$d_{EB} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1373}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 5,59 \cdot 10^{-2} \text{ м} \rightarrow d_3 = 56 \text{ мм}$$

- на участке BK

$$d_{BK} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 897}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 4,85 \cdot 10^{-2} \text{ м} \rightarrow d_4 = 48 \text{ мм}$$

Эскиз вала представлен на рис. 1, *и*.

Проверочный расчет вала (расчет на выносливость)

Прежде чем приступить к расчету вала на выносливость выбираем радиусы закругления галтелей ($r = 3 \text{ мм}$) (Приложение, табл. 2), размеры шпонок (сечение шпонки $\rightarrow e = 16 \text{ мм}$, $h = 10 \text{ мм}$, глубина паза $t = 6 \text{ мм}$) (Приложение, табл. 3).

Проверке вала на выносливость и статическую прочность подлежат сечения E , B , $I-I$ (см. рис. 3, *и*).

Сечение E

Вычисляем пределы выносливости, используя выражения (19, 20):

$$\sigma_{-1} = 0,43 \cdot \sigma_B = 0,43 \cdot 900 = 387 \text{ МПа}$$

$$\tau_{-1} = 0,22 \cdot \sigma_B = 0,22 \cdot 900 = 198 \text{ МПа}$$

Определяем суммарные коэффициенты снижения пределов выносливости по формулам (21, 22):

$$(K_{\sigma})_d = \frac{K_{\sigma}}{\delta_{\sigma}} + K_{\sigma}^n - 1 = \frac{2,15}{0,80} + 1 - 1 = 2,68$$

$$(K_{\tau})_d = \frac{K_{\tau}}{\delta_{\tau}} + K_{\tau}^n - 1 = \frac{2,05}{0,76} + 1 - 1 = 2,69$$

Эффективные коэффициенты концентрации нормальных K_{σ} и касательных K_{τ} напряжений для вала со шпоночной канавкой, обработанной пальцевой фрезой при $\sigma_B = 900 \text{ МПа}$, находим из табл. 4:

$$(K_{\sigma} = 2,15; \quad K_{\tau} = 2,05).$$

Масштабный фактор δ_{σ} и δ_{τ} для диаметра 56 мм берем из табл. 8:

$$\delta_{\sigma} = 0,80; \quad \delta_{\tau} = 0,76.$$

Поверхность вала шлифованная R_z 0,32, поэтому из табл. 9 находим K_σ^n и $K_\tau^n \rightarrow K_\sigma^n = K_\tau^n = 1,00$.

Номинальные значения нормальных и касательных напряжений вычисляем по уравнениям (23 и 24)

$$\sigma_{max} = \frac{M_c}{W_x} = \frac{1309}{15,4 \cdot 10^{-6}} = 85 \text{ МПа.}$$

$$\tau_{max} = \frac{T}{W_p} = \frac{700}{32,5 \cdot 10^{-6}} = 21,5 \text{ МПа.}$$

Здесь M_c и T выбираем (в сечении E) из эпюры " M_c " и " T " (см. рис. 3, з, в), а W_x и W_p находим по табл. 11, или вычисляем по формулам (27) и (28).

Коэффициент безопасности при изгибе при симметричном цикле (17):

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_d \cdot \sigma_{max}} = \frac{387}{2,68 \cdot 85} = 1,69.$$

Коэффициент запаса прочности при кручении при асимметричном цикле (37):

$$S_\tau = \frac{2\tau_{-1}}{(K_\tau)_d \cdot \tau_{max}(1 - R_\tau) + \psi_\tau \cdot \tau_{max}(1 + R_\tau)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 197}{2,69 \cdot 21,5 \cdot (1 - 0,5) + 0,05 \cdot 21,5 \cdot (1 + 0,5)} = 12,9.$$

Коэффициент чувствительности материала ψ_τ к асимметрии цикла, согласно табл. 1 для стали 45 ($\sigma_b = 900$ МПа) принимаем равным 0,05.

Коэффициент асимметрии $R_\tau = 0,5$ берем из условия задачи.

Общий коэффициент безопасности по усталостному разрушению (16):

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = \frac{1,69 \cdot 12,9}{\sqrt{1,69^2 + 12,9^2}} = 1,67.$$

Общий коэффициент безопасности по отношению к статической прочности (38, 39):

$$S_{\sigma_T} = \frac{\sigma_T}{\sigma_{max}} = \frac{650}{85} = 7,64 \quad (\text{при изгибе})$$

$$S_{\tau_T} = \frac{\tau_T}{\tau_{max}} = \frac{390}{21,5} = 18,13 \quad (\text{при кручении})$$

Общий коэффициент запаса текучести (40):

$$S_T = \frac{S_{\sigma_T} S_{\tau_T}}{\sqrt{S_{\sigma_T}^2 + S_{\tau_T}^2}} = \frac{7,64 \cdot 18,13}{\sqrt{7,64^2 + 18,13^2}} = 7,04 \quad (\text{общий})$$

Сечение В

Влияние галтели на прочность при изгибе и кручении оцениваем эффективными коэффициентами напряжений K_σ и K_τ (табл.7).

В рассматриваемом сечении отношения:

$$\frac{h}{r} = \frac{4}{3} = 1,33 \qquad \frac{r}{d} = \frac{3}{48} = 0,062$$

Согласно табл. 7, интерполируя, находим K_σ и K_τ .

$$K_\sigma = 1,8 + \frac{1,65 - 1,8}{0,05} \cdot 0,012 = 1,76$$

$$K_\tau = 1,55 + \frac{1,45 - 1,55}{0,05} \cdot 0,012 = 1,53$$

Масштабный фактор определяем по табл. 8 для диаметра вала 48 мм. $\delta_\sigma = 0,82$, $\delta_\tau = 0,76$.

Согласно табл. 9 $K_\sigma^n = K_\tau^n = 1,00$, тогда суммарные коэффициенты снижения пределов выносливости:

$$(K_\sigma)_d = \frac{K_\sigma}{\delta_\sigma} + K_\sigma^n - 1 = \frac{1,76}{0,82} + 1 - 1 = 2,14$$

$$(K_\tau)_d = \frac{K_\tau}{\delta_\tau} + K_\tau^n - 1 = \frac{1,53}{0,76} + 1 - 1 = 2,01$$

Нормальное напряжение:

$$\sigma_{max} = \frac{M_c}{W_x} = \frac{796}{10,85 \cdot 10^{-6}} = 73,4 \text{ МПа,}$$

где $W_x = \frac{\pi \cdot d_4^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 4,8^3}{32} = 10,85 \text{ см}^3$

Касательное напряжение:

$$\tau_{max} = \frac{T}{W_p} = \frac{478}{21,70 \cdot 10^{-6}} = 22 \text{ МПа}$$

где $W_p = \frac{\pi \cdot d_4^3}{16} = \frac{3,14 \cdot 4,8^3}{16} = 21,70 \text{ см}^3$.

Коэффициент безопасности при изгибе при симметричном цикле (17)

$$S_\sigma = \frac{G_{-1}}{(K_\sigma)_d \cdot G_{max}} = \frac{386,4}{2,14 \cdot 73,4} = 2,46$$

Коэффициент запаса прочности при кручении при асимметричном цикле (37):

$$S_\tau = \frac{2\tau_{-1}}{(K_\sigma)_d \tau_{max} (1 - R_\tau) + \psi_\tau \cdot \tau_{max} (1 + R_\tau)} = \frac{2 \cdot 197}{2,01 \cdot 22 \cdot 0,5 + 0,05 \cdot 22 \cdot 1,5} = 16,58$$

Общий коэффициент безопасности по усталостному разрушению (16)

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = \frac{2,46 \cdot 16,58}{\sqrt{2,46^2 + 16,58^2}} = 2,43$$

Определяем коэффициенты безопасности по отношению к статической прочности:

$$S_{\sigma T} = \frac{\sigma_T}{\sigma_{max}} = \frac{650}{73,4} = 8,85 \quad (\text{при изгибе})$$

$$S_{\tau T} = \frac{\tau_T}{\tau_{max}} = \frac{390}{22} = 17,72 \quad (\text{при кручении})$$

$$S_T = \frac{S_{\sigma_T} S_{\tau_T}}{\sqrt{S_{\sigma_T}^2 + S_{\tau_T}^2}} = \frac{8,85 \cdot 17,72}{\sqrt{8,85^2 + 17,72^2}} = 7,92 \quad (\text{общий})$$

Сечение I-I (середина участка CE)

В рассматриваемом сечении имеем сквозное отверстие диаметром $d_0 = 0,05 d_2 = 0,05 \cdot 56 = 2,8$ мм.

Влияние сквозного отверстия на прочность вала при изгибе и кручении оцениваем коэффициентами концентрации напряжений K_σ и K_τ согласно табл. 6.

Интерполируя, находим:

$$K_\sigma = 2,1 + \frac{2,2 - 2,1}{2} = 2,15.$$

$$K_\tau = 1,85 + \frac{1,9 - 1,85}{2} = 1,87.$$

Масштабный фактор находим по табл. 8

$$\delta_\sigma = 0,80 \quad \text{и} \quad \delta_\tau = 0,75.$$

Коэффициенты качества обработки поверхности находим согласно табл.

9

$$K_\sigma^n = K_\tau^n = 1,00.$$

Тогда суммарные коэффициенты снижения пределов выносливости по формулам (21, 22):

$$(K_\sigma)_д = \frac{K_\sigma}{\delta_\sigma} + K_\sigma^n - 1 = \frac{2,15}{0,8} + 1 - 1 = 2,68.$$

$$(K_\tau)_д = \frac{K_\tau}{\delta_\tau} + K_\tau^n - 1 = \frac{1,87}{0,75} + 1 - 1 = 2,49.$$

Для определения нормального напряжения необходимо определить суммарный изгибающий момент в ослабленном отверстием сечении:

$$M_x = A_y \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right) - F_{1y} \frac{l_2}{2} = 3555 \cdot 0,4 - 3500 \cdot 0,2 = 722 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_y = A_x \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right) = 1809 \cdot 0,4 = 724 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_c = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{722^2 + 724^2} = 1022,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Моменты сопротивления согласно формулам (31, 32):

$$W_x = \frac{\pi \cdot d_2^3}{32} \left(1 - \frac{1,54 \cdot d_0}{d_2} \right) = \frac{3,14 \cdot 5,6^3}{32} \left(1 - \frac{1,54 \cdot 0,28}{5,6} \right) = 16,33 \text{ см}^3,$$

$$W_p = \frac{\pi \cdot d_2^3}{16} \left(1 - \frac{d_0}{d_2} \right) = \frac{3,14 \cdot 5,6^3}{16} \left(1 - \frac{0,28}{5,6} \right) = 32,74 \text{ см}^3.$$

Нормальное напряжение

$$\sigma_{max} = \frac{M_c}{W_x} = \frac{1022,5}{16,33 \cdot 10^{-6}} = 62,6 \text{ МПа}.$$

Касательное напряжение

$$\tau_{max} = \frac{T}{W_p} = \frac{700}{32,74 \cdot 10^{-6}} = 21,4 \text{ МПа.}$$

Коэффициент безопасности при изгибе при симметричном цикле

$$S_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{(K_{\sigma})_d \cdot \sigma_{max}} = \frac{387}{2,68 \cdot 62,6} = 2,20.$$

Коэффициент безопасности при кручении при асимметричном цикле

$$S_{\tau} = \frac{2\tau_{-1}}{(K_{\tau})_d \tau_{max} (1 - R_{\tau}) + \psi_{\tau} \cdot \tau_{max} (1 + R_{\tau})} =$$

$$= \frac{2 \cdot 198}{2,49 \cdot 21,4 \cdot 0,5 + 0,05 \cdot 21,4 \cdot 1,5} = 14,02.$$

Общий коэффициент безопасности по усталостному разрушению

$$S = \frac{S_{\sigma} \cdot S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} = \frac{2,20 \cdot 14,02}{\sqrt{2,20^2 + 14,02^2}} = 2,17.$$

Коэффициенты безопасности по отношению к статистической прочности

$$S_{\sigma_T} = \frac{\sigma_T}{\sigma_{max}} = \frac{650}{62,6} = 10,38 \text{ (при изгибе).}$$

$$S_{\varepsilon_T} = \frac{\tau_T}{\tau_{max}} = \frac{390}{21,4} = 18,22 \text{ (при кручении).}$$

$$S_T = \frac{S_{\sigma_T} S_{\varepsilon_T}}{\sqrt{S_{\sigma_T}^2 + S_{\varepsilon_T}^2}} = \frac{10,38 \cdot 18,22}{\sqrt{10,38^2 + 18,22^2}} = 9,02 \text{ (общий).}$$

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА

сечение	S	S_T
E	1,67	7,04
B	2,43	7,92
$I-I$	2,26	9,10

$$[S] = 1,55$$

Из приведенных данных следует, что наиболее опасным сечением вала является сечение E .

Во всех сечениях $S > [S]$, значит вал будет работать надежно.

Значение S_T намного больше единицы, это означает, что в сечениях вала не возникает пластических деформаций.

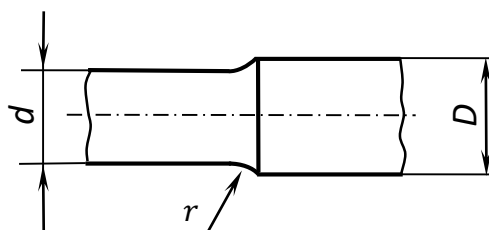
ПРИЛОЖЕНИЯ

Таблица 1

Механические свойства сталей, применяемых для изготовления валов

Марка стали	Диаметр заготовки не менее мм	Твердость НВ не ниже	σ_B	σ_T	τ_T	σ_{-1}	τ_{-1}	ψ_σ	ψ_τ
			МПа						
Сталь 5	Любой	190	520	280	150	220	120	0	0
Сталь 45	Любой	200	560	280	150	250	150	0	0
	120	240	800	550	300	350	210	0,1	0
	80	270	900	650	390	380	230	0,1	0,05
Сталь 40X	Любой	200	730	500	280	320	200	0,1	0,05
	200	240	800	650	390	360	210	0,1	0,05
	120	270	900	750	450	410	240	0,1	0,05
Сталь 40XH	120	240	820	650	390	360	210	0,1	0,05
	200	270	920	750	450	420	250	0,1	0,05
Сталь 20X	120	197	650	400	240	300	160	0,05	0
Сталь 12XH3A	120	260	950	700	490	420	210	0,1	0,05
Сталь Т8ХГТ	60	330	1150	950	665	520	280	0,15	0,1
Сталь 30ХГТ	Любой	320	1150	950	665	520	310	0,15	0,1

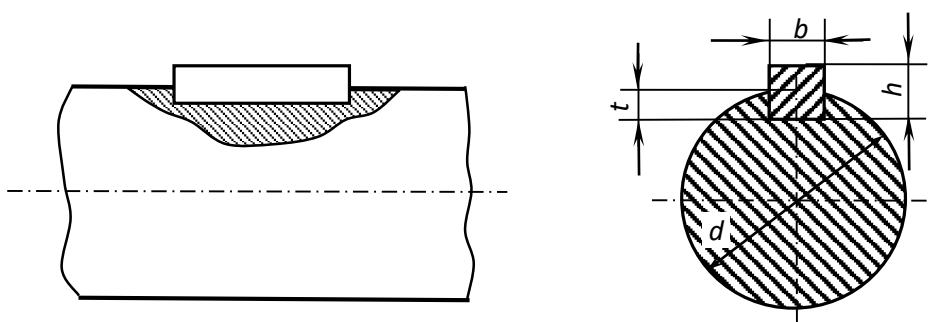
Таблица 2

Выбор радиуса закругления r при переходе от диаметра d к диаметру D вала

$D - d, \text{ мм}$	2	5	8	10	15	20	25	30
$r, \text{ мм}$	I	2	3	4	5	8	10	12

Таблица 3

Выбор размеров сечения для призматических шпонок и пазов, мм,
ГОСТ 23 560 – 78



Диаметр вала, мм	Сечение		Глубина t	Диаметр вала, мм	Сечение		Глубина t
	b	h			b	h	
10 – 12	4	4	2,5	58 – 65	18	11	7
12 – 17	5	5	3	65 – 75	20	12	7,5
17 – 22	6	6	3,5	75 – 85	22	14	9
22 – 30	8	7	4	85 – 95	25	14	9
30 – 38	10	8	5	95 – 110	28	16	10
38 – 44	12	8	5	110 – 130	32	18	11
44 – 50	14	9	5,5	130 – 150	36	22	12
50 – 58	16	10	6				

Таблица 4

Значения K_σ и K_τ для валов со шпоночными пазами

σ_B МПа	K_σ при выполнении паза		K_τ
	пальцевой	дисковой	
500	1,60	1,40	1,40
700	1,90	1,55	1,70
900	2,15	1,70	2,05
1200	2,50	1,90	2,40

Таблица 5

Значения K_y при различных видах поверхностного упрочнения

Вид упрочнения	σ_B сердцевины МПа	для гладких валов	при K_σ	
			$< 1,5$	$> 2,0$
Закалка с нагре- вом ТВЧ (тол- щина слоя	6000...800	1,5...1,7	1,6...1,7	2,4...2,8
Дробеструйный наклеп или накатка роликом	600...1600	1,1...1,3	1,5...1,6	1,7...2,0
Азотирование	900...1200	1,1...1,25	1,5...1,7	1,7...2,1

Таблица 6

Значение коэффициентов концентрации напряжений для валов
с поперечным отверстием

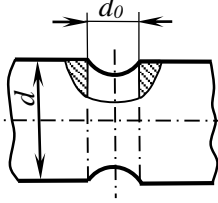
	σ_B МПа	Валы с поперечным отверстием d_0/d		
		0,05...0,15	0,15...0,25	0,05... 0,25
		k_σ	k_σ	k_τ
	400	1,90	1,70	1,70
	500	2,00	1,80	1,80
	800	2,10	1,96	1,85
	1000	2,20	2,00	1,90
	1200	2,30	2, 10	2,00

Таблица 7

Значения K_σ и K_τ для валов в месте перехода с галтелью

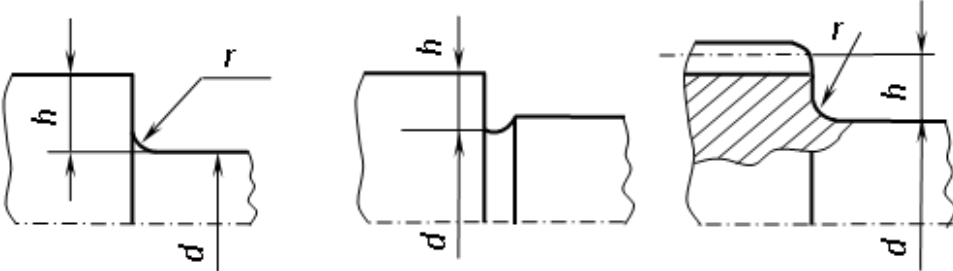
									
h/τ	τ/d	K_σ при σ_B , МПа				K_τ при σ_B , МПа			
		500	700	900	1200	500	700	900	1200
1	0,01	1,35	1,4	1,45	1,5	1,3	1,3	1,3	1,3
	0,07	1,45	1,5	1,55	1,6	1,35	1,35	1,4	1,4
	0,03	1,55	1,7	1,3	1,9	1,4	1,45	1,45	1,5
	0,05	1,5	1,7	1,8	1,9	1,45	1,45	1,55	1,55
	0,1	1,45	1,55	1,55	1,8	1,4	1,4	1,45	1,5
2	0,01	1,55	1,6	1,55	1,7	1,4	1,4	1,45	1,45
	0,02	1,8	1,9	2,0	2,15	1,55	1,6	1,65	1,7
	0,03	1,8	1,95	2,05	2,25	1,55	1,6	1,65	1,7
	0,05	1,75	1,9	2,0	2,2	1,6	1,6	1,65	1,75
3	0,01	1,0	2,0	2,1	2,2	1,55	1,6	1,55	1,75
	0,02	1,95	2,1	2,2	2,4	1,5	1,7	1,75	1,85
	0,03	1,95	2,1	2,2	2,45	1,65	1,7	1,75	1,9
5	0,01	2,1	2,25	2,35	2,5	2,2	2,3	2,4	2,6
	0,02	2,15	2,3	2,45	2,65	2,1	2,15	2,25	2,4

Таблица 8

Значение масштабных факторов для валов в зависимости от вида
нагрузки и материала

вид нагрузки и материал вала	диаметр вала, мм
------------------------------	------------------

	15	20	25	30	35	40	45	50	60	70	80	90	100
δ_{σ}													
Изгиб для углеродистой стали	0,95	0,92	0,9	0,88	0,87	0,85	0,83	0,81	0,79	0,75	0,73	0,72	0,70
Изгиб для легированной стали	0,87	0,83	0,8	0,77	0,75	0,73	0,72	0,70	0,68	0,66	0,64	0,63	0,52
δ_{τ}													
Кручение для углеродистой и легированной стали	0,92	0,89	0,85	0,81	0,8	0,78	0,77	0,76	0,75	0,73	0,71	0,71	0,70

Таблица 9

Значение коэффициента поверхности $K_{\sigma}^{\Pi} = K_{\tau}^{\Pi}$ от шероховатости

Обозначение на чертежах	σ_B , МПа			
	500	700	900	1200
R_{z80} R_{z40} R_{z20} ▽ ▽ ▽	1,20	1,25	1,35	1,50
2,5 1,25 0,63 ▽ ▽ ▽	11,20	1,25	1,35	1,5
0,32 0,16 ▽ ▽	1,00	1,00	1,00	1,00

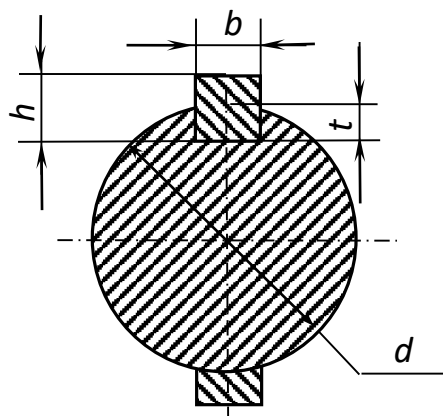
Таблица 10

Значение коэффициентов концентрации напряжений
в зависимости от посадки

Диаметр вала, мм	Поле допуска	σ_B , МПа							
		400	500	600	700	800	900	1000	1200
$(k_\sigma)_D$									
$\leq 30 \dots 50$	Γ_σ	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	4,25
	k_σ	1,69	1,88	2,08	2,25	2,44	2,63	2,62	3,19
	h_σ	1,46	1,63	1,79	1,95	2,11	2,28	2,44	2,76
	S_σ	2,75	3,05	3,36	3,66	3,96	4,28	4,60	5,20
$\geq 50 \dots 100$	k_σ	2,06	2,28	2,52	2,75	2,97	3,20	3,45	3,90
	h_σ	1,80	1,98	2,18	2,38	2,57	2,78	3,00	3,40
$(k_\tau)_D$									
$\leq 30 \dots 50$	Γ_σ	1,75	1,90	2,05	2,20	2,35	2,50	2,65	2,95
	k_σ	1,41	1,53	1,64	1,75	1,86	1,98	2,09	2,31
	h_σ	1,28	1,36	1,47	1,57	1,67	1,77	1,86	2,06
	S_σ	2,05	2,23	2,52	2,60	2,78	3,07	3,36	3,62
$\geq 50 \dots 100$	k_σ	1,54	1,87	2,03	2,15	2,26	2,42	2,57	2,74
	h_σ	1,48	1,39	1,71	1,63	1,95	2,07	2,27	2,42

Таблица 11

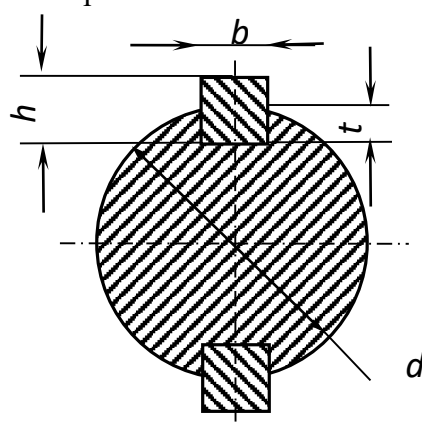
Моменты сопротивления W_x и W_p и площади сечений A валов, ослабленных пазом для одной призматической шпонки $b \cdot h$



d , мм	$b \cdot h$, мм	W_x , см ³	W_p , см ³	A см ²
20	6 · 6	0,655	1,440	2,95
21		0,770	1,580	3,46
22		0,897	1,940	3,52
24	8 · 7	1,182	2,56	4,92
25		1,273	2,82	4,62
26		1,453	3,18	5,03
28		1,62	4,06	6,79
30		2,34	5,04	6,75
32	10 · 8	2,73	5,94	7,64
34		3,33	7,19	8,66
36		4,01	8,59	9,78
38		4,77	10,26	10,84
40	12 · 8	5,51	11,79	12,09
42		6,45	13,72	13,37
45	14 · 9	7,80	16,74	15,27
48		9,62	20,5	17,47
50		10,79	23,5	18,86
53	16 · 10	12,9	27,0	31,26
56		15,4	32,5	23,83
60	18 · 11	18,76	40,0	27,3
63		21,86	45,86	29,89
67	20 · 12	26,2	55,7	34,056
71		31,57	66,7	38,39
75		37,5	79,0	43,0
80	22 · 14	44,96	96,16	48,26
85		54,68	116,95	54,74
90	25 · 14	64,7	137,6	61,3
95		76,98	162,72	68,6
100	28 · 16	88,7	489,9	76,3
105		103,7	217,0	84,4
110		120,38	283,48	92,2
120	32 · 18	154,8	342,0	110,2

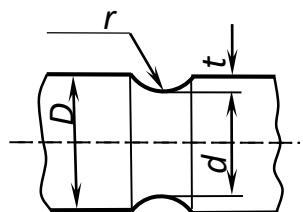
Таблица 12

Моменты сопротивления W_x и W_p и площади сечений A валов, ослабленных пазом для двух призматических шпонок



d , мм	$b \cdot h$, мм	W_x , см ³	W_p , см ³	A см ²
20	6 · 6	0,525	1,310	2,78
21		0,631	1,541	3,10
22		0,749	1,792	3,44
24	8 · 7	0,980	2,35	4,20
25		1,016	2,55	4,35
26		1,280	2,91	4,75
28		1,555	3,71	5,60
30		1,995	4,64	6,51
32	10 · 8	2,24	5,45	7,24
34		2,80	6,06	8,28
36		3,11	7,32	9,38
38		4,05	9,54	10,84
40	12 · 8	4,73	11,01	11,61
42		5,62	12,90	12,89
45	14 · 9	6,65	15,59	14,64
48		8,38	19,24	16,84
50		9,25	21,75	18,78
53	16 · 10	11,14	25,75	18,84
56		13,62	37,6	21,4
60	18 · 11	16,31	36,5	26,3
63		18,73	43,7	28,89
67	20 · 12	22,86	52,39	30,0
71		28,0	63,14	34,9
75		33,8	75,2	41,8
80	22 · 14	38,7	89,9	48,3
85		47,1	108,5	54,7
90	25 · 14	56,49	129,4	61,3
95		66,7	152,4	68,3
100	28 · 16	79,2	177,4	74,1
105		93,7	207,0	82,1
110		104,1	235,0	89,3
120	32 · 18	140,0	328,0	107,3

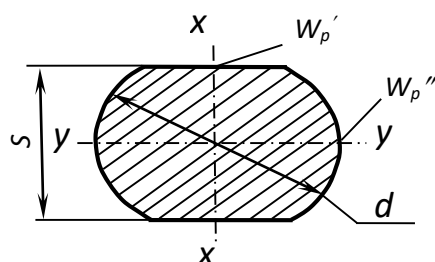
Эффективные коэффициенты концентрации напряжений валов с выточками



t r	Коэффициент концентрации при изгибе K_σ для валов из стали, имеющей σ_B , МПа						Коэффициент концентрации при кручении K_τ для валов из стали, имеющей σ_B , МПа						
	r/d	650	700	800	900	1000	r/d	650	700	800	900	1000	
0,4-0,6	0	1,96	2,11	2,26	2,40	2,50	0	—	—	—	—	—	
	0,02	1,82	1,92	2,26	2,21	2,30	0,02	1,29	1,32	1,39	1,46	1,50	
	0,04	1,77	1,82	1,96	2,06	2,16	0,04	1,27	1,30	1,37	1,43	1,48	
	0,06	1,72	1,77	1,87	1,92	1,96	0,06	1,25	1,29	1,36	1,41	1,96	
	0,08	1,68	1,72	1,77	1,87	1,92	0,08	1,21	1,25	1,32	1,39	1,37	
	0,10	1,63	1,68	1,77	1,77	1,82	0,10	1,18	1,21	1,29	1,32	1,37	
	0,15	1,53	1,53	1,58	1,63	1,68	0,15	0,14	0,18	1,21	1,25	1,29	
0,6-1,0	0	2,00	2,15	2,30	2,45	2,55							
	0,02	1,85	1,95	2,10	2,25	2,35							
	0,04	1,80	1,85	2,00	2,10	2,20							
	0,06	1,75	1,80	1,90	1,95	2,00							
	0,08	1,70	1,75	1,80	1,90	1,96	0,02	1,37	1,41	1,50	1,59	1,65	
	0,10	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	0,09	1,35	1,38	1,47	1,56	1,62	
	0,15	1,55	1,57	1,60	1,65	1,70	0,06	1,32	1,37	1,46	1,52	1,59	
1,0-1,5	0	2,05	2,20	2,34	2,52	2,62	0,08	1,27	1,32	1,41	1,50	1,55	
	0,02	1,89	1,99	2,15	2,31	2,41	0,10	1,23	1,27	1,37	1,41	1,47	
	0,04	1,84	1,89	2,05	2,15	2,26	0,15	1,18	1,23	1,27	1,37	1,37	
	0,06	1,78	1,84	1,94	1,99	2,05							
	0,08	1,78	1,78	1,84	1,94	1,99							
	0,10	1,68	1,73	1,78	1,84	1,89							
	0,15	1,58	1,60	1,63	1,68	1,73							
1,5-2,0	0	2,09	2,25	2,42	2,58	2,62	0						
	0,02	1,93	2,04	2,20	2,37	2,47	0,02	1,40	1,45	1,55	1,65	1,70	
	0,04	1,87	1,93	2,09	2,20	2,31	0,06	1,38	1,42	1,52	1,60	1,68	
	0,06	1,82	1,87	1,98	2,04	2,09	0,05	1,35	1,40	1,50	1,57	1,65	
	0,08	1,76	1,82	1,87	1,98	2,04	0,08	1,30	1,35	1,45	1,55	1,60	

Таблица 14

Моменты сопротивления W_x и W_p и площади сечений A валов,
ослабленных лысками под ключ



d , мм	S , мм	W_x , см ³	W_y , см ³	W_p' , см ³	W_p'' , см ³	A см ²
20	17	0,719	0,538	1,255	1,455	2,91
22	19	0,973	0,863	1,711	1,969	3,57
25	22	1,455	1,290	2,56	2,94	4,70
32	27	2,82	2,59	5,13	5,91	7,39
38	32	4,89	4,33	8,60	10,00	10,40
42	36	6,72	5,95	11,81	13,59	12,93
48	41	10,00	8,86	17,58	20,2	16,83
52	46	13,15	11,67	23,1	26,6	20,6
58	50	17,80	15,78	31,3	36,0	24,8
65	55	24,5	21,8	43,2	49,6	30,6
70	60	31,1	27,6	54,7	62,9	35,9
75	65	38,7	34,3	58,1	78,3	41,7
82	70	49,8	44,2	87,6	100,8	49,1
88	75	61,5	54,5	108,1	124,3	56,4
92	80	71,5	63,5	125,9	144,9	62,9
98	85	86,3	76,6	151,8	174,6	71,2
105	90	105,0	93,0	184,5	212,0	80,8

Таблица 15

Значение K_σ и K_τ для шлицевых и резьбовых участков валов

σ_B , МПа	K_σ для		K_τ для	
	шлицев	резьбы	шлицев	резьбы
500	1,45	1,80	2,25	1,45
700	1,60	2,20	2,45	1,50
900	1,70	2,45	2,65	1,55
1200	1,75	2,90	2,80	1,60

Таблица 16

Значение коэффициента коррозии K_{σ}^K и K_{τ}^k от частоты нагружения

СРЕДЫ	Частота f , Гц				
	0,7	10	47	100	133
Воздух, влажности 40-75%	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Воздух, влажности 95%	0,93	0,95	0,96	0,98	0,98
Воздух, влажности 98%	0,84	0,86	0,89	0,89	0,89
Воздух, влажности 100%	0,71	0,78	0,83	0,84	0,84
Вода дистиллированная	0,50	0,60	0,66	0,71	0,74
3% -ый раствор $NaCl$	0,14	0,30	0,37	0,40	0,44
Пластичная смазка 1-13 С	0,94	0,96	0,96	0,98	0,96
Масло АС-8 товарное	0,96	0,97	0,99	0,99	0,99
Масло АС-8 + 2% $C_{17}H_{35}COOH$	0,82	0,88	0,88	0,88	0,88
Масло МС-20 + 2% H_2O	0,58	0,73	0,77	0,79	0,79
Азот обезвоженный	1,05	1,02	1,03	1,03	1,03
Детан обезвоженный	1,07	—	1,05	—	—
Детан обезвоженный + 5% C_4H_9OH	1,07	—	1,05	—	—

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Распопина В.Б. Сопротивление материалов. Расчет вала при совместном действии изгиба и кручения: учебное пособие /В.Б. Распопина, Э.И. Фильчагина. – Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2005. – 98 с.
2. Перелыгина А.Ю. Сопротивление материалов. расчет элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость: учебное пособие /А.Ю. Перелыгина, Т.Я. Дружинина. – Иркутск: Изд-во ИРНИТУ, 2019. – 150 с.
3. Дружинина Т.Я. Построение эпюр внутренних силовых факторов: учебное пособие /Т.Я. Дружинина, Э.И. Фильчагина. – Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2002. – 94 с.