

Расчетно-графическая работа № 7

Геометрические характеристики плоских сечений

Для заданного плоского сечения определить положение главных центральных осей и вычислить основные геометрические характеристики.

Порядок выполнения работы:

1. Вычертить сечение в масштабе, указать размеры.
2. Определить положение центра тяжести сечения.
3. Вычислить моменты инерции относительно центральных осей.
4. Определить положение главных центральных осей и величину главных центральных моментов инерции.
5. Вычислить моменты сопротивления относительно главных центральных осей и главные радиусы инерции.

Типы сечений приведены на рис. 1. Размеры составных элементов и номера прокатных профилей указаны в табл. 1. Сведения о геометрических характеристиках прокатных профилей даны в ГОСТ 8239–89 (двутавры), 8240–89 (швеллеры), 8509–93 (уголки равнополочные) 8510–93 (уголки неравнополочные).

Таблица 1

Цифра шифра	1-я	2-я	3-я	4-я
	тип сечения	номер швеллера или двутавра	размеры неравнополочного уголка	размеры равнополочного уголка
1	1	10	70×45×5	45×45×4
2	2	12	80×50×6	50×50×5
3	3	14	90×56×8	56×56×5
4	4	16	100×63×10	60×60×5
5	5	18	110×70×8	63×63×6
6	6	18a	125×80×12	70×70×6
7	7	20	140×90×10	75×75×7
8	8	20a	160×100×14	80×80×7
9	9	22	180×110×12	90×90×8
0	0	22a	200×125×16	100×100×10

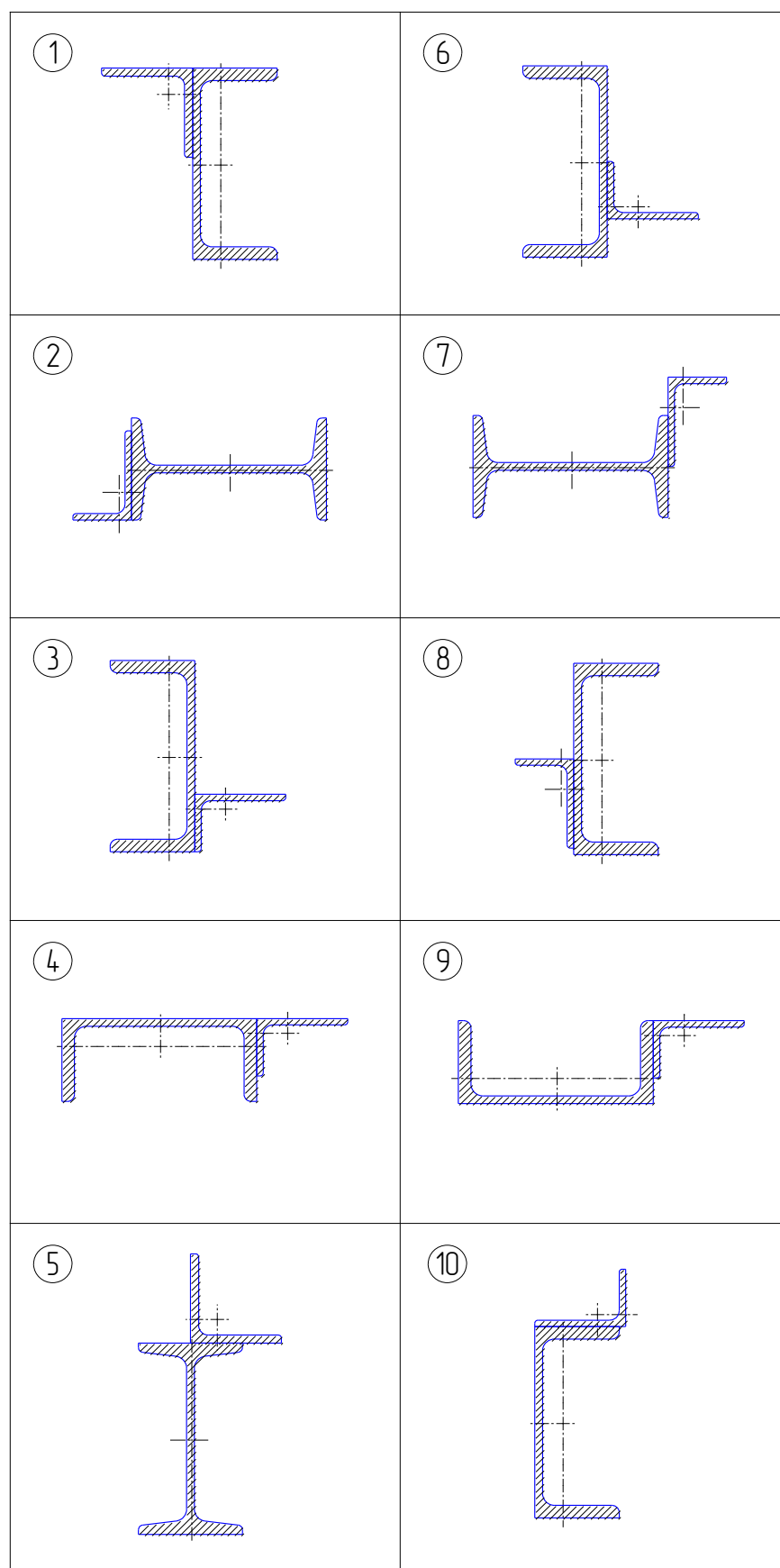
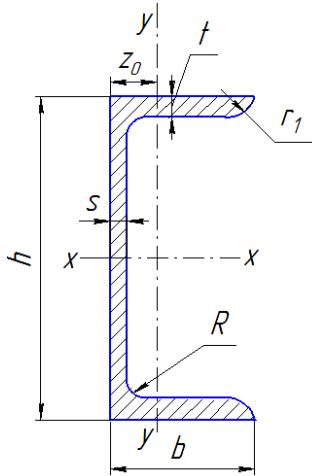


Рис. 1

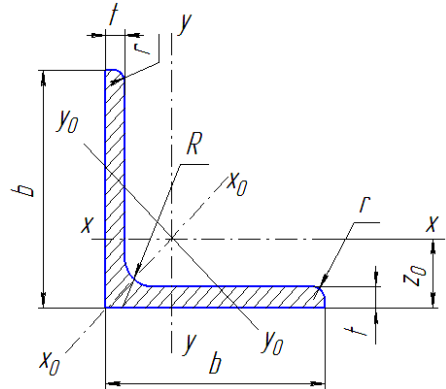
Геометрические характеристики плоских сечений

Исходные данные из сортамента:



Для швеллера 20П

$h = 200 \text{ мм}; b = 76 \text{ мм}; s = 5,2 \text{ мм}; t = 9,0 \text{ мм};$
 $R = 9,5 \text{ мм}; r_1 = 5,5 \text{ мм};$
 $A = 23,4 \text{ см}^2; J_x = 1520 \text{ см}^4; J_y = 113 \text{ см}^4;$
 $z_0 = 2,07 \text{ см}$



Для уголка 90x90x8

$b = 90 \text{ мм}; t = 8 \text{ мм}; R = 10,0 \text{ мм};$
 $r = 3,3 \text{ мм}; A = 13,39 \text{ см}^2;$
 $J_x = J_y = 106,11 \text{ см}^4; J_{xy} = -62,3 \text{ см}^4;$
 $z_0 = 2,51 \text{ см}$

1. Вычертить сечение в масштабе.
2. Определить положение центра тяжести сечения.

В качестве расчетных осей для определения центра тяжести выбираем оси швеллера.

$$y_c = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{0 + (-7,49) \cdot 13,39}{23,4 + 13,39} = -2,72 \text{ см},$$

где y_1 – расстояние от расчетной оси x до оси x_1 , $y_1 = 0$,
 y_2 – расстояние от расчетной оси x до оси x_2 , $y_2 = -(10 - 2,51) = -7,49 \text{ см};$

$$x_c = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{0 + 4,58 \cdot 13,39}{23,4 + 13,39} = 1,67 \text{ см},$$

где x_1 – расстояние от расчетной оси y до оси y_1 , $x_1 = 0$,
 x_2 – расстояние от расчетной оси y до оси y_2 , $x_2 = 2,51 + 2,07 = 4,58 \text{ см}.$

По данным x_c и y_c провести центральные оси составного сечения.

3. Вычислить моменты инерции относительно центральных осей:

$$J_{x_c} = J_{x1} + a_1^2 A_1 + J_{x2} + a_2^2 A_2,$$

где a_1 – расстояние от центральной оси x_c до оси x_1 , $a_1 = 2,72 \text{ см}$
 a_2 – расстояние от центральной оси x_c до оси x_2 , $a_2 = -(7,49 - 2,72) = -4,77 \text{ см};$
 $J_{x_c} = 1520 + 2,72^2 \cdot 23,4 + 106,11 + (-4,77)^2 \cdot 13,39 = 2103,89 \text{ см}^4;$

$$J_{y_c} = J_{y1} + b_1^2 A_1 + J_{y2} + b_2^2 A_2,$$

где b_1 – расстояние от центральной оси y_c до оси y_1 , $b_1 = -1,67 \text{ см},$
 b_2 – расстояние от центральной оси y_c до оси y_2 , $b_2 = 4,58 - 1,67 = 2,91 \text{ см},$
 $J_{y_c} = 113 + (-1,67)^2 \cdot 23,4 + 106,11 + 2,91^2 \cdot 13,39 = 397,76 \text{ см}^4.$

4. Вычислить центробежный момент инерции относительно центральных осей:

$$J_{x_c y_c} = J_{x_1 y_1} + a_1 b_1 A_1 + J_{x_2 y_2} + a_2 b_2 A_2 =$$

$$= 0 + 2,72 \cdot (-1,67) \cdot 23,4 - 62,3 + (-4,77) \cdot 2,91 \cdot 13,39 = -354,45 \text{ см}^4$$

5. Вычислить моменты сопротивления относительно центральных осей:

$$W_{x_c} = \frac{J_{x_c}}{y_{\max}} = \frac{2103,89}{12,72} = 165,4 \text{ см}^3,$$

$$W_{y_c} = \frac{J_{y_c}}{x_{\max}} = \frac{397,76}{9,4} = 42,31 \text{ см}^3.$$

6. Определить положение главных центральных осей:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2J_{x_c y_c}}{J_{x_c} - J_{y_c}} = -\frac{2 \cdot (-354,45)}{2103,89 - 397,76} = 0,416$$

$$2\alpha_0 = 22,56^\circ; \quad \alpha_0 = 11,28^\circ.$$

Положительный угол α_0 откладывается от центральных осей x_c, y_c против часовой стрелки. Так как $J_{x_c} > J_{y_c}$, то поворот оси x_c производится до совмещения с главной осью U (ось max). Перпендикулярно оси максимум в этом же направлении проводится ось наименьшего главного момента инерции $-V$ (ось min).

7. Определить величину главных центральных моментов инерции:

$$J_{\max \min} = \frac{J_{x_c} + J_{y_c}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{J_{x_c} - J_{y_c}}{2}\right)^2 + J_{x_c y_c}^2};$$

$$J_U = J_{\max} = \frac{J_{x_c} + J_{y_c}}{2} + \sqrt{\left(\frac{J_{x_c} - J_{y_c}}{2}\right)^2 + J_{x_c y_c}^2} =$$

$$= \frac{2103,89 + 397,76}{2} + \sqrt{\left(\frac{2103,89 - 397,76}{2}\right)^2 + (-354,45)^2} = 2174,6 \text{ см}^4;$$

$$J_V = J_{\min} = \frac{J_{x_c} + J_{y_c}}{2} - \sqrt{\left(\frac{J_{x_c} - J_{y_c}}{2}\right)^2 + J_{x_c y_c}^2} =$$

$$= \frac{2103,89 + 397,76}{2} - \sqrt{\left(\frac{2103,89 - 397,76}{2}\right)^2 + (-354,45)^2} = 327,05 \text{ см}^4.$$

Выполнить проверку, используя свойство моментов инерции:

$$J_U + J_V = J_{x_c} + J_{y_c},$$

подставив соответствующие значения:

$$2174,6 + 327,05 = 2103,89 + 397,76;$$

$$2501,65 = 2501,65$$

6. Вычислить главные радиусы инерции:

$$i_{\max} = \sqrt{\frac{J_{\max}}{F_1 + F_2}} = \sqrt{\frac{2174,6}{23,4 + 13,39}} = 7,69 \text{ см, значение откладывается на оси минимум } V;$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{F_1 + F_2}} = \sqrt{\frac{327,05}{23,4 + 13,39}} = 2,98 \text{ см, значение откладывается на оси максимум } U.$$

Построить эллипс инерции.

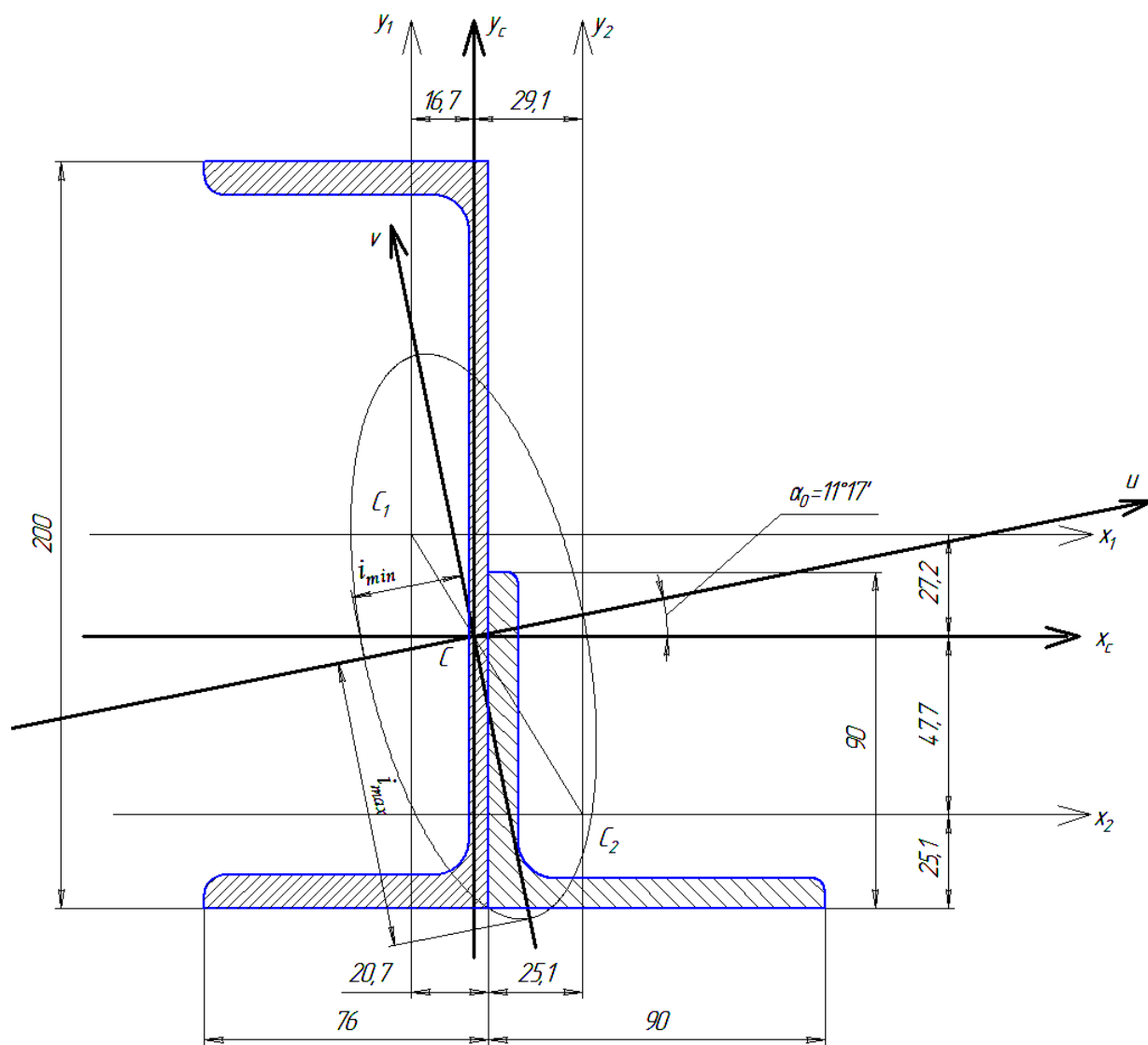
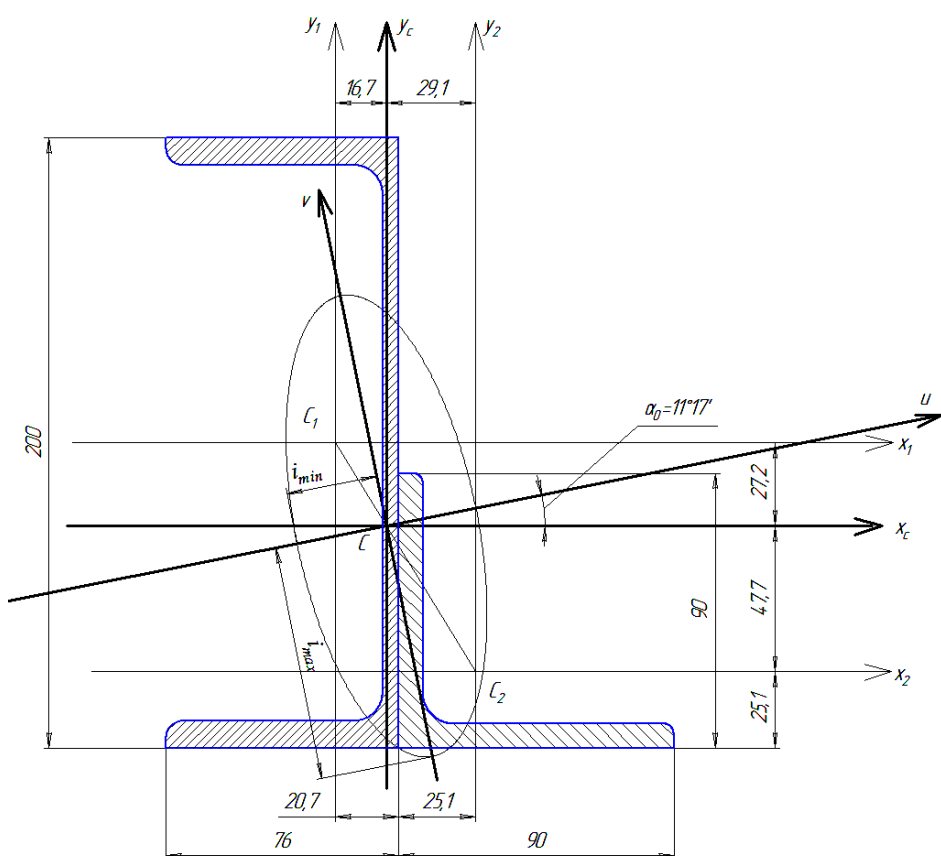
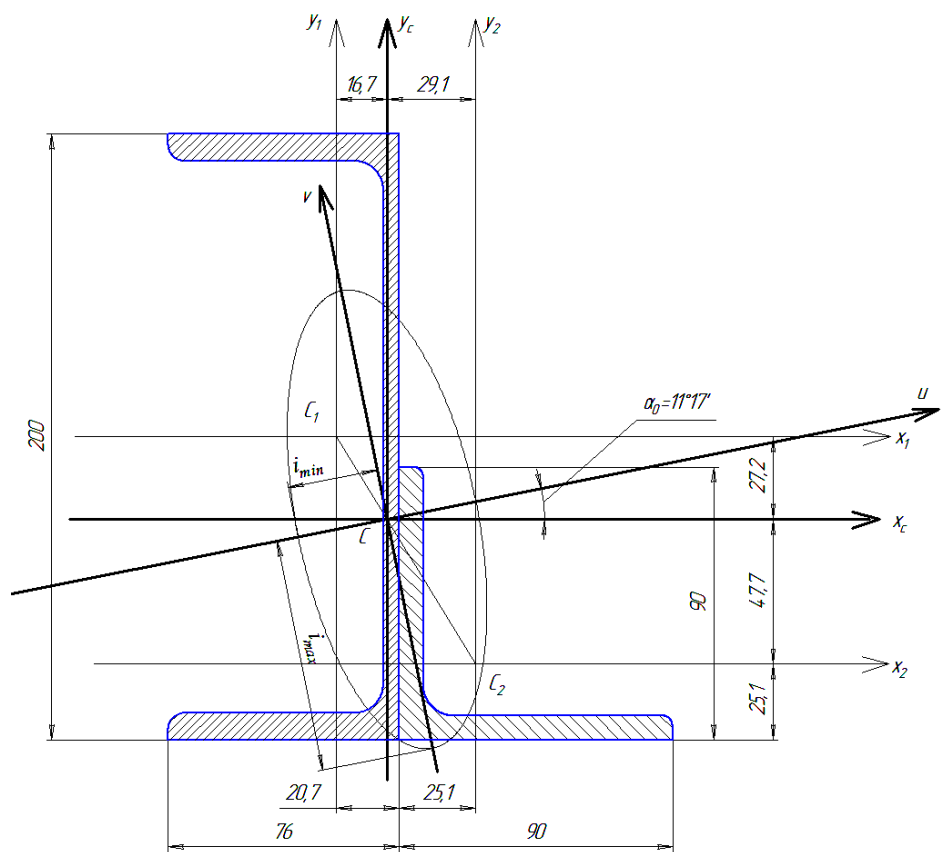
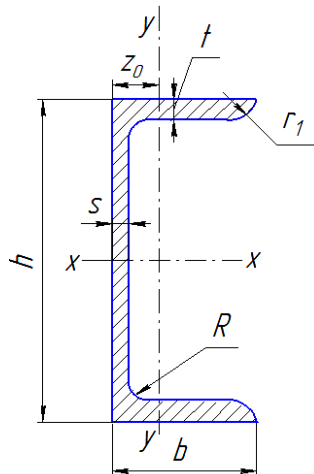


Рис. 2

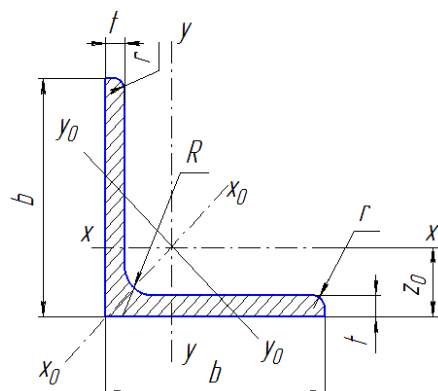


Исходные данные из сортамента:



Для швеллера 20П

$h = 200 \text{ мм}$; $b = 76 \text{ мм}$; $s = 5,2 \text{ мм}$; $t = 9,0 \text{ мм}$;
 $R = 9,5 \text{ мм}$; $r_1 = 5,5 \text{ мм}$;
 $A = 23,4 \text{ см}^2$; $J_x = 1520 \text{ см}^4$; $J_y = 113 \text{ см}^4$;
 $z_0 = 2,07 \text{ см}$

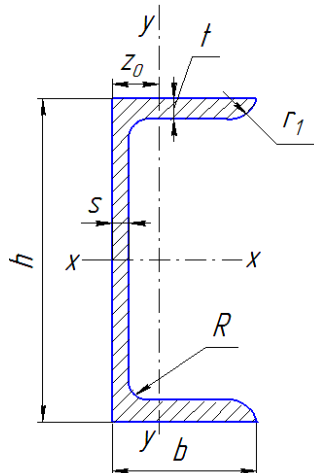


Для уголка 90x90x8

$b = 90 \text{ мм}$; $t = 8 \text{ мм}$; $R = 10,0 \text{ мм}$;
 $r = 3,3 \text{ мм}$; $A = 13,39 \text{ см}^2$;
 $J_x = J_y = 106,11 \text{ см}^4$; $J_{xy} = -62,3 \text{ см}^4$;
 $z_0 = 2,51 \text{ см}$

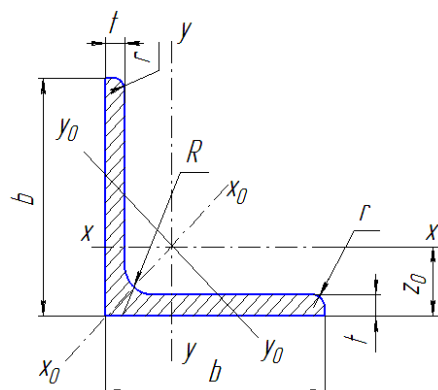
Рис. 1

Исходные данные из сортамента:



Для швеллера 20П

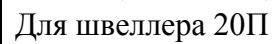
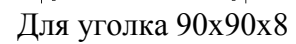
$h = 200 \text{ мм}$; $b = 76 \text{ мм}$; $s = 5,2 \text{ мм}$; $t = 9,0 \text{ мм}$;
 $R = 9,5 \text{ мм}$; $r_1 = 5,5 \text{ мм}$;
 $A = 23,4 \text{ см}^2$; $J_x = 1520 \text{ см}^4$; $J_y = 113 \text{ см}^4$;
 $z_0 = 2,07 \text{ см}$



Для уголка 90x90x8

$b = 90 \text{ мм}$; $t = 8 \text{ мм}$; $R = 10,0 \text{ мм}$;
 $r = 3,3 \text{ мм}$; $A = 13,39 \text{ см}^2$;
 $J_x = J_y = 106,11 \text{ см}^4$; $J_{xy} = -62,3 \text{ см}^4$;
 $z_0 = 2,51 \text{ см}$

Рис. 1


$$\begin{aligned} h &= 200 \text{ mm}; b = 76 \text{ mm}; \\ s &= 5,2 \text{ mm}; t = 9,0 \text{ mm}; \\ R &= 9,5 \text{ mm}; r_1 = 5,5 \text{ mm}; \\ A &= 23,4 \text{ cm}^2; J_x = 1520 \text{ cm}^4; \\ J_y &= 113 \text{ cm}^4; z_0 = 2,07 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= 90 \text{ mm}; t = 8 \text{ mm}; R = 10,0 \text{ mm}; \\ r &= 3,3 \text{ mm}; A = 13,39 \text{ cm}^2; \\ J_x &= J_y = 106,11 \text{ cm}^4; \\ J_{xy} &= -62,3 \text{ cm}^4; \\ z_0 &= 2,51 \text{ cm} \end{aligned}$$
