

Задание №3. Метод Ньютона

Цель задания: практическое освоение метода Ньютона для решения нелинейных уравнений и систем.

1. Программная реализация метода Ньютона для решения нелинейных уравнений:

- Локализовать один любой корень уравнения из *Приложения №1* (номер варианта = номер в списке группы) методом последовательного перебора (определить начальный интервал локализации $[a_0, b_0]$).
- Реализовать метод Ньютона (в связке с методом половинного деления или методом хорд) для уточнения корня на выбранном интервале локализации $[a_0, b_0]$ с точностью $\epsilon = 10^{-4}$.
- Для тестирования реализованного метода выбрать начальное приближение x_0 из интервала локализации $[a_0, b_0]$ такое, что x_1 (или любое другое приближение) «вылетает» из текущего интервала локализации $[a_k, b_k]$.
- Интервал $[a_k, b_k]$ пересчитывать для каждой k -й итерации, независимо от того, вызывался ли вспомогательный метод (половинного деления или хорд) или же работал только «чистый» метод Ньютона.

2. Программная реализация метода Ньютона для решения систем уравнений:

- Решить систему нелинейных уравнений из *Приложения №2* (номер варианта = номер в списке группы) методом Ньютона с точностью $\epsilon = 10^{-4}$, используя Замечание 1.2 методического пособия:

Замечание 1.2. Сложность метода Ньютона – в обращении матрицы Якоби. Вводя обозначение $\delta x^k = x^{k+1} - x^k$ получаем для вычисления δx^k СЛАУ

$$\frac{\partial F(x^k)}{\partial x} \cdot \delta x^k = -F(x^k), \quad (1.3)$$

откуда и находим искомую поправку δx^k , а затем и следующее приближение $x^{k+1} = x^k + \delta x$ к решению \bar{x} . Очевидно, что это значительно сокращает количество арифметических операций для построения очередного приближения.

найдя начальное приближение двумя способами: 1) графическим методом и 2) используя Замечание 1.4 методического пособия:

Замечание 1.4. (О выборе начального приближения). Пусть вектор-функция $\Phi(\lambda, x)$ такова, что $\Phi(1, x) = F(x)$, а система $\Phi(0, x) = 0$ может быть решена. Тогда разбивая $[0, 1]$ на N частей решают методом Ньютона набор из N систем

$$\Phi(i/N, x) = 0, \quad i = \overline{1, N},$$

принимая для каждой следующей системы в качестве начального приближения решение предыдущей системы.

1. $x - \sin x = 0.25$;
2. $x^3 = e^x - 1$;
3. $\sqrt{x} - \cos x = 0$;
4. $x^2 + 1 = \arccos x$;
5. $\lg x - \frac{7}{2x+6} = 0$;
6. $\operatorname{tg}(0.5x + 0.2) = x^2$;
7. $3x - \cos x - 1 = 0$;
8. $x + \lg x = 0.5$;
9. $x^2 = \arcsin(x - 0.2)$;
10. $x^2 + 4 \sin x = 2$;
11. $\operatorname{ctg} x - x^2 = 0$;
12. $\operatorname{tg} x = \cos x - 0.1$;
13. $x \ln(x + 1) - 0.3 = 0$;
14. $x^2 - \sin 10x = 0$;
15. $\operatorname{ctg} x = x$;
16. $\operatorname{tg} 3x + 0.4 = x^2$;
17. $x^2 + 1 = \operatorname{tg} x$;
18. $x^2 - 1 = \ln x$;
19. $0.5^x + 1 = (x - 2)^2$;
20. $(x + 3) \cos x = 1$;
21. $x^2 \cos 2x = -1$;
22. $\cos(x + 0.3) = x^2$;
23. $2^x(x - 1)^2 = 2$;
24. $x \ln(x + 1) = 0.5$.

1. $\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1.2; \\ 2x + \cos y = 2. \end{cases}$
2. $\begin{cases} \sin y + 2x = 2; \\ y + \cos(x-1) = 0.7. \end{cases}$
3. $\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0.5; \\ x - \cos y = 3. \end{cases}$
4. $\begin{cases} \cos y + x = 1.5; \\ 2y - \sin(x-0.5) = 1. \end{cases}$
5. $\begin{cases} \sin x + 2y = 2; \\ x + \cos(y-1) = 0.7. \end{cases}$
6. $\begin{cases} \sin(y+0.5) - x = 1; \\ y + \cos(x-2) = 0. \end{cases}$
7. $\begin{cases} \cos x + y = 1.5; \\ 2x - \sin(y-0.5) = 1. \end{cases}$
8. $\begin{cases} \cos(y+0.5) + x = 0.8; \\ \sin x - 2y = 1.6. \end{cases}$
9. $\begin{cases} \sin(x+0.5) - y = 1; \\ x + \cos(y-2) = 2. \end{cases}$
10. $\begin{cases} \sin(y-1) + x = 1.3; \\ y - \sin(x+1) = 0.8. \end{cases}$
11. $\begin{cases} \cos(x+0.5) + y = 0.8; \\ \sin y - 2x = 1.6. \end{cases}$
12. $\begin{cases} 2x - \cos(y+1) - y = 0; \\ y + \sin x = -0.4. \end{cases}$
13. $\begin{cases} \sin(x-1) + y = 1.3; \\ x - \sin(y+1) = 0.8. \end{cases}$
14. $\begin{cases} \cos(y+0.5) - x = 2; \\ \sin x - 2y = 1. \end{cases}$
15. $\begin{cases} 2y - \cos(x+1) = 0; \\ x + \sin y = -0.4. \end{cases}$
16. $\begin{cases} \sin(y+2) - x = 1.5; \\ y + \cos(x-2) = 0.5. \end{cases}$
17. $\begin{cases} \cos(x+0.5) - y = 2; \\ \sin x - 2y = 1. \end{cases}$
18. $\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1; \\ 2x + \cos y = 2. \end{cases}$
19. $\begin{cases} \sin(x+2) - y = 1.5; \\ x + \cos(y-2) = 0.5. \end{cases}$
20. $\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0.8; \\ x - \cos y = 2. \end{cases}$
21. $\begin{cases} \sin(y+1) - x = 1.2; \\ 2y + \cos x = 2. \end{cases}$
22. $\begin{cases} \sin x + 2y = 1.6; \\ x + \cos(y-1) = 1. \end{cases}$
23. $\begin{cases} \cos(y-1) + x = 0.5; \\ y - \cos x = 3. \end{cases}$
24. $\begin{cases} \cos x + y = 1.2; \\ 2x - \sin(y-0.5) = 2. \end{cases}$