**Программно конфигурируемые сети**

**Анализ эффективности**

**Контрольная работа**

**учебно-методическое пособие**

Оглавление

[Замечания по выполнению и оформлению контрольной работы 4](#_Toc81169904)

[Введение 5](#_Toc81169905)

[Теоретическая часть 6](#_Toc81169906)

[I  Определение сети массового обслуживания 6](#_Toc81169907)

[II  Классификация CeMO 7](#_Toc81169908)

[III  Марковские СеМО. Теорема Берке 8](#_Toc81169909)

[IV  Параметры СеМО 10](#_Toc81169910)

[4.1   Параметры однородной СеМО 10](#_Toc81169911)

[4.2   Параметры неоднородной СеМО 12](#_Toc81169912)

[V  Характеристики СеМО 12](#_Toc81169913)

[VI  Сети Джексона 14](#_Toc81169914)

[VII Метод анализа средних значений 15](#_Toc81169915)

[Задание 20](#_Toc81169916)

[Варианты задания 21](#_Toc81169917)

[Контрольные вопросы 23](#_Toc81169918)

[Список литературы 24](#_Toc81169919)

Замечания по выполнению и оформлению контрольной работы

1. Выполнение контрольной работы

Контрольная работа требует для своего выполнения наличия на компьютере пакета математических и инженерных расчётов, такого как Mathcad или SMath Studio. Рекомендуется использование последнего из них, т.к. данный пакет является свободно распространяемым, легко устанавливается на компьютер и не требует каких-либо специальных знаний для его использования.

Вариант задания выбирается из таблицы 1 (ячейка таблицы содержит номер варианта, соответствующие заголовки строки и столбца – исходные данные для расчёта) по двум последним цифрам пароля. Если число, образованное двумя последними цифрами пароля, превышает 25, то в качестве номера варианта принимается сумма этих цифр.

Преподаватель должен получить от студента на проверку архив, содержащий два документа:

1. Отчёт в виде текстового документа (.doc, .docx или .pdf).
2. Файл рабочий лист Mathcad в формате .mcd, .xmcd или рабочий лист SMath Studio в формате .sm с расчётами и графиками.
3. Оформление отчёта

Отчёт по выполнению контрольной работы должен быть оформлен в соответствии с ГОСТ 2.105-95, ГОСТ 7.32-2017, ГОСТ Р 2.105-2019 и содержать:

1. Титульный лист.
2. Аннотацию.
3. Содержание (с нумерацией страниц).
4. Задание в соответствии с вариантом.
5. Краткое теоретическое описание моделируемой системы.

**Примечание 1:** Копирование материала данного пособия в качестве теоретического описания не допускается.

1. Выполнение задания с описанием основных этапов.
2. Результаты выполнения в виде графиков зависимостей, полученных в ходе расчёта.
3. Выводы по проделанной работе.
4. Список литературы (по ГОСТ 7.1-2019).

Рисунки (графики, схемы, диаграммы и пр.), таблицы, формулы и другие объекты должны быть пронумерованы и подписаны в соответствии с ГОСТ 2.105-95.

Введение

Программно-конфигурируемая сеть (SDN от англ. Software-Defined Networking) – сеть передачи данных, в которой уровень управления сетью отделён от устройств передачи данных и реализуется программно [1].

Физически сеть строится из тех же основных компонентов, что и традиционные телекоммуникации: контроллера, маршрутизаторов, коммутаторов, концентраторов, абонентских устройств, соединяемых друг с другом проводными и беспроводными линиями связи.

Аналитическое моделирование позволяет получить и оценить показатели качества обслуживания ТКС, такие как интервал задержки, вероятность потерь, коэффициент загрузки сети и пр.

При выполнении контрольной работы необходимо построить математическую модель замкнутой однородной сети массового обслуживания (СеМО) в соответствии с заданной топологией инфокоммуникационной сети, определить маршрутную матрицу, предположив, что все направления передачи равновероятны.

Требуется получить и проанализировать вероятностно-временные характеристики данной сети, используя метод анализа средних значений MVA (англ. Mean Value Analysis).

Теоретическая часть

I  Определение сети массового обслуживания

Сеть массового обслуживания (СеМО) – это совокупность систем массового обслуживания (СМО) с различными интенсивностями обслуживания, в которой циркулирует некоторое количество заявок различных классов, обсуживаемых в соответствии с заданной дисциплиной [2].

Понятие СеМО ввёл в обращение Дж. Р. Джексон в 1957 г. в статье “Networks of Waiting Lines”. Пример СеМО, являющейся моделью компьютерной системы, можно видеть на рис. 1.



Рис. 1. Пример сети массового обслуживания

Заявки поступают в систему в разных точках, ждут в очереди обслуживания и, покинув один узел, поступают в другой для дальнейшего обслуживания в соответствии с маршрутной матрицей .

Пример маршрутной матрицы [2]:

, (1)

где  – вероятность перехода заявки из *i*-го узла в *j*-й узел; *N* – количество узлов СеМО.

Маршрутная матрица определяет топологию сети массового обслуживания, и для неё должны выполняться условия стохастичности:

 (2)

Дисциплины обслуживания, принятые в теории сетей массового обслуживания:

* FCFS (англ. *First Come, First Served*) – первым пришёл, первым обслужился или обслуживание в порядке поступления;
* LCFS (англ. *Last Come, First Served*) – последним пришёл, первым обслужился;
* LCFS-PR (англ*. Last Come, First Served – Preemptive Resume*) – последним пришёл, первым обслужился с прерыванием и дообслуживанием;
* PS (англ. *Processor Sharing*) – равномерное распределение пропускной способности между заявками;
* IS (англ. *Infinite Servers*) – бесконечное количество обслуживающих приборов;
* FS (англ. *Finite Servers*) – конечное число обслуживающих приборов.

II  Классификация CeMO

Можно привести классификацию СеМО по следующим критериям [3]:

1. По наличию внешнего источника и стока заявок:

– открытые;

– замкнутые;

– смешанные.

*Открытой* называется СеМО (ОСеМО), имеющая бесконечный внешний источник заявок и сток, в который заявки уходят из сети после обслуживания. Как поступление заявок в сеть, так и уход может осуществляться через любой узел. В каждый момент времени в открытой СеМО может находиться произвольное число заявок.

В *замкнутой* СеМО (ЗСеМО) отсутствуют источник и сток, и количество циркулирующих в ней заявок постоянно. Пример замкнутой СеМО изображён на рис. 9.2. Заметим, что открытая СеМО легко преображается в замкнутую введением дополнительного узла, обозначающего источник-сток заявок.

*Смешанные* СеМО обладают свойствами открытых и замкнутых сетей одновременно. Например, для заявок одного класса сеть является замкнутой, а для заявок других классов – открытой.

2. По числу классов заявок:

– однородные;

– неоднородные.

Для полного описания СеМО необходимо определить понятие *класса заявок*. Класс заявок – множество требований с одинаковыми свойствами, т.е. имеющими одинаковые маршруты, одинаковые распределения времени обслуживания и одни и те же приоритеты. Если заявки различаются хотя бы одним из этих параметров, они принадлежат разным классам. По окончании обработки в некотором узле, требование может перейти не только в другой узел, но и в другой класс, изменив свои свойства. Например, запрос, дойдя до обслуживающего сервера, превращается в информационный пакет, который в свою очередь, дойдя до запрашивающего клиента, превращается в квитанцию.



Рис. 2. Пример замкнутой СеМО

*Однородными* называются сети, в которой существует только один класс заявок, а *неоднородными* – сети с более чем одним классом заявок.

Для простоты далее будем рассматривать однородные СеМО.

3. По распределению времени обслуживания:

– марковские;

– общего вида.

*Марковские* (*экспоненциальные*) СеМО характеризуются показательным распределением времени обслуживания для каждого обслуживающего прибора, входящего в сеть и в случае открытых сетей – показательным распределением промежутков времени между поступлениями заявок. Сети, в которых хотя бы один прибор обладает распределением времени обслуживания, отличным от показательного, называются СеМО *общего вида*.

III  Марковские СеМО. Теорема Берке

Рассмотрим простейшую последовательную систему (сеть обслуживания), состоящую двух узлов (рис. 3) [4].



Рис. 3. Сеть с двумя последовательными узлами

Каждый овал на рис. 3 обозначает СМО с показательно распределённым временем обслуживания с одинаковым параметром *µ* (внутри овала указан номер узла: узел\_1, узел\_2).

. (3)

Входящий в систему поток заявок является пуассоновским с параметром *λ*:

. (4)

Задача состоит в том, чтобы определить распределение промежутков времени между последовательными заявками, поступающими в узел\_2, что эквивалентно задаче нахождения распределения промежутков времени между последовательными заявками, выходящими из узла\_1.

Обозначим  – плотность распределения вероятностей промежутков между последовательными заявками на выходе узла\_1 и – преобразование Лапласа этой величины. Вычислим  в момент, когда требование покидает узел\_1. Возможно одно из двух событий: либо в очереди имеется вторая заявка, готовая поступить в прибор узла\_1, либо нет (накопитель пуст). В первом случае промежуток времени, через которое второе требование покинет узел\_1, распределён так же, как время обслуживания, и в этом случае получаем:

. (5)

Во втором случае промежуток времени, через который следующая заявка покинет узел\_1, складывается из двух промежутков:

1) время до поступления следующей заявки;

2) время обслуживания следующей заявки.

Так как эти два промежутка распределены независимо, то плотность распределения вероятностей их суммы равна свёртке плотностей распределения суммируемых величин.

Преобразование Лапласа плотности распределения суммы независимых случайных величин равно произведению преобразований исходных плотностей распределения.

. (6)

В выражении (6) первый и второй сомножители правой части представляют собой преобразования Лапласа показательной функции.

Кроме того, вероятность того, что заявка покинет систему пустой равно вероятности того, что поступающее требование застанет систему пустой. , где *ρ* – коэффициент загрузки системы.

Запишем безусловное преобразование Лапласа для плотности распределения промежутков времени между уходящими требованиями:

. (7)

. (8)

Упрощаем:

 (9)

Обратное преобразование дает нам:

 (10)

Таким образом, доказано, что промежутки времени между уходящими требованиями, также как и промежутки времени между поступающими требованиями распределены показательно с тем же параметром *λ* (интенсивность входящего потока, с-1).

**Теорема Берке:** В случае стационарной СМО входящий пуассоновский поток, проходя через обслуживающий прибор с показательным распределением, порождает выходящий пуассоновский поток с тем же параметром.

Теорема Берке справедлива для стационарной СМО М/М/m с дисциплиной обслуживания «Первый пришёл – первый обслужился» FCFS.

IV  Параметры СеМО

Для анализа СеМО необходимо задать её параметры, которые могут различаться в зависимости от вида СеМО [5].

4.1   Параметры однородной СеМО

Полное описание однородной сети массового обслуживания требует задания параметров, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Параметры СеМО

| **Параметр** | **Описание** |
| --- | --- |
| **Общие параметры** |
|  | количество СМО (узлов); |
|  | матрица вероятностей переходов (маршрутная матрица); |
|  | состояние СеМО; |
|  | количество заявок в *i*-й СМО; |
|  | интенсивность поступления заявок в *i*-й узел из других узлов (и из внешнего источника в ОСеМО); |
| **Параметры открытой СеМО** |
|  | вероятность поступления заявки извне через *j*-й узел; |
|  | вероятность ухода заявки из СеМО через *i*-й узел; |
|  | интенсивность поступления заявок извне через *i*-й узел; |
|  | интенсивность поступления заявок в СеМО; |
| **Параметры замкнутой СеМО** |
|  | фиксированное число заявок, циркулирующих в ЗСеМО; |
|  | сумма заявок, находящихся в каждой СМО. |

*Интенсивности потоков* поступающих заявок определяются решением систем уравнений, которые приведены ниже.

Уравнения равновесия потоков:

– для ОСеМО:

; (11)

– для ЗСеМО:

. (12)

Полезной для дальнейшего анализа характеристикой является среднее количество переходов заявки в узел *i* (*коэффициент переходов*):

. (13)

Из выражений (9.9)–(9.11) можно получить:

– для ОСеМО:

; (14)

– для ЗСеМО:

. (15)

Используя коэффициент переходов, можно получить *относительный коэффициент использования*:

. (16)

4.2   Параметры неоднородной СеМО

В таблице 2 приведены параметры неоднородной СеМО, отличающие её от однородной.

Таблица 2. Параметры неоднородной СеМО

| **Параметр** | **Описание** |
| --- | --- |
| **Общие параметры** |
|  | количество классов заявок СеМО; |
|  | маршрутная матрица; |
|  | состояние *i*-й СМО; |
|  | состояние СеМО; |
|  | количество заявок *r*-го класса в *i*-й СеМО; |
|  | количество заявок *r*-го класса в СеМО; |
| **Параметры замкнутой СеМО** |
|  | сумма заявок всех классов в ЗСеМО. |

Остальные параметры (интенсивности входящих потоков, интенсивности обслуживания, коэффициенты переходов и пр.) несут тот же смысл, что и в однородной сети с учётом класса заявки *r*.

Далее для простоты будем рассматривать характеристики однородных СеМО.

V  Характеристики СеМО

Важнейшей характеристикой, отправной точкой для анализа параметров СеМО является распределение вероятностей её состояний:  [5].

С вероятностями состояний СеМО связаны следующие характеристики:

1. Маргинальная вероятность того, что количество заявок в *i*-м узле :

; (17)

Заметим, что:

. (18)

При этом для ЗСеМО выполняется:

. (19)

2. Коэффициент использования прибора в *i*-м узле для одноканальной СМО:

. (20)

Этот параметр может интерпретироваться как вероятность того, что прибор *i*-го узла занят обслуживанием:

. (21)

Для многоканальной СМО:

. (22)

Если интенсивность обслуживания не зависит от нагрузки, то коэффициент использования:

. (23)

3. Интенсивность потока, входящего в *i*-й узел в общем случае, если интенсивность обслуживания зависит от нагрузки:

. (24)

Если интенсивность обслуживания не зависит от нагрузки:

. (25)

4. Пропускная способность замкнутой СеМО:

. (26)

5. Среднее количество заявок в i-м узле:

. (27)

По теореме Литтла [4]:

, (28)

отсюда среднее время реакции:

. (29)

6. Средняя длина очереди:

. (30)

По теореме Литтла:

, (31)

отсюда среднее время ожидания обслуживания:

. (32)

VI  Сети Джексона

Джексон доказал, что распределение вероятностей состояний СеМО может быть получено в мультипликативной форме [4]:

. (33)

При этом для конкретных СМО  может быть определена по известным формулам теории массового обслуживания [4]. Например, для СМО типа M/M/1:

, (34)

а для СМО типа M/M/m:

, (35)

. (36)

**Пример 1:**

Рассмотрим ОСеМО, приведённую на рис.  4.



Рис.  4. Открытая СеМО для расчёта характеристик

Исходные данные:

.

Требуется найти вероятности состояний .

Для нахождения интенсивностей потоков воспользуемся выражением (11):

.

Решение: 

Коэффициенты загрузки: 

Маргинальные вероятности по ф. (34):



Вероятности заданных состояний по ф. (33):



По ф. (21)–(32) вычисляются другие узловые и сетевые характеристики.

**VII Метод анализа средних значений**

Как следует из названия, метод применяется для вычисления средних значений характеристик СеМО, таких как среднее время реакции, среднее количество заявок, коэффициент загрузки, коэффициент простоя и др. [6].

MVA (англ. Mean-Variance Analysis) метод базируется на:

1. Формуле Литтла [4], выражающей среднее количество заявок в системе через интенсивность входящего потока заявок и среднее время пребывания заявки в системе:

. (37)

2. Теореме распределения по времени поступления (англ. *Theorem of the distribution at arrival time*) или в сокращении теорема поступления, утверждающей, что если рассматривать *i*-й узел замкнутой марковской СеМО с *k* заявками в момент поступления в него новой заявки, стационарная вероятность состояния этого узла совпадает со стационарной вероятностью его состояния при наличии  заявок в сети.

Теорема поступления позволяет рекуррентно вычислить среднее время пребывания заявки в *i*-м узле. Его значение будет складываться из среднего времени обслуживания всех  ранее поступивших заявок и среднего времени обслуживания текущей заявки:

– для одноканальной системы с дисциплинами обслуживания FCFS, LCFS-PR, PS:

; (38)

– для многоканальной системы необходимо ещё учитывать условные вероятности :

; (39)

где  – вероятность того, что в *i*-й СМО содержится *j* заявок, при условии, что в СеМО циркулирует  заявок.

, (40)

где .

– для СМО с дисциплиной обслуживания IS:

. (41)

Определив среднее время пребывания заявки в СМО, определяем среднее время пребывания заявки в СеМО:

. (42)

По формуле Литтла ф. (37) пропускная способность системы:

. (43)

Интенсивности потоков, входящих в i-е узлы:

. (44)

Среднее количество заявок в каждом узле:

. (45)

Начальными условиями для расчёта являются:

,

и дополнительно для многоканальных СМО:

.

Расчёт повторяется для .

**Пример 2:**

Для примера рассмотрим модель на рис. 5 с исходными данными:

.



Рис. 5. Замкнутая СеМО для расчёта характеристик

Маршрутная матрица:

.

Все возможные состояния СеМО:

.

Для вычисления коэффициентов переходов применим ф. 13-15, при этом, чтобы получить единственное решение для замкнутой СеМО, присвоим :



Решение системы: .

Далее рекуррентно для различных значений k (количество заявок в СеМО) вычисляем с учётом начальных условий: .

– для 

1. Среднее время реакции в узлах:

.

2. Среднее время реакции в СеМО:

.

3. Пропускная способность СеМО:

.

4. Интенсивности потоков заявок в узлы:

.

5. Среднее количество заявок в узлах:

.

– для к=К=2

1. Среднее время реакции в узлах:

.

2. Среднее время реакции в СеМО:

.

3. Пропускная способность СеМО:

.

4. Интенсивности потоков заявок в узлы:

.

5. Среднее количество заявок в узлах:

.

По ф. (27)–(32) можно получить остальные характеристики (узловые и сетевые) моделируемой системы.

Задание

1. Вариант задания определить двумя последними цифрами пароля. Если число, образованное этими цифрами, превышает 25, то номер вариант определяется суммой двух последних цифр пароля.
2. Построить модель замкнутой однородной СеМО, узлами которой являются узлы инфокоммуникационной системы, топология и параметры которой заданы в таблице 3.

**Примечание 2:** каналы, связывающие сетевые устройства, не моделируются узлами СеМО, но количество прилегающих к каждому устройству линий связи должно соответствовать количеству обслуживающих приборов (каналов) в соответствующей объекту системе массового обслуживания.

1. Определить маршрутную матрицу, соответствующую топологии сети массового обслуживания, учитывая, что если к узлу примыкает несколько каналов, то все направления движения заявок равновероятны.
2. Получить вероятностно-временные характеристики сети в зависимости от количества заявок в СеМО, *узловые* характеристики:
	* среднее количество заявок в узлах СеМО;
	* среднее количество заявок в очередях СеМО;
	* среднее время пребывания заявок в узлах СеМО;
	* среднее время ожидания заявками обслуживания;
	* коэффициенты загрузки узлов СеМО.
3. Получить вероятностно-временные характеристики сети в зависимости от количества заявок в СеМО, *сетевые* характеристики:
	* среднее количество заявок, ожидающих обслуживания в СеМО;
	* среднее время пребывания заявок в СеМО;
	* среднее время ожидания заявками обслуживания в СеМО;
	* коэффициент загрузки СеМО.
4. Отобразить зависимости, полученные в пп. 3-4 графически.
5. Для расчётов использовать программные пакеты инженерной математики, такие как Mathcad, Matlab, SMathStudio (последний является бесплатно распространяемым).
6. Сдать контрольную работу преподавателю на проверку (отчёт в формате .doc, .docx, .pdf и обязательно файл(ы) с расчётами).
7. По результатам проверки внести необходимые исправления и защитить работу.

Варианты задания

Топологии сетей на рис. 6:

|  |  |
| --- | --- |
|  | 2 |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Рис. 6. Варианты топологий SDN для расчёта

Таблица 3. Варианты заданий

| № варианта |  | $Интенсивность обслуживания каналов µ$ , 1/с­­ |
| --- | --- | --- |
| Топология | Controller | Router | Switch | Tablet | Phone | Computer | Laptop | Monoblock |
| 2 | 2 | 8 | 2 | 1 | 0.5 | 0.3 | 0.8 | 0.6 | 1 |

**Контрольные вопросы**

1.  Дайте определение сети массового обслуживания.

2.  Приведите краткую классификацию сетей массового обслуживания.

3.  Приведите примеры замкнутой и открытой СеМО.

4.  Какими свойствами характеризуется маршрутная матрица?

5.  Что гласит теорема Берке?

6.  Опишите параметры открытой СеМО.

7.  Опишите параметры замкнутой СеМО.

8.  Определите все возможные состояния для представленной ЗСеМО, в которой находятся 3 заявки:



9.  Определите диаграмму интенсивностей переходов для ЗСеМО, представленной выше, при условии, что в ней находятся 2 заявки.

10. Охарактеризуйте правила составления уравнений глобального баланса.

11. Какой смысл заключается в коэффициентах переходов узлов?

12. Как из диаграммы интенсивностей переходов получить уравнения равновесия вероятностных потоков?

13. Как связаны друг с другом метод уравнений глобального баланса и метод Гордона-Ньюэлла?

14. В чем заключается основное преимущество метода Бузена перед методом Гордона-Ньюэлла?

15. Кратко охарактеризуйте рекуррентное вычисление характеристик методом анализа средних значений.

16. На каких математических положениях теории массового обслуживания базируется метод MVA?

Список литературы

1. Гольдштейн, Б. С., Елагин, В. С., Зарубин, А. А., Селиванов, А. Е. Программно-конфигурируемые сети SDN. Протокол OpenFlow [Электронный ресурс] / СПб.: СПбГУТ, 2018. — Режим доступа: <http://iks.sut.ru/rubricator/programmno-konfiguriruemye-seti-sdn-protokol-openflow/> в ознакомительных целях (дата обращения: 25.08.2021).
2. Кокорева, Е. В. Анализ сетей массового обслуживания [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Новосибирск : Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2015. — 39 c. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55468.html> по паролю.
3. Вишневский, В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей // Москва: Техносфера, 2003. – 512 с.
4. Клейнрок, Л. Теория массового обслуживания. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.
5. Башарин, Г. П., Толмачев А.Л. Теория сетей массового обслуживания и ее приложения к анализу информационно-вычислительных систем [Электронный ресурс] // Итоги науки и техники : Сер. Теор. вероятн. Мат. стат. Теор. кибернет., 21, ВИНИТИ, М., 1983, С 3–119 – Режим доступа: <http://www.mathnet.ru/links/4d33dbf1daca533be0933bb49245aa72/intv56.pdf>
6. Кокорева Е. В. Обзор методов анализа сетей массового обслуживания для моделирования инфокоммуникационных систем // Современные проблемы телекоммуникаций : Рос. науч.-техн. конф. : материалы конф. / Сиб. гос. ун-т телекоммуникаций и информатики. Новосибирск, 2016. С. 721-730.