

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2

Моделирование объектов, описываемых системами алгебраических уравнений (2 ч)

Цель и содержание: использование классических методов аналоговой вычислительной техники для моделирования объектов, описываемых системами алгебраических уравнений, приобретение навыков построения таких моделей в системе компьютерной математики MATLAB.

Организационная форма занятий: решение проблемных задач, разбор конкретных ситуаций

Вопросы для обсуждения на лабораторном занятии: построение моделей объектов, описываемых системами алгебраических уравнений.

Теоретическое обоснование

Моделирование объектов, описываемых системами алгебраических уравнений, можно осуществлять путем сведения системы алгебраических уравнений к эквивалентной системе дифференциальных уравнений.

Пусть исследуемый объект описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \tag{2.1}$$

Заменяем данную систему алгебраических уравнений эквивалентной системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n - b_1 &= 0 \\ \frac{dx_2}{dt} + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n - b_2 &= 0 \\ &\dots \end{aligned} \tag{2.2}$$

$$\frac{dx_n}{dt} + a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n - b_n = 0$$

Для эквивалентности системы уравнений 2.1 и 2.2 необходимо, чтобы решение системы дифференциальных уравнений 2.2 было затухающим, т.е. как только все производные затухнут ($\frac{dx_i}{dt} = 0$), будет получено решение системы уравнений 2.1: $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

Достаточным условием, обеспечивающим затухающее решение, является положительная определенность матрицы коэффициентов линейной системы уравнений. Это возможно, в частности, при условии, когда

$$a_{ij} \geq \sum_{j=1}^n a_{ij}, i \neq j.$$

Пример 2.1. Найти решение системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 14 \\ 2x_1 + 5x_2 = -5 \end{cases} \quad (2.3)$$

Перейдем к эквивалентной системе дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 14 - 4x_1 - 2x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = 5 - 2x_1 - 5x_2 \end{cases} \quad (2.4)$$

Структурная схема модели данной системы приведена на рисунке 2.1. Она построена с использованием классических методов аналоговой вычислительной техники. Переходный процесс установления решения изображен на экране виртуального осциллографа (рисунок 2.2).

На рисунке 2.2 видно, что после $t = 2$ на выходах виртуальных интеграторов устанавливаются сигналы, соответствующие решению системы линейных алгебраических уравнений:

$$x_1 = 5,$$

$$x_2 = -3.$$

Проверьте решение системы уравнений 2.3 с помощью Excel (рисунок 2.3).

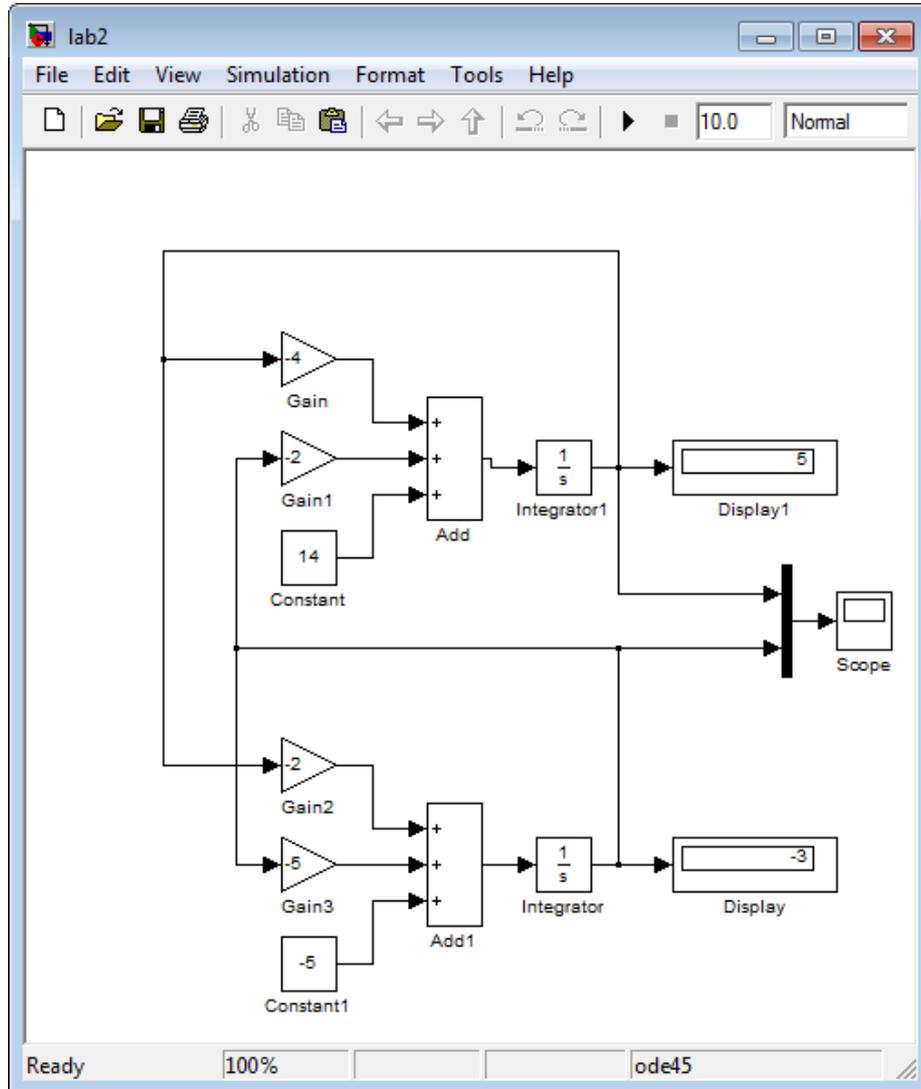


Рисунок 2.1 – Структурная схема модели системы дифференциальных уравнений 2.2

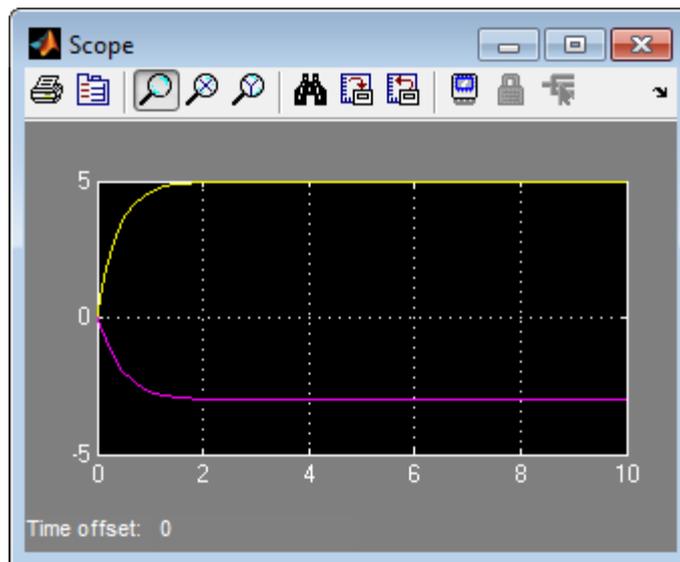


Рисунок 2.2 – Переходный процесс установления решения системы линейных алгебраических уравнений [2]

	A	B	C	D	E	F	G
1	Матрица системы уравнений						
2	4	2	14				
3	2	5	-5			исходная система уравнений	
4						$4x_1 + 2x_2 = 14$	
5	Обратная матрица			решение		$2x_1 + 5x_2 = -5$	
6	0,3125	-0,125		5			
7	-0,125	0,25		-3			
8							

Решение системы линейных алгебраических уравнений 2.3 в Excel

Аппаратура и материалы. Для выполнения лабораторной работы необходимо использовать следующее: аппаратное обеспечение: персональный компьютер MDT750/ i75930K/ 4 D8192D42133; мультимедиа-проектор Epson;

магнитно-маркерная доска и программное обеспечение: операционную систему Windows 7 и выше; Microsoft Office, систему компьютерной математики MATLAB R2011b и выше.

Указания по технике безопасности. Студенты должны следовать общепринятой технике безопасности для пользователей персональных компьютеров. Не следует самостоятельно производить ремонт технических средств, установку и удаление программного обеспечения. В случае обнаружения неисправностей необходимо сообщить об этом администратору компьютерного класса (обслуживающему персоналу лаборатории).

Методика и порядок выполнения работы

Выполните предложенные задания, предварительно ознакомившись с теоретической частью.

Задание 2.1. Построить модель решения задачи. Отряд туристов вышел в поход на нескольких байдарках L , часть из которых A -местные, а часть B -местные. Сколько A -местных и сколько B -местных байдарок было в походе, если отряд состоит из M человек?

Переходный процесс установления решения выведите на экран виртуального осциллографа. Параметры сигналов приведены в таблице 2.1. Номер варианта соответствует номеру, под которым студент записан в списке группы.

Таблица 2.1– Параметры задачи

№ вар-та	A	B	L	M
1.	1	2	12	20
2.	1	3	7	17
3.	1	4	5	11
4.	1	5	8	16
5.	2	3	8	19
6.	2	4	10	37
7.	2	5	8	16
8.	3	4	8	26
9.	3	5	6	24
10.	4	5	7	33

Задание 2.2. Построить модель системы линейных алгебраических уравнений вида:

$$Ax_1 + Bx_2 + Cx_3 = D$$

$$Lx_1 + Mx_2 + Nx_3 = O$$

$$Qx_1 + Rx_2 + Sx_3 = T$$

Переходный процесс установления решения выведите на экран виртуального осциллографа. Параметры сигналов приведены в таблице 2.2. Номер варианта соответствует номеру, под которым студент записан в списке группы.

Таблица 2.2 – Параметры сигнала

вар-та												
.				.5				1.5		.5		1.5
.		.5	.5	16.25				19.5		0.5		22.75
.	.5	8	9	30.5				5.5	1.5			.5
.	1	.5		35.25				22			2.5	0
.		2	7	8.5				8		3.5		2
.	.5	.5		3.25				12	4.5			8
.	.5	5	6	9				0.5			5.5	.25
.		.5	.5	7.75				4.5		6.5		1.75
.	4	0	3	67.5				5.5	7.5			90.5
0.				4.5				2.5			8.5	0

Содержание отчета и его форма

Подготовьте отчет, в котором приведите технологию выполнения заданий.

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- 1) название работы;
- 2) цель лабораторной работы;
- 3) формулировку задания и технологию его выполнения;
- 4) ответы на контрольные вопросы;
- 5) приложение – файлы выполненных заданий.

Вопросы для защиты работы

1. Как с помощью Simulink можно моделировать объекты, описываемые системами алгебраических уравнений?
2. Какие основные математические блоки используются для моделирования объектов, описываемых системами алгебраических уравнений?
3. Что является достаточным условием, обеспечивающим затухающее решение системы дифференциальных уравнений?