

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

Исследование поведения динамической системы (2 ч)

Цель и содержание: изучить методику исследования поведения динамических систем, приобрести навыки реализации таких моделей в системе компьютерной математики MATLAB.

Организационная форма занятий: решение проблемных задач, разбор конкретных ситуаций

Вопросы для обсуждения на лабораторном занятии: исследование поведения динамической системы

Теоретическое обоснование

Распространенным способом описания поведения динамической системы является система дифференциальных или интегродифференциальных уравнений.

Реализацию таких математических моделей в Simulink рассмотрим на ряде примеров.

Пример 4.1. Модель физического маятника, находящегося под воздействием экспоненциально-затухающего косинусоидального возмущения.

Уравнение движения такого маятника имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_2 y(t) &= a_3 e^{-a_4 t} \cdot \cos a_5 t, \\ y(t)|_{t=0} &= y_0, \\ \frac{dy(t)}{dt} \Big|_{t=0} &= y'_0,\end{aligned}\tag{4.1}$$

Выбрав числовые значения параметров, например: $a_1 = a_2 = 0,1$, $a_3 = -5$, $a_4 = 1$, $a_5 = 0,1$, получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned}
 y' + 0,1y' + 0,1y &= -5e^{-t} \cdot \cos(0,1t), \\
 y(0) &= -1,5, \\
 y'(0) &= 2.
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Структурная схема модели будет иметь вид, показанный на рисунке 4.1.

Результаты работы модели показан на экране виртуального осциллографа (рисунок 4.2), а параметрический график зависимости производной сигнала от сигнала (фазовый портрет маятника) изображен на рисунке 4.3.

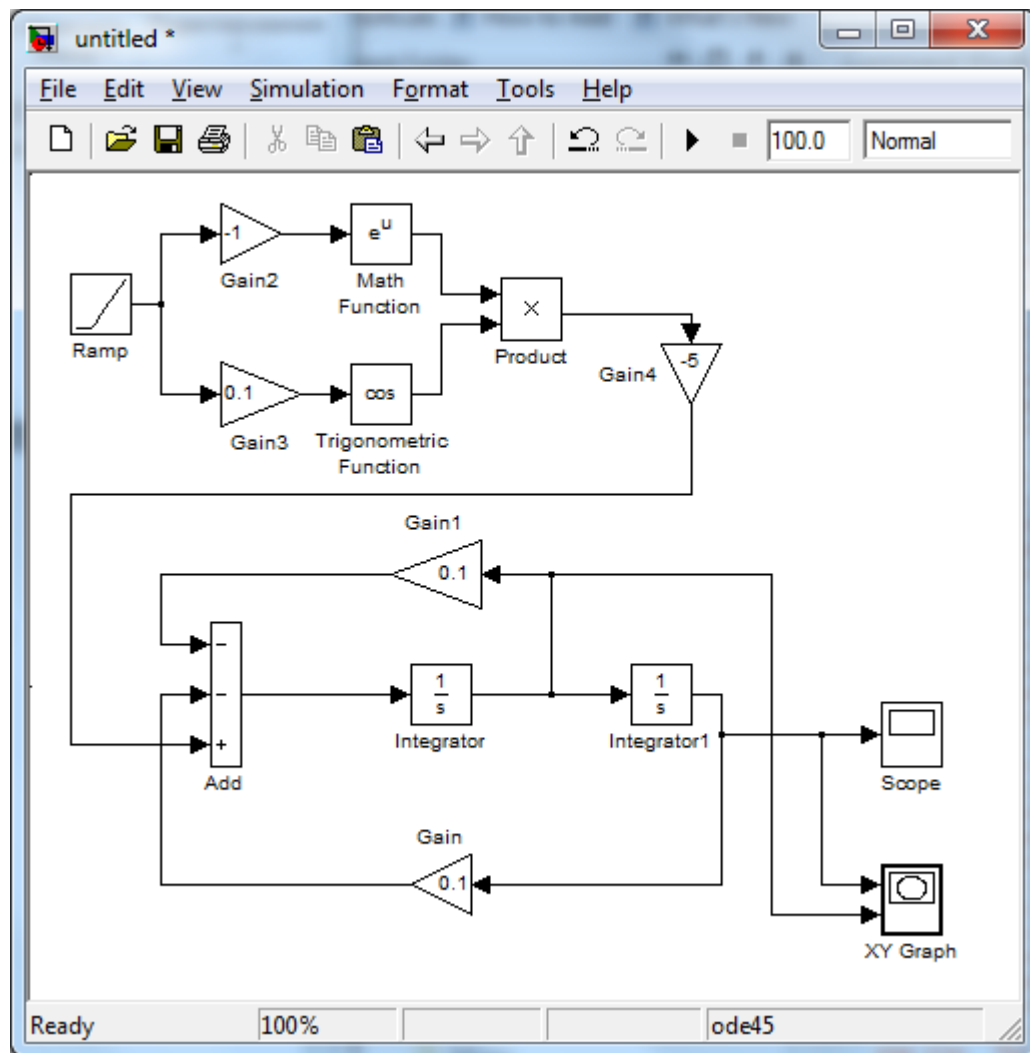


Рисунок 4.1. Модель физического маятника

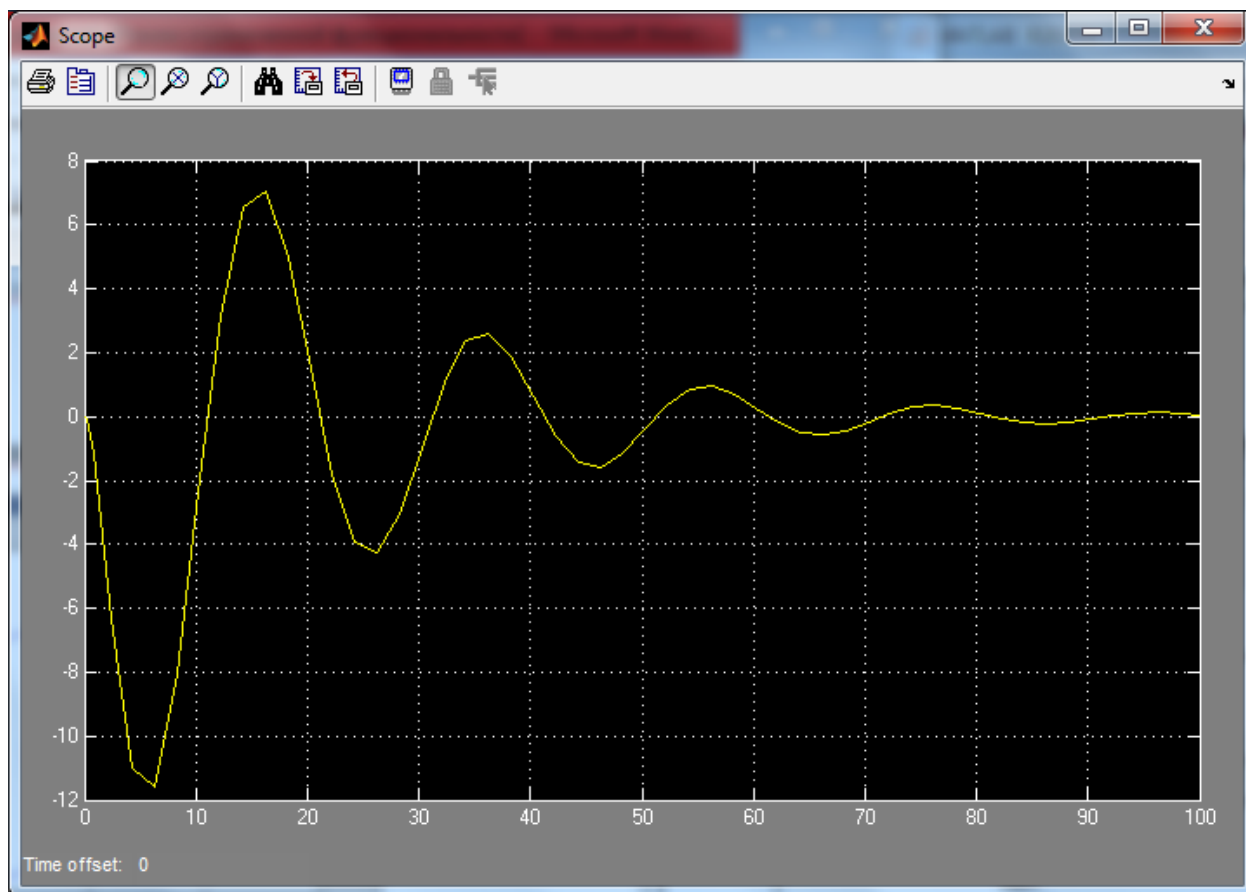


Рисунок 4.2. Движение физического маятника

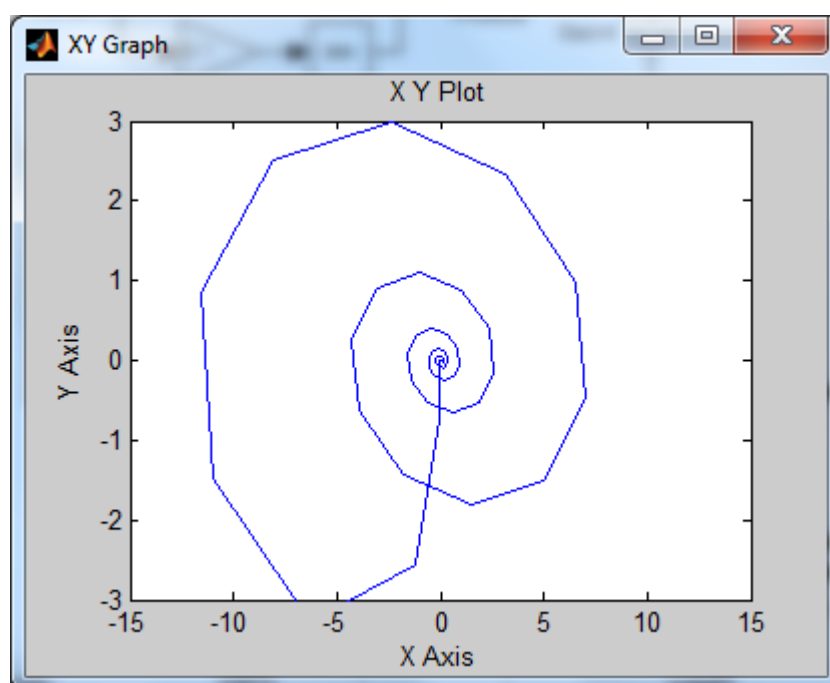


Рисунок 4.3. Фазовый портрет физического маятника

Пример 4.2. Модель динамической системы, описываемой дифференциальным уравнением 3-го порядка.

Задано дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 2,5 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 6 \frac{dy(t)}{dt} + 2,5 y(t) = e^{-t},$$

$$y(0) = 1; y'(0) = -1; y''(0) = 2.$$
(4.3)

Структурная схема модели динамической системы, построенная по обычным правилам аналоговой вычислительной техники, приведена на рисунке 4.4.

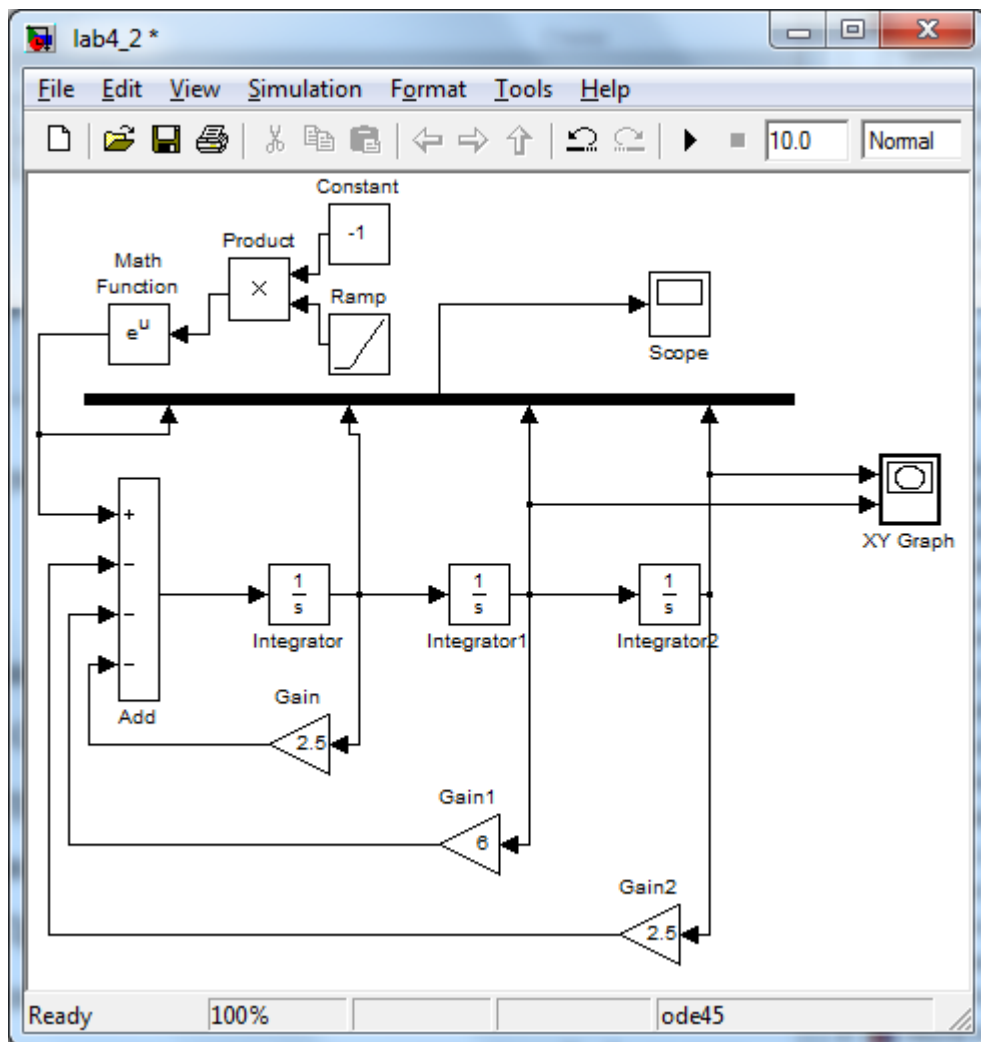


Рисунок 4.4. Структурная схема модели динамической системы 3 порядка

Коэффициенты уравнения устанавливаются в окнах параметров масштабных блоков Gain – Gain2. Начальные условия для функций и

производных – в окнах параметров интеграторов Integrator – Integrator2. На рисунке 4.5 представлено окно параметров для интегратора Integrator, соответствующего $y''(0) = 2$, начальные условия для интеграторов Integrator1 – Integrator2, соответствующие $y'(0) = -1$ и $y(0) = 1$ соответственно задаются аналогично. Правая часть дифференциального уравнения сформирована с помощью блоков Ramp (генератор аргумента – t) и блока Math Function, настроенного на реализацию экспоненциальной функции. Визуализация переходного процесса показана на экране виртуального осциллографа (рисунок 4.6). Фазовый портрет системы на экране виртуального двух координатного регистратора (XY Graph) приведен на рисунок 4.7.

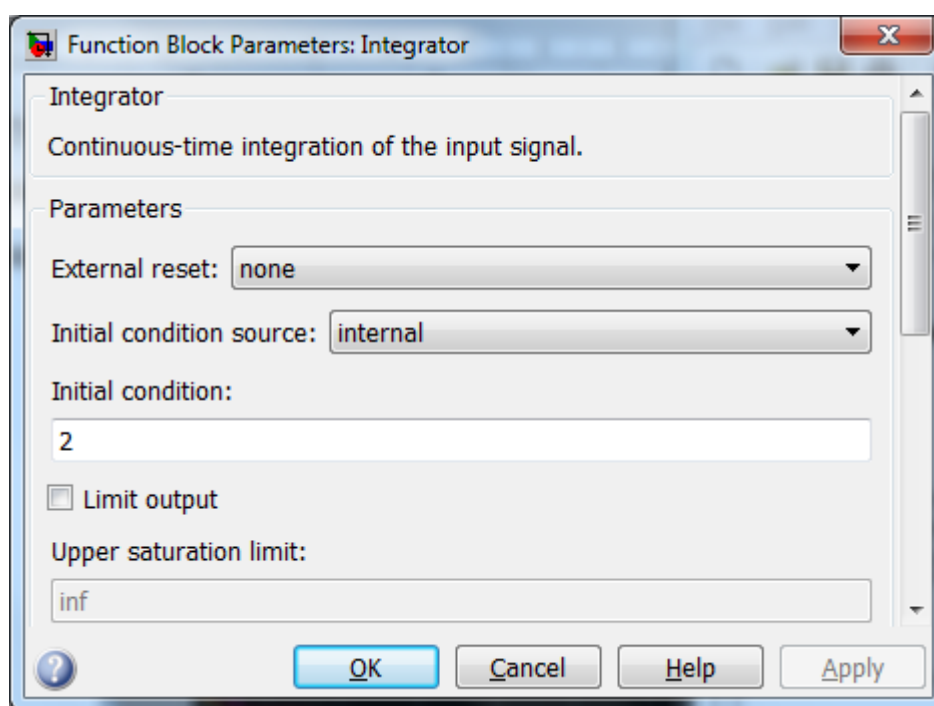


Рисунок 4.5. Окно параметров функционального блока Integrator

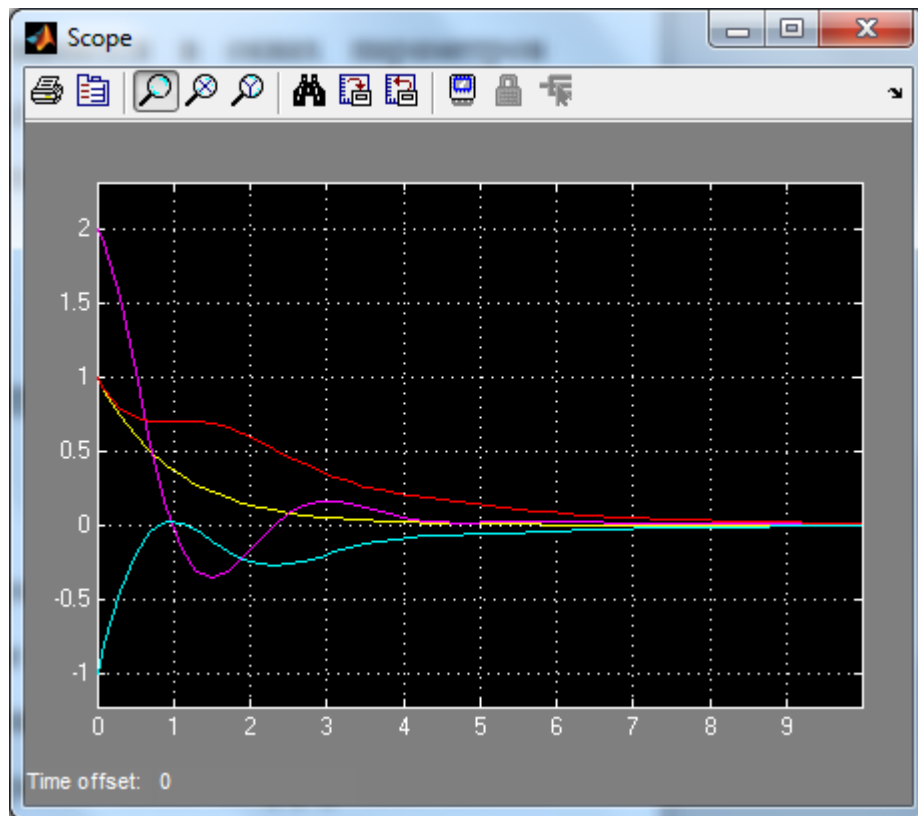


Рисунок 4.6. Переходный процесс системы

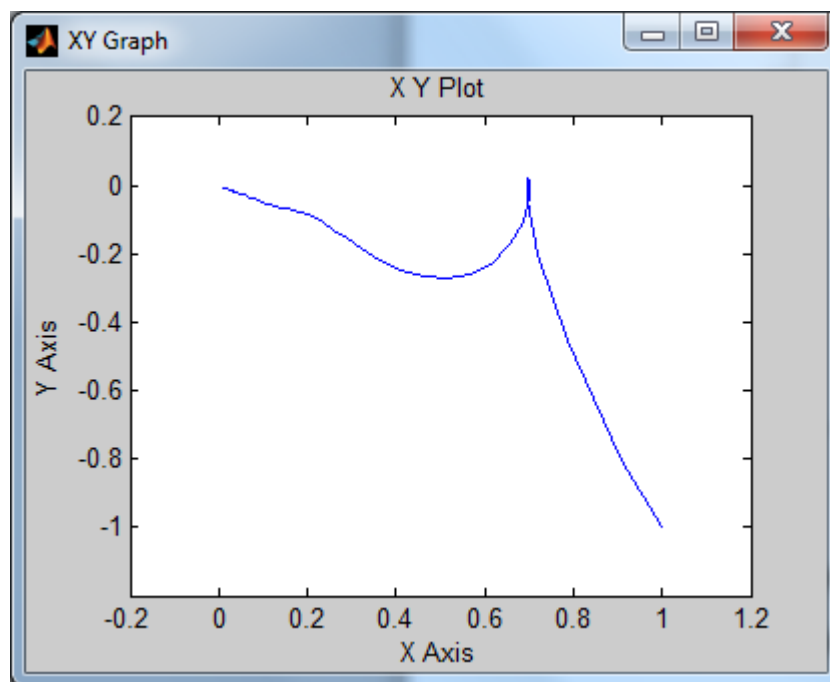


Рисунок 4.7. Фазовый портрет системы

Пример 4.3. Модель траектории полета тела, брошенного с начальной скоростью под углом к горизонту. Предположим, что наблюдатель, находясь

над уровнем земли на высоте 1м, бросил камень под углом 30 градусов к горизонту с начальной скоростью 20 м/сек. Необходимо реализовать модель траектории полета камня под действием силы тяжести и определить расстояние от наблюдателя до точки падения камня. Влиянием атмосферы на полет камня пренебречь. Уравнения движения камня имеют вид:

$$\begin{aligned} y &= y_0 + v \cdot \sin(\alpha) \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2}, \\ x &= v \cdot \cos(\alpha) \cdot t, \end{aligned} \quad (4.4)$$

где: $y_0 = 1\text{м}$, $v = 20\text{ м/сек}$, $\alpha = 30^\circ$, $g = 9,81\text{ м/сек}$.

Структурная схема модели траектории камня приведена на рисунке 4.7.

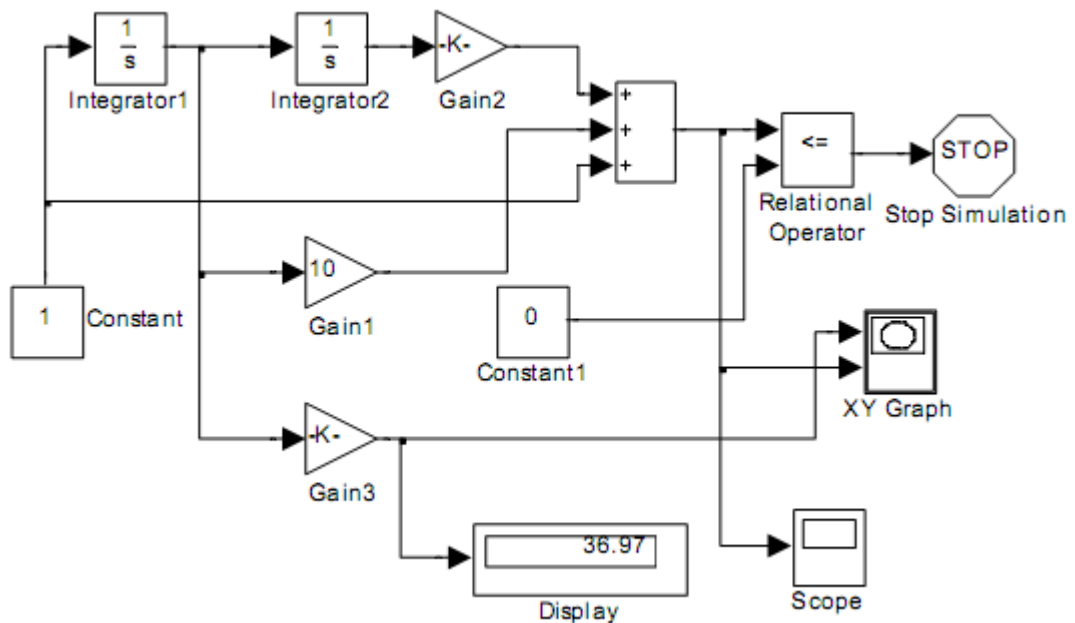


Рисунок 4.7. Структурная схема модели траектории камня

Вертикальная составляющая начальной скорости камня задается блоком Gain1, горизонтальная составляющая – блоком Gain3, ускорение земного тяготения – блоком Gain2. Значение текущей высоты полета камня как функции времени формируется на выходе сумматора. Сигнал окончания моделирования формируется блоками Relational Operator и Stop Simulation в момент времени, когда высота сравнивается с нулем. Показания цифрового регистратора соответствует длине пути по горизонтали, пройденной камнем до момента соприкосновения с землей. На рисунках 4.8 и 4.9 показаны

соответственно траектория камня на экране виртуального двух координатного регистратора и график изменения во времени высоты полета камня.

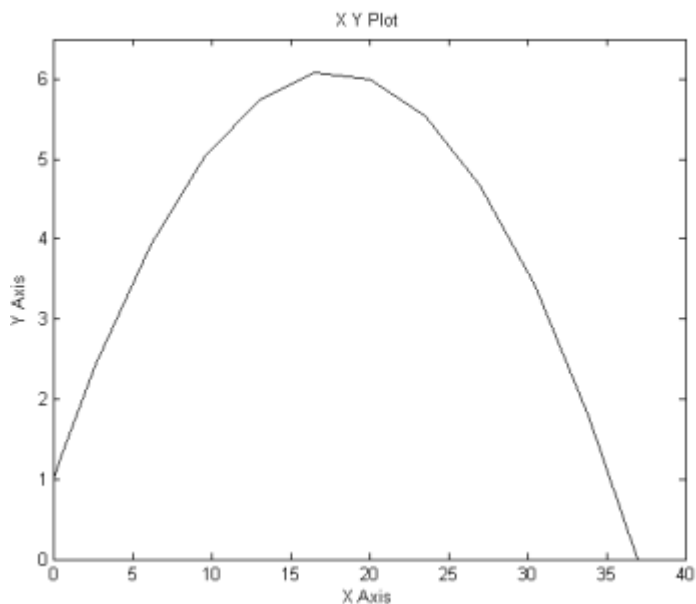


Рисунок 4.8. Траектория полета камня, брошенного под углом 30 градусов к горизонту с начальной высоты 1м, с начальной скоростью 20 м/сек

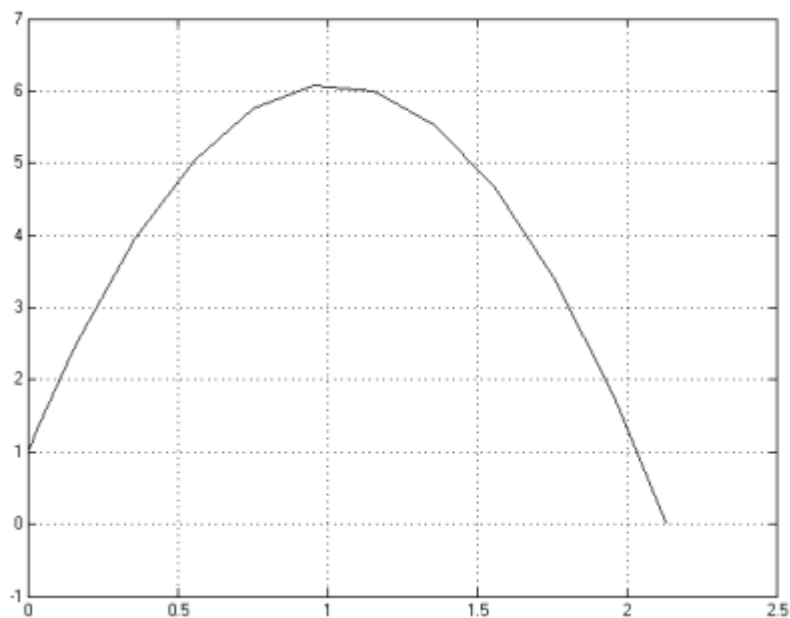


Рисунок 4.9. График изменения во времени высоты полета камня [2]

Аппаратура и материалы. Для выполнения лабораторной работы необходимо использовать следующее: аппаратное обеспечение: персональный компьютер MDT750/ i75930K/ 4 D8192D42133; мультимедиа-проектор Epson; магнитно-маркерная доска и программное обеспечение: операционную

систему Windows 7 и выше; Microsoft Office, систему компьютерной математики MATLAB R2011b и выше.

Указания по технике безопасности. Студенты должны следовать общепринятой технике безопасности для пользователей персональных компьютеров. Не следует самостоятельно производить ремонт технических средств, установку и удаление программного обеспечения. В случае обнаружения неисправностей необходимо сообщить об этом администратору компьютерного класса (обслуживающему персоналу лаборатории).

Методика и порядок выполнения работы

Выполните предложенные задания, предварительно ознакомившись с теоретической частью.

Задание 4.1. Синтезировать структурную схему модели дифференциального уравнения 3 порядка:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + A \frac{dy}{dx} + By = 0 \quad (4.5)$$

С начальными условиями: $y(0), y'(0), y''(0)$. Построить фазовый портрет системы. Параметры сигналов приведены в таблице 4.1. Номер варианта соответствует номеру, под которым студент записан в списке группы.

Задание 4.2. Синтезировать структурную схему модели дифференциального уравнения 3 порядка:

$$\frac{d^3y}{dt^3} + C \frac{d^2y}{dx^2} + D \frac{dy}{dx} + Ey = 0 \quad (4.6)$$

С начальными условиями: $y(0), y'(0), y''(0)$. Построить фазовый портрет системы. Параметры сигналов приведены в таблице 4.1. Номер варианта соответствует номеру, под которым студент записан в списке группы.

Задание 4.3. Построить модель траектории полета пушечного ядра под действием силы тяжести и определить расстояние от пушки до точки падения ядра, выпущенного с начальной скоростью V_0 под углом α к горизонту. Высота

от уровня земли до дульного утолщения равна h . Влиянием атмосферы на полет ядра пренебречь.

Параметры задачи приведены в таблице 4.2. Номер варианта соответствует номеру, под которым студент записан в списке группы.

Таблица 4.1. Параметры задач 4.1 и 4.2

№ вар-та	A	B	C	D	E	$y(0)$	$y'(0)$	$y''(0)$
1.	0	0	0	2	0	1	2	0
2.	.2	.4	.5	1	.3	-	1	2
3.	1	0	3	.4	0	1	-	2
4.	3	4	4	1	0	0	2	1
5.	4	3	1	2	.4	1	-	-
6.	.2	4	1	4	.5	1	1	1
7.	4	1	0	4	.2	2	1	0
8.	.2	1	0	3	1	-	0	1
9.	1	2	0	3	1	1	2	0
10.	4	.2	1	.8	.2	1	2	0
1.	3	1	2	4	.4	-	1	2
2.	1	0	4	3	1	-	2	1
3.	.4	4	3	1	2	-	2	1
4.	1	0	3	1	0	1	0	1
5.	2	0	3	1	.4	1	0	1

Таблица 4.2. Параметры задачи 4.3

№ вар-та	V_0 , м/с	α , градусов	h , метров
1.	32	30	1
2.	38	35	1,2
3.	34	32	2,2
4.	42	36	1,4
5.	37	34	0,4
6.	29	33	0,5
7.	52	30	2,8
8.	44	36	2
9.	47	33	4
10.	49	31	3

Содержание отчета и его форма

Подготовьте отчет, в котором приведите технологию выполнения заданий.

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- 1) название работы;
- 2) цель лабораторной работы;
- 3) формулировку задания и технологию его выполнения;
- 4) ответы на контрольные вопросы;
- 5) приложение – файлы выполненных заданий.

Вопросы для защиты работы

1. Приведите как минимум 3 примера динамических систем?
2. Какие основные математические блоки используются для моделирования динамических систем?
3. Дифференциальное уравнение какого порядка потребуется для описания модели физического маятника? Приведите общий вид такого уравнения.