

Примеры выполнения контрольной работы 1 «Определение реакций опор твердого тела»

Дано. Активные силы $P_1 = 20$ кН; $P_2 = 15$ кН; момент пары сил $M = 10$ кН·м; интенсивность равномерно распределенной нагрузки $q = 3$ кН/м. Заданы оси Y и Z .

Определить: опорные реакции (т.е. реакции в опорах A и B).

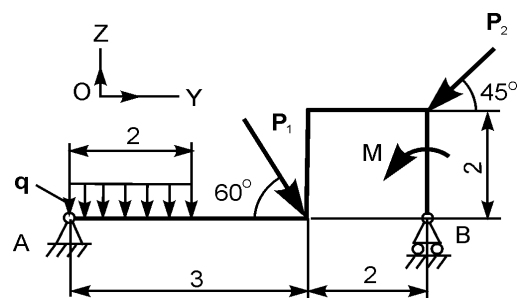


Рисунок 1

ПЛАН РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

При выполнении задания оформляется один рисунок,
несколько рисунков приведено для пояснения

1. Показать на рисунке опорные реакции.

Твердое тело имеет две опоры A и B . Опора A – неподвижная опора, в ней две реакции Y_A и Z_A . Опора B – подвижная опора, в ней одна реакция R_B .

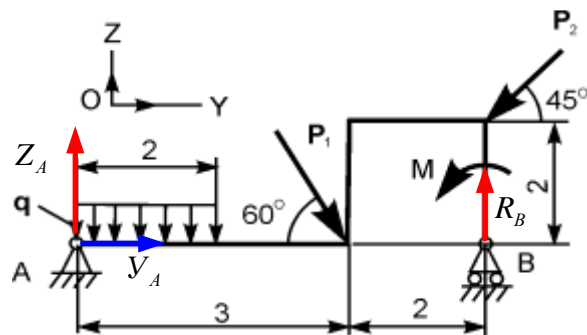


Рисунок 2

2. Все наклонные силы разложить на две составляющие

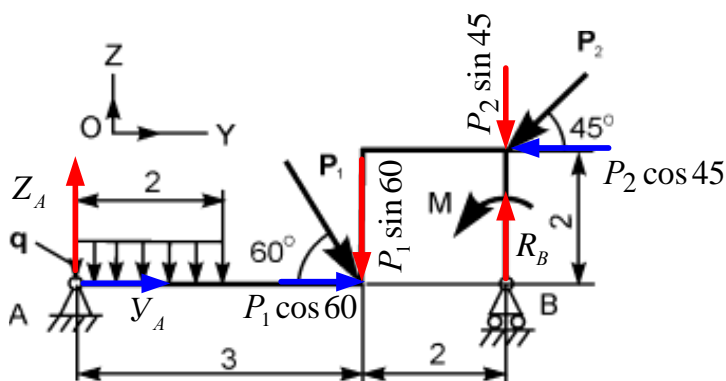


Рисунок 3

3. Равномерно-распределенную нагрузку заменить равнодействующей силой Q .

Сила $Q = q \cdot l$, где l – длина участка, на который действует равномерно-распределенная нагрузка.

$$Q = q \cdot l = 3 \cdot 2 = 6 \text{ кН.}$$

Показать силу Q в середине участка (слева 1 м и справа 1 м).

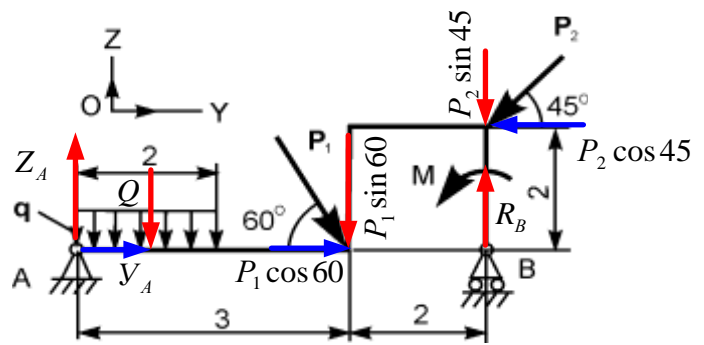


Рисунок 4

4. Составить три уравнения равновесия.

Если тело под действием произвольной системы сил находится в равновесии, то сумма моментов всех сил относительно точки равна нулю.

Первое уравнение: сумма моментов всех сил относительно неподвижной опоры A .

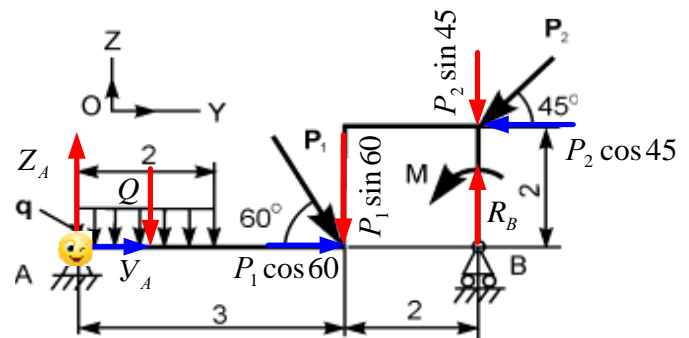
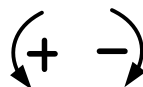


Рисунок 4

Момент силы относительно точки равен произведению силы на плечо, взятое со знаком плюс или минус.



Плеча не будет у сил Z_A , Y_A и $P_1 \cos 60^\circ$, линии действия этих сил проходят через точку A (положите ручку на эти силы, они пересекают точку A)

$$\sum M_{iA} = 0;$$

$$-Q \cdot 1 - P_1 \sin 60^\circ \cdot 3 + P_2 \cos 45^\circ \cdot 2 - P_2 \sin 45^\circ \cdot 5 + M + R_B \cdot 5 = 0; \quad (1)$$

Из уравнения (1) определим реакцию R_B

$$R_B = \frac{Q \cdot 1 + P_1 \sin 60^\circ \cdot 3 - P_2 \cos 45^\circ \cdot 2 + P_2 \sin 45^\circ \cdot 5 - M}{5};$$

$$R_B = \frac{6 \cdot 1 + 20 \cdot 0,866 \cdot 3 - 15 \cdot 0,707 \cdot 2 + 15 \cdot 0,707 \cdot 5 - 10}{5} = 15,955 \text{ кН.}$$

Второе уравнение равновесия: сумма проекций всех сил на горизонтальную ось U равна нулю.

Синие силы вправо плюс, влево минус

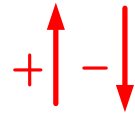


$$\sum F_{iy} = 0; \quad Y_A + P_1 \cos 60^\circ - P_2 \cos 45^\circ = 0; \quad (2)$$

Из уравнения (2) выразим Y_A

$$Y_A = -P_1 \cos 60^\circ + P_2 \cos 45^\circ = -20 \cdot 0,5 + 15 \cdot 0,707 = 0,605 \text{ кН.}$$

Третье уравнение равновесия: сумма проекций всех сил на вертикальную ось Z равна нулю. Красные силы вверх плюс, вниз минус



$$\sum F_{iz} = 0; \quad Z_A - Q - P_1 \sin 60^\circ - P_2 \sin 45^\circ + R_B = 0; \quad (3)$$

Из уравнения (3) выразим Z_A

$$Z_A = Q + P_1 \sin 60^\circ + P_2 \sin 45^\circ - R_B = 17,955 \text{ кН.}$$

Проверка:

На рисунке выбрать точку, чтобы в ней не пересекались опорные реакции.

Сами выбрали точку C.

Относительно точки C записать сумму моментов всех сил.

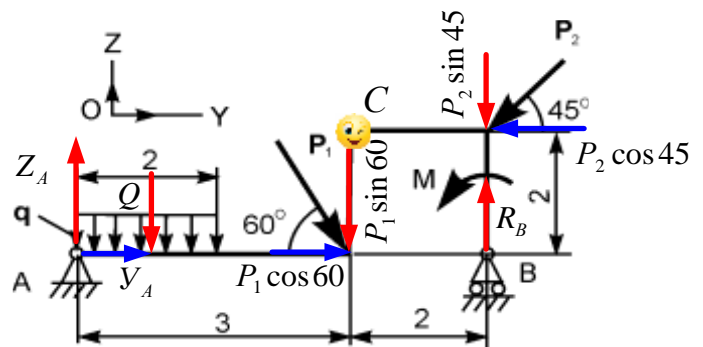


Рисунок 5

$$\sum M_{iC} = 0;$$

$$-Z_A \cdot 3 + Y_A \cdot 2 + Q \cdot 2 + P_1 \cos 60^\circ \cdot 2 + M + R_B \cdot 2 - P_2 \sin 45^\circ \cdot 2 = 0 \quad (4)$$

Подставляем исходные данные и значения опорных реакций, которые сейчас нашли.

При вычислении должен получиться ноль.

$$-17,955 \cdot 3 + 0,605 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 20 \cdot 0,5 \cdot 2 + 10 + 15,95 \cdot 2 - 15 \cdot 0,707 \cdot 2 = 0$$

При вычислении получился ноль, задача решена верно.

Варианты контрольной работы 1
«Определение реакций опор твёрдого тела»

Таблица

Номер вариан та	Расчётная схема	Исходные данные	Определя емые величины
1	2	3	4
1		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $R_B = ?$
2		$P_1 = 20 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 5 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 4 \text{ кН/м}$	$Z_B = ?$ $Y_B = ?$ $R_A = ?$
3		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 4 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 1 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $R_B = ?$
4		$P = 10 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_B = ?$ $Y_B = ?$ $R_A = ?$

1	2	3	4
5		$P_1 = 20 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 5 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 4 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$
6		$P_1 = 2 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 4 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$
7		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$
8		$P_1 = 4 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 10 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 3 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $R_B = ?$

1	2	3	4
9		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 5 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $R_B = ?$
10		$P_1 = 15 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 4 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 3 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $R_B = ?$
11		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 5 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$
12		$P_1 = 12 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$

1	2	3	4
13		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $R_B = ?$
14		$P_1 = 20 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 12 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $R_B = ?$
15		$P_1 = 20 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 4 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 3 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$
16		$P_1 = 14 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 4 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 3 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$

1	2	3	4
17		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 4 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $R_B = ?$
18		$P_1 = 20 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 10 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $R_B = ?$
19		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 4 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_B = ?$ $Y_B = ?$ $R_A = ?$
20		$P_1 = 6 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 1 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$

1	2	3	4
21		$P_1 = 4 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 2 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 1 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $R_B = ?$
22		$P_1 = 20 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 5 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$
23		$P_1 = 5 \text{ кН};$ $P_2 = 10 \text{ кН};$ $M = 2 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 3 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$
24		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 1 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$

1	2	3	4
25		$P_1 = 6 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 8 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$
26		$P_1 = 20 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 10 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$
27		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 10 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 3 \text{ кН/м}$	$Z_B = ?$ $Y_B = ?$ $R_A = ?$
28		$P_1 = 15 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 8 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 1 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$

1	2	3	4
29		$P = 5 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 2 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 1 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$
30		$P = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$

В таблице приведены варианты плоских балок, нагруженных активными нагрузками P , M , q , где P – сосредоточенная сила; M – алгебраический момент пары сил; q – интенсивность распределённой нагрузки.