

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра сопротивления материалов и основ теории упругости

**РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ СТЕРЖНЕВОЙ
СИСТЕМЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ АБСОЛЮТНО ЖЕСТКИЙ ЭЛЕМЕНТ**

**Методические указания по выполнению расчетно-графической работы
для студентов специальностей 2903, 2906, 2907, 2908, 2910**

Казань, 2006 г.

Составитель: Р.А.Каюмов

УДК 539.3

Расчет статически неопределимой стержневой системы, содержащей абсолютно жесткий элемент; Методические указания по выполнению расчетно-графической работы для студентов специальностей 2903, 2906, 2907, 2908, 2910 / КазГАСУ; сост. Р.А. Каюмов. Казань, 2005, 24 с.

В данных методических указаниях кратко излагается методика расчета простейших ферменных конструкций с жестким элементом и приводится пример расчета.

Илл.6.

Рецензент канд.физ.-мат. наук, проф. Кафедры теоретической механики КГАСУ Шигабутдинов Ф.Г.

© Казанский государственный архитектурно-строительный университет

ЗАДАНИЕ № 3

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЫ

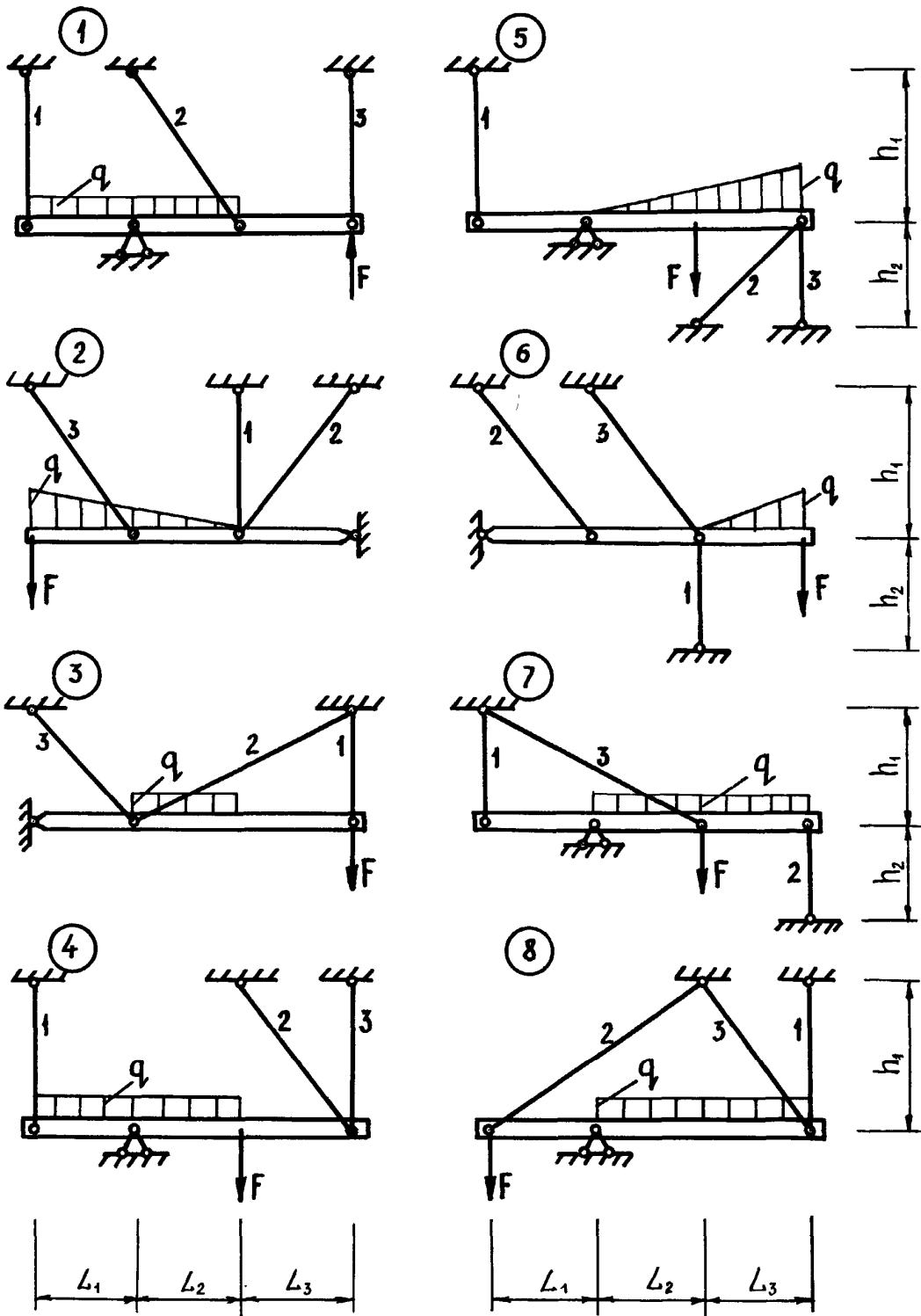
Для заданной шарнирно-стержневой системы (см.схему), состоящей из абсолютно жесткого бруса и упругих стержней с заданными соотношениями площадей поперечных сечений, требуется:

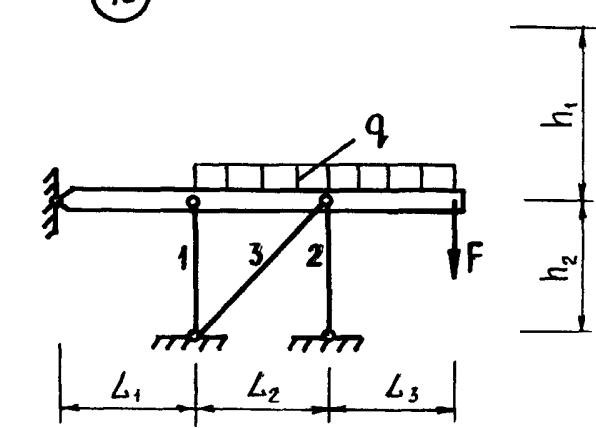
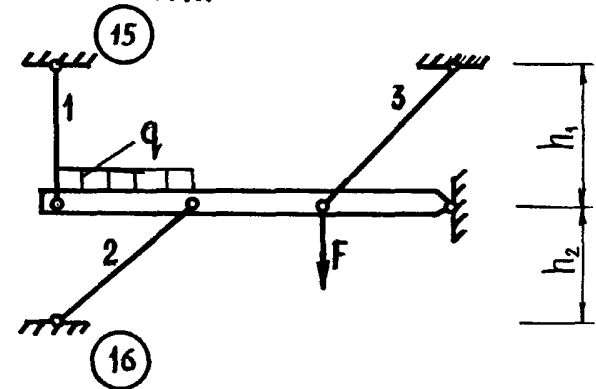
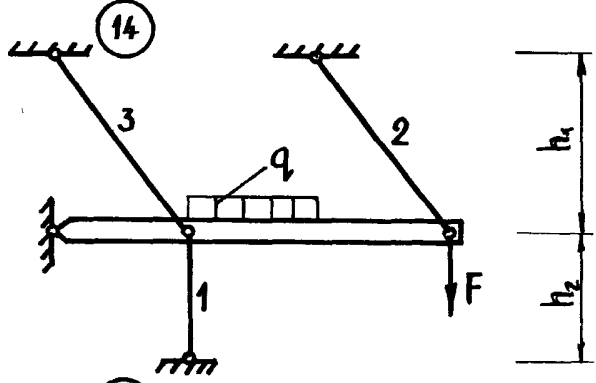
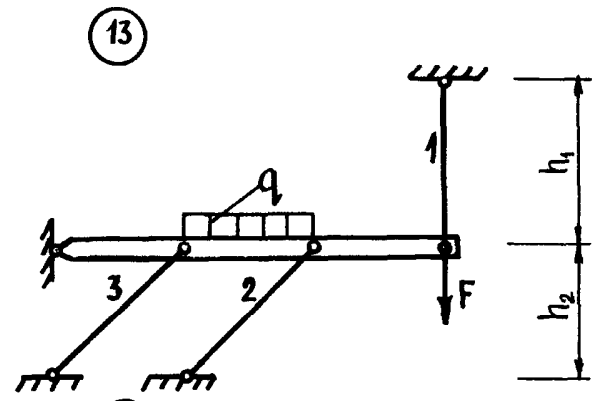
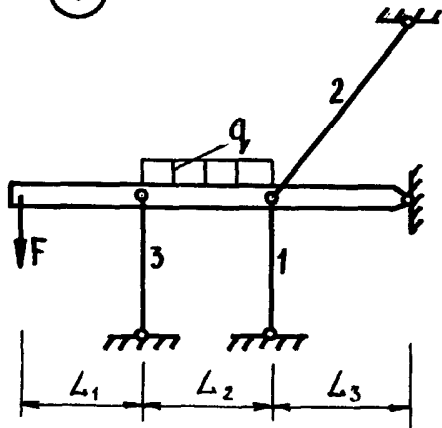
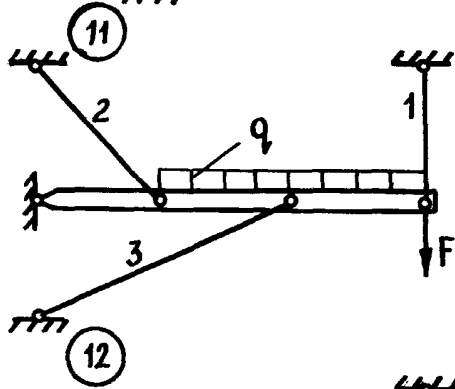
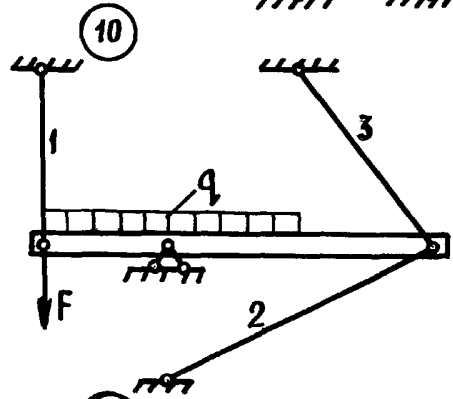
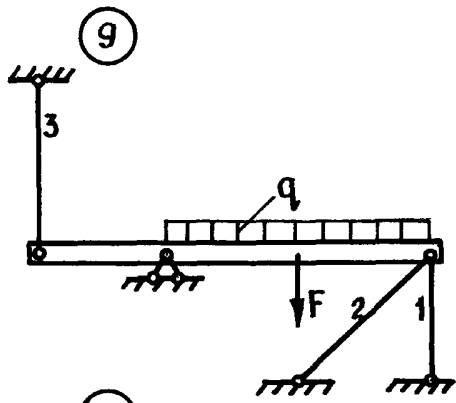
1. Установить степень статической неопределимости.
2. Найти усилия в стержнях.
3. Записать условия прочности для стержней от силовых воздействий и произвести подбор поперечных сечений стержней с учетом заданных соотношений площадей. Материал Ст-3, предел текучести принять равным $240 \text{ МПа} = 24 \text{ кН/см}^2$, коэффициент запаса прочности $k = 1,5$.
4. Найти напряжения в стержнях от неточности изготовления стержней $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \Delta$ (см. табл.3). Если Δ имеет знак плюс, то, значит, стержень сделан длиннее; если минус – короче.
5. Найти напряжения в стержнях от изменения температуры в стержнях на Δt° (см. табл.3). Коэффициент линейного расширения для стали $\alpha = 125 \cdot 10^{-7} \text{ 1/град}$.
6. Сделать проверку прочности системы при различных вариантах силовых и несиловых воздействий: 1) конструкция собрана, еще не нагружена, но произошел перепад температур; 2) случай, когда нет перепада температур, а конструкция собрана и нагружена. 3) случай, когда конструкция собрана, нагружена и произошел перепад температур.
7. Определить предельную грузоподъемность системы и истинный коэффициент запаса прочности, приняв постоянное соотношение между F и q .

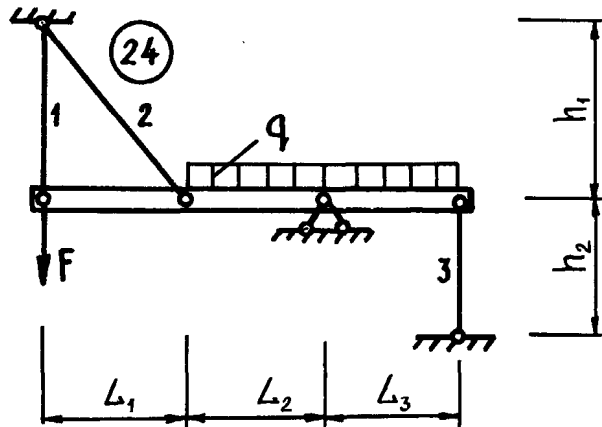
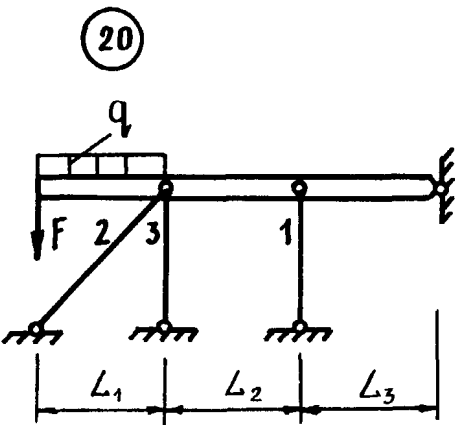
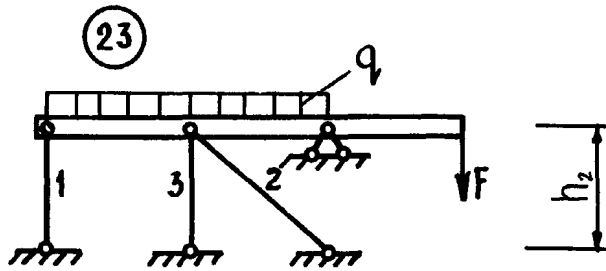
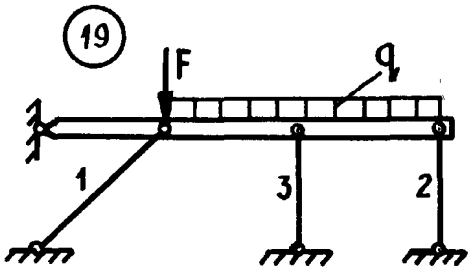
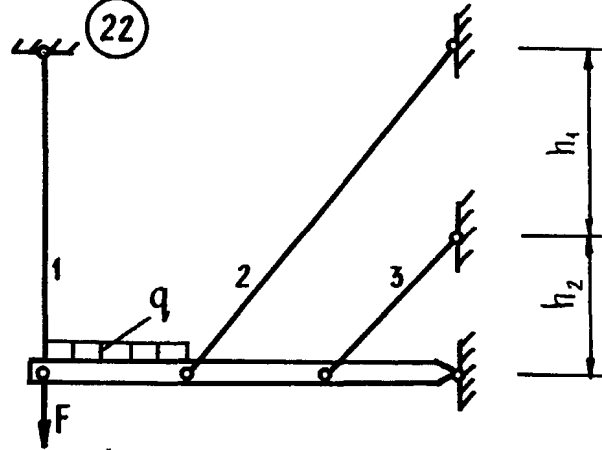
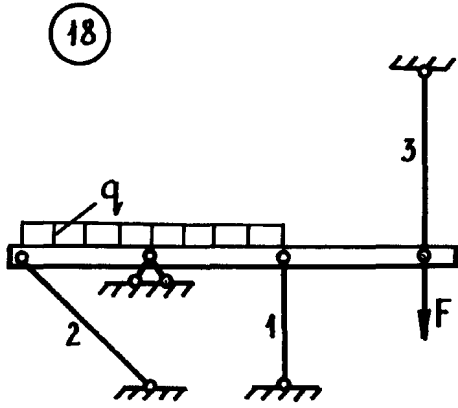
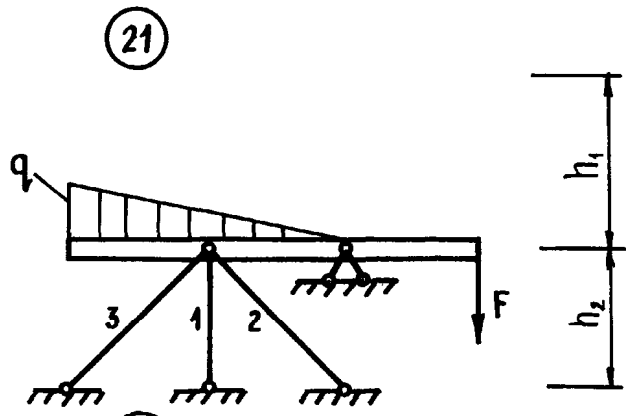
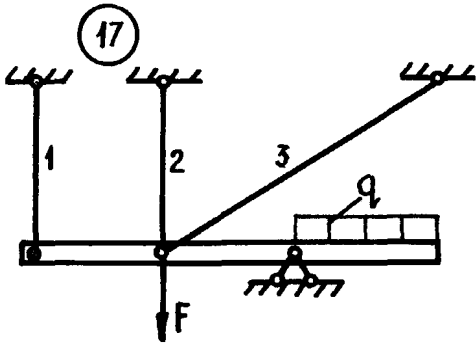
Задание выполняется в полном объеме студентами специальностей ПГС и АД. Студенты других специальностей выполняют расчет системы только на внешнее нагружение по допускаемым напряжениям и по допускаемой нагрузке, исключив стержень 3.

Исходные данные для выполнения расчетно-графической работы выбираются по шифру, выдаваемому преподавателем.

СХЕМЫ К ЗАДАНИЮ № 3







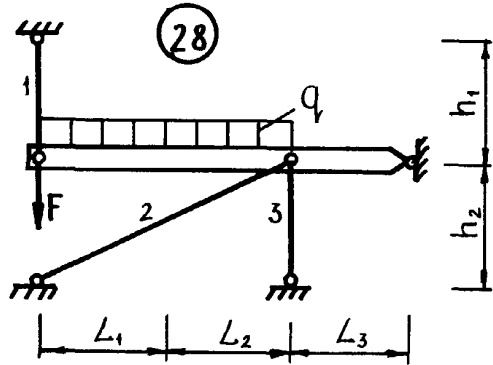
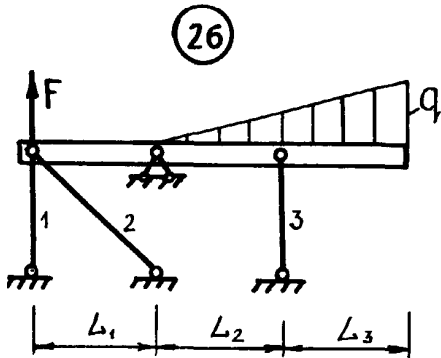
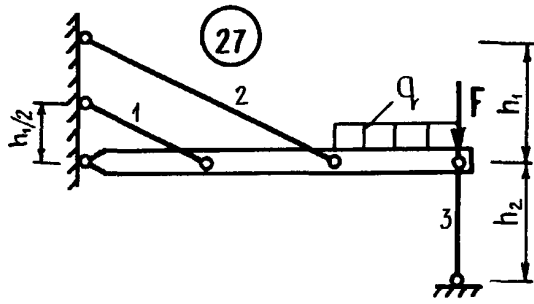
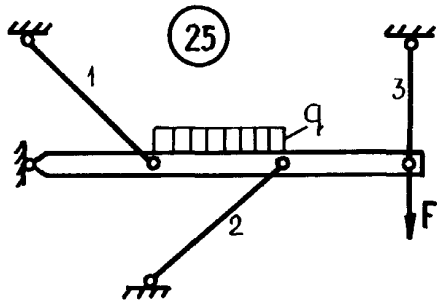


ТАБЛИЦА 3

	А		Б		В			Г	Б	В	В
	F , кН	q , кН/м	h_1 , м	h_2 , м	L_1 , м	L_2 , м	L_3 , м	Δt°	Δ , мм	A_1/A_2	A_1/A_3
1	200	50	4	3	2	3	1	20	0.3	3/2	1
2	250	40	5	2	4	1	3	-30	-0.4	1/2	1
3	300	30	3	5	2	4	3	40	0.5	1	3/2
4	300	20	4	2	3	2	1	-25	-0.6	3/4	3/2
5	400	10	1	4	4	2	3	35	0.7	5/4	1/2
6	450	10	2	3	1	2	3	-35	-0.4	1/2	4/5
7	500	20	5	2	3	4	1	40	0.5	2/3	1/2
8	450	30	4	1	3	4	3	30	-0.7	1/2	4/5
9	400	40	2	5	1	2	1	-20	-0.3	3/2	2/3
0	350	50	3	1	3	2	1	30	0.6	2/3	5/4

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается шарнирно-стержневая система (рис.1), состоящая из жесткого бруса и деформируемых стержней, изготовленных с заданным соотношением площадей поперечных сечений, которое указывается в задании. Известны проектные нагрузки F , q ; размеры конструкции h_1 , h_2 , L_1 , L_2 , L_3 ; проектные колебания температуры: Δt_1 - в первом стержне, Δt_2 - во втором, Δt_3 - в третьем; неточности изготовления стержней, а именно δ_1 - отличие от проектной длины в первом стержне, δ_2 - во втором, δ_3 - в третьем. Известны механические характеристики материала: модуль упругости $E = 2 \cdot 10^4$ кн/см², предел текучести $\sigma_T = 24$ кн/см², коэффициент температурного расширения $\alpha = 125 \cdot 10^{-7}$ 1/Град. Коэффициент запаса прочности k для этой конструкции принимается равным 1,5.

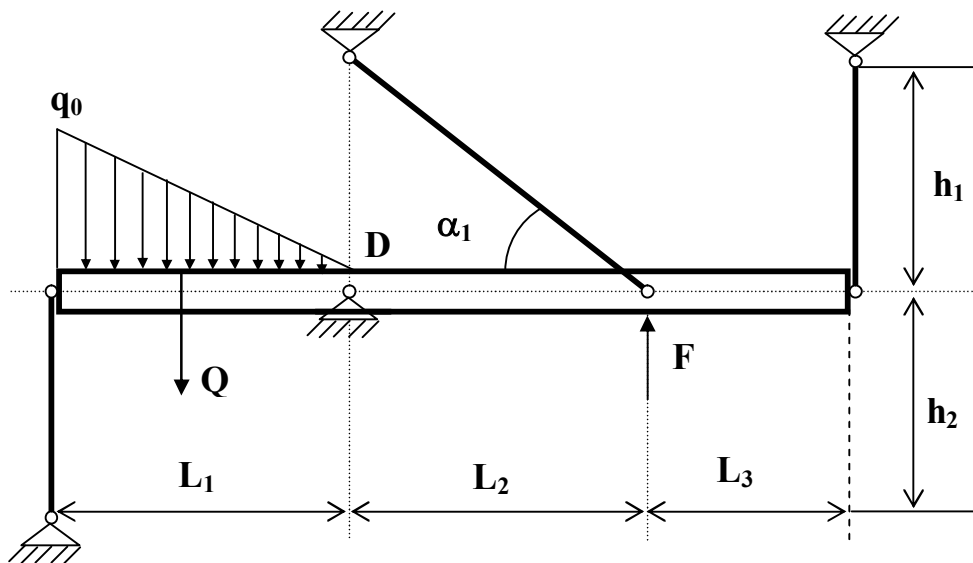


Рис.1

Необходимо решить 3 задачи:

1. Произвести подбор сечений стержней для изготовления этой системы из условия прочности этих стержней по допустимым напряжениям при проектных нагрузках.
2. Сделать заключение о допустимости проектных колебаний температуры и неточностей изготовления стержней.
3. Найти предельную грузоподъемность конструкции, допустимые нагрузки и истинный запас прочности.

Таким образом, работа состоит из проектировочного расчета, поверочного расчета, расчета предельных нагрузок для системы.

В РГР должны быть приведены 3 рисунка (выполненных в масштабе): исходная схема стержневой системы, силовая схема и кинематическая схема деформирования конструкции.

Перед выполнением РГР рекомендуется изучить тему "Растяжение-сжатие" и уяснить следующие понятия и положения.

1. Напряжение, деформация, перемещение, продольная сила (нормальная сила).
2. Метод сечений.
3. Закон Гука.
4. Удлинение от изменения температуры.
5. Предел прочности, допустимое напряжение, условие прочности.
6. Пластическое течение, предел текучести.
7. Статическая неопределимость.
8. Условие совместности деформаций.
9. Расчет по допускаемым напряжениям.
10. Расчет по теории предельного равновесия.

ОБЩИЙ ПЛАН РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИИ

Вначале конструкцию освобождают от связей, заменяя их реакциями. Методом сечений вводят в рассмотрение внутренние продольные силы (нормальные силы), возникающие в стержнях. При этом направлять их нужно от сечения, т.е. условно считать стержни растянутыми. Определить реакции и продольные силы из уравнений равновесия не удастся, т.к. в плоской задаче статики можно составить 3 независимых уравнения равновесия, число же неизвестных силовых факторов (реакций и продольных сил) больше трех. Поэтому необходимо составить дополнительные уравнения, вытекающие из предположения о деформируемости стержней (уравнения совместности деформаций, связывающие удлинения стержней между собой). Вытекают они из геометрических соображений. При этом используется предположение о малости деформаций. Кроме того, необходимо учесть следующее правило знаков. Полную разницу между проектной длиной стержня l и конечной истинной длиной $l_{\text{кон}}$ обозначают через Δl . Следовательно, если стержень удлиняется, то $\Delta l = l_{\text{кон}} - l > 0$, если укорачивается, то $\Delta l = l_{\text{кон}} - l < 0$.

Как видно из рис.2, изменение длины стержня Δl складывается из удлинения $\Delta l^{(N)}$, вызванного усилием осевого растяжения N , удлинения $\Delta l^{(t)}$, вызванного изменением температуры, и неточности изготовления δ .

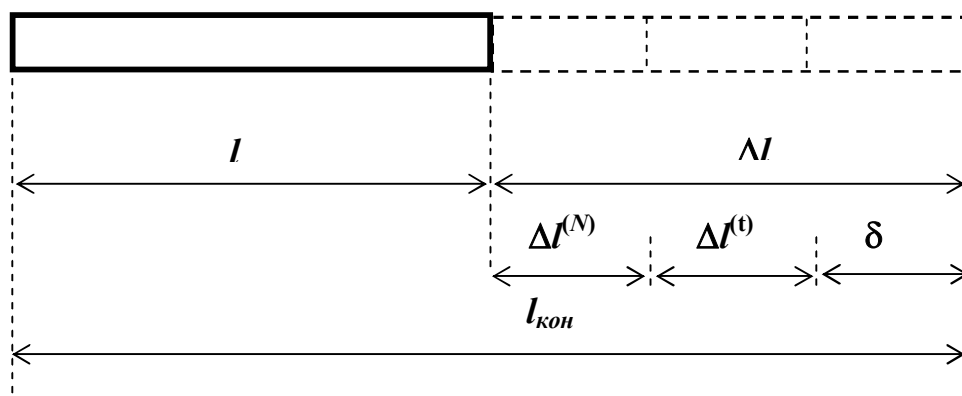


Рис.2

Если температура понижается, то $\Delta t < 0$, то длина стержня уменьшается, т.е. $\Delta l^{(t)} < 0$; если стержень сделан короче проектного, то $\delta < 0$. С учетом закона Гука это соотношение примет вид:

$$\Delta l = \Delta l^{(N)} + \Delta l^{(t)} + \delta = \frac{Nl}{AE} + \alpha \Delta t l + \delta. \quad (1)$$

Поскольку удлинения выражаются через продольные силы N_1, N_2, N_3 по формулам (1), то из уравнений совместности вытекают соотношения, связывающие между собой искомые усилия. Здесь и далее для упрощения записи используются следующие обозначения: N_i, σ_i – продольная сила и напряжение в стержне с номером i .

В рассматриваемой РГР не требуется отыскивать реакции. Поэтому из 3-х уравнений равновесия достаточно оставить одно – условие равенства нулю моментов всех внешних и внутренних сил относительно оси, проходящей через центр шарнира D (рис.1). Решение полученной системы (уравнений равновесия и совместности деформаций) позволяет отыскать усилия N_1, N_2, N_3 в стержнях.

Далее проводятся проектировочный (задача 1) и проверочный (задача 2) расчеты методом допустимых напряжений. За опасное напряжение принимается предел текучести σ_T . Согласно метода допустимых напряжений конструкция считается вышедшей из строя, если напряжение достигло опасного значения хотя бы в одном стержне, т.е. оказался разрушенным хотя бы один из стержней:

$$|\sigma|_{\max} = \sigma_T. \quad (2)$$

Для обеспечения безопасности конструкции требуется наличие запаса прочности, т.е. должно выполняться условие прочности вида

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_T / k = [\sigma], \quad (3)$$

где k - коэффициент запаса, $[\sigma]$ - допустимое напряжение.

Далее решается задача 3.

Разрушение одного элемента конструкции не всегда означает потерю ее эксплуатационных свойств (т.е. обрушения). Другие элементы могут взять на себя нагрузку или ее часть, которую должен был нести разрушенный элемент. Это соображение используется в задаче 3, решаемой методом предельного равновесия, называемого еще методом допустимых нагрузок.

В постановке задачи предполагается, что силы P и Q увеличиваются пропорционально ($P / Q = \text{const}$), площади сечений стержней известны из решения задачи 1, материал стержней - упруго-идеально-пластический. При увеличении нагрузки сначала "потечет" один стержень, напряжение в нем при дальнейшей деформации не будет увеличиваться и по модулю останется

равным пределу текучести σ_T (см.рис.3). Последующее увеличение нагрузок приведет к тому, что сначала во втором, а затем и в третьем стержнях начнется пластическое течение, т.е. напряжения достигнут предела текучести. Очевидно, что какими бы ни были в начале процесса монтажные или температурные напряжения, наконец наступает момент, когда во всех стержнях напряжения достигнут предела текучести (т.к. они не могут принять больших значений, согласно диаграмме деформирования на рис.3). Достигнутые значения сил $F = F_{пр}$ и $Q = Q_{пр}$ называются предельными, т.к. их увеличение невозможно, а система начнет неограниченно деформироваться. Поскольку усилия N_i в предельном состоянии известны (т.к. выражаются через напряжения), то из уравнения равновесия определяется $F_{пр}$. Из условия безопасности нагружения находятся допустимые нагрузки $[F] = F_{пр}/k$, $[q] = q_{пр}/k$

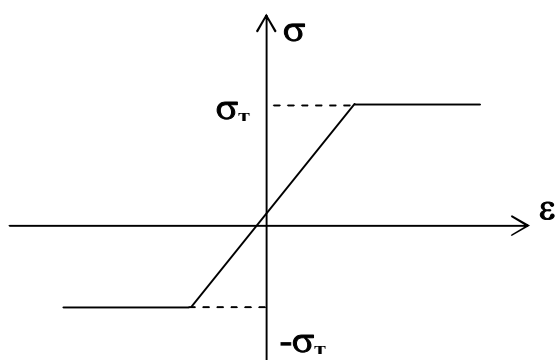


Рис.3

Как видно из рассуждений при решении задачи 3, наличие изменений температуры или неточностей изготовления стержней не уменьшает грузоподъемности конструкции, если стержни изготовлены из упруго-идеально-пластического материала.

ПРИМЕЧАНИЯ

1. Преподаватель может конкретизировать задачу подбора стержней, потребовав использовать сортамент прокатной стали, например, подобрать составное сечение из уголков по таблицам сортамента (см. пример расчета).
2. При вычислениях достаточно оставлять 3 значащие цифры.
3. При подборе размеров стержней допускается 5 % перегрузки.

ПРИМЕР РАСЧЕТА

Пусть дана шарнирно-стержневая система (рис.4). Известно, что

$$E = 2 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2, \quad \sigma_T = 24 \text{ кН/см}^2, \quad \alpha = 125 \cdot 10^{-7} \text{ 1/град.} \quad (5)$$

$$\Delta t_1^0 = +60^\circ, \quad \Delta t_2^0 = +20^\circ, \quad \delta_1 = -3 \text{ мм}, \quad \delta_2 = -1 \text{ мм.} \quad (6)$$

Требуется подобрать уголок для изготовления стержней, причем первый должен быть изготовлен из двух уголков, а второй – из пяти, тогда $A_1/A_2 = 2/5$.

Сначала выпишем соотношения, которые являются общими для задач 1 и 2.

1. Определим необходимые геометрические параметры системы:

$$l_1 = BM = \sqrt{MC^2 + BC^2} = 5 \text{ м}, \quad l_2 = CK = \sqrt{DK^2 + CD^2} = 5 \text{ м} \quad (7)$$

$$\sin \alpha_1 = MC/BM = 0,8 \quad \sin \alpha_2 = DK/CK = 0,6 \quad (8)$$

2. Введем осевые усилия методом сечений (по правилу знаков они направляются от сечения) и рассмотрим силовую схему конструкции (рис.5). Определим степень статической неопределимости системы, которая равна числу неизвестных усилий n плюс число оставшихся реакций r минус число независимых уравнений равновесия (три):

$$m = n + r - 3.$$

В нашем случае $m = 2 + 2 - 3 = 1$.

3. Составим одно уравнение равновесия

Равенство нулю суммы моментов относительно оси, проходящей через опору **D**, дает:

$$-N_1 \cdot b_1 - F \cdot (L_1 + L_2) - Q \cdot \frac{L_3}{2} + N_2 \cdot b_2 = 0, \quad (9)$$

где $b_1 = (L_1 + L_2) \sin \alpha_1 = 5,6 \text{ м}$, $b_2 = L_2 \sin \alpha_2 = 2,4 \text{ м}$, $Q = q \cdot L_3 = 160 \text{ кН}$. (10)

Или: $-N_1 \cdot 5,6 \text{ м} + N_2 \cdot 2,4 \text{ м} = 860 \text{ кН} \cdot \text{м}$ (11)

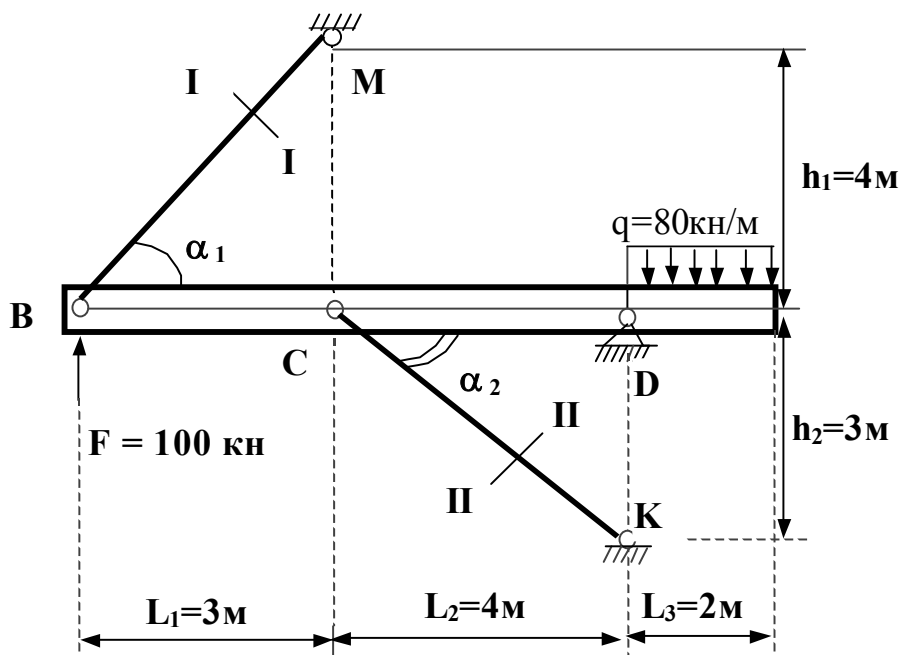


Рис.4

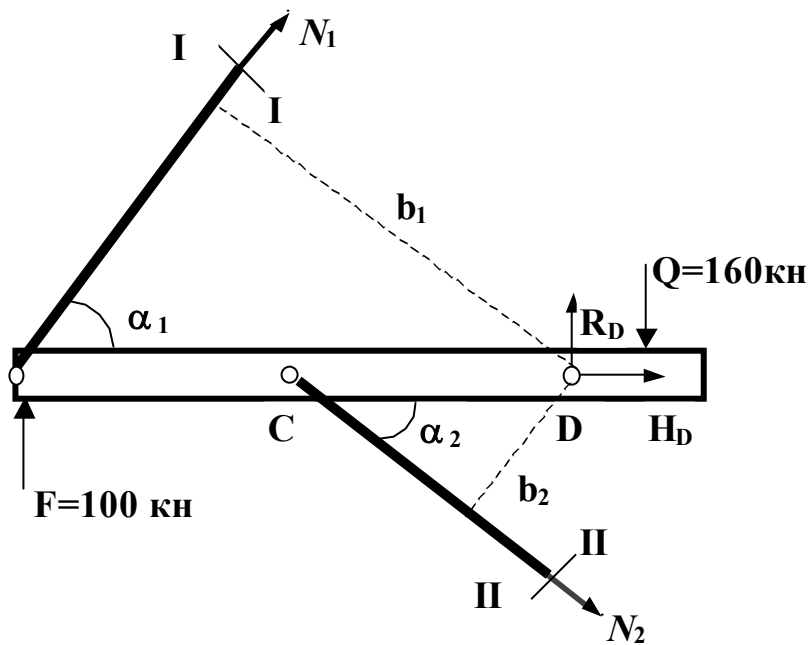


Рис.5

4. Составим уравнение совместности деформаций. Оно нужно для решения задач 1,2.

Кинематическая схема деформирования системы приведена на рис.6. При составлении уравнения совместности деформаций используем то, что деформации малы. Тогда можно считать, что $BB' \perp BD$, $B'B'' \perp BB''$ и т.д. Из рис.6 видно, что

$$C'C'' = \Delta l_2, BB'' = |\Delta l_1| = -\Delta l_1. \quad (12)$$

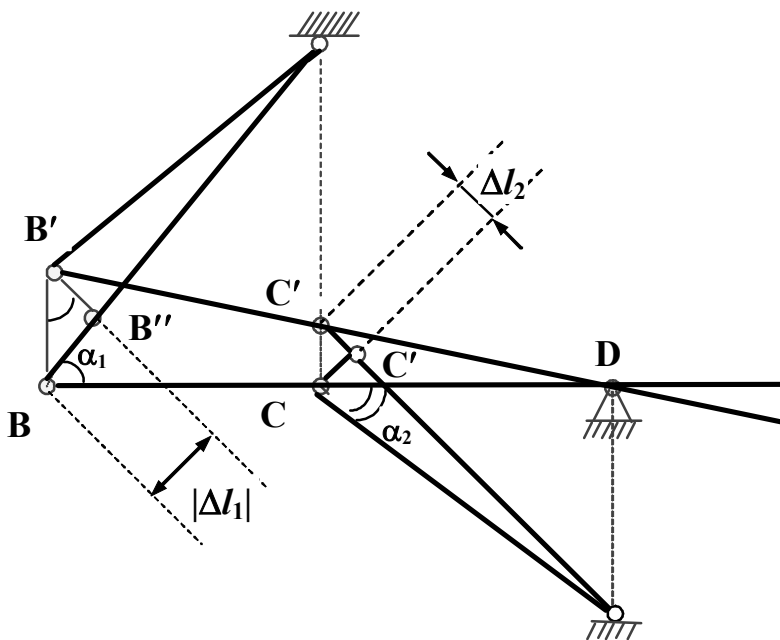


Рис.6

Здесь учтено, что первый стержень укорачивается, следовательно $\Delta l_1 < 0$. Чтобы связать Δl_1 и Δl_2 используется подобие треугольников $\Delta BB'D$ и $\Delta CC'D$:

$$BB' / BD = CC' / CD. \quad (13)$$

С другой стороны BB' и CC' выражаются через удлинения стержней Δl_1 , Δl_2 . Из рис.6 видно, что

$$\frac{BB''}{BB'} = \sin \alpha_1, \quad \frac{C'C''}{CC'} = \sin \alpha_2,$$

Отсюда

$$CC' = C'C'' / \sin \alpha_2 = \Delta l_2 / 0,6$$

$$BB' = BB'' / \sin \alpha_1 = -\Delta l_1 / 0,8$$

Подставляя BB' и CC' в (13) получим уравнение совместности деформаций:

$$\Delta l_1 = -\frac{7}{3} \Delta l_2. \quad (14)$$

Задача 1: Проектировочный расчет.

Найдем номер уголка для изготовления стержней из условия их прочности при нагружении внешними силовыми факторами, при условии, что нет монтажных и температурных напряжений. Для этого определим усилия от внешних силовых факторов. По закону Гука (см. формулу (1)):

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1} = \frac{N_1 \cdot 5 \text{ м}}{E \cdot 2A^{\text{уг}}}, \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{N_2 \cdot 5 \text{ м}}{E \cdot 5A^{\text{уг}}}.$$

Подстановка в уравнение совместности (14) дает связь N_1 и N_2 :

$$\frac{N_1 \cdot 5 \text{ м}}{E \cdot 2A^{\text{уг}}} = -\frac{N_2 \cdot 5 \text{ м}}{E \cdot 5A^{\text{уг}}} \cdot \frac{7}{3}, \quad \rightarrow \quad N_1 = -0,933 N_2. \quad (15)$$

Подставим N_1 в уравнение равновесия (11):

$$5,6 \cdot 0,933 N_2 + N_2 \cdot 2,4 = 860 \text{ кН}, \quad \rightarrow \quad N_2 = 113 \text{ кН}$$

Из (15) находим $N_1 = -105 \text{ кН}$

Знак минус говорит о том, что первый стержень сжат.

Подбор уголков для изготовления стержней.

Вычислим допустимое напряжение: $[\sigma] = \sigma_T / k = 16 \text{ кН/см}^2$. Найдем наиболее напряженный стержень.

$$|\sigma_1| = \frac{|N_1|}{A_1} = \frac{105 \text{ кН}}{2A^{\text{уг}}} = \frac{52,5 \text{ кН}}{A^{\text{уг}}}$$
$$|\sigma_2| = \frac{|N_2|}{A_2} = \frac{113 \text{ кН}}{5A^{\text{уг}}} = \frac{22,6 \text{ кН}}{A^{\text{уг}}} < |\sigma_1|$$

Условие прочности наиболее напряженного элемента дает соотношение для подбора уголка:

$$|\sigma_{\max}| = \frac{52,5 \text{ кН}}{A^{\text{уг}}} \leq 16 \text{ кН/см}^2 \quad (16)$$
$$A^{\text{уг}} \geq 3,28 \text{ см}^2$$

По таблице сортамента можно взять уголок 45x4x4 с площадью $A^{\text{уг}} = 3,48 \text{ см}^2$. Тогда

$$A_1 = 6,96 \text{ см}^2, A_2 = 17,4 \text{ см}^2$$

Обозначаем через σ_1^F , σ_2^F напряжения, возникающие только от сил F и Q , и вычисляем их значения:

$$\sigma_1^F = \frac{N_1}{A_1} = -\frac{105 \text{ кН}}{6,96 \text{ кН/см}^2} = -15,1 \text{ кН/см}^2, |\sigma_1^F| < [\sigma],$$
$$\sigma_2^F = \frac{N_2}{A_2} = \frac{113 \text{ кН}}{17,4 \text{ кН/см}^2} = 6,49 \text{ кН/см}^2, (\sigma_2^F < [\sigma]). \quad (17)$$

Задача 2. Поверочные расчеты.

Проведем проверку прочности при наличии температурных и монтажных напряжений.

Пусть имеются только температурные колебания (т.е. $\delta_1 = \delta_2 = 0$, $F = Q = 0$). Тогда система уравнение равновесия (9) примет вид:

$$-N_1^t \cdot 5,6 \text{ м} + N_2^t \cdot 2,4 \text{ м} = 0 \quad (18)$$

Удлинения стержней будут:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1^t l_1}{E 2A^{\text{уг}}} + 60 \text{ град} \cdot 125 \cdot 10^{-7} \text{ 1/град} \cdot 5 \text{ м} \quad (19)$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2^t l_2}{E 5 A^{yr}} + 20 \text{ град} \cdot 125 \cdot 10^{-7} \text{ 1/град} \cdot 5 \text{ м} \quad (20)$$

Условие совместности остается прежним:

$$\Delta l_1 = -\Delta l_2 \frac{7}{3} \quad (21)$$

Решим систему (18)-(21).

Из (18) вытекает

$$N_1^t = 0,429 N_2^t \quad (22)$$

Подстановка (19), (20) в (21) с учетом (22) при $A^{yr} = 3,48 \text{ см}^2$, $E = 2 \cdot 10^4 \text{ н/см}^2$ приводит к уравнению

$$\left(\frac{0,429 N_2^t \cdot 5 \text{ м}}{2000 \text{ кн/см}^2 \cdot 6,96 \text{ см}^2} + 3,75 \cdot 10^{-3} \text{ м} \right) = - \left(\frac{N_2^t \cdot 5 \text{ м}}{2000 \text{ кн/см}^2 \cdot 17,4 \text{ см}^2} + 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ м} \right) \frac{7}{3}$$

Решение его дает

$$N_2^t = -136 \text{ кн},$$

Из (22) получим

$$N_1^t = -58,3 \text{ кн},$$

Отрицательный знак говорит о том, что оба стержня сжаты.

Напряжения от изменения температуры стержней будут:

$$\sigma_1^t = \frac{N_1^t}{A_1} = \frac{-58,3 \text{ кн}}{6,96 \text{ см}^2} = -8,37 \text{ кн/см}^2, \quad \sigma_2^t = \frac{N_2^t}{A_2} = \frac{-136 \text{ кн}}{17,4 \text{ см}^2} = -7,82 \text{ кн/см}^2$$

Примечание: эту задачу можно решать другим способом, введя в рассмотрение напряжения σ_1^t, σ_2^t сразу (без вычисления N_1, N_2). Для этого надо ввести $N_1^t = \sigma_1^t \cdot 2A^{yr}$, $N_2^t = \sigma_2^t \cdot 5A^{yr}$ в уравнение равновесия (18) и учесть эти соотношения при вычислении удлинений в (19) и (20).

Далее для отыскания монтажных напряжений снова записываем уравнение (9) при $F = q = 0$.

$$- N_1^\delta \cdot 5,6 \text{ м} + N_2^\delta \cdot 2,4 \text{ м} = 0,$$

Удлинения стержней по формуле (1) при $\Delta t_1 = 0$, $\Delta t_2 = 0$ будут:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1^\delta l_1}{E 2 A^{yr}} - 0.003 \text{ м}, \quad \Delta l_2 = \frac{N_2^\delta l_2}{E 5 A^{yr}} - 0.001 \text{ м},$$

Условие совместности то же самое:

$$\Delta l_1 = - \Delta l_2 \cdot \frac{7}{3}.$$

Решим эту задачу вторым способом, т.е. сразу в напряжениях, как это указано в примечании на предыдущей странице. Для этого вводим $N_i = \sigma_i^\delta A_i$, где σ_i^δ - монтажные напряжения в стержне с номером i . Тогда получим следующую систему уравнений:

$$- \sigma_1^\delta \cdot 2 A^{yr} 5,6 \text{ м} + \sigma_2^\delta \cdot 5 A^{yr} 2,4 \text{ м} = 0,$$

$$\Delta l_1 = \sigma_1^\delta l_1 / E - 0.003 \text{ м},$$

$$\Delta l_2 = \sigma_2^\delta l_2 / E - 0.001 \text{ м},$$

$$\Delta l_1 = - \Delta l_2 \cdot 7 / 3.$$

Деля первое уравнение на A^{yr} и решая систему получим:

$$\begin{cases} \sigma_1^\delta = 6,7 \text{ кН/см}^2, \\ \sigma_2^\delta = 6,26 \text{ кН/см}^2. \end{cases}$$

Знак «+» говорит о том, что оба стержня растянуты.

Поскольку по модулю они меньше $[\sigma] = 16 \text{ кН/см}^2$, то проектные неточности изготовления стержней допустимы.

ПРОВЕРКА ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИИ

Рассмотрим различные комбинации внешних воздействий на конструкцию.

1) Пусть конструкция изготовлена, еще не нагружена, но произошел перепад температур. Тогда

$$\sigma_1 = \sigma_1^t + \sigma_1^\delta = -1,67 \text{ кН/см}^2$$

$$\sigma_2 = \sigma_2^t + \sigma_2^\delta = -1,56 \text{ кН/см}^2$$

Поскольку по модулю они меньше $[\sigma]$, то такие напряжения допустимы.

2) Рассмотрим случай, когда нет перепада температур, а конструкция собрана и нагружена.

Суммарные напряжения будут следующими:

$$\sigma_1 = \sigma_1^F + \sigma_1^\delta = -8,4 \text{ кН/см}^2, \sigma_2 = \sigma_2^F + \sigma_2^\delta = 12,8 \text{ кН/см}^2.$$

Поскольку по модулю они меньше $[\sigma]$, условие прочности и в этом случае удовлетворяется.

3) Рассмотрим случай, когда конструкция собрана, нагружена и произошел перепад температур.

Суммарные напряжения будут:

$$|\sigma_1| = |\sigma_1^F + \sigma_1^t + \sigma_1^\delta| = |-15,1 - 8,37 + 6,7| = 16,77 \text{ кН/см}^2,$$

$$\sigma_2 = \sigma_2^F + \sigma_2^t + \sigma_2^\delta = 4,93 \text{ кН/см}^2.$$

Перегрузка $0,77 \text{ кН/см}^2$ допустима, т.к. составляет менее 5 % от $[\sigma]$

$$\Delta = \frac{16,77 - 16}{16} 100\% = 4,8\%.$$

Примечание: В случае перегрузки более чем на 5% необходимо писать вывод о том, что предполагаемые неточности изготовления стержней и перепады температур не допустимы. Следовательно, необходимо увеличить точности изготовления стержней или теплоизолировать их.

РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИИ ПО ТЕОРИИ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ (ЗАДАЧА 3)

Найдем предельные нагрузки. Как видно из кинематической схемы, при увеличении нагрузки первый стержень потечет от сжимающих напряжений, а второй - от растягивающих. Очевидно, что какими бы ни были в начале процесса монтажные или температурные напряжения, в конце концов наступает момент, когда в обоих стержнях напряжения достигнут предела текучести (т.к. они не могут принять больших значений согласно диаграмме деформирования на рис.2). Таким образом, монтажные и температурные напряжения не влияют на несущую способность конструкции и конструкция превратится в механизм лишь тогда, когда материал потечет и в первом, и во втором стержне, т.е. когда

$$\sigma_1 = -\sigma_T = -244 \text{ кН/см}^2, \quad \sigma_2 = \sigma_T = 244 \text{ кН/см}^2.$$

Здесь знак «-» поставлен потому, что первый стержень сжимается. При этом нагрузки достигнут предельных значений $F_{пр}$ и $q_{пр}$. Считаем, что F и q увеличиваются пропорционально, т.е. $Q/F = \text{const} = \frac{160 \text{ кН}}{100 \text{ кН}} = 1,6$. Тогда

$Q_{пр} = 1,6 F_{пр}$. Поскольку

$$N_1 = \sigma_1 A_1 = -167 \text{ кН}, \quad N_2 = \sigma_2 A_2 = 418 \text{ кН},$$

то из уравнения равновесия (9) находим $F_{пр}$:

$$167 \text{ кН} \cdot 5,6 \text{ м} - F_{пр} \cdot 7 \text{ м} - 1,6 F_{пр} \cdot 1 \text{ м} + 418 \text{ кН} \cdot 2,4 \text{ м} = 0$$
$$F_{пр} = 225 \text{ кН},$$

Тогда $Q_{пр} = 1,6 F_{пр} = 360 \text{ кН}$.

Найдем допустимые нагрузки:

$$[F] = F_{пр} / k = 150 \text{ кН}, \quad [Q] = 240 \text{ кН}.$$

Истинный запас прочности конструкции будет:

$$k^{ист} = F_{пр} / F = 225 / 100 = 2,25.$$

ВЫВОДЫ

1. Для изготовления конструкции, рассчитанной на проектные нагрузки по методу допустимых напряжений, потребуется уголок сортамента 45x4x4.
2. При расчете в упругой постановке (без учета пластических деформаций) допустимы предполагаемые неточности изготовления стержней и перепады температур.
3. Учет пластических свойств материала (сталь - 3) показывает, что истинный коэффициент запаса прочности равен 2,25.

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ АБСОЛЮТНО ЖЕСТКИЙ ЭЛЕМЕНТ

Методические указания по выполнению расчетно-графической работы для студентов специальностей 2903,2906, 2907, 2908, 2910

Составитель: КАЮМОВ Рашит Абдулхакович

Редактор

Корректор

Подписано в печать

Бумага тип.№ 2,

Заказ

Бесплатно

Печать офсетная

Тираж 300 экз

Формат 60x84/16,

Усл.печ.л.1,0

Уч.-изд.л.1,0

Адрес университета и офсетной лаборатории:
420043, Казань, Зеленая,1