

**МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ СВЯЗИ И МАССОВЫХ
КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования**

**МОСКОВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
СВЯЗИ И ИНФОРМАТИКИ**

Факультет СиСС
Кафедра общей теории связи

**Задание на контрольную работу
по дисциплине**

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

для студентов - заочников 3 курса
(направление 11.03.02)

Москва 2022

ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ЕЕ ВЫПОЛНЕНИЮ

Цифровой фильтр (ЦФ) второго порядка задан своими параметрами:

- а) коэффициентами - b_0, b_1, b_2 , числителя системной функции;
 в) коэффициентами - a_1, a_2 , знаменателя системной функции.

Эти параметры приведены в таблице 1. Номер варианта совпадает с *порядковым номером студента в списке группы*, высылаемом преподавателем через старосту или ЭУ. Этот номер не меняется, даже если состав группы уменьшается.

Таблица 1

Порядковый номер студента в списке	Коэффициенты числителя передаточной функции ЦФ			Коэффициенты знаменателя передаточной функции ЦФ	
	b_0	b_1	b_2	a_1	a_2
1	0,4	0,5	0,1	0,2	0,7
2	0,5	3,0	0,1	-0,8	-0,9
3	0,6	1,7	0,1	-0,2	0,7
4	0,7	1,5	0,1	0,8	-0,9
5	0,8	2,9	0,1	0,3	0,5
6	0,9	2,8	0,1	-1,1	-0,8
7	1,0	2,7	0,1	-0,3	0,5
8	1,1	2,6	0,1	1,1	-0,8
9	1,2	2,5	0,1	0,4	0,4
10	1,3	2,4	0,1	-0,7	-0,7
11	1,4	2,3	0,12	-0,4	0,4
12	1,5	2,2	0,12	0,7	-0,7
13	1,6	2,1	0,12	0,5	0,3
14	1,7	2,0	0,12	-1,0	-0,6
15	1,8	1,9	0,12	-0,5	0,3
16	1,9	1,3	0,12	1,0	-0,6
17	2,0	1,8	0,12	0,1	0,6
18	2,1	1,7	0,12	-0,5	-0,5
19	2,2	1,6	0,12	-0,1	0,6
20	2,3	1,5	0,12	0,5	-0,5
21	2,4	1,4	0,12	0,7	0,2
22	2,5	1,3	0,14	-0,6	-0,4
23	2,4	1,2	0,14	-0,7	0,2
24	2,7	1,0	0,14	0,6	-0,4
25	2,8	0,9	0,14	0,6	0,1
26	2,9	0,8	0,14	-0,5	-0,3
27	3,0	0,7	0,14	-0,6	0,1
28	0,8	0,6	0,14	0,5	-0,3
29	1,2	0,5	0,14	0,4	-0,2
30	1,4	0,4	0,14	-0,4	-0,2

Требуется:

1. Записать разностное уравнение ЦФ.
2. Изобразить структурную каноническую схему ЦФ.
3. Рассчитать 20 значений импульсной реакции ЦФ и построить в масштабе её временную диаграмму.
4. Рассчитать 20 значений переходной функции ЦФ и построить в масштабе её временную диаграмму.
5. Записать выражение для системной функции ЦФ и получить выражения для амплитудно-частотной (АЧХ) и фазо-частотной (ФЧХ) характеристик ЦФ.
6. Рассчитать по 20 значений АЧХ и ФЧХ ЦФ для дискретных значений частот, равных: $f_i = i/19T, i = 0,1,2,\dots,19, T = 125$ (мкс) - интервал дискретизации. Построить в масштабе графики АЧХ и ФЧХ ЦФ.
7. Рассчитать нули и полюса передаточной функции ЦФ. Определить, является ли ЦФ устойчивым.

ПРИМЕЧАНИЕ. Расчеты импульсной реакции, переходной функции, амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик ЦФ рекомендуется проводить на компьютере с использованием вычислительных систем Matlab, Octave или Scilab. Правила оформления контрольной работы аналогичны тем, которые используются в лабораторном практикуме.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Цифровой фильтр (без учета эффектов квантования) второго порядка описывается разностным уравнением следующего вида:

$$y_i = a_1 y_{i-1} + a_2 y_{i-2} + b_0 x_i + b_1 x_{i-1} + b_2 x_{i-2}, \quad i = 0,1,2,\dots$$

при нулевых начальных условиях: $y_{-1} = y_{-2} = x_{-1} = x_{-2} = 0$.

2. Структурная каноническая схема ЦФ содержит две линии задержки, отводы которых через усилительные элементы подаются на входной и выходной сумматоры. На входной сумматор подается исходная последовательность $\{x_i\}$ и сигналы с выходов линий задержки, усиленные в a_1 и a_2 раза. Сигнал с выхода первого сумматора одновременно подается на первую линию задержки и, усиленный в b_0 раз, на вход выход-

ного сумматора, куда, усиленные в b_1 и b_2 раза, подаются сигналы с выходов линий задержки. Откликом выходного сумматора является последовательность $\{y_i\}$.

3. В соответствии с разностным уравнением (см. пункт 1) импульсная реакция ЦФ ищется как $q_i = y_i$ при входном сигнале вида: $x_0 = 1, x_i = 0, i = \pm 1, \pm 2, \dots$,

$$\begin{aligned} q_0 &= b_0, & i &= 0 \\ q_1 &= a_1 q_0 + b_1, & i &= 1 \\ q_2 &= a_1 q_1 + a_2 q_0 + b_2, & i &= 2 \\ q_3 &= a_1 q_2 + a_2 q_1, & i &= 3. \\ q_i &= a_1 q_{i-1} + a_2 q_{i-2}, & i &\geq 4 \end{aligned}$$

4. Переходная функция связана с импульсной реакцией ЦФ соотношением:

$$h_k = \sum_{i=0}^k q_i, \quad k = \overline{0, 19}.$$

Следует отметить, что при построении временных диаграмм импульсной реакции и переходной функции их значения q_i и h_k - это напряжения или токи, заданные в дискретные моменты времени $t_i = iT$. Например, $q_i, i = 0, 1, 2, \dots$ - это значения импульсной реакции ЦФ в моменты времени $0, T, 2T$ и т.д.

5. Системная функция исследуемого ЦФ задается соотношением:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2}} = \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{z^2 - a_1 z - a_2}$$

Для определения АЧХ и ФЧХ ЦФ в системной функции вначале следует сделать подстановку $z = e^{j\omega T} = \cos \omega T + j \sin \omega T$, а затем найти действительные и мнимые части числителя и знаменателя функции $H(z)$. В результате имеем

$$k_T(j\omega) = H(e^{j\omega T}) = \frac{k_{T,1}(j\omega)}{k_{T,2}(j\omega)} = \frac{\operatorname{Re} k_{T,1}(j\omega) + j \operatorname{Im} k_{T,1}(j\omega)}{\operatorname{Re} k_{T,2}(j\omega) + j \operatorname{Im} k_{T,2}(j\omega)}$$

Здесь искомые функции соответственно равны:

- действительная часть числителя

$$\operatorname{Re} k_{T,1}(j\omega) = R_1(\omega) = b_0 + b_1 \cos \omega T + b_2 \cos 2\omega T;$$

- мнимая часть числителя

$$\operatorname{Im} k_{T,1}(j\omega) = I_1(\omega) = -b_1 \sin \omega T - b_2 \sin 2\omega T;$$

- действительная часть знаменателя

$$\operatorname{Re} k_{T,2}(j\omega) = R_2(\omega) = 1 - a_1 \cos \omega T - a_2 \cos 2\omega T;$$

- мнимая часть знаменателя

$$\operatorname{Im}k_{T,2}(j\omega) = I_2(\omega) = a_1 \sin \omega T + a_2 \sin 2\omega T.$$

6. С учетом полученных выражений и, введенных обозначений, находятся:

- амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) ЦФ

$$k_T(\omega) = \sqrt{[R_1^2(\omega) + I_1^2(\omega)]/[R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)]};$$

- фазо-частотная характеристика (ФЧХ) ЦФ

$$\varphi_T(\omega) = \operatorname{arctg}[I_1(\omega)/R_1(\omega)] - \operatorname{arctg}[I_2(\omega)/R_2(\omega)].$$

Для построения графиков АЧХ и ФЧХ ЦФ их дискретные значения $k_n = k_T(\omega_n)$ и $\varphi_n = \varphi_T(\omega_n)$ рассчитываются на дискретных частотах $f_n = \omega_n/2\pi = nf_d/19, n = \overline{0,19}$, где $f_d = 1/T$ - частота дискретизации.

7. Нули z_{o1}, z_{o2} функции $H(z)$ находятся как корни уравнения: $b_0 z^2 + b_1 z + b_2 = 0$. Полюса z_{p1}, z_{p2} функции $H(z)$ находятся как корни уравнения: $z^2 - a_1 z - a_2 = 0$. ЦФ устойчив, если выполняются условия: модули $|z_{p1}|$ и $|z_{p2}|$ меньше единицы.

Список рекомендуемой литературы

1. Волчков В.П., Санников В.Г. "Конспект лекций по ЦОС для заочников" (высылается в группу через ЭУ), 2022.
2. Материалы в виде слайдов по расчету основных характеристик ЦФ, 2022 (высылается в группу через ЭУ)
3. Санников В.Г. и др. Лабораторная работа № 26 "Анализ и эмпирический синтез цифровых фильтров" стр. 16-27, М.: 2009 (высылается в группу через ЭУ)
4. А.Б. Сергиенко. Цифровая обработка сигналов (Учебник для вузов, 2-е издание) – СПб.: Изд. «Питер», 2007. (возможны более ранние и более поздние издания).
5. Правила электронной верстки отчетов по лабораторному практикуму. Электронный файл – Правила электронной верстки лаб. отчетов по ЦОС.pdf (высылается в группу через ЭУ), 2022

Дополнительная литература

6. Юрий Лазарев. MatLAB 5.x (серия «Библиотека студента»), Киев: Издательская группа BHV, 2000.
7. В. Г. Потемкин. Система инженерных и научных расчетов MATLAB 5.x, Том.1, Москва: «Диалог-МИФИ, 1999.