ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ

ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ СВЯЗИ И ИНФОРМАТИКИ»

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ТЕОРИИ СВЯЗИ

УЧЕБНО - МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СВЯЗИ

для студентов 3-го курса заочного факультета (6 семестр)

направление 11.03.02

«Инфокоммуникационные технологии и системы связи»

Москва - 2019 г.

План УМД на 2017/2018 уч. г.

Учебно - методическое пособие

по дисциплине

общая теория связи

«Кодирование и модуляция в цифровых системах связи»

для студентов 3-го курса заочного факультета (6 семестр)

направление 11.03.02

«Инфокоммуникационные технологии и системы связи»

Составители: В. В. Павлюк, к.т.н., доцент

А. С. Сухоруков, к.т.н., доцент

А.Н. Терехов, к.т.н., доцент

В учебно-методическом пособии содержатся теоретические сведения по курсу «Общая теория связи» (часть 2). В пособии рассмотрены следующие вопросы: преобразование непрерывных сигналов в цифровые; увеличение энтропии; применение эффективного и помехоустойчивого кодирования; цифровые методы модуляции и демодуляции. Приведено задание на курсовую работу и методические рекомендации по её выполнению.

Данное учебно-методическое пособие предназначено для студентов заочной формы обучения по направлению 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» следующих профилей: «Сети связи и системы коммутации», «Многоканальные телекоммуникационные системы», «Системы радиосвязи и радиодоступа», «Системы мобильной связи».

Рецензент В. Г. Санников, к.т.н., профессор

Исправленное и дополненное. Рассмотрено и одобрено на заседании кафедры ОТС, протокол №5, от 06.02.2019.

Предисловие

Курс "Общая теория связи " (ОТС) является одной из фундаментальных дисциплин, формирующих теоретическую базу для подготовки современного специалиста в области телекоммуникации. Изучение курса ОТС позволяет специалисту овладеть единой методикой решения задач электросвязи на основе вероятностных представлений.

Курс ОТС изучается в течение двух семестров (пятого и шестого). Содержание второй части курса ОТС составляют следующие разделы:

• цифровые методы модуляции;
• теория потенциальной помехоустойчивости;
• основы теории информации;
• эффективное кодирование;
• помехоустойчивое кодирование;
• принципы многоканальной связи.

В данном учебно-методическом пособии содержатся теоретические знания по курсу ОТС, задание и методические указания по выполнению курсовой работы, что соответствует утвержденной программе дисциплины общей теории связи.

Изучение указанных выше разделов курса ОТС необходимо выполнить по литературе, список которой приведен ниже.

1. Преобразование непрерывных сигналов в цифровые Импульсно-кодовая модуляция (ИКМ)

Все сигналы делятся на непрерывные (аналоговые) и дискретные (цифровые).

Аналоговые сигналы - это сигналы, которые могут принимать в любой момент времени любые, сколь угодно близкие друг к другу значения. Пример простейшего аналогового сигнала - гармоническое колебание.
На рис.1 отмечен уровень 0,7 вольт. Но данный сигнал принимает значения и 0,71 вольт, и 0,701 вольт, т.е. значения, сколь угодно близкие к 0.7 В.

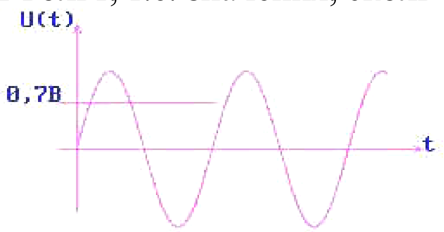


Рис.1 - Временная диаграмма аналогового сигнала

Дискретные сигналы - это сигналы, которые принимают в определенные (тактовые) моменты времени определенные значения, отличающиеся одно от другого на конкретную величину. Пример дискретного сигнала - двоичный (бинарный) сигнал. Он принимает только два значения 0 и 1 (рис.2).

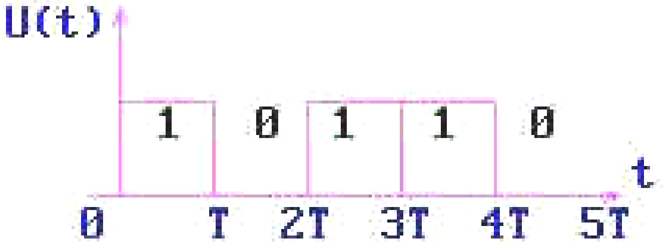


Рис.2 - Временная диаграмма двоичного сигнала

В общем случае дискретный сигнал может принимать m значений (m-ичный сигнал): 0, 1, 2, …(m-1).

Сигнал ИКМ - это двоичный сигнал, с заданной точностью соответствующий исходному аналоговому сигналу. Устройство, преобразующее аналоговый сигнал в цифровой, называют аналого-цифровым преобразователем (АЦП).

Исходный непрерывный сигнал от источника информации ИИ поступает на АЦП, который превращает аналоговый сигнал в сигнал ИКМ. Рассмотрим процесс формирования сигнала ИКМ по рис. 3.

Переход от непрерывного сигнала к сигналу ИКМ включает три основные операции:

1. Дискретизация исходного непрерывного сигнала $x(t)$, показанного на рис.3а в соответствии с теоремой Котельникова.

Теорема Котельникова: Если непрерывная (аналоговая) функция $x(t)$ не содержит частот выше $F_в$, то она полностью определяется своими отсчетами, взятыми через интервал времени:

$$T = \frac{1}{2F_в}; \qquad (1)$$

Частота $F_в$ измеряется в герцах. Если максимальная частота задана в рад/с, т.е. задана $\omega_в = 2\pi F_в$, то интервал дискретизации равен:

$$T = \frac{\pi}{\omega_в}; \qquad (2)$$

В результате дискретизации получим дискретизированный сигнал $x_д(t)$, показанный на рис.3б.

2. Квантование по уровню импульсов-отсчетов. Диапазон допустимых значений $x(t)$ разбивается на разрешенные уровни – уровни квантования. Операция квантования состоит в том, что вместо истинного значения амплитуды импульса передается ближайший разрешенный уровень. Пусть уровни квантования 0, 1, 2, 3 и т.д. вольт. Тогда вместо 0,45 вольт передаем 0; вместо 1,2 вольт - 1 вольт и т.д. В результате квантования получим сигнал $x_{кв}(t)$, показанный на рис.3в.

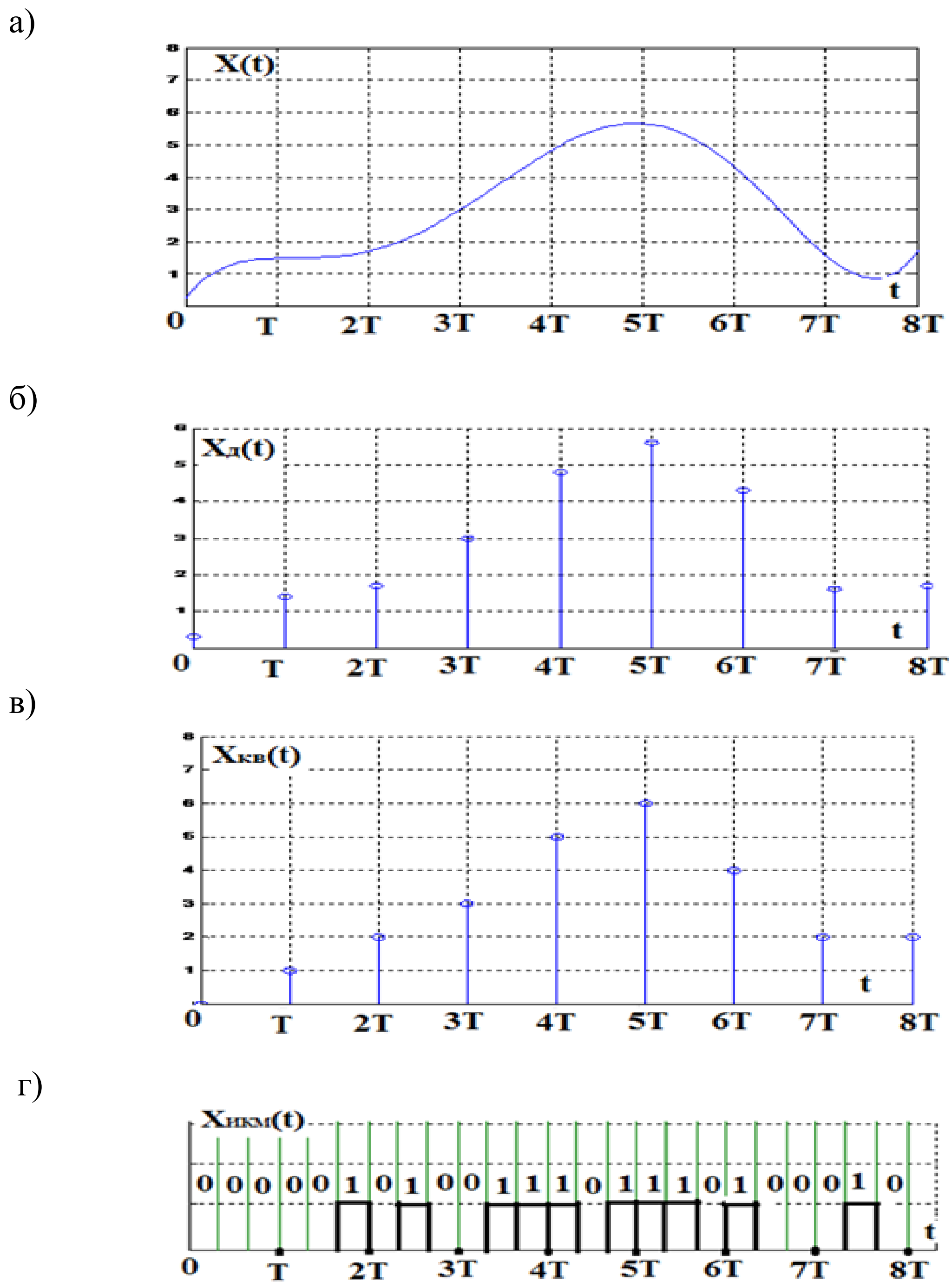


Рис.3 - Преобразование аналогового сигнала в сигнал ИКМ

3. Кодирование квантованных импульсов - отсчетов. Кодирование состоит в том, что вместо квантованного уровня передается комбинация кодовых символов. Если код – двоичный, то символами кода являются 1 и 0. Запишем номер уровня квантования двоичным числом. Если комбинация состоит из трех импульсов n=3, то десятичным номерам уровней соответствуют следующие двоичные числа:

0=000; 1 = 001; 2 = 010; 3 = 011; 4 = 100; 5=101; 6=110; 7=111.

Сформированный в результате кодирования сигнал $x_{ИКМ}(t)$ представляет собой двоичный сигнал ИКМ на рис.3г, с заданной точностью соответствующий исходному непрерывному сигналу $x(t)$.

Сигнал ИКМ передается в линию связи и поступает на вход приемника. Устройство, преобразующее цифровой сигнал в аналоговый, называют цифро-аналоговым преобразователем (ЦАП). Для восстановления на приемной стороне исходного непрерывного сигнала выполняются следующие операции:

1. Декодирование принятых кодовых комбинаций; т.е. принятая двоичная комбинация превращается в соответствующее десятичное число: 000 превращается в 0 вольт, 001 в 1 вольт, 010 в 2 вольта, 011 в 3 вольта ...и т.д. 111 в 7 вольт.
2. Полученные импульсы – отсчеты подаются на вход восстанавливающего фильтра, который теоретически должен быть идеальным фильтром нижних частот (ИФНЧ).

На выходе этого ИФНЧ получим с заданной точностью исходный непрерывный сигнал $\hat{x}(t)$. Среднеквадратическая погрешность восстановленного сигнала $\hat{x}(t)$ относительно $x(t)$ должна быть не более заданной величины.

Достоинства ИКМ

1. Сигнал ИКМ – цифровой сигнал и поэтому использование ИКМ позволяет реализовать преимущества цифровой аппаратуры по сравнению с аналоговой: большая степень интеграции, унификации и стандартизации; меньше объем аппаратуры; больше точность и стабильность параметров.

2. Сигнал ИКМ имеет более высокую помехоустойчивость, так как цифровой сигнал можно регенерировать.

Регенерация – это восстановление частично пораженных помехой импульсов сигнала.

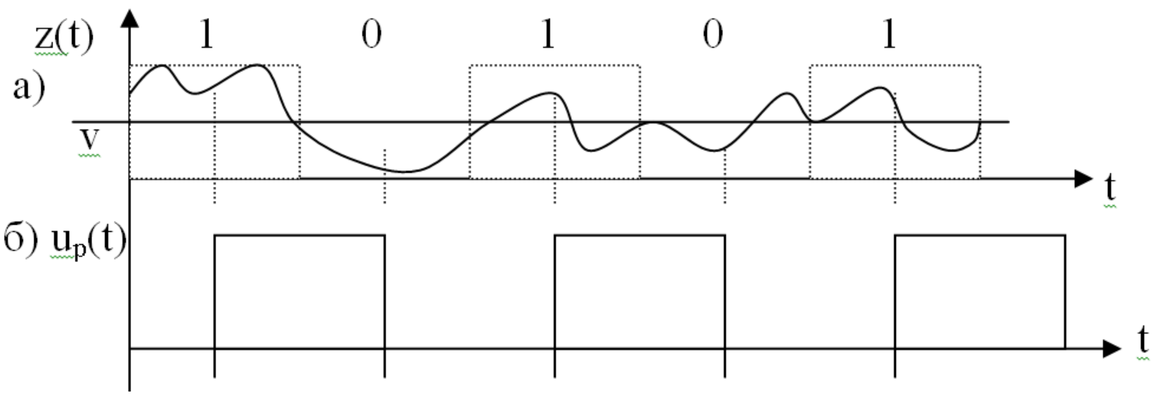


Рис. 4 - Процесс регенерации

На рис.4 тонкой линией показан передаваемый двоичный сигнал 1 и 0. В линии связи на сигнал накладывается помеха и на вход регенератора поступает процесс $z(t)$ - сигнал в сумме с шумом (показан сплошной линией).

Регенератор в тактовые моменты времени, в середине посылки, сравнивает принятый процесс с пороговым напряжением v. Если напряжение $u(t)$ >v, то на выходе регенератора появляется 1, а если $u(t)$ <v , то 0. Из рис.2.5.б видно, что сигнал на выходе регенератора совпадает с переданным – сигнал регенерирован, восстановлен в первозданном виде.

Недостатки ИКМ.

1. Ширина спектра $П_{ИКМ}$ сигнала ИКМ значительно больше ширины спектра исходного аналогового сигнала.

Ширина спектра аналогового сигнала равна $F_В$. Следовательно, интервал дискретизации равен $T = \frac{1}{2F_B}$. За время T необходимо передать комбинацию сигнала ИКМ из n импульсов. Следовательно, длительность одного импульса равна $T_1 = \frac{1}{2nF_B}$. Ширина спектра прямоугольного импульса, т.е. ширина спектра ИКМ, обратно пропорциональна длительности импульса T_1:

$$П_{ИКМ} = \frac{1}{T_1} = 2nF_B \qquad (3)$$

Следовательно, ширина спектра ИКМ в $2n$ раз больше ширины спектра исходного непрерывного сигнала.

2. Квантование импульсов - отсчетов по уровню эквивалентно наложению на сигнал ИКМ помехи, которая называется «шум квантования».

Рассчитаем дисперсию шума квантования σ^2, т.е. среднюю мощность шума квантования на единичном сопротивлении. Пусть Δ - шаг квантования, т.е. расстояние между соседними уровнями квантования.

Мгновенные значения шума квантования равномерно распределены на интервале от $-\Delta/2$ до $\Delta/2$, т.е. функция плотности вероятности шума квантования равна:

$$W(x) = 1/\Delta \quad при \quad |x| \le 0{,}5\Delta$$

Следовательно, дисперсия шума квантования равна:

$$\sigma^2 = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x^2 W(x)\,dx = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \frac{x^2}{\Delta}\,dx = \frac{\Delta^2}{12}; \qquad (4)$$

Если напряжение, соответствующее максимальному уровню квантования равно U_{max}, а количество уровней квантования равно L, то шаг квантования равен:

$$\Delta = \frac{U_{\max}}{(L-1)}; \qquad (5)$$

.

2. Энтропия

Система связи предназначена для передачи информации от отправителя к получателю. Количество информации I, заключенное в сообщении, равно:

$$I=-\log_2 p, \tag{6}$$

где p- вероятность появления данного сообщения.

Если p=0.5, то количество информации I, заключенное в этом сообщении, равно:

$$I=-\log_2 0{,}5=1 \text{ дв.ед. или 1 бит.}$$

Основание логарифма равно 2 и, обычно, не пишется.

Чем меньше p, тем больше информации мы получаем при приеме этого сообщения. Если p=0.125, тогда $I=-\log_2 0{,}125=3$ дв. ед. (бит). Источник производит сообщения с разными вероятностями.

Энтропия H- это среднее количество информации, приходящееся на один символ, посылку, сообщение.

Если сообщения, производимые дискретным источником независимы, то энтропия дискретного источника H равна:

$$H=-\sum_{k=0}^{m} p_k \log p_k; \text{[дв.ед./символ]} \tag{7}$$

p_k - вероятность k-го символа; m - основание кода.

Если символы источника независимы и равновероятны, т.е.

$$p_1=p_2=...=p_m=1/m;$$

то энтропия дискретного источника H максимальна и равна:

$$H_{\max}=\log_2 m \text{ дв. ед./символ, (бит/символ)} \tag{8}$$

При m=2; H_{max}=1дв. ед./символ; при m =32; H_{max} = 5дв. ед./символ.

Для основания кода m = 2 энтропия вычисляется по формуле

$$H_2=-p_0\log_2 p_0-p_1\log_2 p_1=(1-p_1)\log_2(1-p_1)-p_1\log_2 p_1.$$

Здесь p_1 - вероятность передачи 1, p_0 - вероятность передачи 0. Если p_0 = 1, p_1 = 0 (передается только 0) или p_0 = 0, p_1 = 1 (передается только 1), то H = 0, т.к. ситуация детерминированная.

Чем больше неопределенность, тем больше энтропия - H. Когда вероятности 1 и 0 равны 0.5, то неопределенность максимальна, энтропия также максимальна и равна 1 дв. ед./символ.

Степень использования информационной емкости источника характеризует избыточность источника

$$R=1-\frac{H}{H_{\max}}. \tag{9}$$

Чем меньше избыточность, тем эффективнее используется источники, тем меньше потери информации. Если H = H_{max} избыточность R = 0.

Наша задача получить максимальную энтропию. Чем больше энтропия, тем быстрее можно передать заданное количество информации. Увеличив энтропию в два раза, мы в два раза уменьшим время передачи сообщения или в 2 раза уменьшаем количество необходимой аппаратуры.

3.Способы увеличения энтропии. Эффективное кодирование.

1. Наличие корреляционных связей между символами уменьшает энтропию. Например, в системе АСУ ВУЗ передаем оценки. Мы передали «удов…», оценка понятна, т.к. между символами существуют корреляционные связи и первые символы определяют последующие. Но мы продолжаем занимать канал и передаем окончание слова «летворительно». Скорость передачи падает. Пусть вероятности оценок следующие:
«Неудовлетворительно»: p(неуд)=0.2.
«Удовлетворительно»: p(уд)=0.4.
«Хорошо»: p(хор)=0.3.
«Отлично»: p(отл)=0.1.

Так как слова независимы, то энтропия нашего источника на слово равна:

$$H_{\text{сл}} = -p(\text{неуд})\log_2 p(\text{неуд}) - p(\text{уд})\log_2 p(\text{уд}) - p(\text{хор})\log_2 p(\text{хор}) - p(\text{отл})\cdot$$
$$\cdot\log_2 p(\text{отл}) = -0,2\log_2 0,2 - 0,4\log_2 0,4 - 0,3\log_2 0,3 - 0,1\log_2 0,1 = 1,8464 \text{ бит/слово.}$$

Слово «неудовлетворительно» содержит n_2=19 букв, его вероятность p(неуд)=0.2. Слово «удовлетворительно» содержит n_3=17 букв, его вероятность p(уд)=0.4.Слово «хорошо» содержит n_4=6 букв, его вероятность p(хор)=0.3. Слово «отлично» содержит n_5=7 букв, его вероятность p(отл)=0.1. Определим среднюю длину слова.

$$n_{\text{ср}} = p(\text{неуд})n_2 + p(\text{уд})n_3 + p(\text{хор})n_4 + p(\text{отл})n_5 =$$
$$= 0,2\cdot 19 + 0,4\cdot 17 + 0,3\cdot 6 + 0,1\cdot 7 = 13,1 \text{ посылки/сообщение}$$

Энтропия на один символ, посылку равна:

$$H = H_{\text{сл}} / n_{\text{ср}} = 0,141 \text{ бит/символ.}$$

Для увеличения энтропии используют кодирование не отдельных символов, а целых слов. Пусть новый код К2 кодирует целые слова :
«Неудовлетворительно» кодируем цифрой 2: p(2)=0.2.
«Удовлетворительно» кодируем цифрой 3: p(3)=0.4.
«Хорошо» кодируем цифрой 4: p(4)=0.3.
«Отлично» кодируем цифрой 5: p(5)=0.1.
Так как вероятности цифр те же, то энтропия нашего источника на символ равна:

$$H = -p(2)\log_2 p(2) - p(3)\log_2 p(3) - p(4)\log_2 p(4) - p(5)\log_2 p(5) =$$
$$= -0,2\log_2 0,2 - 0,4\log_2 0,4 - 0,3\log_2 0,3 - 0,1\log_2 0,1 = 1,846 \text{ бит/символ}$$

т.е. тому же числу, что и выше.
Но длина нового кода равна 1, т.е. энтропия на символ выросла более, чем в 13 раз.
Этот новый код К2 имеет: H=1,8464 бит/символ, m=4, n=1.
Избыточность нового кода К2:

$$R = 1 - \frac{H}{H_{\max}} = 1 - \frac{1,846}{2} = 0,077.$$

2. Неравновероятность символов уменьшает энтропию. Для увеличения энтропии и сокращения избыточности сообщения перекодируем код К2 так, чтобы символы нового кода К3 были равновероятны.

Для этого наиболее вероятные сообщения кодируются короткими кодовыми комбинациями, а менее вероятные сообщения – более длинными, что уменьшает среднюю длину комбинации. Формирование кода К3 выполняется в соответствии с алгоритмом Хаффмена. Для этого построим «кодовое дерево»:

-Располагаем символы сообщения в порядке убывания вероятностей. При одинаковых вероятностях расположение сообщений не меняет эффективность кодирования.

-Объединяем два наименее вероятных сообщения в одно с суммарной вероятностью появления (т.е. складываем вероятности объединяемых сообщений).

- Вновь располагаем сообщения в порядке убывания вероятностей.

-Снова объединяем два наименее вероятных сообщения в одно с суммарной вероятностью появления и т.д. пока не получим сумму вероятностей, равную единице. «Кодовое дерево» для нашего примера представлено на рис. 5б.

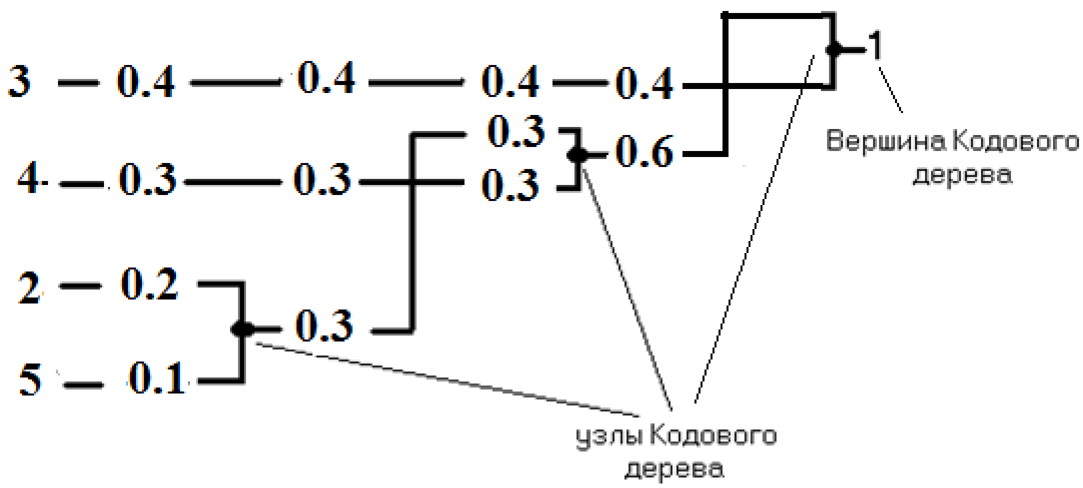


Рис.5. Кодовое дерево

Алгоритм кодирования новым двоичным кодом К3 следующий:

-идём от вершины кодового дерева к сообщению;

-если в узле мы идём вверх, то в кодовую комбинацию записывается единица, если вниз — ноль.

В результате получим:

- сообщение 3 кодируем символом «0»;
- сообщение 4 кодируем символами «10»;
- сообщение 2 кодируем символами «111»;

- сообщение 5 кодируем символами «110»;

В результате кодирования получен неравномерный код. Наиболее вероятное сообщение кодируется кодовой комбинацией минимальной длины, а наименее вероятные кодируются комбинациями максимальной длины. Поэтому средняя длина комбинации кода Хаффмена равна:

$$n_{\text{ср}} = 0,4 \cdot 1 + 0,3 \cdot 2 + 0,2 \cdot 3 + 0,1 \cdot 3 = 1,9 \text{ посылок/сообщение}$$

Код Хаффмана обладает префиксными свойствами, т.е. никакая короткая кодовая комбинация не должна являться началом более длинной комбинации. При этом не нужно использовать дополнительные разделительные символы.

Рассчитаем энтропию кода К3. Из 100 среднестатистических сообщений имеем 40 комбинаций «0», 30 комбинаций «10»,20 комбинаций «111»,10 комбинаций «110». Итого имеем количество «1»:

$$N_1 = 30 \cdot 1 + 20 \cdot 3 + 10 \cdot 2 = 110$$

Итого имеем количество «0»:

$$N_0 = 40 \cdot 1 + 30 \cdot 1 + 10 \cdot 1 = 80$$

Следовательно, вероятность «1» и «0» равны:

$$p(0) = 80/190 = 0,42; \quad p(1)=0.58;$$

Энтропия кода К3:

H= - 0.42 log0.42 – 0.58 log0.58=0.9815 бит/символ.

Избыточность кода К3 равна

$$R = 1 - \frac{0,9815}{1} = 0,0185$$

3. Для дальнейшего увеличения энтропии следует увеличивать основание кода m.

Случайная последовательность сообщений кода К3 представляет собой последовательность 1 и 0. Выделим комбинации из 2-х символов («дибиты»). Закодируем их кодом К4: «00» закодируем комбинацией «0»; «01» закодируем комбинацией «1»; «10» закодируем комбинацией «2»; «11» закодируем комбинацией «3».

Код К4 имеет основание кода m=4; длину комбинации n=1; энтропия H=2бит/символ, т.к. все символы кода К3 практически равновероятны. Одна посылка кода К4 несет в 2 раза больше информации, чем одна посылка кода К3.

Выделим комбинации из 3-х символов и закодируем их кодом К5: «000» закодируем комбинацией «0»;«001» закодируем комбинацией «1»;«010» закодируем комбинацией «2»;«011» закодируем комбинацией «3».«100» закодируем комбинацией «4»;«101» закодируем комбинацией «5»;«110» закодируем комбинацией «6»;«111» закодируем комбинацией «7».

Код К5 имеет основание кода m=8; длину комбинации n=1; энтропия H=3бит/символ, т.к. все символы кода К3 практически равновероятны.

Одна посылка кода К5 несет в 3 раза больше информации, чем одна посылка кода К3. Следовательно, мы увеличили скорость передачи информации, соответственно, в 2 и в 3 раза.

4. Помехоустойчивое кодирование

Помехоустойчивые или корректирующие коды позволяют обнаружить и исправить ошибки в принятой кодовой комбинации, искаженной помехами. Для этого к передаваемой информации добавляются проверочные символы, которые формируются по определенным правилам.

Все возможные кодовые комбинации делятся на разрешенные и запрещенные. Передаются только разрешенные комбинации. Ошибки превращают разрешенную кодовую комбинацию в запрещенную и обнаруживаются либо исправляются.

Отличие одной кодовой комбинации от другой характеризуется кодовым расстоянием d. Кодовое расстояние d - это количество позиций, в которых одна кодовая комбинация отличается от другой:

$$\left.\begin{matrix}010\\100\end{matrix}\right\} d=2; \quad \left.\begin{matrix}011\\100\end{matrix}\right\} d=3$$

Для обнаружения одиночных ошибок минимальное кодовое расстояние между комбинациями должно равняться d_{min}= 2. Например, для двоичного кода (основание кода m = 2) длиной n = 3 возможный набор разрешенных комбинаций с d_{min} = 2 имеет вид:

000; 110; 101; 011.

Предположим, что была передана комбинация 000. В линии связи помеха исказила второй символ и мы приняли 010. Это запрещенная комбинация и декодер обнаружит ошибку. Выигрыш в помехоустойчивости получен за счет проигрыша в скорости передачи, т.к. четыре сообщения мы могли бы передавать с помощью четырех комбинаций безызбыточного кода с m = 2 и n = 2 00, 01, 10, 11.

Для исправления одиночных ошибок следует использовать код с d_{min} = 3. Например, для кода с m = 2; n = 3 можно использовать разрешенные комбинации 000 и 111 с d_{min} =3. Остальные 6 комбинаций 001, 010, 011, 100, 101 и 110 будут запрещенными.

Пусть передается комбинация 000. Допустим, что помеха исказила второй символ и мы приняли 010. Эта комбинация запрещенная, декодер фиксирует ошибку и определяет кодовые расстояния между принятой комбинацией 010 и возможными разрешенными 000 и 111. Комбинация 010 ближе к переданной комбинации 000 (d = 1), чем к другой возможной 111 (d = 2). Таким образом, мы декодируем комбинацию 010 как 000, т.е. исправляем ошибку. Выигрыш в помехоустойчивости достигается за счет еще большего проигрыша в скорости передачи, т.к. два сообщения мы могли бы передавать с помощью двух комбинаций безызбыточного кода с m = 2, n = 1: т.е. 0 и 1. Проигрыш по скорости передачи данного кода, исправляющего одиночные ошибки, по сравнению с безызбыточным кодом равен 3.

Количество ошибок в кодовых комбинациях называется кратностью ошибок.

Для обнаружения ошибок кратности k следует использовать код с $d_{min} \geq k+1$. Для исправления ошибок с кратностью k следует использовать коды с минимальным кодовым расстоянием $d_{min} \geq 2k + 1$.

Для обнаружения одиночных ошибок одним из наиболее совершенных способов кодирования является «проверка на четность»: в конец кодовой комбинации из $n_и$ информационных символов добавляется один проверочный такой, чтобы количество единиц в кодовой комбинации было четным. Например, к комбинации 0100110 добавляем проверочный символ 1, и передаем комбинацию 01001101. Одиночная ошибка делает число единиц в принятой кодовой комбинации нечетным, что и обнаруживается декодером.

5. Блочный код (7,3)

Рассмотрим двоичный блочный код (7,3), у которого каждое слово имеет n=7 символов, из которых $n_и$=3 - информационные и n_k=4 - проверочные.

Алгоритм кодирования:

1. Присваиваем каждому символу кода номер: $a_1, a_2, a_3, a_4; a_5, a_6, a_7$. Первые три символа ($a_1, a_2, a_3$) являются информационными. Последние четыре символа - корректирующие (проверочные): $a_4; a_5, a_6, a_7$.

2. Составляем порождающую матрицу G. Эта матрица должна иметь n столбцов и $n_и$ строк. Левая часть матрицы G - это единичная матрица. Правая часть матрицы G - это матрица-дополнение P:

$$G = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 . 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 . 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 . 1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Матрица-дополнение P имеет вид:

$$P = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Матрица-дополнение должна иметь разные столбцы и максимальное число 1 в каждом из них.

3. Для формирования кодовых комбинаций сначала записываем все возможные информационные комбинации из трех символов (всего восемь комбинаций): 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111.

4. К информационным символам приписываем четыре проверочных символа, получающихся в результате умножения информационного вектора-строки ($a_1a_2a_3$) на матрицу-дополнение P. Произведение есть вектор-строка ($a_4a_5a_6a_7$):

$$G = (a_1\ a_2\ a_3) \cdot P = (a_4,\ a_5,\ a_6,\ a_7)$$

Очевидно, для заданной матрицы P:

$$a_4 = a_2 \oplus a_3;\ \ a_5 = a_1 \oplus a_3;\ \ a_6 = a_1 \oplus a_2;\ \ a_7 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_3.$$

Знак $\oplus$ означает суммирование по модулю 2, т.е.

$$0 \oplus 0 = 0;\ \ 0 \oplus 1 = 1;\ \ 1 \oplus 0 = 1;\ \ 1 \oplus 1 = 0.$$

Составляем таблицу разрешенных кодовых комбинаций.

№	*Значения символов комбинации*						
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
1	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
2	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**
3	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**
4	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**
5	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**
6	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**
7	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**
8	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**

Для полученного кода d_{min} = 4, т.е. наш код может исправлять все одиночные ошибки и некоторые двойные.

Алгоритм декодирования

Принятые кодовые комбинации необходимо сравнить с каждой из разрешенных комбинаций и принять решение о переданном кодовом слове. Однако, количество операций, необходимых для такого алгоритма, быстро растет с ростом n. Более оптимальным способом является вычисление синдрома.

Синдром - указатель позиции, в которой произошла ошибка. Он не зависит от переданной комбинации и зависит только от позиции, в которой произошла ошибка

1. Составляем проверочную матрицу H:

$$H = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1. & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1. & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0. & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1. & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Здесь левая часть матрицы H - транспонированная матрица-дополнение, правая часть - единичная матрица.

Транспонированная матрица – это матрица, столбцы которой равны соответствующим строкам исходной матрицы.

2. Вычисляем синдром принятой кодовой комбинации, т.е. кодовую комбинацию, равную произведению принятого вектора-строки на транспонированную проверочную матрицу:

$$C_1 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_4;\ C_2 = a_1 \oplus a_3 \oplus a_5;\ C_3 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_6;\ C_4 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_7. \quad (12)$$

где a_1, $a_2 \ldots a_7$ - принятые кодовые символы, возможно искаженные помехой.

3. Формируем вектор ошибки V, т.е. кодовую комбинацию, которая содержит единицу на той позиции, где произошла ошибка. Формирование синдромов и векторов ошибок можно произвести заранее, искажая последовательно символы в комбинации.

Например, приняли: 0000000;

$(C_1C_2C_3C_4)$ = 0 0 0 0; V =(0000000)-ошибок нет.

Пусть приняли: 0 0 0 0 0 0 1- это запрещенная комбинация (ошибка в символе a_7). Вычисляем синдром: $(C_1C_2C_3C_4)$ = 0 0 0 1 и вектор ошибки:

$$V = (0000001).$$

Составим таблицу синдромов и соответствующих векторов одиночных ошибок:

Вектор ошибки	0000000	0000001	0000010	0000100	0001000	0010000	0100000	1000000
Синдром	0000	0001	0010	0100	1000	1101	1011	0111

Структурные схемы кодера и декодера строятся по аналогии со схемами, приведенными в [4].

6. Циклический код (7,4)

Характерной особенностью этих кодов является то, что циклическая перестановка символов одной комбинации, например, 1011000 дает новые комбинации того же кода 0101100, 0010110, и т.д. Теория циклических кодов базируется на теории двоичных полиномов. Каждая комбинация записывается в виде двоичного полинома степени (n-1) с коэффициентами a_k= 0 или 1:

$$A(z) = a_{n-1}z^{n-1} + a_{n-2}z^{n-2} + \ldots + a_1 z + a_0.$$

Например:

$$\begin{array}{l} 1\ \ 1\ \ 0 \ \Rightarrow\ A(z)=a_2z^2+a_1z+a_0=z^2+z; \\ a_2\ a_1\ a_0 \qquad\qquad\qquad 1\quad 1\quad 0 \end{array}$$

Рассмотрим алгоритм формирования циклического кода на примере кода (7,4). Комбинации данного циклического кода состоят из 7 символов, из которых 4 символа информационные и 3 - проверочные.

Алгоритм кодирования циклического кода (7,4).

1) Записываем 16 возможных информационных комбинации из 4-х символов: 0000, 0001, …, 1001, …,1111.

2) Выбираем комбинацию и записываем ее в виде полинома.

Например:

$$\begin{array}{l} 1\ \ 0\ \ 0\ \ 1 \ \Rightarrow\ A(z)=a_3z^3+a_2z^2+a_1z+a_0=z^3+1. \\ a_3\ a_2\ a_1\ a_0 \qquad\qquad\qquad 1\quad 0\quad 0\quad 1 \end{array}$$

3) Выбираем образующий (порождающий) полином $p(z)$, степень которого соответствует количеству проверочных символов. В данном случае количество проверочных символов $n-n_и$ =7-4=3.

Порождающий полином: $p(z)=z^3+z+1.$

4) Полином, соответствующий информационной комбинации $A(z)$, умножается на $p(z)$:

$$(z^3+1)(z^3+z+1)=z^6+z^4+z^3+z^3+z+1=z^6+z^4+z^3(1\oplus 1)+z+1=z^6+z^4+z+1;$$

В результате получаем кодовую комбинацию 1010011.

С помощью циклического сдвига символов этой комбинации можно получить еще шесть кодовых комбинаций. Нулевая комбинация 0000000 – вырожденная. Составляем таблицу разрешенных кодовых комбинаций.

№	*Значения символов комбинации*						
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
1	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
2	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**
3	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**
4	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**
5	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**
6	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**
7	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**
8	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**

Инвертируя символы в кодовых комбинациях (замена 1 на 0 и наоборот), получим еще восемь комбинаций. В результате получим 16 комбинаций циклического кода (7,4).Минимальное кодовое расстояние равно 4, т.е. данный код исправляет все одиночные ошибки и некоторые двойные.

Алгоритм декодирования циклического кода (7,4).

1) Принятая кодовая комбинация делится на образующий полином. Остаток от деления есть синдром, который указывает на позицию, где произошла ошибка. Т.к. синдром не зависит от передаваемой комбинации, а зависит только от позиции, в которой произошла ошибка, то синдромы можно вычислить заранее. Если ошибки нет, остаток от деления равен 0 и синдром равен 000. Рассмотрим воздействие одиночной ошибки. Например, передавали комбинацию 0000000, под действием помехи она превратилась в 0100000, т.е. ошибка во втором символе.

Разделим 0100000, т.е. полином z^5 на $p(z) = z^3 + z + 1$:

$$
\begin{array}{l|l}
z^5 & z^3 + z + 1 \\ \cline{2-2}
\underline{z^5 + z^3 + z^2} & z^2 + 1 \\
\quad z^3 + z^2 & \\
\underline{\quad z^3 + z + 1} & \\
\qquad z^2 + z + 1 &
\end{array}
$$

Остаток 111 и есть синдром, указывающий, что следует исправить второй символ слева в принятой кодовой комбинации.

2) В соответствии с синдромом формируется вектор ошибки, т.е. кодовая комбинация, которая содержит 1 в той позиции, где произошла ошибка. Для данного примера вектор ошибки V=0100000.

3) Вектор ошибки суммируется по модулю 2 (⊕) с принятой комбинацией:

$$0100000 \oplus 0100000 = 0000000$$

Ошибка исправлена.

Структурная схема кодера циклического кода (7,4) изображена на рис. 6.

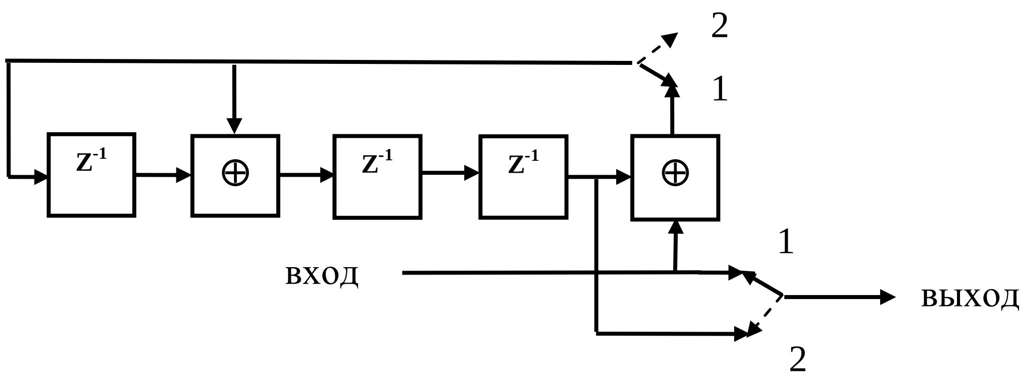


Рис.6 - Структурная схема кодера циклического кода (7,4)

Кодер содержит два сумматора по модулю 2 (⊕) , три элемента памяти и два переключателя. Четыре информационных бита последовательно поступают на вход схемы и одновременно передаются на выход (переключатели находятся в положении 1). После этого переключатели переходят в положение 2 и на выход поступают три проверочных бита, сформированные в регистре сдвига. Структурная схема декодера циклического кода (7,4) представлена на рис. 7.

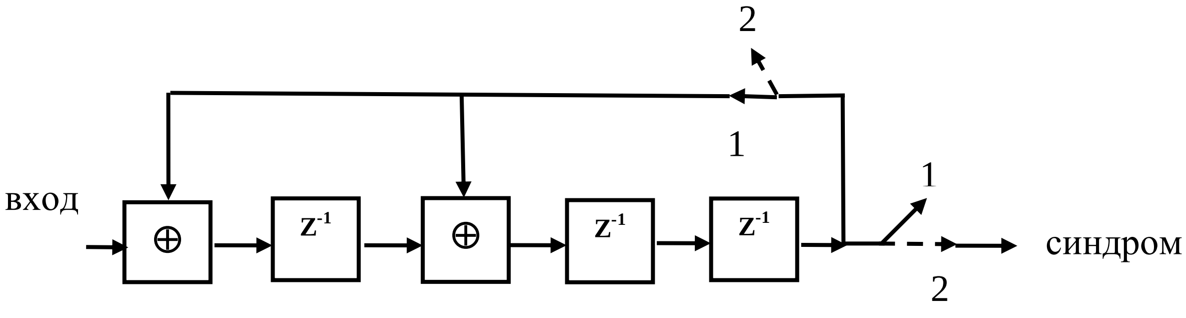


Рис.7 - Структурная схема декодера циклического кода (7,4)

Семь бит (четыре информационных бита и три проверочных) поступают на вход декодера (ключ - в положении 1). После этого ключ переходит в положение 2, и синдром поступает на выход схемы. Синдром поступает на блок формирования вектора ошибки и сумматор по модулю 2 вектора ошибки и принятой комбинации.

Как следует из рис. 6 и 7, кодер и декодер циклического кода реализуются с помощью простых регистров сдвига с обратной связью.

7. Оптимальный приемник

Сформированный информационный двоичный сигнал поступает на вход модулятора. Модуляция - процесс изменения одного из параметров переносчика в соответствии с информационным модулирующим цифровым сигналом. Модуляция позволяет согласовать параметры передаваемого сигнала с параметрами канала связи:

- основная энергия стандартного информационного цифрового сигнала сосредоточена в области низких частот, при модуляции происходит перенос спектра модулирующего сигнала в область более высоких частот и равномерное распределение в полосе канала связи;

- ширина спектра информационного сигнала может быть больше или меньше, чем полоса частот канала связи. В процессе модуляции формируется модулированный сигнал, ширина спектра которого соответствует полосе частот канала связи;

- в модуляторе формируется сигнал, позволяющий реализовать максимальную помехоустойчивость приема информации.

Простейшие виды модуляции:

1) Дискретная амплитудная модуляция (ДАМ). При передаче 1 и 0 в линию связи передаются сигналы:

$$u_1(t) = U_m \cos(\omega_0 t); \quad u_0(t) = 0;$$

Временная диаграмма ДАМ показана на рис.8б.

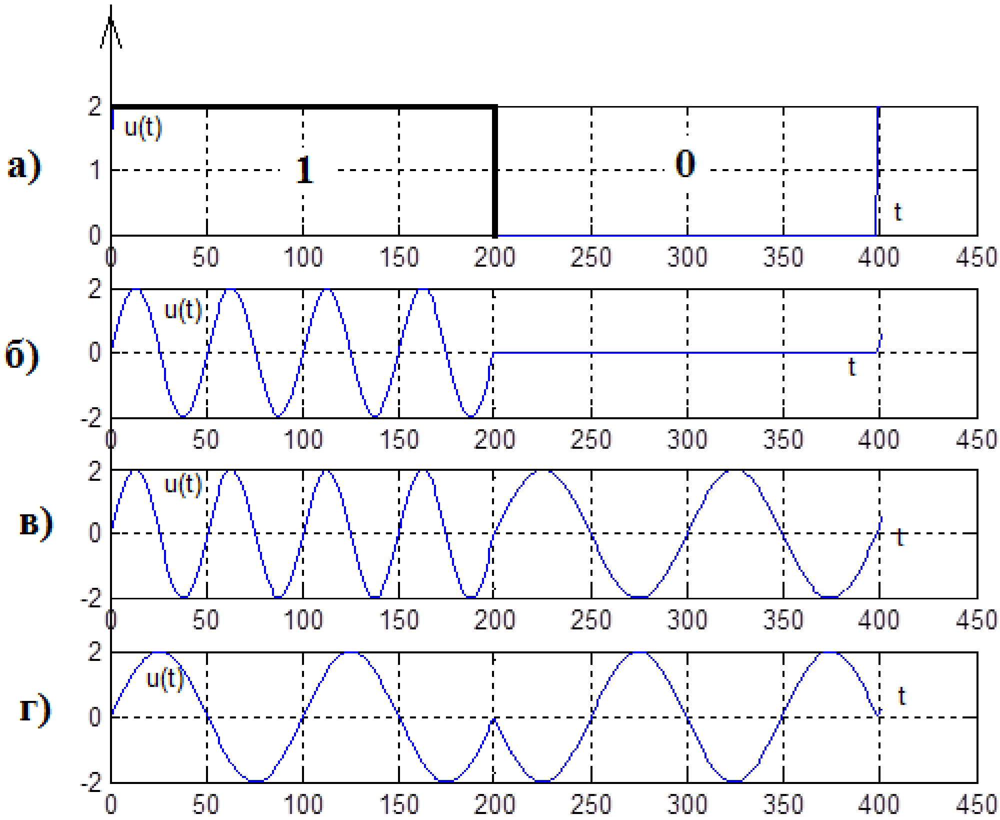


Рис.8 - Временные диаграммы:
а) двоичный сигнал; б) сигнал ДАМ; в) сигнал ДЧМ; г) сигнал ДФМ.

2)Дискретная частотная модуляция (ДЧМ). При передаче 1 и 0 в линию связи передаются сигналы:

$$u_1(t) = U_m \cos(\omega_1 t); \quad u_0(t) = U_m \cos(\omega_0 t);$$

Временная диаграмма ДЧМ показана на рис.8в.

3) Дискретная фазовая модуляция (ДФМ). При передаче 1 и 0 в линию связи передаются сигналы:

$$u_1(t) = U_m \sin(\omega_0 t); \quad u_0(t) = -U_m \sin(\omega_0 t) = U_m \sin(\omega_0 t + \pi);$$

Временная диаграмма ДФМ показана на рис.8г.

Модулированный сигнал передается в линию связи, где на сигнал накладывается помеха. Процесс на входе приемника $z(t)$ может быть записан в виде:

$$z(t) = k(t)\ u_c(t) + x(t)$$

$k(t)$-мультипликативная помеха; $x(t)$-аддитивная помеха; $u_c(t)$- напряжение сигнала, т.е. $u_1(t)$, или $u_0(t)$.

Помехи искажают сигнал и принятые биты не всегда совпадают с переданными, т.е. появляются ошибки.

Способность системы связи препятствовать мешающему влиянию помех называется помехоустойчивостью системы связи. Максимально достижимая помехоустойчивость называется потенциальной помехоустойчивостью. Количественной мерой помехоустойчивости является вероятность ошибки p:

$$p = \lim_{N\to\infty} \frac{N_{\text{ош}}}{N}$$

где N - общее количество переданных бит; $N_{\text{ош}}$ - количество ошибок, т.е. количество неверно принятых бит.

Потенциальной помехоустойчивости соответствует минимальная вероятность ошибки. Приемник, реализующий потенциальную помехоустойчивость, называют оптимальным (идеальным) приемником. Оптимальный приемник дает минимальную вероятность ошибки.

Теорию потенциальной помехоустойчивости приема сигналов разработал Котельников В.А. Оптимальный приемник двоичных сигналов вычисляет $p[u_1(t)/z(t)]$, т.е. условную вероятность передачи $u_1(t)$, если на входе приемника процесс $z(t)$ и вычисляет $p[u_0(t)/z(t)]$, т.е. условную вероятность передачи $u_0(t)$, если на входе приемника процесс $z(t)$.

Если: $p[u_1(t)/z(t)]>p[u_0(t)/z(t)]$, то решение приемника - передан сигнал $u_1(t)$.

Если: $p[u_1(t)/z(t)]<p[u_0(t)/z(t)]$, то решение приемника - передан сигнал $u_0(t)$.

Если помеха является аддитивным белым гауссовским шумом, то правило работы оптимального приемника (ОП) принимает вид:

$$\begin{aligned} &\text{если} \quad \int_0^T [z(t)-u_1(t)]^2dt<\int_0^T [z(t)-u_0(t)]^2dt, \ \text{то решение ОП: } R=1; \\ &\text{если} \quad \int_0^T [z(t)-u_1(t)]^2dt>\int_0^T [z(t)-u_0(t)]^2dt, \ \text{то решение ОП: } R=0. \end{aligned} \tag{10}$$

На рис.9 показана структурная схема оптимального приемника Котельникова, реализующую алгоритм (10). Схема имеет 2 одинаковых канала, отличающихся только генераторами опорных напряжений ГОН, генерирующих образцы $u_i(t)$:

ГОН 1 – генерирует $u_1(t)$; ГОН 0 – генерирует $u_0(t)$; ВУ – вычитающее устройство; КВ – квадратор; ИНТ – интегратор; РУ – решающее устройство.

Решающее устройство дает на выходе символ 1 или 0, соответствующий каналу, дающему минимальное напряжение на входе РУ.

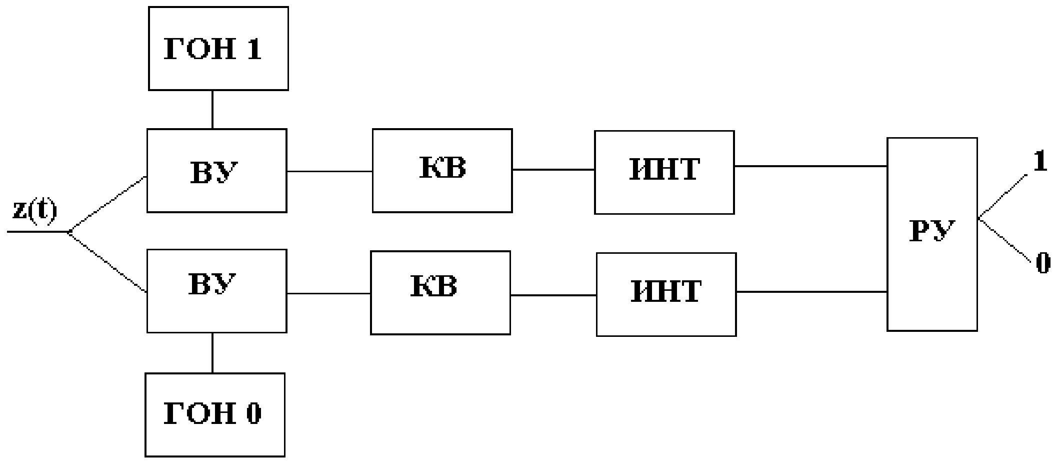


Рис.9 - Структурная схема ОП

Если энергия посылок сигнала одинакова, то алгоритм работы оптимального приемника двоичных сигналов принимает вид:

$$\begin{aligned} &\text{если} \quad \int_0^T z(t)u_1(t)dt < \int_0^T z(t)u_0(t)dt, \ \text{то решение ОП: } R=0; \\ &\text{если} \quad \int_0^T z(t)u_1(t)dt > \int_0^T z(t)u_0(t)dt, \ \text{то решение ОП: } R=1. \end{aligned} \qquad (11)$$

ОП, реализующий алгоритм (11), называется корреляционным. Структурная схема оптимального корреляционного приемника показана на рис. 10. Блоки ПРМ – это перемножители, остальные блоки совпадают с блоками схемы рис.9.

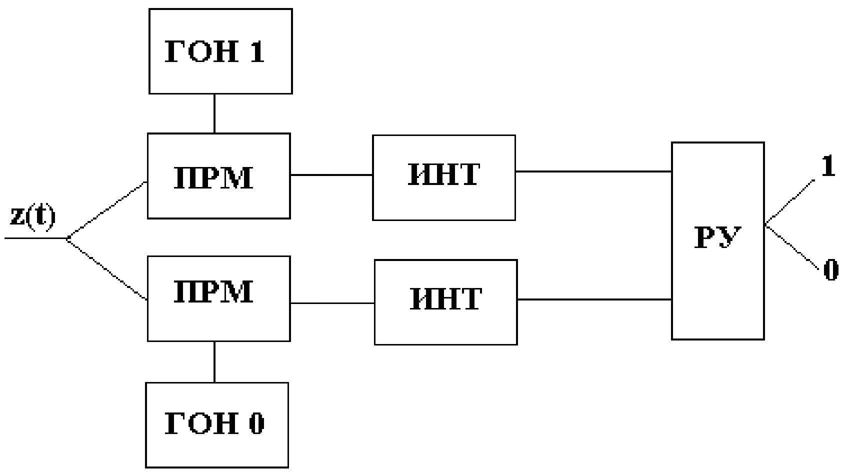


Рис.10 - Структурная схема корреляционного ОП

Формула средней вероятности ошибки для оптимального приемника двоичных сигналов зависит от параметра h_0^2. Параметр h_0^2-это отношение энергии бита к спектральной плотности энергии белого шума G_0:

$$h_0{}^2 = \frac{U_m^2 T}{2G_0};$$

Общая формула вероятности ошибки для ОП двоичных сигналов имеет вид:

$$p = 1 - F\left(\alpha\, h_0\right); \qquad \text{где} \quad \alpha = \begin{cases} \sqrt{2} \text{ для ДФМ;} \\ 1 \text{ для ДЧМ;} \\ \dfrac{1}{\sqrt{2}} \text{ для ДАМ;} \end{cases} \tag{12}$$

где $F(z)$ - табулированная функция Лапласа.

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx;$$

Из этой формулы следует, что при заданной вероятности ошибки двоичная фазовая модуляция выигрывает 2 раза по мощности передатчика по сравнению с ДЧМ и 4 раза по сравнению с ДАМ. Соответственно, ДЧМ выигрывает 2 раза по мощности передатчика по сравнению с ДАМ и проигрывает 2 раза по мощности передатчика по сравнению с ДФМ.

На графике рис. 11 показана зависимость вероятности ошибки p от h_0. На этом графике параметр h_0 отложен в линейном масштабе, а вероятность ошибки - в логарифмическом масштабе, т.е. мы пишем вдоль оси p - истинное значение вероятности ошибки, а откладываем логарифм, т.е. $\lg p$. Ось p направлена вниз.

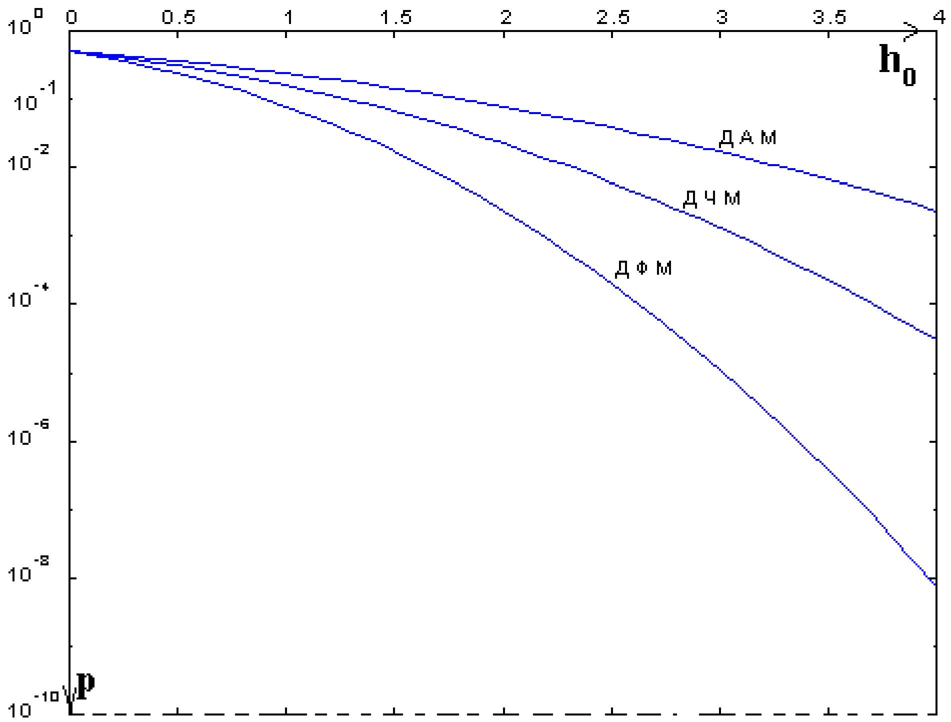


Рис.11 - Зависимость вероятности ошибки от h_0

Анализируя кривые потенциальной помехоустойчивости на рис.11, приходим к выводу, сформулированному выше: для получения заданной вероятности ошибки, например $2{,}6\cdot10^{-3}$, при ДФМ необходимо иметь $h_0 = 2$ ($h_0^2=4$), при ДЧМ необходимо иметь $h_0=2{,}82$ ($h_0^2=8$), при ДАМ необходимо иметь $h_0=4$ ($h_0^2=16$).

8. Цифровые методы модуляции

В настоящее время кроме традиционных видов модуляции ДАМ, ДЧМ, ДФМ используются более сложные, многопозиционные виды модуляции. Для их формирования удобно представить посылку (символ) модулированного сигнала двумя квадратурными составляющими:

$$u_i(t) = U_i(t)\cos[\omega_i t + \varphi_i(t)] = U_i(t)\cos\varphi_i(t)\cos\omega_i t + U_i(t)\sin\varphi_i(t)\sin\omega_i t =$$
$$= I_i(t)\cos\omega_i t + Q_i(t)\sin\omega_i t;$$

Квадратурные составляющие $I(t)$ и $Q(t)$ определяют метод модуляции и важные свойства сигнала. Структурная схема квадратурного модулятора изображена на рис. 12а. С её помощью можно сформировать любой вид модулированного сигнала. Огибающая сигнала равна $[I(t)^2 + Q(t)^2]^{1/2}$. Для получения хороших энергетических характеристик модулированного сигнала огибающая должна быть постоянной. При передаче двоичной информации сообщение a_i содержит только два символа 0 и 1.

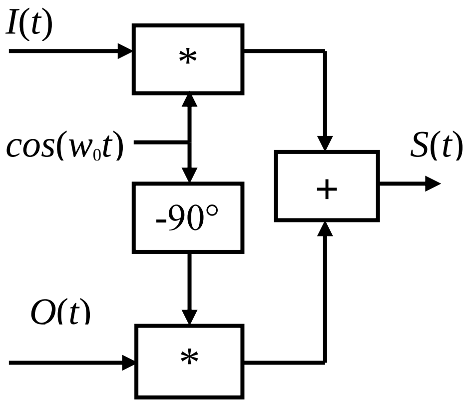


Рис. 12а

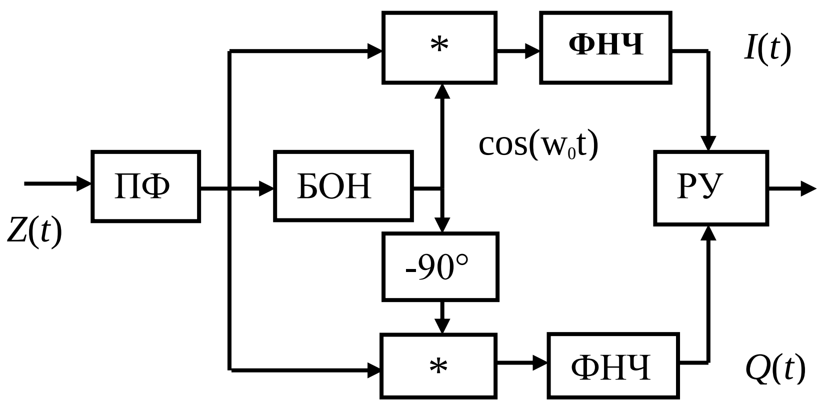


Рис. 12б

В современных системах связи используются более сложные многопозиционные сигналы с несколькими значениями амплитуд и фаз несущей. Простейшие из них ФМ-4, ФМ-8, КАМ-8, … до КАМ-64 и т.д.

КАМ расшифровывается как квадратурная амплитудная модуляция. Векторные диаграммы сигналов представлены на рис. 13. ФМ-4 четырехфазовая ДФМ. Фазы сигналов принимают значения 0, $\pi/2$, π, $3\pi/2$, что достаточно для передачи двух двоичных сигналов:

$S_0 = \cos w_0 t$ ($I = 1$, $Q = 0$) при передаче 00,

$S_1 = \cos(w_0 t - \pi/2)$ ($I = 0$, $Q = 1$) - 01,

$S_2 = \cos(w_0 t - \pi) = -\cos w_0 t$ $(I = -1,\ Q = 0)$ -   11,

$S_3 = \cos(w_0 t - 3\pi/2)$ $(I = 0,\ Q = -1)$ -   10.

При восьмифазовой ДФМ или ФМ-8 фазы сигналов имеют значения 0, $\pi/4$, $\pi/2$, $3\pi/4$, π, $5\pi/4$, $3\pi/2$, $7\pi/4$:

$S_0 = \cos w_0 t$ $(I = 1,\ Q = 0)$ при передаче   000

$S_1 = \cos(w_0 t - \pi/4)$ $(I = 0.707,\ Q = 0.707)$ -   001

$S_2 = \cos(w_0 t - \pi/2)$ $(I = 0,\ Q = 1)$ -   011

$S_3 = \cos(w_0 \mathrm{t} - 3\pi/4)$ $(I = -0.707,\ Q = 0.707)$ -   101

$S_4 = \cos(w_0 t - \pi) = -\cos w_0 t$ $(I = -1,\ Q = 0)$ -   111

$S_5 = \cos(w_0 t - 5\pi/4)$ $(I = -0.707,\ Q = -0.707)$ -   110

$S_6 = \cos(w_0 t - 3\pi/2)$ $(I = 0,\ Q = -1)$ -   100

$S_7 = \cos(w_0 t - 7\pi/4)$ $(I = 0.707,\ Q = -0.707)$ -   010

КАМ-8 - восьмипозиционная квадратурная амплитудная модуляция.

$S_0 = \cos w_0 t$ $(I = 1,\ Q = 0)$ при передаче   000

$S_1 = 0.52\cos(w_0 t - \pi/4)$ $(I = 0.366,\ Q = 0.366)$ -   001

$S_2 = \cos(w_0 t - \pi/2)$ $(I = 0,\ Q = 1)$ -   011

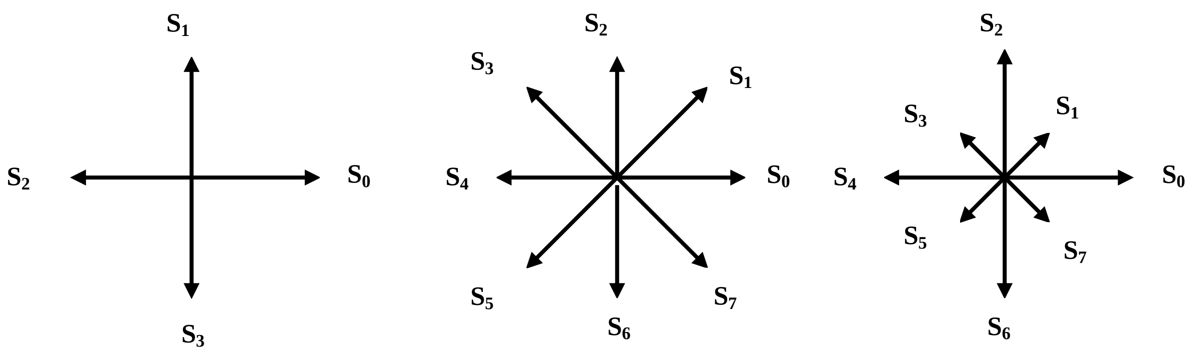
$S_3 = 0.52\cos(w_0 t - 3\pi/4)$ $(I = -0.366,\ Q = 0.366)$ -   101

$S_4 = \cos(w_0 t - \pi) = -\cos w_0 t$ $(I = -1,\ Q = 0)$ -   111

$S_5 = 0.52\cos(w_0 t - 5\pi/4)$ $(I = -0.366,\ Q = -0.366)$ -   110

$S_6 = \cos(w_0 t - 3\pi/2)$ $(I = 0,\ Q = -1)$ -   100

$S_7 = 0.52\cos(w_0 t - 7\pi/4)$ $(I = 0.366,\ Q = -0.366)$ -   010



ФМ-4   ФМ-8   КАМ-8

Рис. 13 - Векторные диаграммы сигналов

Каждая посылка при ФМ-8 и КАМ-8 содержит 3 бита информации. Поэтому скорость передачи информации увеличивается в три раза по сравнению с ДФМ.

Структурная схема демодулятора изображена на рис. 12б. Полосовой фильтр выделяет сигнал на фоне шума. Центральная частота АЧХ фильтра равна частоте несущей ω_0. Полоса пропускания фильтра равна $П = (1 – 1.5)/T$ (Гц), где T - длительность посылки сигнала.

В блоке опорного напряжения (БОН) из входного сигнала восстанавливается несущая $\cos\omega_0 t$. С помощью квадратурного демодулятора определяются проекции вектора принятого сигнала $Z(t)$-синфазная $I(t)$ и квадратурная $Q(t)$ компоненты. В решающем устройстве, сравнивая $I(t)$ и $Q(t)$ с параметрами возможных сигналов, определяются передаваемые цифровые сигналы. Помехоустойчивость реальных приемников несколько ниже оптимальных. Энергетический проигрыш составляет 1 – 1.5 дБ.

Сигнал ДФМ является наиболее помехоустойчивым видом модуляции. Но опорное напряжение необходимое для работы фазового детектора под действием помех меняет свою фазу на 180^0. При этом все 1 превращаются в 0, а 0 в 1. Это явление называется «обратная работа». Для борьбы с этим явлением используют ДОФМ. При ДОФМ фаза данной посылки отсчитывается от предыдущей посылки. При передаче 0 - фаза данного символа равна фазе предыдущего символа, при передаче 1 – фаза данного символа изменяется на π по сравнению с фазой предыдущего символа.На рис.14а показана временная диаграмма модулирующего двоичного сигнала, а на рис.14б временная диаграмма сигнала ДОФМ.

Рис.14 - Временные диаграммы двоичного сигнала и сигнала ДОФМ

9.ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Курсовая работа посвящена разработке основных блоков цифровой системы связи.

1. Изобразите обобщенную структурную схему цифровой системы связи и указать назначение основных блоков .

2. Запишите свою фамилию, имя и отчество без пробелов. Каждая буква - это импульс-отсчет некоторого условного непрерывного процесса. Амплитуда отсчета равна порядковому номеру буквы. Закодировать эти отсчеты двоичным кодом, нарисовать эти отсчеты и соответствующий им сигнал ИКМ. Полученная последовательность двоичных символов имитирует передаваемую информацию.

3. Рассчитайте дисперсию шума квантования, если U_{max}, выраженная в вольтах, равна количеству букв в Вашей фамилии.

4. Разделите сформированную в п.2 последовательность на слова из двух букв (дибиты): 00, 01,10,11. Предполагаем, что в соответствии с п.2 наш источник выдает информацию в виде случайной последовательности слов из двух букв 00, 01, 10, 11. Между буквами в слове существуют корреляционные связи, слова – независимы. Назовем этот исходный код—код К1. Укажите для кода К1: основание m, длину кодовой комбинации n, общее количество разных слов N.

5. Определите вероятность слов из двух букв (дибитов) 00, 01, 10, 11 в двоичной последовательности сигнала ИКМ, полученной в пункте 2. Рассчитайте энтропию источника, т.е. кода К1, в битах на слово из двух букв и энтропию на символ (на букву). Определите избыточность источника. Укажите причины избыточности источника.

6. Закодируйте сообщения кода К1 кодом К2. Для увеличения энтропии и устранения корреляционных связей кодируем не символы, а целые слова. Рассчитайте основание m, длину кодовой комбинации n, энтропию и избыточность кода К2. Укажите причины избыточности кода К2.

7. Для уменьшения неравновероятности символов кода К2 закодируйте символы кода К2 двоичным кодом К3 с префиксными свойствами и определите основание, энтропию, избыточность и среднюю длину комбинации кода К3.

8. Для дальнейшего увеличения энтропии закодируйте дибиты кода К3 кодом К4 с основанием m=4. Укажите для кода К4 основание, энтропию, избыточность и длину комбинации.

9. Осуществите помехоустойчивое кодирование двоичных комбинаций кода К3, используя для этого код, указанный в таблице1.

Таблица 1

Последняя цифра номера студенческого билета	Способ кодирования	Строка порождающей матрицы или порождающий полином
0	Блочный двоичный код (7,3)	1001010
1	Циклический код (7,4)	$z^3 + z + 1$
2	Блочный двоичный код (7,3)	0100101
3	Циклический код (7,4)	$z^3 + z^2 + 1$
4	Блочный двоичный код (7,3)	1001100
5	Циклический код (7,4)	$z^3 + z + 1$
6	Блочный двоичный код (7,3)	0101101
7	Циклический код (7,4)	$z^3 + z^2 + 1$
8	Блочный двоичный код (7,3)	0010110
9	Циклический код (7,4)	$z^3 + z + 1$

Необходимо: описать алгоритм кодирования и декодирования; составить таблицу разрешенных комбинаций на выходе кодера; изобразить структурные схемы кодера и декодера.

10. Выберите короткую кодовую комбинацию: 01 или 10. Нарисуйте временную диаграмму двоичной комбинации. Изобразите временные диаграммы сигналов ДАМ, ДЧМ и ДФМ, соответствующие выбранной двоичной комбинации.

11. Нарисуйте структурные схемы модулятора и демодулятора для передачи и приема многопозиционных сигналов (рис. 12). Укажите назначение блоков схемы. Зарисуйте векторные диаграммы многопозиционных сигналов.

12. Задана вероятность ошибки p=(Ц+1)·10^{-3} , где Ц - последняя цифра номера студенческого билета. По графику рис.11 определите величину отношения сигнал/шум, т.е. величину h_0^2 , при котором достигается заданная вероятность ошибки оптимального приемника двоичных сигналов ДАМ, ДЧМ, ДФМ. Сравните виды модуляции.

10.Методические указания к курсовой работе.

1. Структурная схема цифровой системы связи и назначение основных блоков. **Изучите: [3] стр.4-6.**

2. Изучите: [1] стр.49-56, [4] стр.20-24.

Запишите свою фамилию, имя и отчество без пробелов. Каждая буква - это импульс-отсчет некоторого условного непрерывного процесса. Амплитуда отсчета равна порядковому номеру буквы. Закодируйте эти отсчеты двоичным кодом. Нарисуйте эти отсчеты и соответствующий им сигнал ИКМ. Полученная последовательность двоичных символов имитирует передаваемую информацию.

В качестве примера рассмотрим передачу некоторого псевдослучайного ИКМ сигнала - последовательности букв, представляющих фамилию, имя и отчество виртуального студента –(**Иванов Михаил Иванович**). Пусть каждая буква представляет собой импульс-отсчет ИКМ сигнала, амплитуда которого равна порядковому номеру данной буквы в русском алфавите (см. таблицу 1).

Таблица 1

буквы алфавита	десятичный код	двоичный код	буквы алфавита	десятичный код	двоичный код
А	0	00000	**Р**	16	10000
Б	1	00001	**С**	17	10001
В	2	00010	**Т**	18	10010
Г	3	00011	**У**	19	10011
Д	4	00100	**Ф**	20	10100
Е	5	00101	**Х**	21	10101
Ж	6	00110	**Ц**	22	10110
З	7	00111	**Ч**	23	10111
И	8	01000	**Ш**	24	11000
Й	9	01001	**Щ**	25	11001
К	10	01010	**Ь**	26	11010
Л	11	01011	**Ъ**	27	11011
М	12	01100	**Ы**	28	11100
Н	13	01101	**Э**	29	11101
О	14	01110	**Ю**	30	11110
П	15	01111	**Я**	31	11111

Закодируем последовательность букв с помощью десятичного и двоичного кода.

И	В	А	Н	О	В	М	И	Х	А
8	2	0	13	14	2	12	8	21	0
01000	00010	00000	01101	01110	00010	01100	01000	10101	00000
И	Л	И	В	А	Н	О	В	И	Ч
8	11	8	2	0	13	14	2	8	23
01000	01011	01000	00010	00000	01101	01110	00010	01000	10111

Передаваемый квантованный сигнал представлен на рис. 15.

Перепишем передаваемую двоичную последовательность символов без пробелов. Это и будет ИКМ сигнал:

01000000100000001101011100001001100010001010100000
01000010110100000010000000110101110000100100010111

Так как передаваемая последовательность содержит 20 букв, а каждая буква состоит из 5 двоичных единиц (бит), то вся последовательность содержит 100 бит.

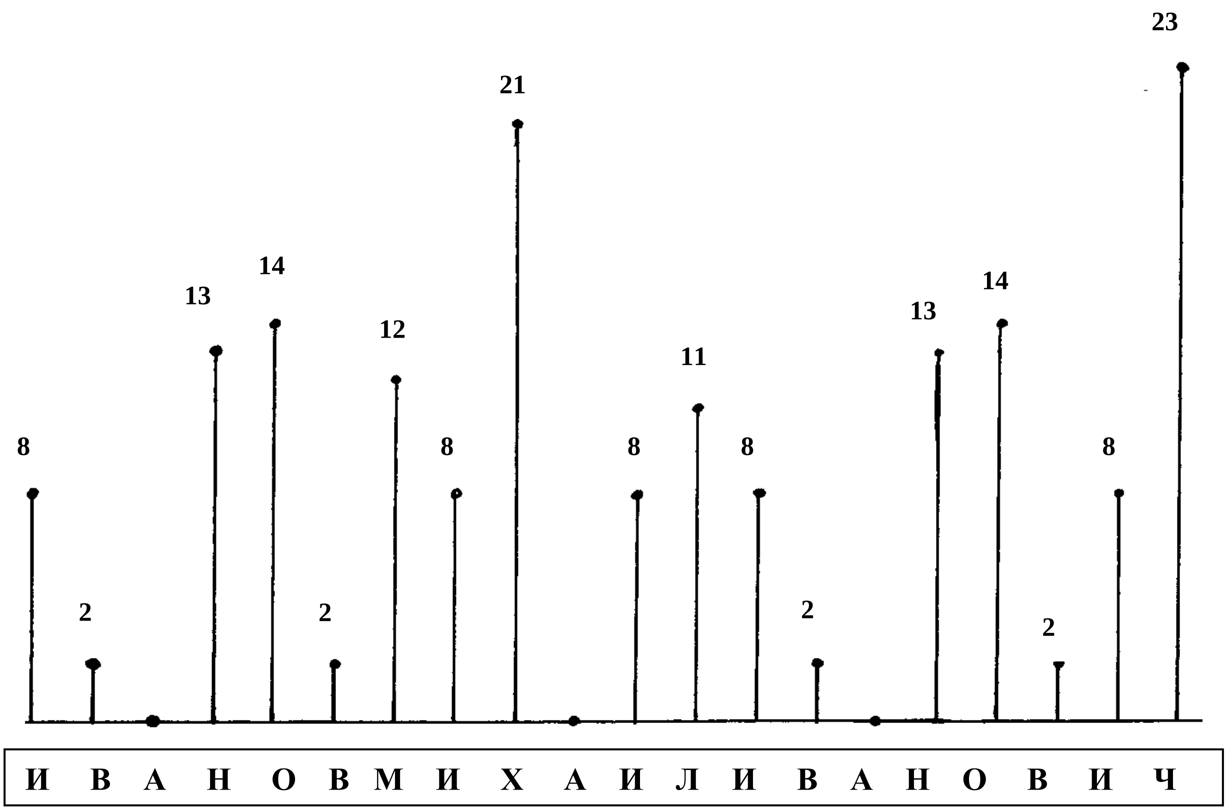


Рис. 15 - Квантованный сигнал передаваемой последовательности

3.Изучите:[4] стр.20-24.

Рассчитайте дисперсию шума квантования, если U_{max} , выраженная в вольтах, равна количеству букв в Вашей фамилии.

Количество букв в фамилии «ИВАНОВ» равно 6, т.е. U_{max} =6В. Количество уровней квантования L=2^5=32. Дисперсия шума квантования σ^2 равна:

$$\sigma^2 = \frac{U_{\max}^2}{12(L-1)^2} = \frac{6^2}{12(32-1)^2} = 0,00312 \ (\text{В}^2)$$

4.Изучите: [1] стр.163-171, [2] стр.23-30.

Разделите сформированную в п.2 последовательность на слова из двух букв: 00, 01,10,11. Получим сигнал ИКМ из п.2, разделенный на дибиты :

01.00.00.00.10.00.00.00.11.01.01.11.00.00.10.01.10.00.10.00.10.10.10.00.00.
01.00.00.10.11.01.00.00.00.10.00.00.00.11.01.01.11.00.00.10.01.00.01.01.11.

Предполагаем, что в соответствии с п.2 наш источник выдает информацию в виде случайной последовательности слов из двух букв 00, 01,10,11. Назовем этот исходный код—код К1. Этот код – двоичный, m=2 (1 и 0) , длина кодовой комбинации n=2. Общее количество разных слов $N=m^n=2^2=4$. Между буквами в слове существуют корреляционные связи, слова – независимы.

5.Изучите: [1] стр.163-171, [2] стр.23-30.

Определим вероятность слов из двух букв (дибитов) 00, 01, 10, 11 в двоичной последовательности сигнала ИКМ, полученной в пункте 4. Рассчитаем энтропию источника, т.е. кода К1, в битах на слово из двух букв и энтропию на символ (на букву). Определим избыточность источника.

Рассчитаем вероятности появления различных дибитов. Всего в передаваемой последовательности 50 дибитов. Из них дибит 00 (D_0) встречается 23 раза, вероятность появления дибита D_0 равна p_{00}=23/50=0.46, дибит 01 (D_1) встречается 11 раз и p_{01}=11/50=0,22, дибит 10 (D_2) встречается 10 раз -p_{10}=10/50=0,20, дибит 11 (D_3) встречается 6 раз - p_{11}=6/50=0.12. Энтропия кода К1 равна:

$$H_{\text{сл}} = H = -p(00)\log_2 p(00) - p(01)\log_2 p(01) - p(10)\log_2 p(10) - p(11)\log_2 p(11) =$$

$$= -0,46\log_2 p0,46 - 0,22\log_2 p0,22 - 0,20\log_2 0,20 - 0,12\log_2 0,12 = 1,827 \text{ дв.ед./слово}$$

Так как слово состоит из 2-х букв, то энтропия на букву равна:

$$H = \frac{H_{\text{сл}}}{n} = \frac{1,827}{2} = 0,914 \text{ дв. ед./букву.}$$

Так как m=2, максимальное значение H_{max} = 1 дв.ед./букву, то избыточность равна:

$$R = 1 - \frac{H}{H_{\max}} = 1 - 0,914 = 0,086.$$

Избыточность возникла из-за наличия статистической связи между символами. Для уменьшения избыточности будем кодировать не символы, а целые слова-дибиты.

6. Изучите: [1] стр.163-171, [2] стр.23-30.

Закодируем сообщения кода К1 кодом К2. Для увеличения энтропии и устранения корреляционных связей кодируем не символы, а целые слова, т.е. дибиты. Код К2:

00 – кодируем символом 0; 01 – кодируем символом 1;

10 – кодируем символом 2; 11 – кодируем символом 3.

Основание кода К2 равно m=4, длина комбинации n=1. Энтропия кода К2 на символ равна:

$$H = -p(0)\log_2 p(0) - p(1)\log_2 p(1) - p(2)\log_2 p(2) - p(3)\log_2 p(3) = 1,827 \text{ дв.ед./символ.}$$

Так как $p(0)=p(00)$; $p(1)=p(01)$; $p(2)=p(10)$; $p(3)=p(11)$; то энтропия на символ кода К2 равна энтропии на слово кода К1.

Избыточность кода К2 равна:

$$R = 1 - \frac{H}{\log_2 m} = 1 - \frac{1,827}{2} = 0,086$$

Мы увеличили энтропию в 2 раза, но избыточность осталась прежней. Причины избыточности кода К2 – неравновероятность символов 0, 1, 2, 3.

7.Изучите: [1] стр.163-171, [2] стр.23-30.

Для уменьшения неравновероятности символов кода К2 закодируем символы кода К2 двоичным кодом К3 с префиксными свойствами, построив кодовое дерево.

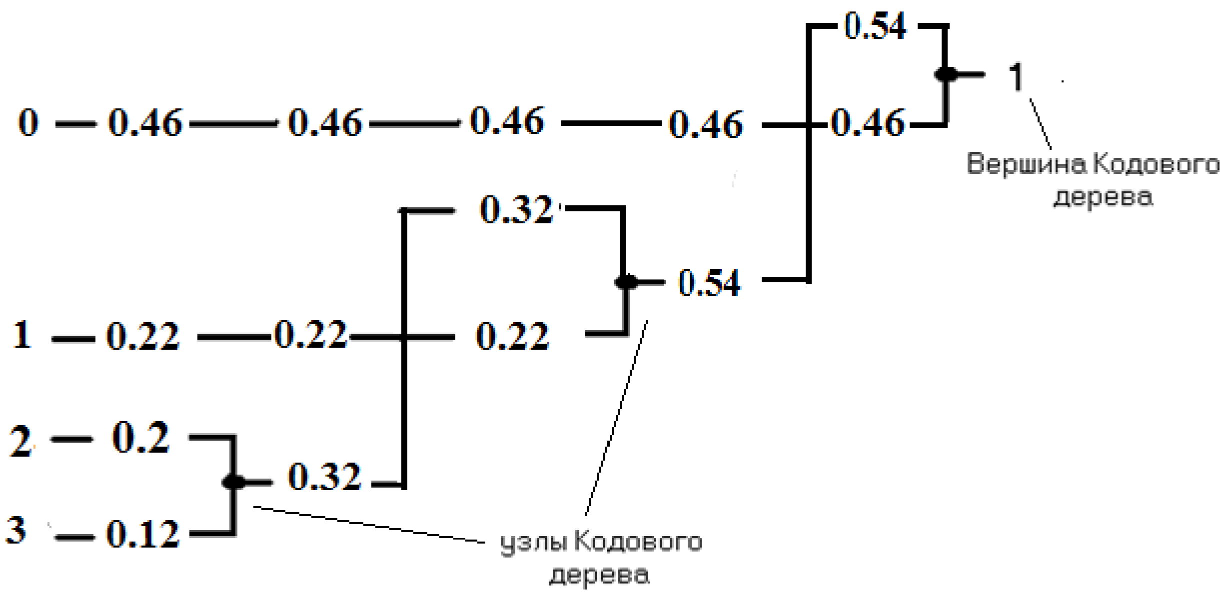


Рис.16. Построение кодового дерева.

Для кодирования сообщений идем от вершины кодового дерева к сообщению. Если в узле кодового дерева идем вверх, то в кодовую комбинацию пишем 1, а если вниз, то 0.

Таким образом имеем:

0 кодируем комбинацией "0"; 1 кодируем комбинацией "10";

2 кодируем комбинацией"111"; 3 кодируем комбинацией"110".

В результате кодирования получен неравномерный код. Наиболее вероятный символ 0 кодируется кодом минимальной длины, а наименее вероятные 2 и 3 - имеют коды максимальной длины. Поэтому средняя длина комбинации кода Хаффмена равна

$$n_{cp} = 0{,}46\times1 + 0{,}22\times2 + 0{,}20\times3 + 0{,}12\times3 = 1.86 \text{ бит/сообщение}$$

После кодирования передаваемое сообщение принимает вид:

10.0.0.0.111.0.0.0.110.10.10.110.0.0.111.10.111.0.111.0.111.111.111.0.
0.10.0.0.111.110.10.0.0.0.111.0.0.0.110.10.10.110.0.0.111.10.0.10.10.110

Оно содержит всего 93 дв. символа, на 7 дв. ед. меньше исходного сообщения из 100 символов.

Код Хаффмана обладает префиксными свойствами, т.е. никакая короткая кодовая комбинация не должна являться началом более длинной комбинации. При этом не нужно использовать дополнительные разделительные символы (для наглядности комбинации кода Хаффмена разделены точками).

Однако возникают и проблемы. Если произойдет ошибка при передаче информации, то нарушается разбиение кодовых комбинаций и возникает несколько ошибок при декодировании.

Рассчитаем вероятности 1 и 0 в коде Хаффмена.

Из 100 среднестатистических сообщений получим:

46 комбинаций "0"; 22 комбинации "10" ;

20 комбинаций "111"; 12 комбинаций "110".

Количество "1" равно: N_1=22×1+20×3+12×2=106;

Количество "0" равно: N_0=46×1+22×1+12×1=80;

Вероятность "1" равна: $p(1)$=106/186=0,57;

Вероятность "0" равна: $p(0)$=80/186=0,43;

Энтропия кода К3 равна:

$$H = -0,57\log_2 0,57 - 0,43\log_2 0,43 = 0,986 \text{ дв.ед./символ}$$

Избыточность кода К3 равна:

$$R = 1 - 0,986 = 0,014$$

Можно считать, что символы кода К3 практически равновероятны.

8.Изучите: [1] стр.163-171, [2] стр.23-30.

Для дальнейшего увеличения энтропии закодировать дибиты кода К3 кодом К4 с основанием m=4. Указать для кода К4 основание, энтропию, избыточность и длину комбинации.

Закодируем дибиты нового кода К3 кодом К4:

00 – кодируем символом 0; 01 – кодируем символом 1;

10 – кодируем символом 2; 11 – кодируем символом 3.

Основание кода К4 равно m=4, длина комбинации n=1. Т.к. символы кода К3 практически равновероятны, то символы кода К4 тоже практически равновероятны. Следовательно энтропия кода К4 максимальна и равна

$$H = \log_2 m = \log_2 4 = 2 \text{ дв.ед./символ.}$$

9.Изучите: [1] стр.231-259, [2] стр.32-38.

Осуществить помехоустойчивое кодирование двоичных комбинаций кода К3, используя для этого код, указанный в таблице 1.

а) Задан блочный код (7,3) и строка порождающей матрицы: 010 1110.

Формируем порождающую матрицу G. Она состоит из единичной матрицы и матрицы-дополнения:

$$G = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0. & x & x & x & x \\ 0 & 1 & 0. & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1. & x & x & x & x \end{vmatrix}$$

Заданная строка – средняя, т.к. начинается на 010. Формируем матрицу - дополнение P. Она должна иметь разные столбцы и количество 1 в столбцах должно быть максимальным. Далее см. раздел 5.

б) Задан циклический код (7,4) и порождающий полином:

$$p(z) = z^3 + z + 1.$$

Выбираем любую информационную комбинацию из 4-х символов. Записываем ее полиномом и перемножаем его на $p(z)$. Далее см. раздел 6.

10.Изучите: [1] стр.109-114, [2] стр. 7.

Соответствующие диаграммы приведены в разделе 7, рис.8.

11.Изучите: [1] стр.350-361, [2] стр.4-10.

Пусть Ц=3, в этом случае вероятность ошибки p=(Ц+1)$\cdot 10^{-3} = 4\cdot 10^{-3}$. Скопируем часть рис.11. По оси p отложено lg$p$ (-1,-2, и т.д.) , а написано значение p. Нам задано $p = 4\cdot 10^{-3}$. Отложим по оси p значение:

$\lg p = \lg 4\cdot 10^{-3} = -3 + \lg 4 = -3 + 0.6 = -2.4$.

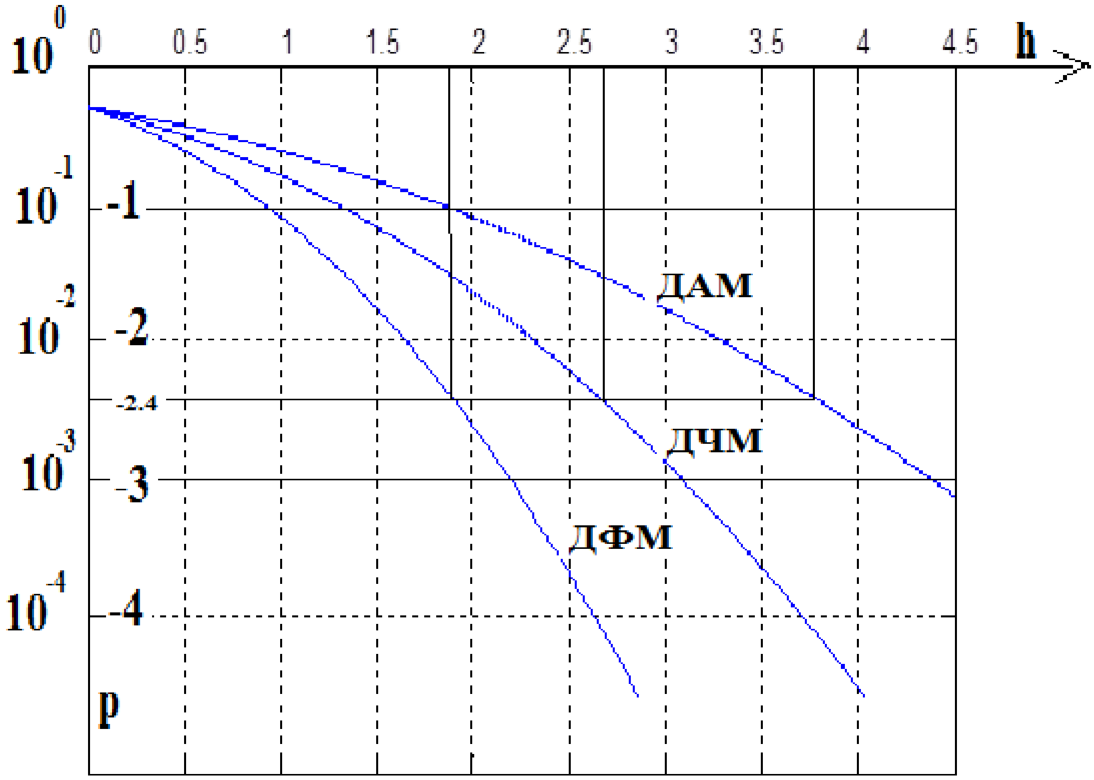


Рис.17.Помехоустойчивость ДАМ, ДЧМ, ДФМ.

Такая вероятность ошибки может быть получена:
для ДФМ при h_0=1.9; h_0^2=3.6; для ДЧМ при h_0=2.7; h_0^2=7.3; для ДАМ при h_0=3.8; h_0^2=14.4.
С учетом погрешности определения h_0 можно сказать, что ДФМ выигрывает у ДЧМ два раза, а у ДАМ четыре раза по мощности передатчика.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. А.С. Аджемов, В.Г. Санников. Общая теория связи.- Москва.: Горячая линия-Телеком, 2018, 624с.

Дополнительная литература

2. Сухоруков А.С. Теория цифровой связи. Часть 2.-Учебное пособие. – М.:ООО «Инсвязьиздат», 2008, 52 с.
3. Учебно-методическое пособие по дисциплине Общая теория связи (5 семестр), 2018, 23с.
4. Сухоруков А.С. Теория цифровой связи (часть 1). Учебное пособие.- М.: ООО «Инсвязьиздат», 2005, 52 с.

Оглавление