МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Ухтинский государственный технический университет»
(УГТУ)

ОСНОВЫ ТЕОРИИ НЕПРЕРЫВНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания

Ухта, УГТУ, 2013

УДК 681.5 (075.8)
ББК 32. 965 я 7
П 49

Полетаев, С. В.

П 49 Основы теории непрерывных линейных систем автоматического управления [Текст] : метод. указания / С. В. Полетаев, А. Э. Старцев. – Ухта : УГТУ, 2013. – 15 с., ил.

Методические указания предназначены для выполнения контрольных и расчётно-графических работ по теории автоматического управления для студентов специальности 140400 «Энергетика и электротехника».

Методические указания позволяют изучить математическое описание линейных непрерывных систем автоматического управления, рассматривают вопросы построения временных и частотных характеристик систем автоматического управления, а также вопросы их устойчивости.

Содержание указаний соответствует учебной рабочей программе.

УДК 681.5 (075.8)
ББК 32. 965 я 7

Методические указания рассмотрены и одобрены кафедрой ЭАТП (протокол №7 от 6.09.2013 г.) и рекомендованы к изданию советом специальности 140400.

Рецензент: З. Х. Ягубов.
Редактор: Л. П. Бойченко.
Корректор: Т. К. Шпилёва.
Технический редактор: Л. П. Коровкина.

В методических указаниях учтены предложения рецензента и редактора.

План 2013 г., позиция 72.
Подписано в печать 31.10.2013. Компьютерный набор.
Объём 15 с. Тираж 100 экз. Заказ №279.

169300, Республика Коми, г. Ухта, ул. Первомайская, д. 13.
Типография УГТУ.
169300, Республика Коми, г. Ухта, ул. Октябрьская, д. 13.

Введение

Методические указания предназначены для закрепления осваиваемого в процессе изучения материала студентами дневного, заочного и заочного (сокращённая программа) обучений. При выполнении работы студенты выбирают номер варианта по двум последним цифрам зачётной книжки. В первой и второй задачах по последней цифре выбирается вид передаточной функции, а по предпоследней – численные значения коэффициентов и постоянных времени, заданных передаточных функций. В задачах под номерами три, четыре, пять по последней цифре выбирается вид заданной структурной схемы, а по предпоследней цифре – численные значения постоянных времени и коэффициентов.

Студенты заочного обучения выполняют две контрольные работы:

- Контрольная работа №1 – задачи 1 и 2;
- Контрольная работа №2 – задачи 3, 4, 5.

Студенты дневного обучения выполняют расчётно-графическую работу (задачи с 1-ой по 5-ую).

При выполнении работы студенты должны руководствоваться следующими правилами:

- Выполнять работу рекомендуется только после изучения соответствующего материала.
- Работа выполняется на листах формата А4 в написанном от руки, либо печатном вариантах. Все рисунки и графики должны быть выполнены чётко и аккуратно. Небрежно выполненная работа возвращается студенту без проверки.
- Решая предлагаемую задачу, необходимо расчёт каждой искомой величины выполнять в начале в общем виде, а затем, подставив в полученное выражение числовые значения, получить результат с обязательным указанием единиц измерения.
- Работа допускается до защиты, если она оформлена в соответствии с вышеперечисленными правилами и не содержит принципиальных ошибок.
- Не допущенную к защите контрольную работу необходимо исправить в той же тетради и представить на повторное рецензирование.
- Исправление ошибок в отрецензированном тексте не допускается.

Защита контрольной работы проводится с целью выявления уровня подготовки студента по предложенному в задании ряду вопросов в форме собеседования с рецензентом. Если по результатам собеседования работа зачитывается, то это даёт право допуска к аттестации по дисциплине (сдаче зачёта) и, соответственно, наоборот.

Задача 1

Получить выражение для выходной величины *y(t)* системы, передаточная функция (ПФ) которой задана в таблице П1*а, б* для двух случаев:

1. На вход заданной системы подаётся единичное ступенчатое воздействие;
2. На вход системы подаётся воздействие в виде ∂-функции.

Построить графики изменения выходной величины для двух случаев.

Задача 2

Определить комплексный коэффициент передачи (ККП) и найти амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики (АЧХ и ФЧХ) системы. Варианты заданий выбираются из приложения 1 (таблица П1*а*, *б*).

Задача 3

Найти ПФ системы по управляющему и возмещающему воздействиям по заданной структурной схеме. Варианты заданий выбираются из приложения 2.

Задача 4

Исследовать замкнутую систему автоматического управления на устойчивость:

1. С помощью любого алгебраического критерия устойчивости.
2. По логарифмическим частотным характеристикам (ЛАЧХ и ФЧХ) соответствующих частотных характеристик. (В случае если система не устойчива, предложить меры по обеспечению устойчивости).

Структурная схема и конкретные значения передаточных функций звеньев, исследуемой САУ, даны в приложении 2.

Задача 5

Определить порядок астатизма САУ (исходные данные к задаче принять из приложения 2) по управляющему *x(t)* и возмущающему *f(t)* воздействиям. Найти значения установившейся ошибки при $x(t)=1(t)$ и $f(t)=1(t)$.

Методические указания к выполнению заданий

Задача № 1. Выходная величина *y(p)* определяется по выражению:

$$y(p) = W(p) \cdot x(p),$$

где $W(p)$ – заданная передаточная функция;

$x(p)$ – сигнал на входе исследуемой САУ.

При определении выходной величины, следует иметь в виду, что изображение единичной ступенчатой функции 1*(t)* определяется выражением (приложение 3):

$$x(p) = \frac{1}{p}.$$

Тогда выходная величина *y(p)* заданной системы примет вид:

$$y(p) = F(p) = W(p) \cdot \frac{1}{p}.$$

Выходную величину системы *y(t)* определяют, применив к изображению *F(p)* обратное преобразование Лапласа:

$$y(t) = L^{-1}\{F(p)\}.$$

Задача № 2. Для нахождения ККП по ПФ системы следует воспользоваться соотношением:

$$W(j\omega) = W(p)|_{p \to j\omega}.$$

Для определения АЧХ (*A(w)) = mod{W(jω)}*) необходимо привести выражение для *W(jω)* к алгебраической форме:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega),$$

где *P(ω)* – вещественная частотная характеристика системы;

Q(ω) – мнимая частотная характеристика системы.

Чтобы представить *W(jω)* в алгебраической форме, следует умножить числитель и знаменатель *W(jω)* на функцию, комплексно сопряжённую знаменателю, и воспользоваться формулой:

$$(a + jb)(a - jb) = a^2 + b^2,$$

позволяющей освободиться от мнимой составляющей в знаменателе.

После этого можно определить *A(w)* по формуле:

$$A(\omega) = |W(j\omega)| == \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}.$$

Получив выражение для *A(w),* необходимо построить график этой функции. Затем определяется ФЧХ:

$$\phi(\omega) = \arg\{W(j\omega)\} = \arg\frac{P(\omega)}{Q(\omega)}.$$

Строится график этой характеристики.

Задача № 3. Для нахождения ПФ системы по заданной структурной схеме следует воспользоваться как методом преобразования структурных схем, так и методом преобразования координат (координат сигналов) [2, 3]. Проверкой правильности решения является сравнение результатов.

При применении метода преобразования структурных схем необходимо стремиться к тому, чтобы избавить схему (участок схемы) от перекрёстных обратных связей (ОС). Например, дана схема (рисунок 1). Наиболее рациональным здесь является преобразование, состоящее в переносе 2-го (правого по схеме) сумматора через звено с ПФ.

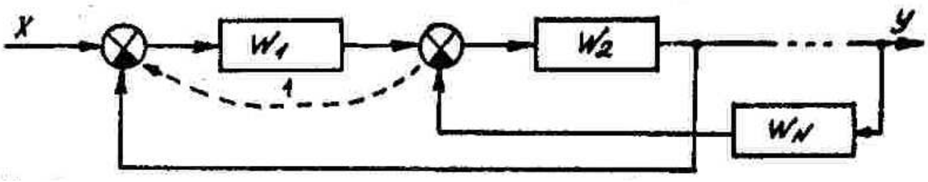


Рисунок 1 – Перенос сумматора через звено против сигнала

В результате получается структурная схема (рисунок 2).

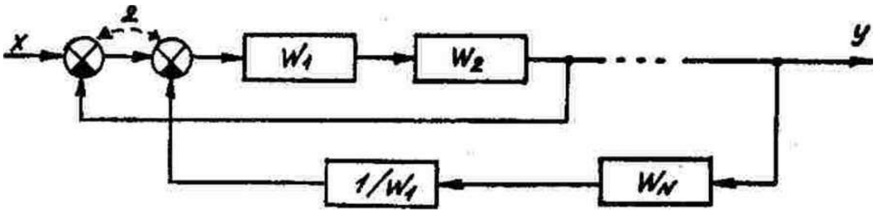


Рисунок 2 – Структурная схема, полученная в результате преобразований

Далее возможно поменять сумматоры местами и освободить схему от перекрёстных связей (рисунок 3).

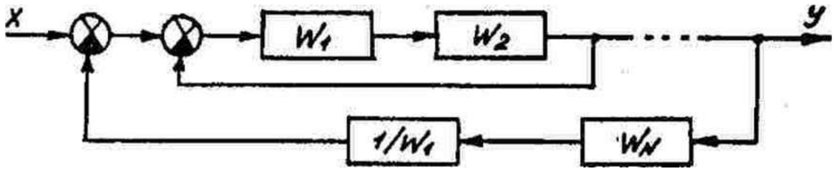


Рисунок 3 – Структурная схема без перекрёстных связей

Теперь ПФ определяется без труда, с учётом формулы для ПФ систем, охваченных ОС:

$$W(p) = \frac{W_{пр}(p)}{1 \pm W_{пр}(p) W_{ос}(p)}.$$

При решении задачи методом преобразования координат, составляется система линейных уравнений, связывающих между собой координаты системы через ПФ звеньев. Система должна содержать N-1 уравнений, если имеется N координат. Из системы можно получить зависимость:

$$y(p) = x(p) F(W_1, W_2, ..., W_{N-1}),$$

где $x(p)$ – входная координата системы;

$y(p)$ – выходная координата системы;

$F(W_1, W_2, ..., W_{N-1})$ – некоторая функция от ПФ звеньев, входящих в систему (фактически, это и есть искомая ПФ системы).

Получив указанную зависимость, легко найти ПФ системы $W(p)$:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)}.$$

Задача №4. Для исследования САУ на устойчивость по алгебраическим критериям Гурвица или Рауса [1, 2, 3] следует записать ПФ замкнутой системы и выделить характеристический полином $D(p)$. Далее следует определить порядок системы n. Если n > 4, то ПФ следует упростить, пренебрегая малыми постоянными времени. При помощи такого упрощения порядок системы доводится до 4-го – 3-го. После этого следует формальная процедура вычисления диагональных миноров определителя Гурвица (если используется критерий Гурвица) или процедура заполнения таблицы Рауса (если используется соответствующий критерий).

Использование «логарифмического» критерия устойчивости предполагает построение ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы. Критерий особенно прост, если логарифмическая фазо-частотная характеристика (ЛФЧХ) пересекает линию $\phi = -\pi$ только один раз. Тогда требование сводится к тому, чтобы на частоте среза ЛАЧХ запас устойчивости по фазе был больше 0 (иными словами, линия $L(w)$ должна пересекать ось $L = 0$ «раньше», чем кривая $\varphi(\omega)$ пересечёт линию $-\pi$). В других случаях следует пользоваться более общей формулировкой критерия [1, 2].

Если в результате окажется, что система неустойчива, то необходимо дать предложения по обеспечению устойчивости. В ряде случаев достаточно уменьшить коэффициент передачи разомкнутой системы. Допустимо также изменить одно или несколько значений постоянных времени. Такой подход можно назвать параметрическим (меняются только параметры звеньев САУ). Возможен и структурный подход, когда изменяется структура САУ. Например, можно уменьшить порядок астатизма системы, исключив из регулятора идеальное интегрирующее звено (предложение состоит в использовании регуляторе другого типа).

Задача №5. Порядок астатизма САУ по управляющему воздействию ν_x может быть определён по количеству интеграторов, имеющихся в разомкнутой системе (ν_x равно этому количеству). Определяя порядок астатизма САУ ν_λ по возмущению $\lambda(t)$, следует из количества интеграторов в разомкнутой системе вычесть число интеграторов, относящихся к объекту управления (в общем случае, стоящих между точкой приложения возмущения и выходом системы). Возможно также судить о порядке астатизма системы по величине выделенной установившейся ошибки [1, 2, 3].

Для нахождения установившейся ошибки устойчивой системы необходимо получить операторное изображение применительно к замкнутой системе в виде:

$$\varepsilon_x(p) = W_x(p)x(p)\,|_{x(p)=L\{1(t)\}},$$

или

$$\varepsilon_\lambda(p) = W_\lambda(p)\lambda(p)\,|_{\lambda(p)=L\{1(t)\}},$$

где $W_x(p)$ – ПФ по управлению;

$W_\lambda(p)$ – ПФ по возмущению.

После этого следует при помощи обратного преобразования Лапласа перейти к соответствующим временным оригиналам ошибки:

$$\varepsilon^x_{уст} = \lim_{t\to\infty}\varepsilon_x(t) = \lim_{t\to\infty}\left[L\{\varepsilon_x(p)\}\right],$$

$$\varepsilon_{уст}^{\lambda} = \lim_{t\to\infty} \varepsilon_{\lambda}(t) = \lim_{t\to\infty} \left[L\{\varepsilon_{\lambda}(p)\} \right].$$

Обойтись без вычислений предела можно путём при использовании теоремы о конечном значении оригинала:

$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p \cdot \varepsilon(p).$$

Знание свойств статических и астатических систем позволяет найти соответствующие значения ошибки и без указанной процедуры [1, 2, 3].

Библиографический список

1. Бесекерский, В. А. Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Изд-во «Профессия», 2004. – 752 с.; ил.

2. Основы теории автоматического регулирования и управления : учеб. пособие для вузов / А. А. Воронов [и др.]. – М. : Высш. школа, 1977. – 515 с.; ил.

3. Мирошник, И. В. Теория автоматического управления. Линейные систем / И. В. Мирошник. – СПб. : Питер, 2005. – 336 с.; ил.

4. Зайцев, Г. Ф. Теория автоматического управления и регулирования / Г. Ф. Зайцев. – 2-е изд., перераб. и доп. – К. : Выща шк., 1989. – 431 с.; ил.

Приложение 1

Варианты заданий для задач №1 и №2

Таблица П1*а* – Передаточные функции к задаче 1

№ варианта	Передаточная функция к задаче 1
0	$W(p)=\frac{K}{Tp+1}\cdot\frac{1}{p}$
1	$W(p)=\frac{K}{Tp+1}\cdot\frac{1}{p^2}$
2	$W(p)=\frac{K}{(Tp+1)^2}\cdot\frac{1}{p}$
3	$W(p)=\frac{K}{(Tp+1)^2}$
4	$W(p)=\frac{K}{T^2p+1}$
5	$W(p)=\frac{K}{Tp+1}$
6	$W(p)=\frac{K}{(Tp+1)(0{,}2Tp+1)}$
7	$W(p)=\frac{K}{(Tp+1)(4Tp+1)}$
8	$W(p)=\frac{1}{p^2}$
9	$W(p)=\frac{Kp}{Tp+1}$

Примечание: Вариант задания выбирается по последней цифре зачётки.

Таблица П1*б* – Численные значения коэффициентов

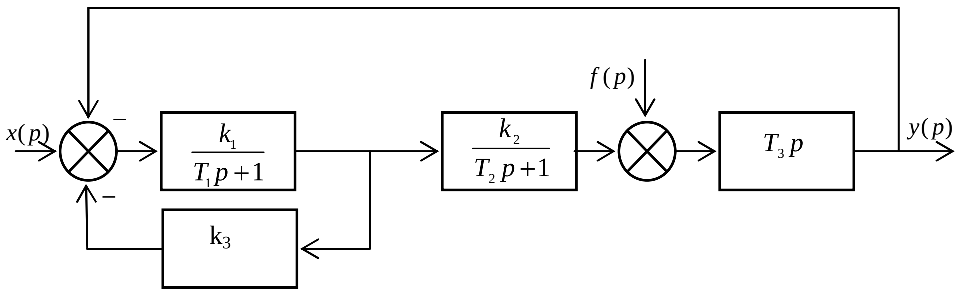
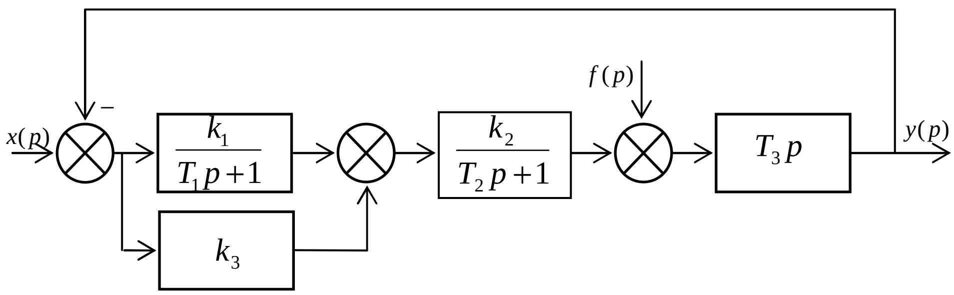
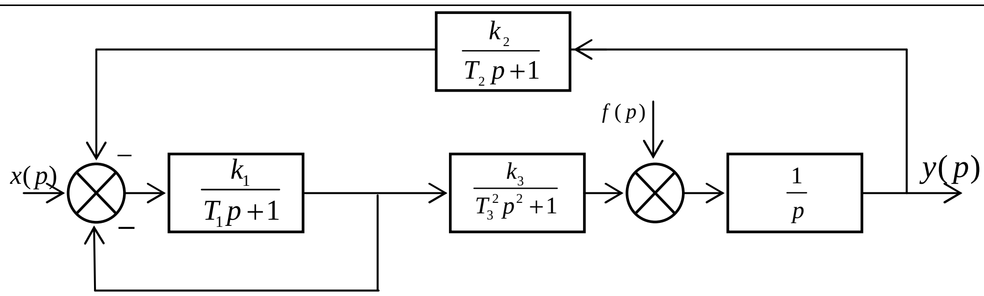
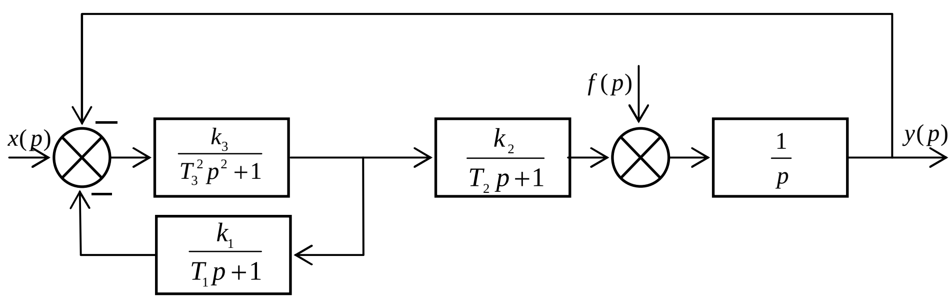
№ варианта	Значения коэффициента *K* к задаче 1	Значения постоянной времени *T* к задаче 1
0	2,8	0,22
1	-4	1,36
2	16	1,54
3	22	0,02
4	-1,25	0,062
5	6,2	0,06
6	3,6	3,2
7	4,8	1,41
8	7,6	0,056
9	-1,88	0,0031

Примечание: Вариант задания выбирается по предпоследней цифре зачётки.

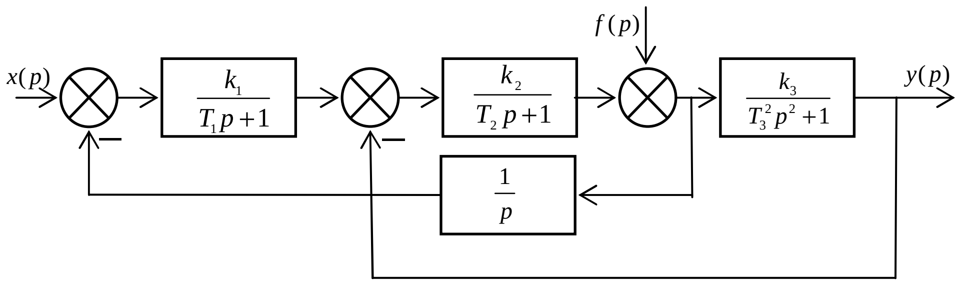
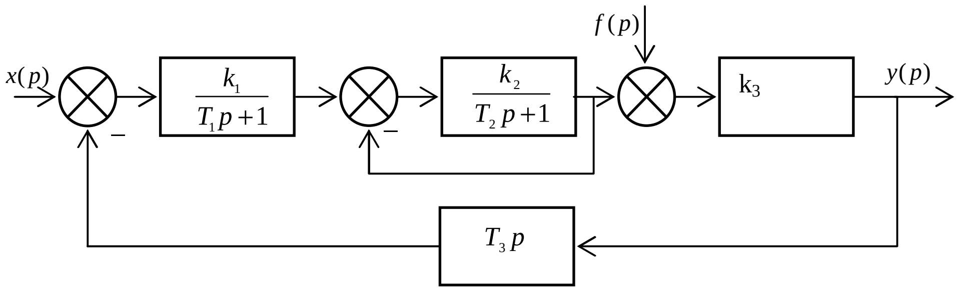
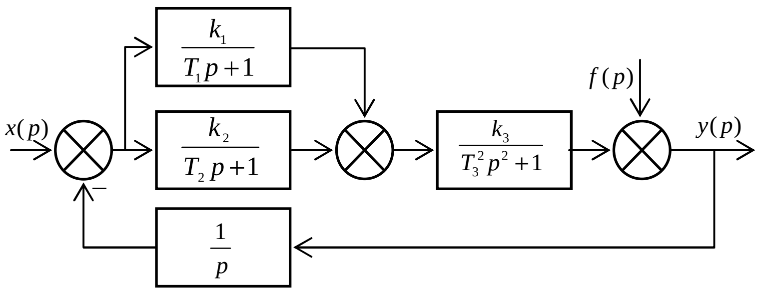
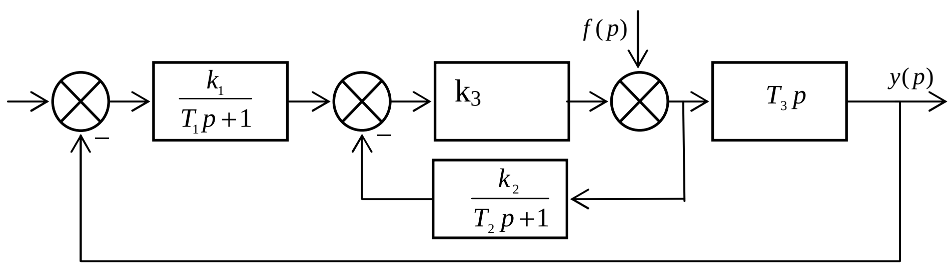
Приложение 2

Варианты заданий для задач 3, 4, 5

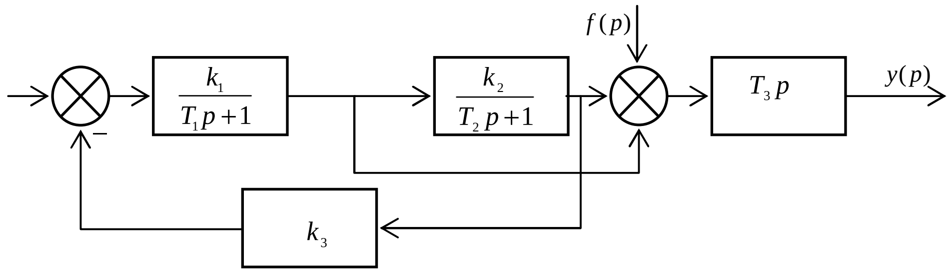
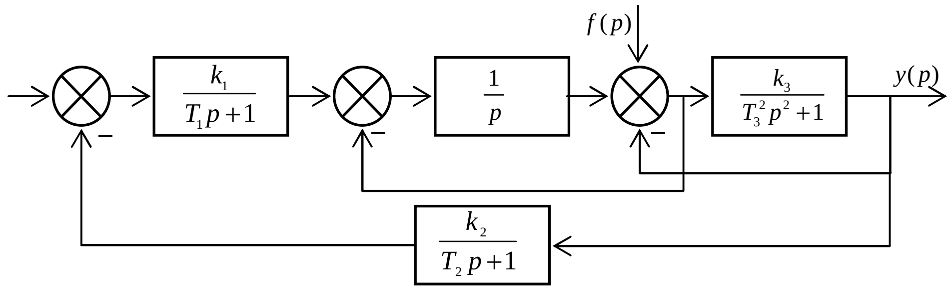
Таблица П2*а* – Варианты структурных схем к задаче 3

№ варианта	Структурная схема к задаче 3
1	2
0	
1	
2	
3	

Продолжение таблицы П2*а*

1	2
4	
5	
6	
7	

Окончание таблицы П2*а*

1	2
8	
9	

Примечание: Вариант задания выбирается по последней цифре зачётки.

Таблица П2*б* – Варианты заданий к задаче 3

№ варианта	k_1	T_1	k_2	T_2	k_3	T_3
0	4,1	0,111	0,15	0,023	3,3	0,67
1	2,8	0,108	0,35	0,04	3,4	0,73
2	3,5	0,202	0,8	0,038	1,7	0,71
3	4,3	0,188	0,4	0,022	3,1	0,64
4	2,7	0,133	0,25	0,011	7,5	0,78
5	4,5	0,149	0,22	0,014	6,4	0,8
6	4,8	0,291	0,23	0,036	6,5	0,41
7	4,8	0,298	0,5	0,011	5,4	0,68
8	2,4	0,162	0,23	0,042	2,6	0,45
9	4,1	0,111	0,15	0,023	3,3	0,67

Примечание: Вариант задания выбирается по предпоследней цифре зачётки.

Приложение 3

Справочные сведения о преобразовании Лапласа

Таблица П3 – Избранное из таблиц преобразований Лапласа

№ п/п	Оригинал функций $y(t)$	Изображение по Лапласу $F(p)$
1	$\partial(t)$	1
2	$1(t)$	$\frac{1}{p}$
3	t	$\frac{1}{p^2}$
4	$e^{\pm\alpha t}$	$\frac{1}{p\mp\alpha}$
5	$t\cdot e^{\pm\alpha t}$	$\frac{1}{(p+\alpha)^2}$
6	$1-e^{\pm\alpha t}$	$\frac{\alpha}{p(p+\alpha)}$
7	$e^{-at}+e^{-bt}$	$\frac{b-a}{(p+a)(p+b)}$
8	$1+\frac{b}{a-b}e^{-at}-\frac{a}{a-b}e^{-bt}$	$\frac{ab}{p(p+a)(p+b)}$

Свойства преобразования Лапласа

1. Теорема сложения

Изображение суммы нескольких функций равно сумме изображений нескольких функций:

$$L\{y_1(t)+y_2(t)+\ldots+y_n(t)\}=L\{y_1(t)\}+L\{y_2(t)\}+\ldots+L\{y_n(t)\}=F_1(p)+F_2(p)+$$
$$+\ldots+F_n(p),$$

или

$$L^{-1}\{F_1(p)+F_2(p)+\ldots+F_n(p)\}=L^{-1}\{F_1(p)\}+L^{-1}\{F_2(p)\}+\ldots+L^{-1}\{F_n(p)\}=$$
$$=y_1(t)+y_2(t)+\ldots+y_n(t).$$

2. Изображение функции, умноженной на константу

Константа выносится за знак изображения:

$$L\{a\cdot y(t)\}=a\cdot L\{y(t)\}=a\cdot F(p),$$

или

$$L^{-`}\{a\cdot F(p)\}=a\cdot L^{-1}\{F(p)\}=a\cdot y(t).$$

3. Теорема о конечном значении:

$$\lim_{t\to\infty} y(t)=\lim_{p\to 0} p\cdot F(p).$$