

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Правила оформления решения задач:

2. Должен быть описан процесс решения и приведены промежуточные вычисления;
3. Итоговый результат должен быть выделен.

Задачи для решения:

1. Упростить выражение:

1. $S = (A \cup (B \setminus A) \cup \bar{A} \cap C) \cap \bar{A} \cap C \setminus B$
2. $S = \overline{\overline{A} \cup B} \cup A \cap B \cap C \cup A \cap C \cup (\overline{C \cup B}) \cap (C \cup \bar{B})$
3. $S = (A \cup B \cap C) \setminus (\bar{B} \cup \bar{C} \cup A \cap \bar{B} \cap C) \cup \overline{(A \cup B \cup C)}$
4. $S = \overline{(A \cup B)} \cup \overline{A \cap B \cup C} \cap \overline{A \cap C} \cup (\bar{C} \cup B)$
5. $S = \overline{A \cap B} \cap (A \cup B \cup C) \cup A \cup C \cup (\bar{C} \cap B) \cup (C \cap \bar{B})$
6. $S = \overline{A \cup \bar{B}} \cap (A \cup B \cup \bar{C}) \cup \overline{(A \cap C \cap B) \setminus (A \setminus C)}$
7. $S = \overline{(B \setminus (C \cap \bar{B})) \cap A \cap \bar{C} \setminus (\bar{A} \cap B \cup (B \cap C \setminus \bar{A} \cap C))}$
8. $S = \overline{B \cup (C \setminus B) \cap A \setminus C} \setminus \overline{A \cup \bar{B} \cup C}$
9. $S = \overline{(A \cap \bar{B} \setminus (B \setminus C))} \cup \overline{(A \cap C \cup B)}$
0. $S = \overline{(A \cap \bar{B} \cap C \cup A \cap \bar{C})} \cap (B \cap \bar{C} \cup \bar{A} \cap B \cap \bar{C})$

2. Используя диаграммы Эйлера-Венна, решить задачу:

1. Каждый из 500 студентов посещают три спецкурса. Спецкурс только по математике, только по математике и физике, только по физике и астрономии посещают одинаковое число студентов; три спецкурса посещают 20 студентов. Спецкурс по математике посещают столько же студентов, сколько спецкурс по физике. Спецкурс только по физике посещают 50 студентов, а спецкурс по астрономии – 250 студентов. Сколько студентов посещают только один спецкурс?

2. Экзамен по математике содержал три задачи: по алгебре, по геометрии и по тригонометрии. Из 800 абитуриентов задачу по алгебре решили 250 человек, по алгебре или геометрии – 660 человек; по две задачи решили 400 человек, из них две задачи по алгебре и геометрии решили 150 человек, по алгебре и тригонометрии 50 человек. Только по тригонометрии задачи решили 120 человек. Ни один абитуриент не решил все задачи; 20 абитуриентов не решили ни одной задачи. Сколько абитуриентов решили задачи по геометрии? Сколько абитуриентов решили только одну задачу?

3. Среди 100 студентов института иностранными языками занимались: немецким – 30 человек, французским – 40 человека, испанским – 35, испанским и немецким – 8 человек, немецким и французским – 7 человек, испанским и французским – 9; 5 студентов изучали все три языка. Сколько студентов изучали только французский язык? Сколько студентов не изучали ни одного из иностранных

языков?

4. Экзамен по математике содержал три задачи: по алгебре, по геометрии и по тригонометрии. Из 750 абитуриентов задачу по алгебре решили 400 абитуриентов, по геометрии – 480, по тригонометрии – 420; задачи по алгебре или геометрии решили 630 абитуриентов; по геометрии или тригонометрии – 600 абитуриентов; по алгебре или тригонометрии – 620 абитуриентов. 100 абитуриентов не решили ни одной задачи. Сколько абитуриентов решили все задачи? Сколько абитуриентов решили только одну задачу?

5. Каждый из 500 студентов обязан посещать хотя бы один из трех курсов: по математике, экономике, философии. Три курса посещают 10 студентов, по математике и экономике – 30, по математике и философии – 25, курс только по экономике – 80 студентов. Известно также, что курс по математике посещают 345 студентов, по экономике – 145, по философии – 100 студентов. Сколько студентов посещают курс только по философии? Сколько студентов посещают два курса?

6. На кафедре иностранных языков работают 37 преподавателей, из них французский преподают 23 преподавателя, английский язык 16 преподавателей, все три языка – три преподавателя. Число преподавателей, ведущих занятия только по английскому языку, равно числу преподавателей, ведущих занятия только по немецкому языку. Число преподавателей, ведущих занятия только по английскому и немецкому языкам, равно числу преподавателей, ведущих занятия только по немецкому и французскому языкам; 12 преподавателей проводят занятия только по двум иностранным языкам. Сколько преподавателей преподают один иностранный язык? Сколько преподавателей преподают один английский язык?

7. На курсы иностранных языков зачислено 300 слушателей. Из них французский или английский изучают 250 человек, английский и немецкий – 60 человек, английский и французский – 80 человек. Число слушателей, изучающих только французский язык, равно числу слушателей, изучающих только немецкий язык; 70 человек изучают только английский язык. Занятия по французскому и немецкому языкам проводятся одновременно. Сколько слушателей изучает немецкий или французский языки? Сколько слушателей не посещает занятия?

8. На курсах иностранных языков учатся 300 студентов, из них число студентов, изучающих английский или французский языки, равно 230 и равно числу студентов, изучающих французский или немецкий языки. Число студентов, изучающих английский или немецкий языки, равно 250, а число студентов, изучающих английский и французский языки равно 60. Студенты, изучающие английский язык, не изучают немецкого языка. Сколько студентов изучают каждый из указанных языков и сколько студентов изучают 2 языка одновременно?

9. Группа студентов из 25 человек сдала экзаменационную сессию со следующими результатами: 2 человека получили только «отлично»; 3 человека получили отличные, хорошие и удовлетворительные оценки; 4 человека только «хорошо»; 3 человека только хорошие и удовлетворительные оценки; число студентов, сдавших сессию только на «отлично» и «хорошо», равно числу студентов, сдавших сессию только на «удовлетворительно». Студентов, получивших только отличные и удовлетворительные оценки – нет. Удовлетворительные или хорошие оценки получили 22 студента. Сколько студентов не явилось на экзамены? Сколько студентов сдало сессию только на «удовлетворительно»?

0 На курсах иностранных языков учится 600 человек, из них французский изучают 220 человек, английский 270 человек, слушатели, изучающие английский язык, не изучают немецкий язык; один французский язык изучают 100 человек, один немецкий – 180 человек. Сколько человек изучают по два иностранных языка? Сколько человек изучают один иностранный язык?

3. Дать геометрическую интерпретацию следующему бинарному отношению и ответить на вопросы:

1) Какова область определения и область значений бинарного отношения?

2) Обладает ли оно свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности?

3) Является ли оно отношением эквивалентности, толерантности, порядка?

1. $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in D, x + y \leq 0 \}$

2. $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in D, x + 2y \leq 0 \}$

3. $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in D, x \geq 4y \}$

4. $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in Z, x \leq y \leq x^2 \}$

5. $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in D, |x| + |y| \leq 1 \}$

6. $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in D, x^2 + y^2 \leq a^2 \}$

7. $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in D, |x - y| \leq 1 \}$

8. $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in D, 2x \geq 3y \}$

9. $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in N, x^2 \geq y \}$

0. $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in D, x^2 + y^2 \leq 4 \}$

4. Выполнить задание:

Для следующего высказывания:

а) построить таблицу истинности;

б) упростить высказывание;

в) построить таблицу истинности для упрощенного высказывания и сравнить с результатом исходного высказывания.

1. $X \wedge \bar{Y} \wedge (Y \rightarrow \bar{X})$

2. $X \rightarrow Y \vee Z$

3. $X \vee \bar{Y} \rightarrow \bar{X} \wedge Z$

4. $(A \vee B \vee \bar{C}) \leftrightarrow (C \rightarrow \overline{A \wedge B})$

5. $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \vee B \wedge C)$

6. $(\bar{A} \rightarrow B \wedge C) \leftrightarrow (B \vee \bar{C} \rightarrow A \wedge C)$

7. $(A \rightarrow \bar{A} \vee \bar{C}) \leftrightarrow (B \rightarrow A \vee C)$

8. $X \wedge (X \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow Z)$

9. $X \wedge (Y \rightarrow X) \rightarrow (Z \rightarrow X)$

0. $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$

5. Ответить на вопрос:

Задана функция от трех переменных x_1, x_2, x_3 . Какие из переменных являются существенными для функции? Функцию, несущественно зависящую от некоторых переменных, свести к функции от меньшего числа переменных.

Вариант			1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
X_1	X_2	X_3	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F
0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1

6. Выполнить задание:

Следующие высказывания могут быть интерпретированы как составные. Указать элементарные высказывания и их составляющие, написать формулы данных высказываний и построить таблицы истинности. Указать, совместимы ли данные высказывания, есть ли среди них эквивалентные высказывания и между какими парами высказываний существует отношение следствия?

- S_1 : Если a – четное число, b – нечетное, то произведение чисел a и b делится на 2.

S_2 : Произведение чисел a и b делится на 2 в том и только том случае, когда a или b четное.

S_3 : Если a и b нечетное, то их произведение не делится на 2.

S_4 : Произведение чисел a и b не делится на 2 в том и только в том случае, если a и b нечетно.
- S_1 : Если матч состоится, то Петр и Сергей придут на него.

S_2 : Сергей или Петр придут на матч в том и только в том случае, если он состоится.

S_3 : Если матч не состоится, то ни Петр, ни Сергей не придут на него.

S_4 : Если Петр придет на матч, то и Сергей придет на него, и матч состоится.
- S_1 : Если X кратно двум и пяти, то X – составное число.

S_2 : Если X – простое и четное число, то оно не кратно пяти.

S_3 : Если X – простое число, то оно нечетное, или не кратно пяти.

S_4 : Число X – простое, или нечетное, и оно не кратно пяти.
- S_1 : Я решу эту задачу, только если пойму ее условие и хорошо буду знать теоретический материал.

S_2 : Если я не смог решить задачу, значит я не знал теоретический материал или не понял условие задачи.

S_3 : Если я хорошо знаю теоретический материал, но не понял условие задачи, решить задачу я не смогу.

S_4 : Если я не знаю теоретический материал или не понял условие задачи, то не смогу решить ее.

5. S_1 : Если две прямые совпадают или не имеют общих точек, то они параллельны.
 S_2 : Две прямые параллельны тогда и только тогда, когда они совпадают или не имеют общих точек.
 S_3 : Если две прямые не совпадают и не имеют общих точек, то они параллельны.
 S_4 : Неверно, что прямые параллельны и имеют общие точки, если они не совпадают.
6. S_1 : Если число делится на A и на B то оно делится на произведение чисел AB .
 S_2 : Если число делится на A и на B , то оно не делится на AB .
 S_3 : Число не делится ни на A , ни на B .
 S_4 : Число не делится на произведение чисел AB тогда и только тогда, когда оно не делится на A , или на B .
7. S_1 : Если рабочие изготавливают качественную продукцию и имеют хорошие показатели, то завод выполняет план.
 S_2 : Завод выполняет план тогда и только тогда, когда рабочие изготавливают качественную продукцию и имеют хорошие показатели.
 S_3 : Если рабочие изготавливают некачественную продукцию или имеют плохие показатели, завод план не выполняет.
 S_4 : Неверно, что завод план не выполняет, если рабочие изготавливают качественную продукцию и имеют хорошие показатели.
8. S_1 : Нам прочитают лекции по математическому анализу и философии, а также будет семинар по дискретной математике.
 S_2 : Лекция по математическому анализу и семинар по дискретной математике состоятся только тогда, когда будет лекция по философии.
 S_3 : Если не будет лекции по математическому анализу или философии, то состоится семинар по дискретной математике.
 S_4 : Неверно, что не будет лекций по математическому анализу и философии, если будет семинар по дискретной математике.
9. S_1 : Если у четырехугольника стороны равны и углы прямые, то это квадрат.
 S_2 : Если четырехугольник квадрат, то неверно, что его стороны не являются равными, а углы не являются прямыми.
 S_3 : Если у четырехугольника стороны равны, но углы не являются прямыми, то это не квадрат.
 S_4 : Четырехугольник есть квадрат в том и только в том случае, когда его стороны равны и углы прямые.
0. S_1 : Если я систематически работаю над курсом, но не понимаю его, то я не сдам экзамен.
 S_2 : Я сдам экзамен в том и только том случае, если систематически работаю над курсом и понимаю его.
 S_3 : Неверно, что я не работал систематически над курсом и не понял его, если я сдал экзамен.
 S_4 : Если я систематически работаю над курсом, то я его понимаю и сдам экзамен.

7. С помощью преобразования формулы $P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \rightarrow Q$ и таблицы истинности проведите проверку правильности рассуждения:

1. Если противоположные стороны четырёхугольника попарно равны, то он является параллелограммом. Четырёхугольник является параллелограммом тогда и только тогда, когда его диагонали делятся в точке пересечения пополам. Противоположные стороны четырёхугольника попарно равны. Следовательно, его диагонали делятся в точке пересечения пополам.

2. Если все стороны четырёхугольника равны между собой, то он является ромбом. Если

четырёхугольник – ромб, то его диагонали перпендикулярны. Все стороны четырёхугольника равны между собой. Следовательно, его диагонали перпендикулярны.

3. Если студент не понял материала лекции, но проработал ее самостоятельно, то он сделает домашнее задание. Студент не понял материала лекции, но сделал домашнее задание. Следовательно, он самостоятельно проработал материал лекции.

4. Иванов не сделает эту работу, если ее сделает Петров. Петров и Сидоров сделают эту работу в том и только в том случае, если ее сделает Иванов. Сидоров эту работу сделает, а Иванов нет. Следовательно, Петров не сделает эту работу.

5. Строители сдадут стадион в срок, если им помогут студенты и хватит строительного материала. Студенты помогли строителям, но материала не хватило. Следовательно, стадион не был сдан вовремя.

6. Если 2 – простое число, то это наименьшее простое число. Если 2 – наименьшее простое число, то 1 – не есть простое число. Число 1 – не простое, следовательно, 2 – простое число.

7. Если вопрос актуален и требует немедленного решения, он будет включен в повестку дня. Если же решение его можно отложить, в повестку дня он не будет включен. Данный вопрос актуален. Следовательно, этот вопрос будет включен в повестку дня.

8. При обсуждении положения о строительстве школы выяснилось, что школа будет построена вовремя, если хватит бетона. Бетона на строительной площадке будет достаточно, если вовремя будут поданы 20 самосвалов. Оказалось, что в нужном транспорте строительной организации было отказано. Следовательно, строительство школы не будет завершено в срок?

9. Если Ф не примет участие в матче, то К станет чемпионом, а если Ф примет участие в матче, то К не станет чемпионом. Ф примет участие в матче в том и только в том случае, если федерация примет его предложения. Следовательно, если федерация не примет предложения Ф, то К станет чемпионом.

0. Если число делится на 2 и на 3, то оно делится на 6. Данное число делится на 3. Следовательно, если оно нечетное, то не делится на 6.

8. С помощью ДНФ и КНФ (без построения таблицы истинности) установить тип формулы (в случае выполнимой формулы установить: является ли она тождественно истиной или нейтральной).

1. $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \vee B \wedge C)$
2. $(\bar{A} \rightarrow B \wedge C) \leftrightarrow (B \vee \bar{C} \rightarrow A \wedge C)$
3. $(A \rightarrow \bar{A} \vee \bar{C}) \leftrightarrow (B \rightarrow A \vee C)$
4. $(A \vee B \vee C) \leftrightarrow (C \rightarrow \overline{A \vee B})$
5. $(A \leftrightarrow B) \rightarrow (\bar{A} \leftrightarrow \overline{B \wedge C})$
6. $(A \rightarrow \bar{B}) \leftrightarrow (\bar{A} \vee C \rightarrow B)$
7. $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow \bar{A} \vee (C \rightarrow B)$
8. $(\bar{A} \rightarrow B \vee C) \wedge (B \rightarrow \overline{A \wedge C})$
9. $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (C \vee B \rightarrow A)$
0. $(A \leftrightarrow \bar{B}) \rightarrow (\bar{A} \leftrightarrow \overline{B \vee C})$

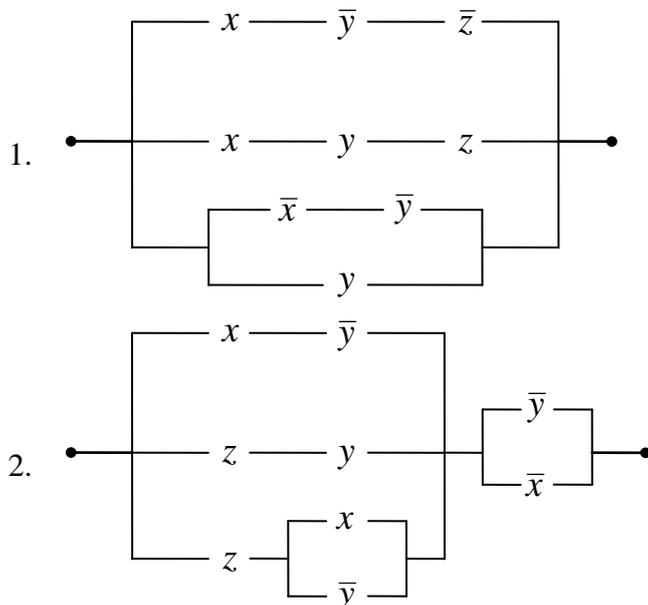
9. С помощью совершенных нормальных форм (без построения таблицы истинности) установить, равносильны ли формулы α и β :

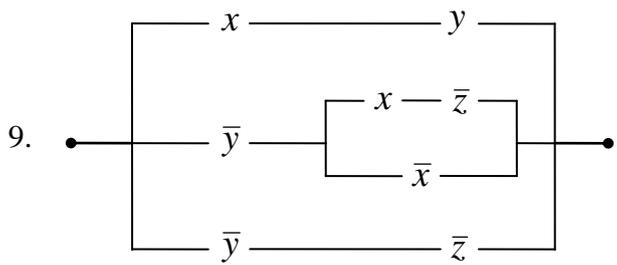
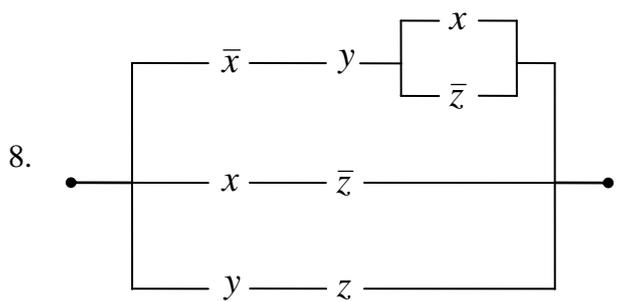
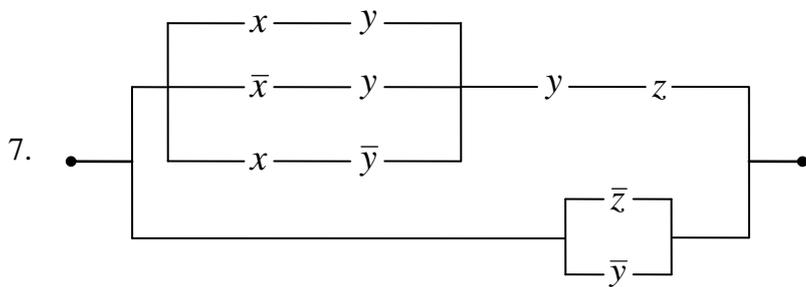
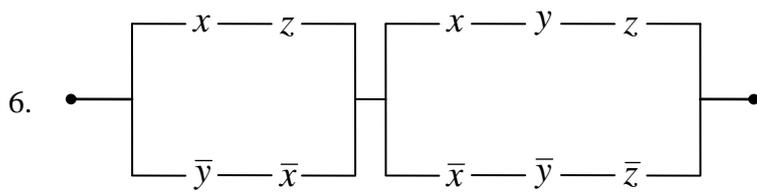
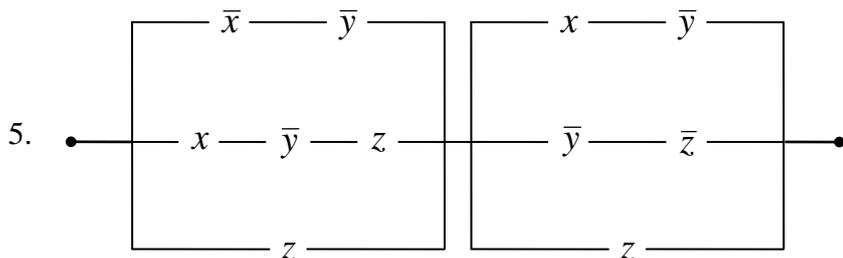
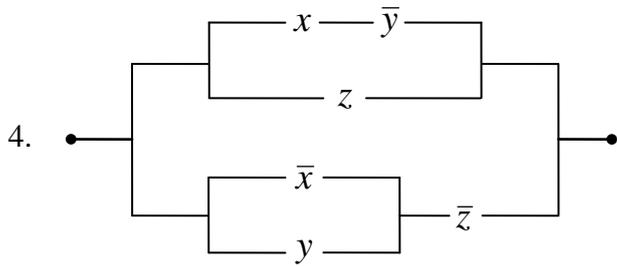
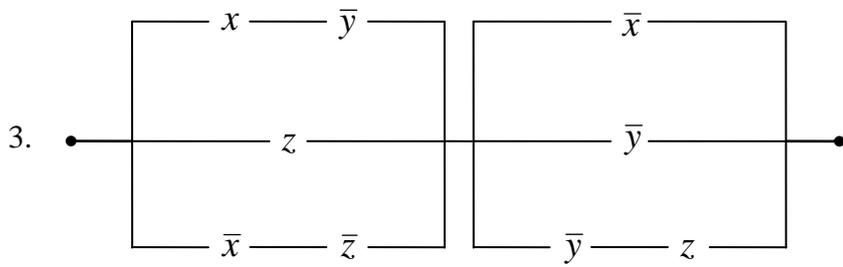
1. $\alpha = A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \vee \bar{A} \wedge (B \vee C)$ $\beta = \overline{\bar{A} \vee B \vee C} \vee \overline{A \vee \bar{B} \vee \bar{C}}$
2. $\alpha = (A \rightarrow \bar{B}) \rightarrow (\bar{C} \rightarrow A)$ $\beta = (B \rightarrow \bar{A}) \rightarrow (\bar{A} \rightarrow C)$
3. $\alpha = (A \rightarrow \bar{B}) \vee (C \rightarrow A \wedge B)$ $\beta = (A \wedge B \rightarrow \bar{B}) \vee (\bar{B} \rightarrow A)$
4. $\alpha = B \wedge (\bar{A} \rightarrow \bar{C})$ $\beta = B \wedge \bar{C} \vee \overline{\bar{B} \vee (\bar{A} \rightarrow \bar{C})}$
5. $\alpha = A \wedge (\bar{B} \rightarrow \bar{C})$ $\beta = A \wedge \bar{C} \vee \overline{\bar{B} \vee (\bar{A} \leftrightarrow C)}$
6. $\alpha = (C \rightarrow A \wedge (\bar{B} \vee \bar{C}))$ $\beta = A \wedge \bar{B} \vee (C \rightarrow C(A \vee B))$
7. $\alpha = B \wedge (A \rightarrow \bar{C})$ $\beta = \overline{\bar{B} \rightarrow \bar{C}} \vee B \wedge (A \leftrightarrow C)$
8. $\alpha = (\bar{A} \rightarrow B) \wedge (\bar{B} \rightarrow \bar{C})$ $\beta = (B \vee (A \leftrightarrow \bar{C})) \wedge (\bar{A} \rightarrow B)$
9. $\alpha = (A \vee B) \wedge (B \vee \bar{C})$ $\beta = (B \vee A \wedge \bar{C} \vee \bar{A} \wedge C) \wedge (A \vee C)$
0. $\alpha = \bar{A} \wedge (B \vee C) \vee A \wedge \bar{B} \wedge C$ $\beta = \overline{\bar{A} \vee B \vee C} \vee \overline{A \vee \bar{B} \vee C}$

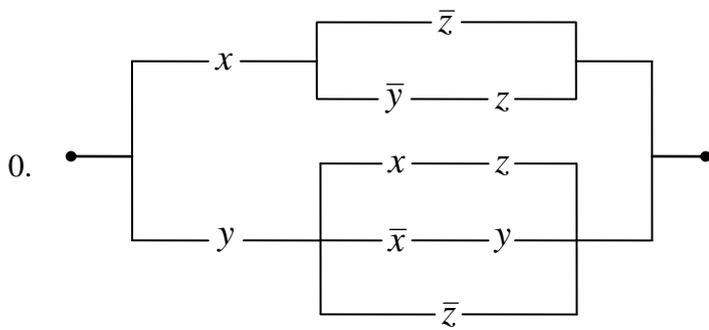
10. По заданной функции написать формулу и упростить ее:

1. $f(0,0,0) = f(0,0,1) = f(1,0,0) = 1$
2. $f(0,0,0) = f(0,0,1) = f(1,0,0) = 0$
3. $f(1,0,1) = f(0,1,1) = f(1,1,1) = 1$
4. $f(1,0,1) = f(0,1,1) = f(1,1,1) = 0$
5. $f(0,1,0) = f(1,1,0) = f(1,1,1) = 0$
6. $f(0,0,0) = f(0,1,0) = f(1,1,1) = 0$
7. $f(0,1,1) = f(1,0,0) = f(1,1,0) = 1$
8. $f(0,0,1) = f(1,0,0) = f(1,1,0) = 1$
9. $f(0,1,0) = f(1,0,0) = f(0,0,0) = 0$
0. $f(1,0,1) = f(0,1,0) = f(0,0,0) = 1$

11. Упростить схему:





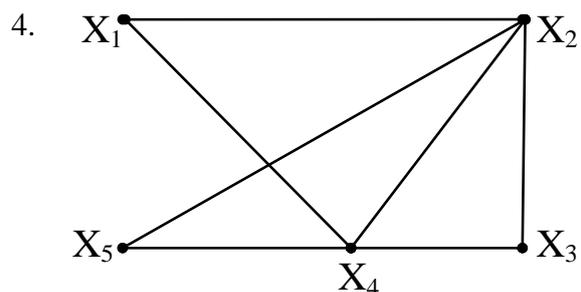
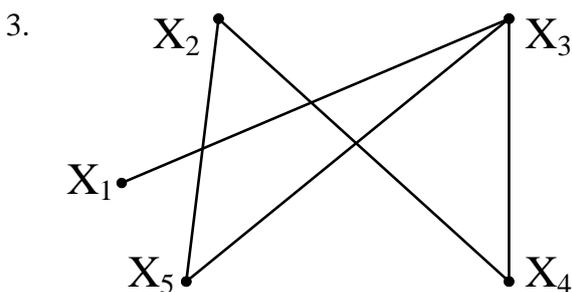
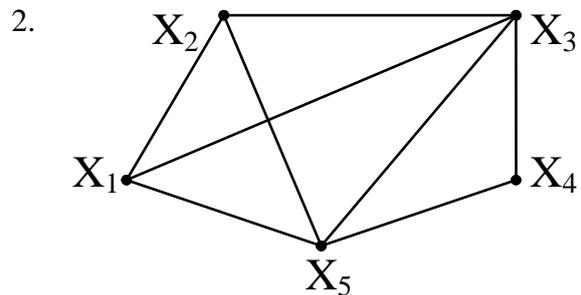
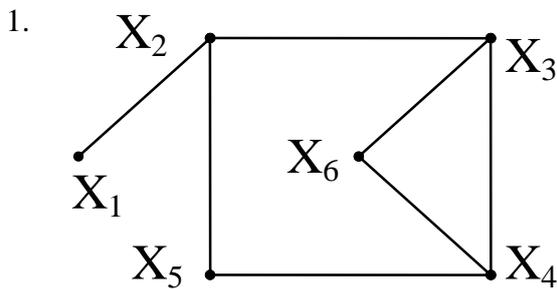


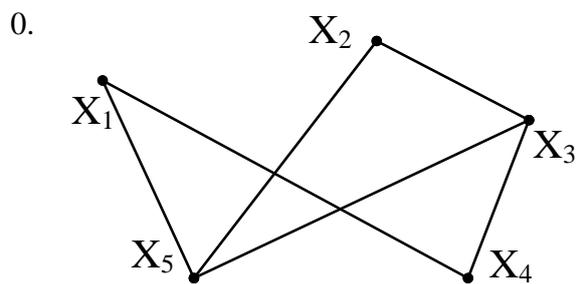
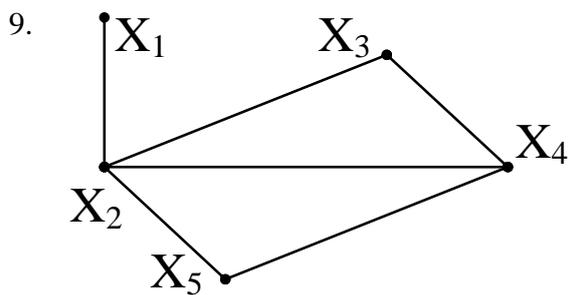
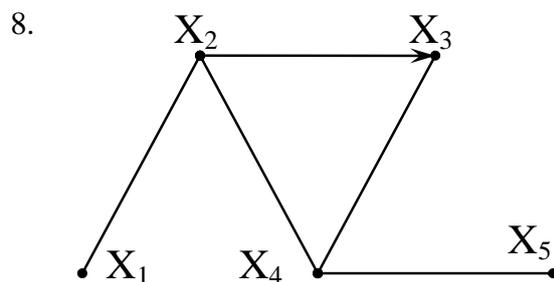
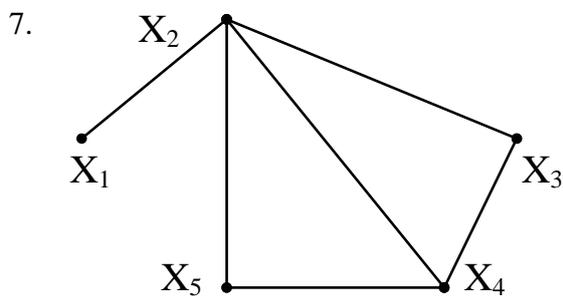
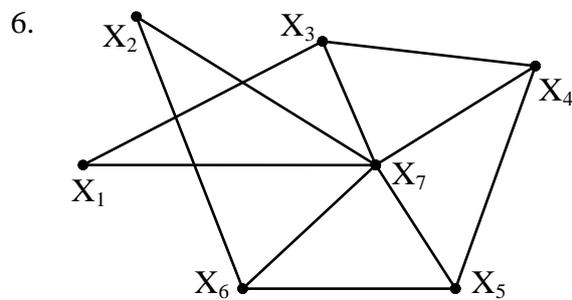
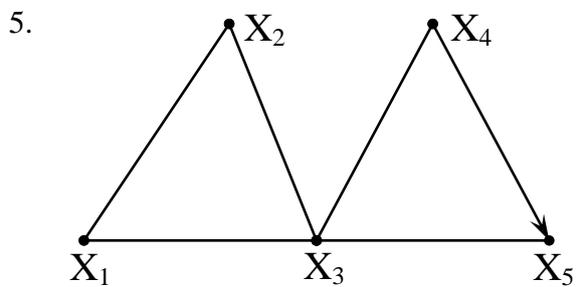
12. Ввести предикаты на соответствующих областях (возможно, многоместные) и записать с их помощью высказывание:

1. Через три произвольные точки проходит некоторая плоскость.
2. Через три различные точки проходит некоторая плоскость.
3. Через три различные точки проходит единственная плоскость.
4. Через три точки, не лежащие на одной прямой, проходит некоторая плоскость.
5. Любое простое число, большее двух, нечетно.
6. Любая прямая лежит хотя бы в одной плоскости.
7. Сумма двух любых четных чисел четна.
8. Если сумма трех натуральных чисел не делится на простое число, то на него не делится, по крайней мере, одно из слагаемых.
9. Записать в виде логики предикатов определение простого числа.
0. Сумма двух любых нечетных чисел четна.

13. Для заданного графа определить:

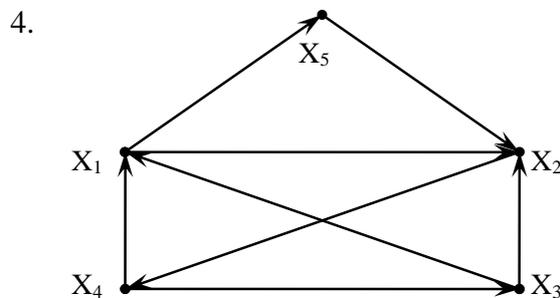
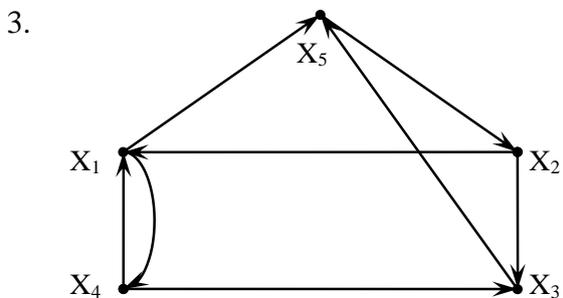
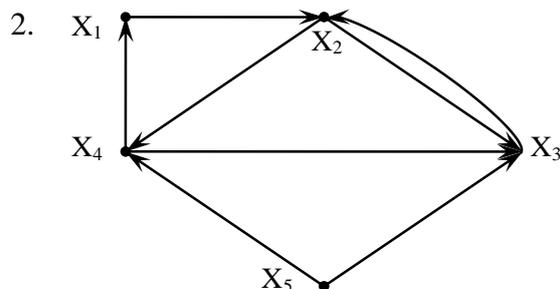
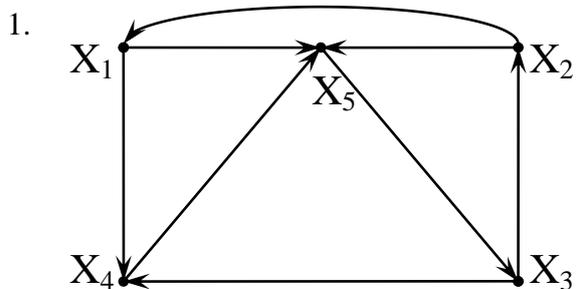
- а) цикломатическое число;
- б) число внутренней устойчивости;
- в) число внешней устойчивости;
- г) хроматическое число.

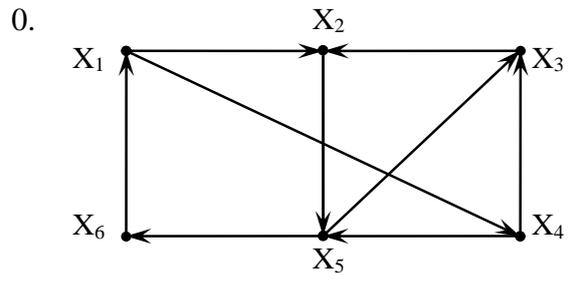
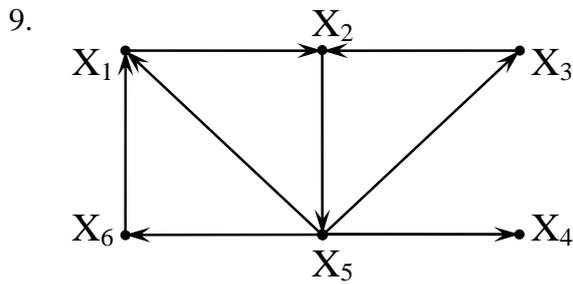
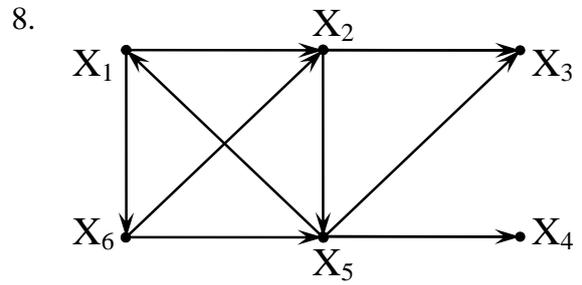
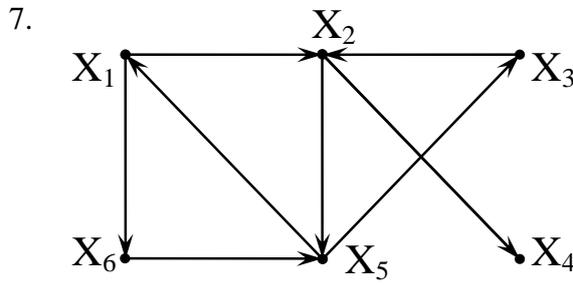
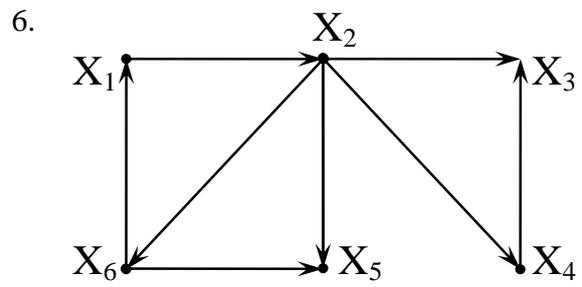
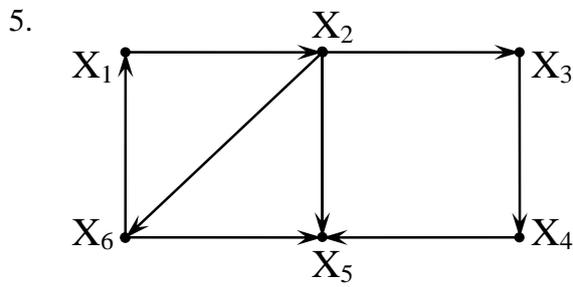




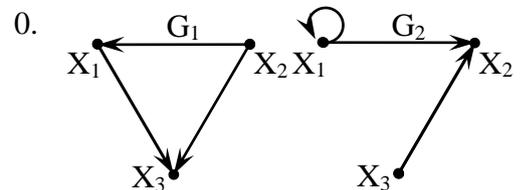
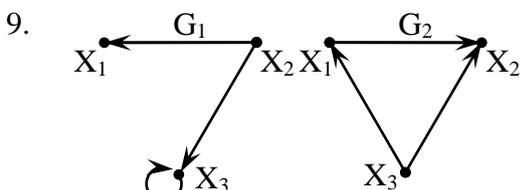
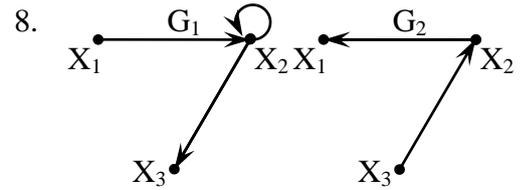
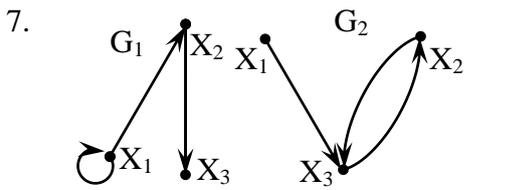
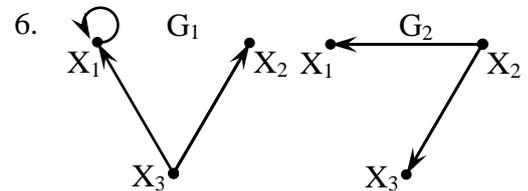
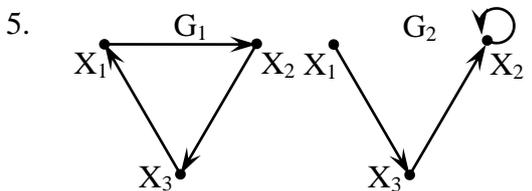
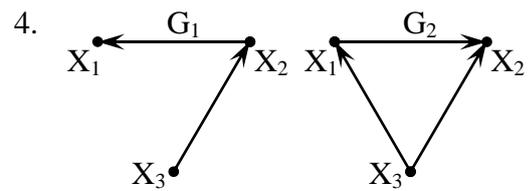
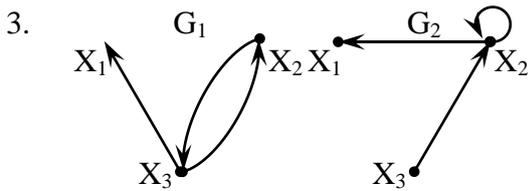
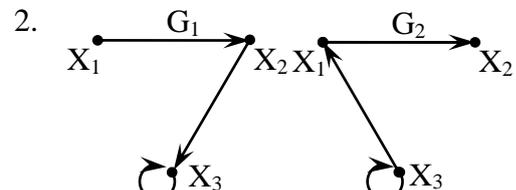
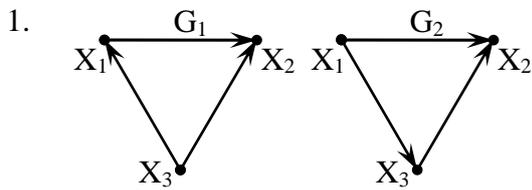
14. Для заданного графа построить:

- а) матрицу смежности;
- б) матрицу инцидентий;
- в) матрицу достижимостей.





15. Для графов G_1 и G_2 найти $G_1 \cup G_2$, $G_1 \cap G_2$, $G_1 \times G_2$.



8.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
x_1		1	5	3	12	8	6	10	14
x_2			12	5	14	3	13	2	8
x_3				3	5	10	4	12	6
x_4					7	3	6	4	8
x_5						2	14	7	12
x_6							5	13	6
x_7								4	12
x_8									10
x_9									

9.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
x_1		3	12	6	10	13	8	6	14
x_2			8	1	7	4	16	5	4
x_3				2	13	10	3	7	12
x_4					15	5	12	11	6
x_5						4	2	10	3
x_6							8	13	12
x_7								7	10
x_8									12
x_9									

10.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
x_1		4	10	2	13	6	7	19	7
x_2			13	11	6	3	5	9	20
x_3				18	3	13	10	18	21
x_4					12	11	3	10	2
x_5						5	9	12	18
x_6							4	13	10
x_7								8	16
x_8									11
x_9									

17. Решить задачу:

Найти минимальный и максимальный пути, соединяющие вход и выход графа, предварительно пронумеровав вершины.

