1) Привести пример случайной величины, у которой нет конечного мат ожидания. Посчитать медиану распределения данной случайной величины
2) Пусть X и Y случайные величины, определенные на одном вероятностном пространстве. Доказать, что $X * sin(Y)$ является случайной величиной
3) Пусть X и Y случайные величины, определенные на одном вероятностном пространстве. Доказать, что X^Y является случайной величиной
4) Построить нетривиальную сигма алгебру на множестве омега = [0,1] и неизмеримую случайную величину относительно этой сигма алгебры
5) Пусть X имеет равномерное распределение на отрезке [0,1]. Y имеет экспоненциальное распределение с параметром 3. X и Y независимы. Найти дисперсию случайной величины $Z = sin(X) + 7Y$
6) Пусть X имеет Гамма распределение с параметрами (n, λ), найти дисперсию X.
7) Пусть X имеет биномиальное распределение с параметрами (10,0.5). Y имеет Пуассоновское распределение с параметром 2. X и Y независимы. Найти дисперсию случайной величины $Z = e^X - 2Y$
8) Пусть X имеет Нормальное распределение с параметрами (a, σ^2), найти дисперсию X.
9) Пусть сл.в. X имеет плотность $p(x) = \begin{cases} 2x, x \in [0,1] \\ 0, \text{иначе} \end{cases}$. Найти плотность случайной величины $Y = \sqrt(X)$
10) Пусть сл.в. X имеет плотность $p(x) = \begin{cases} 3x^2, x \in [0,1] \\ 0, \text{иначе} \end{cases}$. Найти плотность случайной величины $Y = X^{\frac{1}{3}}$
11) Пусть сл.в. X имеет плотность $p(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x}}{e-1}, x \in [0,1] \\ 0, \text{иначе} \end{cases}$. Найти плотность случайной величины $Y = X^2$
12) Пусть сл.в. X имеет плотность $p(x) = \begin{cases} 1 - |x|, x \in [-1,1] \\ 0, \text{иначе} \end{cases}$. Найти плотность случайной величины $Y = X^2$
13) Случайные величины X Y и Z независимы и одинаково распределены (нормальное с параметрами (0,1)). Найти распределение $\eta = \frac{X+YZ}{\sqrt(1+Z^2}$
14) Случайные величины X Y независимы и одинаково распределены (геометрическое (p)). Найти распределение $\eta = X + Y$
15) Пусть $X_1 \sim Bin(n,p), \{X_2|X_1\} \sim Bin(X_1,p), \{X_3|X_2\} \sim Bin(X_2,p) \dots \{X_k|X_{k-1}\} \sim Bin(X_{k-1},p)$. Доказать, что $X_k \sim Bin(n,p^k)$
16) Случайные величины X Y независимы и одинаково распределены (равномерное на отрезке [0,1]). Найти распределение $\eta = X/Y$
17) Вычислить производящую функцию биномиальной случайной величины. Пусть X и Y независимые случайные величины с параметрами (n1,p) и (n2,p). Доказать, что X+Y имеет биномиальное распределение с параметрами (n1+n2,p)
18) Вычислить характеристическую функцию нормальной случайной величины. Пусть X и Y независимые случайные величины с параметрами $(a_1, {\sigma_1}^2)$, и (a_2, σ_2^2), Доказать, что X+Y имеет нормальное распределение с параметрами $(a_1 + a_2 \, , {\sigma_1}^2 + {\sigma_2}^2)$
19) Может ли функция $cos(x)$ являться характеристической функцией какой-нибудь случайной величины X?
20) Может ли функция $cos(x^2)$ являться характеристической функцией какой-нибудь случайной величины X?