**Задания к теме 9. Рекуррентные формулы**

*Напишите функцию, вычисляющую значения одной из следующих специальных функций по рекуррентной формуле. Реализуйте контроль точности вычислений с помощью дополнительного параметра ε со значением по умолчанию (следует остановить вычисления, когда очередное приближение будет отличаться от предыдущего менее, чем на 10−10). Реализуйте вызов функции различными способами:*

*• с одним параметром (при этом будет использовано значение по умолчанию);*

*• с двумя параметрами (значение точности будет передано как второй аргумент);*

*• передав значение как именованный параметр.*

*Сделайте из функции процедуру (вместо того, чтобы вернуть результат с помощью оператора return, выведите его внутри функции с помощью функции print).*

*Номер задания соответствует порядковому номеру студента в списке группы по алфавиту.*

1. Разложение суммы в ряд: $\left(1+x\right)^{n}=1+\frac{nx}{1!}+\frac{n\left(n-1\right)x^{2}}{2!}+…$. Если n – целое положительное число, то ряд сходится. В противном случае ряд сходится при *х*2 < 1.

2. Косинус

Формула хорошо работает для −2π ≤ x ≤ 2π, поскольку получена разложением в ряд Тейлора возле ноля. Для прочих значений x следует воспользоваться свойствами периодичности косинуса: cos(x) = cos(2 + 2πn), где n есть любое целое число, тогда cos(x) = cos(x%(2\*math.pi)). Для проверки использовать функцию math.cos(x).

3. Синус

Формула хорошо работает для −2π ≤ x ≤ 2π, поскольку получена разложением в ряд Тейлора возле ноля. Для прочих значений x следует воспользоваться свойствами периодичности косинуса: sin(x) = sin(2 + 2πn), где n есть любое целое число, тогда sin(x) = sin(x%(2\*math.pi)). Для проверки использовать функцию math.sin(x).

4. Гиперболический косинус

Для проверки использовать функцию math.cosh(x).

5. Гиперболический косинус по формуле для экспоненты, оставляя только слагаемые с чётными n. Для проверки использовать функцию math.cosh(x).

6. Гиперболический синус

Для проверки использовать функцию math.sinh(x).

7. Гиперболический синус по формуле для экспоненты, оставляя только слагаемые с нечётными n. Для проверки использовать функцию math.sinh(x).

8. Натуральный логарифм (формула работает при 0 < x < 2):

Чтобы найти логарифм для x > 2, необходимо представить его в виде:

ln(x) = ln(y·2p) = p ln(2) + ln(y),

где y < 2, а p - натуральное число. Чтобы найти p и y, нужно в цикле делить x на 2 до тех пор, пока результат больше 2. Когда очередной результат деления станет меньше 2, этот результат и есть y, а число делений, за которое он достигнут – это p. Для проверки использовать функцию math.log(x).

9. Гамма-функция Г(x) по формуле Эйлера:

Формула справедлива для x /∈ {0,−1,−2, . . . }. Для проверки можно использовать math.gamma(x). Также, поскольку Г(x+1) = x! для натуральных x, то для проверки можно использовать функцию math.factorial(x).

10. Функция ошибок, также известная как интеграл ошибок, интеграл вероятности, или функция Лапласа:

Для проверки использовать функцию scipy.special.erf(x).