1. Задача

Доказать равносильность тождеств $\left(X \to \overline{Y}\right) \to \overline{X}$ и $X \to Y$.

2. Требования к решению

Привести доказательство посредством:

1) Рассуждения
2) Индикаторной функции
3) Диаграмм Венна
4) Таблиц истинности

1) Доказать $\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$.

Пусть $x \in \overline{(A \cup B)}$, т.е. $x \notin (A \cup B)$, следовательно,$x \notin A$ и $x \notin B$. Значит $x \in \bar{A}$ и$x \in \bar{B}$, откуда следует, что $x \in \bar{A} \cap \bar{B}$.

С другой стороны, пусть $x \in \bar{A} \cap \bar{B}$. Тогда $x \in \bar{A},\ x \in \bar{B} \Rightarrow x \notin A,\ x \notin B \Rightarrow x \notin (A \cup B) \Rightarrow x \in \overline{(A \cup B)}$.Таким образом любой элемент одного множества является элементом другого, а значит множества $\overline{(A \cup B)}$ и $(\bar{A} \cap \bar{B})$ совпадают.

2) С помощью индикаторной функции докажем тождество $A \Delta B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A)$.

Запишем индикаторные функции для левой и правой части тождества:

$f_1(x) = I_{A\Delta B}(x) = I_A(x) + I_B(x) - 2 \cdot I_A(x) \cdot I_B(x)$ - по свойству 7;

$f_2(x) = I_{(A\backslash B)\cup(B\backslash A)}(x) = I_{(A\backslash B)}(x) + I_{(B\backslash A)}(x) - I_{(A\backslash B)}(x) \cdot I_{(B\backslash A)}(x) = I_A(x) - I_A(x) \cdot I_B(x) + I_B(x) - I_B(x) \cdot I_A(x)$ - по свойству 5 и 6.

Поскольку $f_1 \equiv f_2$, то множества тоже равны.

3) С помощью диаграмм Венна.

4) С помощью таблиц истинности.

Рис. 1. Методические указания