

Рассмотрим вычисление определенного интеграла вида:

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{f(x)}{(b-x)^\beta} dx$$

Весовая функция

$$p(x) = (b-x)^{-\beta}$$

Замена переменных: $(b-x) = t$

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{f(x)}{(b-x)^\beta} dx = \int_{b-z_1}^{b-z_2} \frac{\bar{f}(t)}{t^\beta} (-dt) = \int_{b-z_2}^{b-z_1} \frac{\bar{f}(t)}{t^\beta} dt$$

Рассматриваем теперь определенный интеграл в новых переменных:

$$\int_{b-z_2}^{b-z_1} \frac{\bar{f}(t)}{t^\beta} dt \approx \sum_{i=1}^n A_i \bar{f}(t_i)$$

Вычисляем моменты для новой весовой функции $p(t) = t^{-\beta}$:

$$\int_{b-z_2}^{b-z_1} p(t) t^i dt = t^{-\beta} t^i dt = \left(\frac{t^{i-\beta+1}}{i-\beta+1} \Big|_{b-z_2}^{b-z_1} \right) = \frac{(b-z_1)^{i-\beta+1} - (b-z_2)^{i-\beta+1}}{i-\beta+1}.$$