Лабораторная работа

Исследование устойчивости замкнутой системы автоматического управления

(4 часа)

Цель работы. Изучение алгебраических и частотных критериев для оценки устойчивости систем автоматического управления. Оценка устойчивости систем автоматического управления по критериям Рауса-Гурвица и Михайлова.

1. Теоретические сведения

Необходимым условием работоспособности системы автоматического регулирования является ее устойчивость. Под устойчивостью понимается свойство системы восстанавливать состояние равновесия, из которого она была выведена под влиянием возмущающих факторов, после прекращения действия этих факторов. Если система не способна возвращаться в состояние равновесия, которое было нарушено в процессе работы, то для практического использования она непригодна.

На практике для определения устойчивости системы автоматического регулирования используют критерии устойчивости, т. е. правила, с помощью которых можно определить, устойчива ли система, не прибегая к решению дифференциальных уравнений.

Существует ряд критериев устойчивости в аналитической форме — Рауса (1877 г.), Гурвица (1895 г.), Льенара—Шипара (1914 г.), Шур-Кона, Джури-Бланшара. По существу их различает лишь форма, поэтому, например, первые два часто называют критерием Рауса — Гурвица.

Алгебраические критерии не требуют выполнения вычислительной процедуры определения корней; условия устойчивости сводятся к выполнению ряда алгебраических неравенств, связывающих коэффициенты уравнения системы. Посредством алгебраических критериев определяются условия асимптотической устойчивости автономных замкнутых САУ.

Алгебраический критерий (Рауса — Гурвица) позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по коэффициентам ее характеристического уравнения, которым является знаменатель передаточной функции. Необходимые и достаточные условия устойчивости системы определяются различными соотношениями коэффициентов в зависимости от порядка системы.

Для характеристического уравнения $D(p)=a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_n$ составим квадратную матрицу (таблицу) коэффициентов, содержащую и n строк и n столбцов:

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \ldots & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & a_{n-2} & a_n \end{bmatrix}$$

Эта таблица составляется следующим образом.

По диагонали от левого верхнего до правого нижнего углов выписываются все коэффициенты по порядку от a_1 до a_n. Каждая строка дополняется коэффициентами с нарастающими индексами слева направо так, чтобы чередовались строки с нечетными и четными индексами. В случае отсутствия данного коэффициента, а также если индекс его меньше нуля или больше n, на месте его пишется нуль.

Критерий устойчивости сводится к тому, что при $a_0>0$ должны быть больше нуля все n определителей Гурвица, получаемых из квадратной матрицы коэффициентов.

Определители Гурвица составляются по следующему правилу:

$$\Delta_1 = a_1 > 0; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0$$

Последний определитель включает в себя всю матрицу. Но так как в последнем столбце матрицы все элементы, кроме нижнего, равны нулю, то последний определитель Гурвица выражается через предпоследний следующим образом: $\Delta_n=a_n\Delta_{n-1}>0$

Устойчивость САУ по виду частотных характеристик определяется с помощью частотных критериев, основанных на использовании принципа аргумента (из теории функций комплексного переменного). Это критерии Михайлова, Найквиста и D-разбиения. Важным преимуществом частотных критериев является возможность их применения для нелинейных САУ.

Критерий устойчивости Михайлова основан на связи характера переходного процесса системы с амплитудой и фазой вынужденных колебаний, устанавливающихся в системе при синусоидальном воздействии. Анализ устойчивости системы этим методом сводится к построению по характеристическому многочлену замкнутой системы комплексной частотной функции $D(j\omega)=R(j\omega)+S(j\omega)$, по виду которой можно судить об устойчивости системы. Характеристическим многочленом является знаменатель передаточной функции, а частотная комплексная форма записи получена путем замены в полиноме переменной p на комплексную переменную $j\omega$. $R(j\omega)$ и $S(j\omega)$ — соответственно реальная и мнимая части.

Критерий устойчивости Михайлова может быть сформулирован следующим образом: замкнутая система автоматического регулирования устойчива, если комплексная частотная функция $D(j\omega)$ (функция Михайлова), начинаясь на действительной положительной оси при изменении ω от 0 до ∞ огибает против часовой стрелки начало координат, проходя последовательно n квадратов, где n — порядок характеристического уравнения

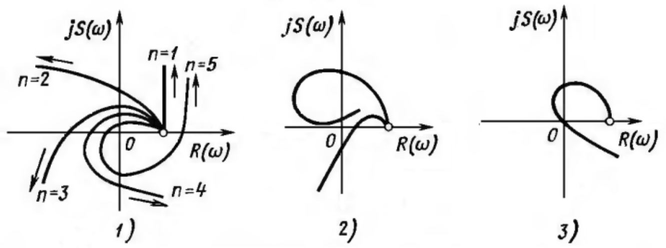

Рис. 1. Амплитудно-фазовые характеристики критерия Михайлова. 1. – устойчивая система, 2 – неустойчивая система, 3 – система на границе устойчивости.

2. Исходные данные

Объектом исследования является система, структурная схема которой представлена на рисунке 1, значения передаточных характеристик в Приложении 1, таблица 1.

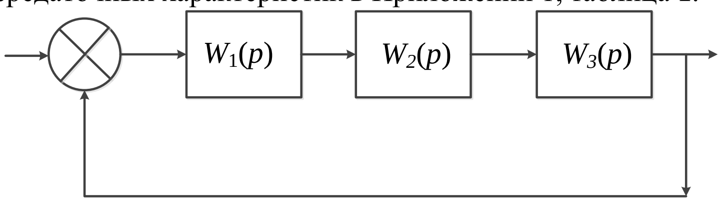

Рисунок 1

Передаточные функции системы:

$$\boldsymbol{W_1(p)=k_1,\ W_2(p)=k_2/(T_2\cdot p+1),\ W_3(p)=k_3/(T_3^2\cdot p^2+T_1\cdot p+1)}$$

3. Порядок выполнения работы

3.1. Получить передаточную функцию замкнутой системы.

3.2. Оценка устойчивости по критерию Гурвица:

3.2.1. Из передаточной функции выделить характеристическое уравнение вида

$$D(p)=a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_n.$$

3.2.2. Используя критерий Гурвица, записать в общем виде условия устойчивости (определители). При заданных в таблице 1 параметрах T_1, T_2, T_3, k_2, k_3 найти граничное значение коэффициента передачи $k_{1кр}$, при котором система находится на границе устойчивости.

3.2.3. Для значений $k_1=0.1k_{1кр}$, $k_1=3k_{1кр}$ оценить устойчивость замкнутой системы по критерию Гурвица

3.3. Определить устойчивость по критерию Михайлова.

3.3.1. Из передаточной функции выделить характеристическое уравнение вида

$D(p)=a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_n$.

3.3.2. Получить частотное характеристическое уравнение, заменив переменную p на комплексную переменную $j\omega$.

3.3.3. Построить амплитудно-фазовые характеристики для значений $k_1=0.1k_{1кр}$, $k_1=k_{1кр}$, $k_1=3k_{1кр}$ критерия Михайлова.

3.3.4. Проанализировать полученные результаты

4. Контрольные вопросы

1. Какие признаки элементов системы управления отражаются на ее функциональной схеме?
2. Назовите наиболее распространенные, типичные функциональные элементы систем управления.
3. Запишите выражения для эквивалентных ПФ типовых соединений из двух элементов.
4. Какие внешние воздействия обычно рассматриваются при анализе типовой системы? Чему равен сигнал ошибки, какой элемент системы управления его вырабатывает?
5. Какая система называется астатической? От наличия каких типовых звеньев в контуре системы зависит ее астатизм?
6. Назовите и охарактеризуйте типовые звенья систем управления.
7. Дайте физическую трактовку понятия «устойчивая система управления»
8. Сформулируйте общее условие устойчивости линейной системы управления.
9. Сформулируйте критерий Михайлова. Для анализа каких систем (замкнутых или разомкнутых) можно использовать критерий Михайлова?

5. Содержание отчета

- Цель работы.
- Теоретическая часть (ответы на контрольные вопросы).
- Расчетно-экспериментальная часть (содержит: названия эксперимента, формулы и таблицы с результатами расчетов; расчеты должны сопровождаться пояснениями).
- Выводы по работе.

5. Литература.6

Теория систем автоматического управления: учебник/ А.В. Кузьмин, А.Г. Схиртладзе. – Старый Оскол: ТНТ, 2009. – 224 с.

Ерофеев А.А. Теория автоматического управления: Учебник для вузов. – СПб.: Политехника, 2003. – 302 с.

Приложение 1

Таблица 1

ОМ-19 очн					
№ варианта	Параметры				
	k_2	k_3	T_1	T_2	T_3
1	15	1,73	1,08	0,18	4,84
2	12,7	1,46	0,58	0,1	4,79
3	14,6	1,9	0,96	0,17	4,48
4	13,3	1,12	1,1	0,14	4,8
5	13,7	1,41	1,22	0,13	4,99
6	11,9	1,6	1,26	0,11	4,75
7	11,3	1,58	1,39	0,18	3,84
8	12,8	1,52	0,58	0,18	4,15
9	15,6	1,27	1,37	0,12	4,18

ОМ-18 зо					
№ варианта	Параметры				
	k_2	k_3	T_1	T_2	T_3
1	13,7	1,31	1,18	0,16	3,6
2	14,4	1,22	1,18	0,16	4,97
	13,9	1,68	00,91	0,11	4,26
	15,4	1,41	1,54	0,1	4,49
	14,9	1,45	1,45	0,16	3,7

ОМ-19 Очз					
№ варианта	Параметры				
	k_2	k_3	T_1	T_2	T_3
1	13,5	1,36	1,78	0,14	3,04
2	16	1,18	1,28	0,13	3,4
3	15,1	1,55	1,65	0,1	3,95
4	11,2	1,58	1,69	0,14	4,1
5	11	1,11	1,8	0,16	4,61
6	11	1,2	1,8	0,1	3,94
7	14	1,12	1,47	0,19	4,79
8	14,9	1,27	1,49	0,16	3,53
9	13,3	1,84	0,95	0,13	4,15
10	12,1	1,86	0,64	0,1	4,1
11	15,1	1,55	2	0,14	3,66
12	13,7	1,52	1,24	0,2	3,24

13	13,5	1,67	1,14	0,2	3,58
14	11,5	1,23	1,8	0,1	3,96
15	15,7	1,83	0,97	0,17	3,47
16	13,2	1,41	1,66	0,16	4,12
17	11,3	1,15	0,98	0,12	4,55
18	11,8	1,75	1	0,18	3,67
19	14,4	1,28	0,97	0,2	4,04
20	13	1,38	0,66	0,2	3
21	15,1	1,68	1,26	0,16	3,25
22	13,1	1,7	1,63	0,1	3,49