

Практическое задание

на тему: «Расчет математических ожиданий времени нахождения заявок в очередях сервисного центра по обслуживанию электрооборудования»

1. Теоретическая часть

Изучить теоретический материал пособия [с.57-65].

2. Основные понятия и определения

1. **Сервисный центр** по обслуживанию электрооборудования относится к **системам массового обслуживания (СМО)**.
2. **Эффективность функционирования СМО** описывается следующими показателями:
 - **пропускная способность** системы (среднее количество заявок, обслуживаемых в единицу времени);
 - **коэффициент использования** СМО (среднее число занятых каналов);
 - **качество обслуживания** заявок (вероятность простоя системы, вероятность отказа в обслуживании, среднее число заявок в очереди и др.).
3. **Канал обслуживания** – совокупность технических средств и сотрудников центра, обеспечивающих продвижение заявок на обслуживание от «входа» к «выходу» СМО (сервисного центра).
4. **Время нахождения заявки в системе ($t_{\text{сист.}}$)**.

$$t_{\text{сист.}} = t_{\text{оч.}} + t_{\text{обсл.}}, \quad (1)$$

где $t_{\text{оч.}}$ – время нахождения заявки в очереди, час;

$t_{\text{обсл.}}$ – время обслуживания заявки, час.

5. **СМО с ожиданием** – это система, в которой если канал обслуживания занят, поступившая заявка не покидает систему, а становится в очередь и ожидает, пока канал не освободится.
6. **Период рассмотрения работы СМО (τ)** – это период времени, в течение которого определяют количество обслуженных заявок (час, сутки, неделя и т.д.). В дальнейшем в нашем задании временной интервал будем измерять в часах (ч.).
7. Поскольку **процесс обслуживания заявок в сервисном центре является случайным**, все его характеристики будем описывать **математическими ожиданиями (МО)**, например

$$MO[t_{\text{оч.}}] = \frac{\sum_{i=1}^n t_{\text{оч.}i}}{n}, \quad (2)$$

$$MO[t_{\text{обсл.}}] = \frac{\sum_{i=1}^n t_{\text{обсл.}i}}{n}, \quad (3)$$

где n – количество интервалов нахождения заявок в очереди и их обслуживаний за рассматриваемый период τ ;

i – номера соответствующих интервалов;

$t_{\text{оч.}i}, t_{\text{обсл.}i}$ – длительности интервалов.

Оптимизация процесса обслуживания заявок в СМО сводится к обеспечению минимальных значений величин $MO[t_{\text{оч.}}]$ и $MO[t_{\text{обсл.}}]$.

8. Требуемая и действительная пропускная способность канала обслуживания $q_{\text{тр}}$ и $q_{\text{д}}$.

$$q_{\text{тр}} = \frac{MO[m_1]}{\tau}; \quad q_{\text{д}} = \frac{MO[m_2]}{\tau}, \quad (4)$$

где $MO[m_1], MO[m_2]$ – математические ожидания числа требуемых m_1 и действительно обслуживаемых заявок m_2 за период времени τ .

Размерность величин $q_{\text{тр}}$ и $q_{\text{д}}$ – количество обслуженных заявок (о.з.) в час (о.з./ч).

9. Среднее отставание канала обслуживания от требуемого (номинального) режима работы

$$\Delta q = q_{\text{тр}} - q_{\text{д}}. \quad (5)$$

Величина Δq показывает, на сколько обслуженных заявок канал отстает от номинального режима за один час работы, размерность – (о.з./ч).

3. Пример выполнения задания

Постановка задачи.

Среднее число заявок, которые должен обслужить одноканальный сервисный центр в течение временного интервала $\tau = 8$ ч равно 12 ($MO[m_1] = 12$). На самом деле центр может обслужить за это время только 10 заявок ($MO[m_2] = 10$). Предположим, что сервисный центр относится к СМО с ожиданием, т.е. если канал занят, поступившая заявка не покидает систему, а становится в очередь и ожидает, пока он освободится. Требуется определить математическое ожидание времени нахождения заявки в очереди $MO[t_{\text{оч.}}]$ к концу заданного временного интервала τ .

Решение задачи.

Воспользовавшись формулами (4), определим требуемую (желаемую) $q_{\text{тр}}$ и действительную $q_{\text{д}}$ пропускную способность канала обслуживания.

$$q_{\text{тр}} = \frac{12}{8} = 1,5 \text{ о.з./ч}; \quad q_{\text{д}} = \frac{10}{8} = 1,25 \text{ о.з./ч}.$$

По формуле (5) определим среднее отставание канала обслуживания Δq .

$$\Delta q = 1,5 - 1,25 = 0,25^{0,3}/\text{ч}.$$

Полученный результат говорит о том, что в действительности канал обслуживания отстает от требуемого режима работы на 0,25 обслуженных заявок в час.

Математическое ожидание нахождения заявки в очереди к концу интервала времени τ определим по следующей формуле

$$MO[t_{оч.}] = \Delta q \cdot MO[m_1]. \quad (6)$$

По условию задачи нам требуется обслужить 12 заявок, в этом случае математическое ожидание нахождения заявки в очереди к концу интервала времени составит

$$MO[t_{оч.}] = 0,25 \cdot 12 = 3 \text{ ч.}$$

4. Перечень вариантов практического задания

$N_{\text{студента}}$	Временной интервал (τ), ч	$MO[m_1]$	$MO[m_2]$
1	10	15	12
2	12	18	14
3	14	20	16
4	16	24	20
5	18	22	15
6	20	28	24
7	17	25	21
8	13	21	17
9	15	27	23
10	19	26	22

Задание должно быть выполнено аккуратно в рукописной (разборчивым почерком) или печатной форме (номер варианта соответствует номеру студента в списке группы) и отправлено на проверку преподавателю по электронной почте pirkin.ag@mail.ru