Вариант № 8

1. Найти пределы

а)  б) ; в) .

2. Найти производные  данных функций

а)  б)  в) 

3. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию . Используя результаты исследования, построить её график.

4. Дана функция . Найти её частные производные.

**Методические указания и образец выполнения контрольной работы**

**по дисциплине «Математика. Часть 1»**

Общие замечания.

Перед решением контрольной работы следует полностью выписать её условие. Решения задач располагайте в порядке возрастания номеров, указанных в задании.

Решения следует излагать, объясняя и мотивируя основные действия по ходу решения. Необходимые рисунки следует помещать в тексте по ходу решения. Ответы в конце решения задачи следует выделять. Желательно использование текстового редактора и редактора формул. В крайнем случае, принимаются сканы отчетливо выполненных рукописных текстов и рисунков.

Контрольную, а также и экзаменационную работу, следует посылать отдельным файлом, помещая в начале титульный лист и задание.

При необходимости можно использовать справочник по элементарной и высшей математике, прилагаемый к курсу (далее – ***Справочник***).

Работа может быть зачтена даже в случае незначительных ошибок в решении, но может быть возвращена на доработку в случае существенной ошибки.

*Задание 1. Найти пределы*

*а)  б)  в) .*

**Решение.**

*а)*. Разделим числитель и знаменатель дроби на старшую степень переменной *x*, т.е. на *x*2 и используем очевидное равенство :

.

# *б)* . Имеем неопределенность вида . Раскроем её по правилу Лопиталя:



Использовался Первый замечательный предел: .

*в)*. Преобразуем выражение под знаком предела, используя свойства логарифмической функции:

# 

Используем далее Второй замечательный предел в виде:

. (см. ***Справочник*)**

Тогда 

**Ответ:** а) ; б) ; в) 6.

*Задание 2.* Найти производные  данных функций

а)  б) 

в)  г) .

**Решение.**

а) 

 (Далее не упрощаем).

б) 



в) 

г) 

*Задание 3*. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию . Используя результаты исследования, построить её график.

**Решение.**

* *Область определения, точки пересечения с осями, общие свойства*

Область определения функции – вся числовая прямая, то есть .

Значит точка является точкой пересечения графика функции с осью .

Нет решений, т.е. график функции не имеет точек пересечения с осью .

для любого вещественного график функции лежит выше оси на всей числовой прямой.

Функция не является периодической.

функция является четной, т.е. график функции симметричен относительно оси ординат.

* *Непрерывность, асимптоты*

Функция непрерывна на всей числовой оси. Следовательно, график функции не имеет вертикальных асимптот. Найдем наклонные (горизонтальные) асимптоты

.

Следовательно, - горизонтальная асимптота.

* *Монотонность (возрастание и убывание) и экстремумы (максимумы и минимумы)*

Найдем производную: .

Найдем нули производной (критические точки): .

Составим таблицу

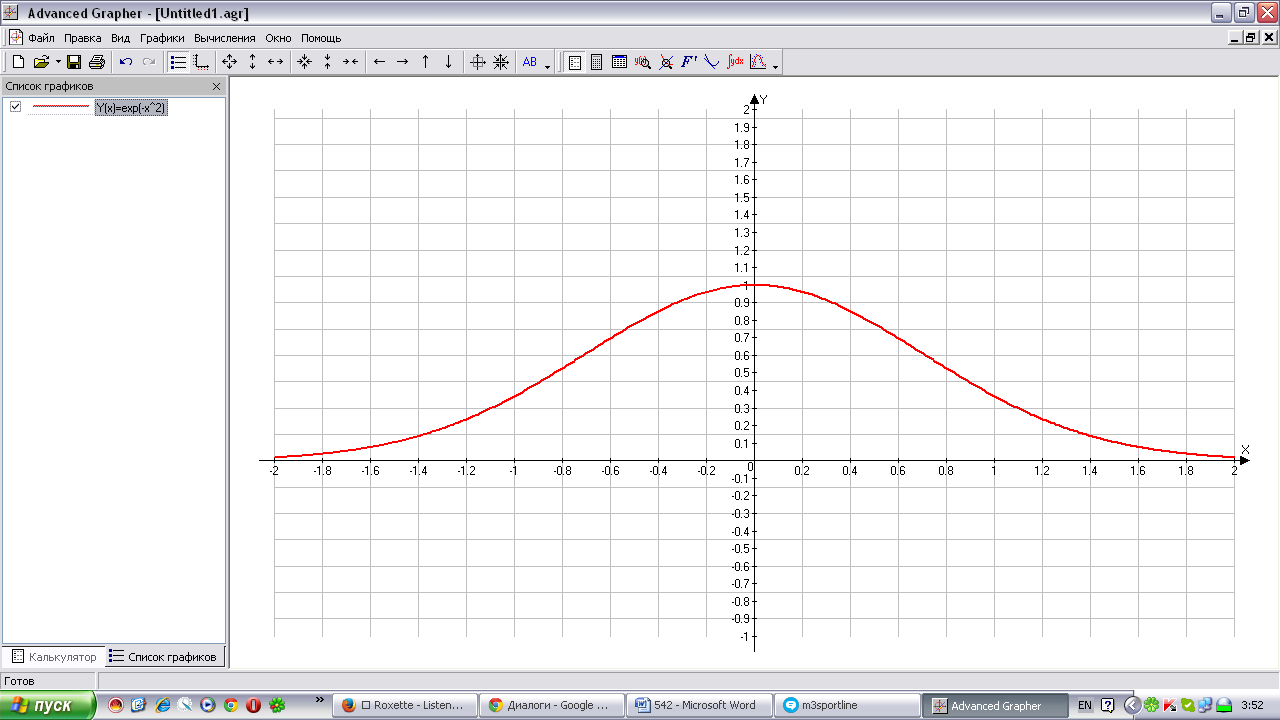
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  | точка максимума |  |
|  | возрастает | максимум | убывает |

* *Промежутки выпуклости и вогнутости, точки перегиба*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  | точка  перегиба |  | точка  перегиба |  |
|  | вогнутость |  | выпуклость |  | вогнутость |

*\*

* *График*

**

*Задание 4.* Дана функция ****. Найти все её частные производные второго порядка.

**Решение.**

Найдем частную производную функции по переменной *х* , предполагая что переменная *y* постоянна



Аналогично для частной производной по *y* (переменная *х* постоянна)



Найдём частные производные второго порядка

.

.



.