

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦИИ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ - экспериментальное определение частотных характеристик систем различного порядка с проверкой значений экспериментальных и теоретических характеристик для заданного интервала частот.

#### 4.1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

Частотные характеристики систем заключают в себе полную информацию о динамических свойствах так же, как и дифференциальные уравнения, которыми они описываются.

Частотные характеристики вытекают из комплексного коэффициента усиления  $W(j\omega)$  системы, который может быть представлен в виде:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega) \quad (4.1)$$

где  $A(\omega) = |W(j\omega)|$  – модуль комплексного коэффициента усиления;

$\varphi(\omega)$  – аргумент комплексного коэффициента усиления;

$P(\omega)$  и  $Q(\omega)$  – действительная и мнимая части комплексного коэффициента усиления соответственно.

Изменение модуля и аргумента комплексного коэффициента усиления в функции частоты  $\omega$ , представленное в виде годографа на комплексной плоскости, называют амплитудно-фазовой характеристикой (рис. 4.1).

Модуль  $A(\omega)$  и аргумент  $\varphi(\omega)$  комплексного коэффициента усиления как функции частоты представляют собой две частотные характеристики – амплитудно-частотная и фазо-частотная.

Действительная  $P(\omega)$  и  $Q(\omega)$  мнимая части комплексного коэффициента усиления представляют собой вещественную и мнимую частотные характеристики.

Каждая из этих характеристик может быть определена через другие частотные характеристики

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)};$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)};$$
(4.2)

$$P(\omega) = A(\omega) \cos \varphi(\omega);$$

$$Q(\omega) = A(\omega) \sin \varphi(\omega).$$

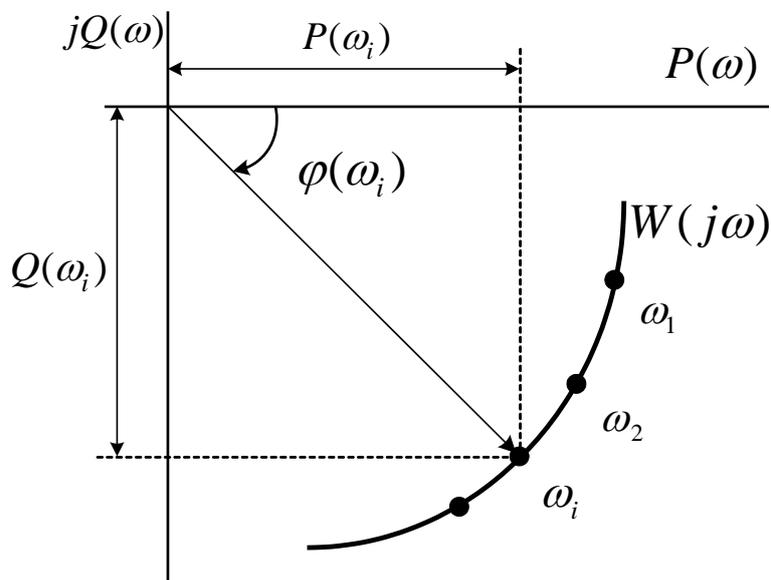


Рисунок 4.1. Фрагмент амплитудно-фазовой частотной характеристики.

Одним из достоинств применения частотных характеристик является возможность их экспериментального получения. Эксперимент заключается в следующем. На вход системы подается синусоидальный сигнал определенной частоты  $\omega$  (рис. 4.2):

$$x(t) = X_m \sin \omega t.$$

Через некоторое время, необходимое для протекания переходного процесса (рис.4.2), элемент войдет в режим установившихся вынужденных колебаний. При этом, выходная величина  $y(t)$  будет изменяться по гармоническому закону с той же частотой  $\omega$ , но с отличающейся амплитудой  $Y_m$

и со сдвигом  $\Delta t_\varphi$  по оси времени (рис. 4.2):

$$y(t) = Y_m \sin(\omega t + \varphi),$$

$$\varphi = (\Delta t_\varphi / T) \cdot 360^\circ \quad (4.3)$$

$\varphi$  - фазовый сдвиг между входным и выходным сигналами, градус.

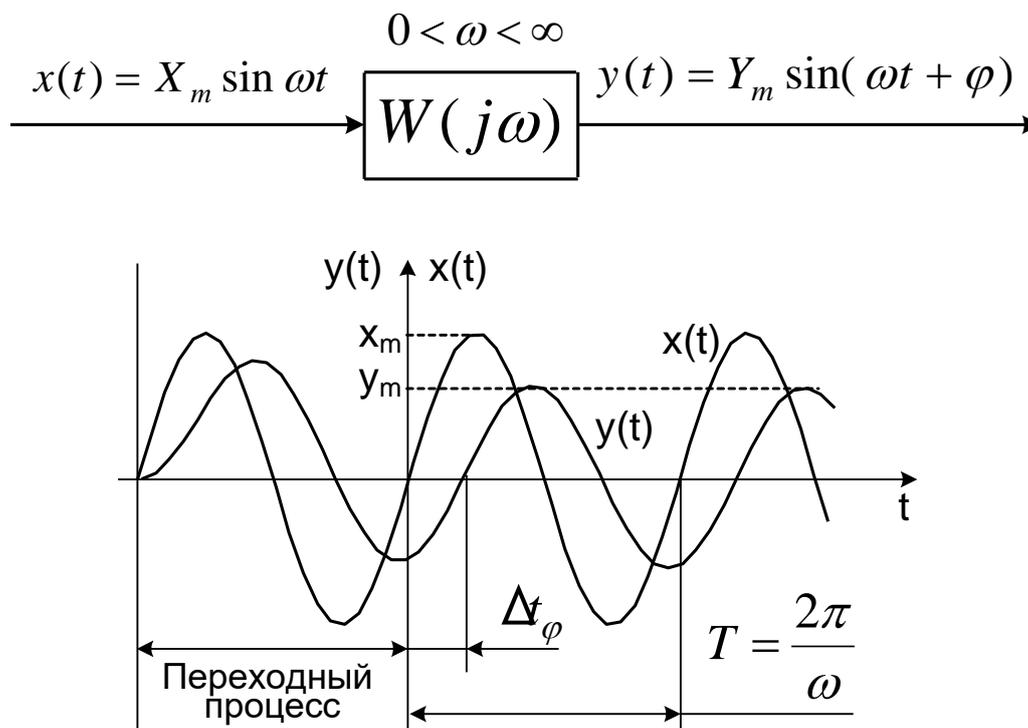


Рисунок 4.2. К определению частотных характеристик.

Повторяя такой эксперимент при фиксированном  $X_m$  для различных значений частоты (от 0 до  $\infty$ ), можно установить, что амплитуда  $Y_m$  и фазовый сдвиг  $\varphi$  выходного сигнала конкретного элемента зависят от частоты воздействия. Подавая гармоническое воздействие на вход различных элементов, можно убедиться, что величины  $Y_m$  и  $\varphi$  зависят также от типа и параметров элемента. Следовательно, зависимости амплитуды  $Y_m$  и сдвига фаз  $\varphi$  от значений частоты  $\omega$  могут служить характеристиками динамических свойств элементов. Так как амплитуда выходного сигнала  $Y_m$  зависит еще от амплитуды входного сигнала  $X_m$ , то целесообразно при описании передаточных свойств элементов рассматривать отношение амплитуд  $Y_m/X_m$ .

Зависимость отношения амплитуд выходного и входного сигнала от

частоты называют амплитудной частотной характеристикой (АЧХ). Зависимость фазового сдвига между входным и выходным сигналами от частоты называют фазовой частотной характеристикой (ФЧХ).

В данной работе определяются частотные характеристики различных четырехполосников, модели которых рассматриваются ниже.

## 4.2. МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ

Рассмотрим RC-цепь, электрическая схема, которой представлена на рис.4.3.

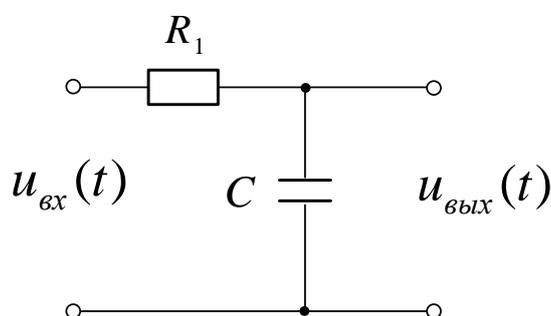


Рисунок 4.3. Электрическая схема RC-цепи

Входной координатой в данной схеме будет напряжение на входе  $u_{\text{вх}}(t)$ , а выходной – напряжение на конденсаторе  $u_{\text{вых}}(t)$ .

Определим падение напряжения на резисторе  $R$ :

$$u_R = R \cdot i(t) = R \frac{dq(t)}{dt}.$$

Определим падение напряжения на конденсаторе  $C$ :

$$u_C = \frac{q(t)}{C}$$

Тогда напряжение на входе цепи равно:

$$u_{\text{вх}}(t) = u_R + u_C = R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C}$$

Учитывая, что  $q(t) = C \cdot u_C(t)$ , можем написать

$$R \cdot C \frac{du_C}{dt} + u_C = u_{\text{вх}}(t).$$

Обозначим:  $u_C(t) = u_{\text{вых}}(t) = y(t)$ ;  $u_{\text{вх}}(t) = x(t)$ ;  $R \cdot C = T$ .

Тогда уравнение электрического четырехполюсника будет иметь вид:

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t).$$

В общем случае, данное дифференциальное уравнение имеет второй параметр  $k \neq 1$ :

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t).$$

Структуры модели данной RC-цепи приведена на рис.4.4.

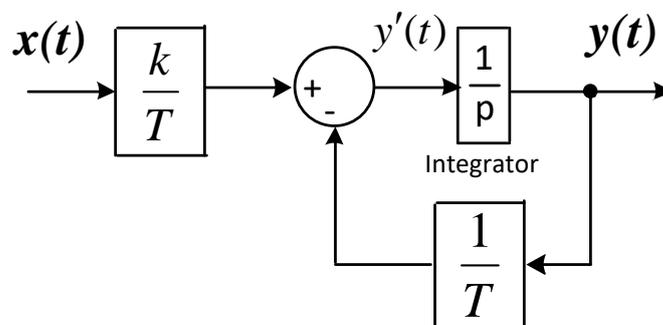


Рисунок 4.4. Структура модели RC-цепи

Аналогично можно получить дифференциальные уравнения и структурные схемы моделей других пассивных четырехполюсников.

Дифференцирующая RC-цепь (рис.4.5) описывается следующим дифференциальным уравнением ( $k = 1$ ,  $RC = T$ ):

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \frac{dx(t)}{dt}.$$

На рис.4.6 приведено две схемы пассивных четырехполюсников, которые описываются одинаковым дифференциальным уравнением:

$$T_2 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = T_1 \frac{dx(t)}{dt} + x(t).$$

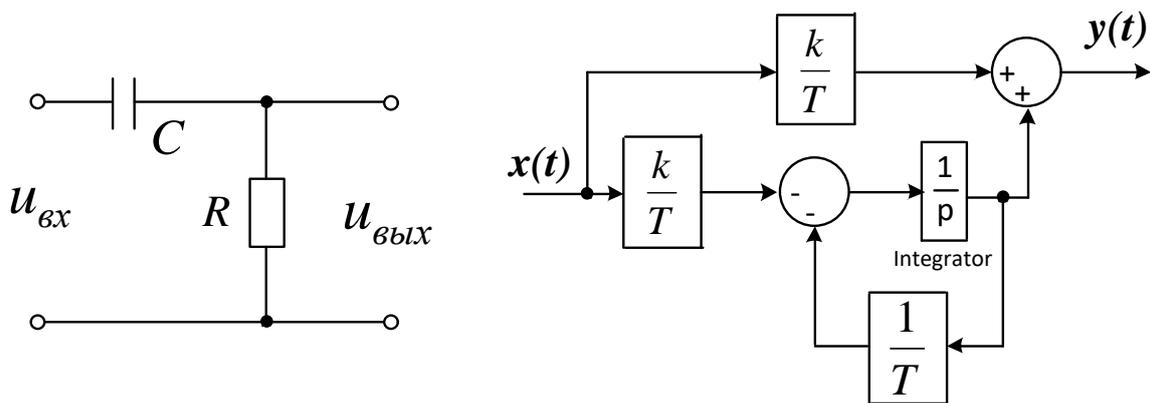


Рисунок 4.5. Электрическая схема дифференцирующей RC-цепи и ее модель

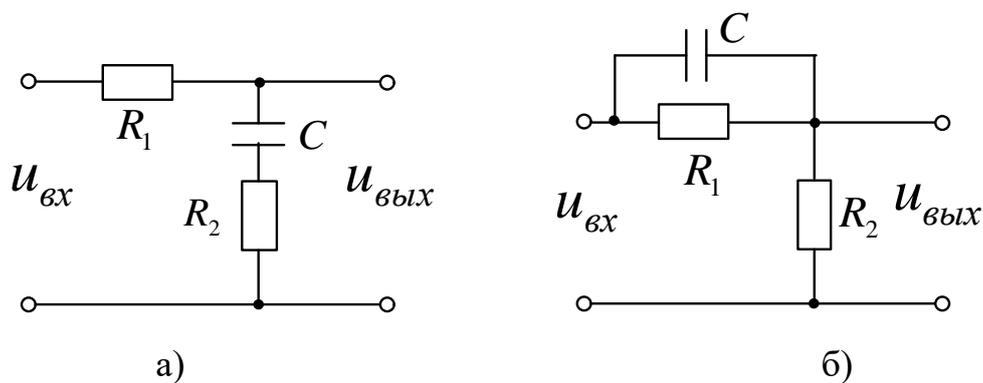


Рисунок 4.6. Электрические схемы пассивных четырехполюсников

Приведенные на рис.4.6 четырехполюсники имеют модель одной структуры (рис.4.7).

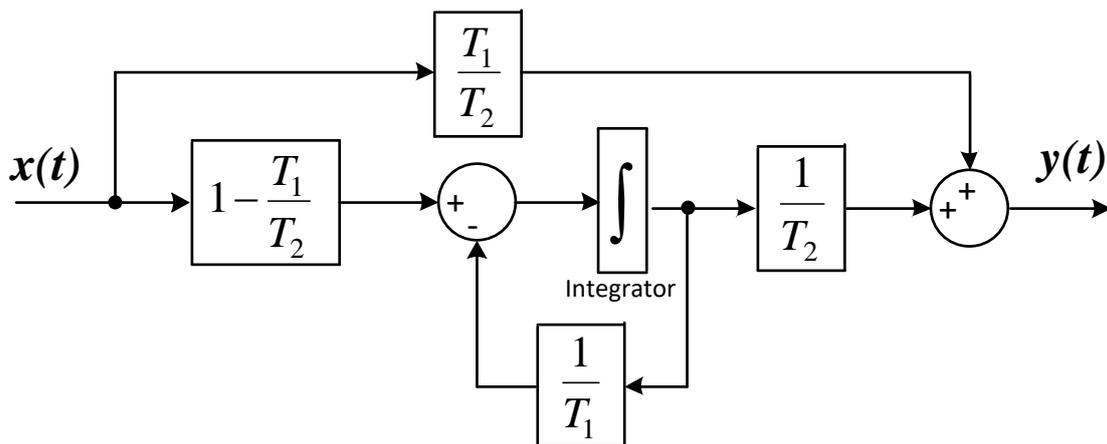


Рисунок 4.7. Структура модели четырехполюсников, изображенных на рис.4.6

В зависимости от соотношения коэффициентов дифференциального уравнения  $T_1$  и  $T_2$  качественно меняются свойства четырехполюсника:

$T_1 < T_2$  преобладание интегрирующих свойств (рис.4.6,а)

$$T_1 = R_2 C; \quad T_2 = (R_1 + R_2) C$$

$T_1 > T_2$  преобладание дифференцирующих свойств (рис.4.6,б)

$$T_1 = R_1 C, \quad T_2 = k T_1, \quad k = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Дифференциальное уравнение **RLC**-цепи, схема которой приведена на рис.4.8. имеет вид:

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = u_{\text{ex}}(t).$$

Обозначим:  $u_C(t) = u_{\text{вых}}(t) = y(t)$ ;  $u_{\text{ex}}(t) = x(t)$ ;  $RC = T_1$ ;  $LC = T_2^2$ .

$$T_2^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + T_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t).$$

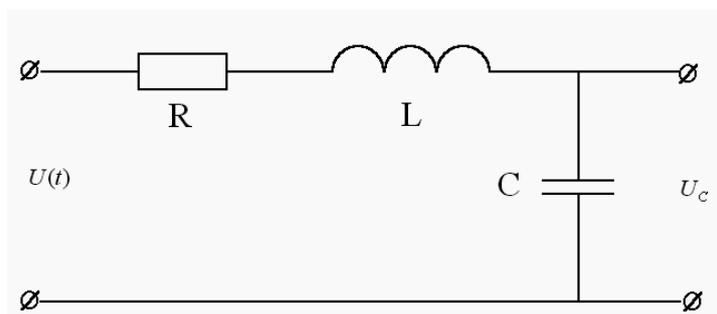


Рисунок 4.8. Электрическая схема **RLC**-цепи

Структурная схема модели **RLC**-цепи приведена на рис.4.9.

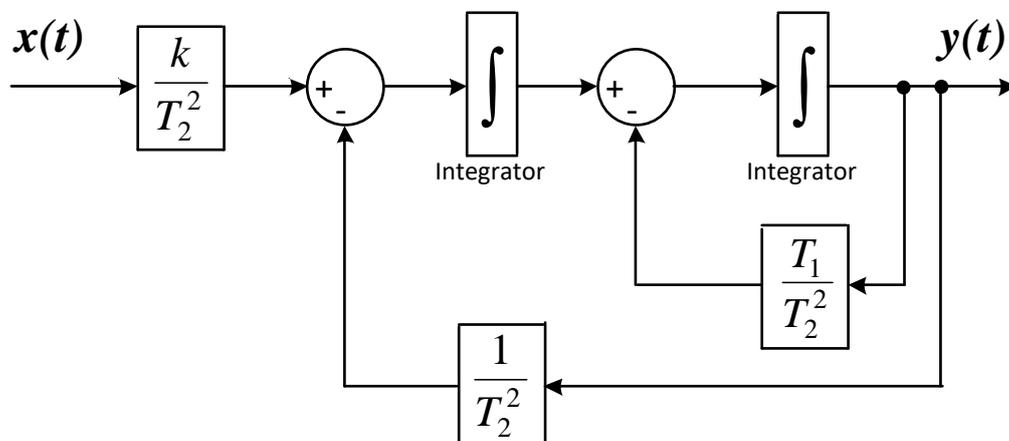


Рисунок 4.9. Структурная схема модели **RLC**-цепи

### 4.3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать схему получения частотных характеристик звеньев согласно рис. 4.10. В качестве модели ОУ использовать модель RC-цепи (рис.4.4) с параметрами, приведенными в таблице 4.3. Амплитуду входного синусоидального сигнала установить равной единице:  $X_m = 1$ .

2. Изменяя частоту входного сигнала в заданных пределах измерить и занести в таблицу 4.1. значения амплитуды  $Y_m$  и сдвига по оси времени  $\Delta t_\varphi$  для каждого значения частоты. Измерения амплитуды  $Y_m$  и сдвига по оси времени  $\Delta t_\varphi$  выполняются после окончания переходного процесса - когда амплитуда выходного сигнала  $Y_m$  становится постоянной.

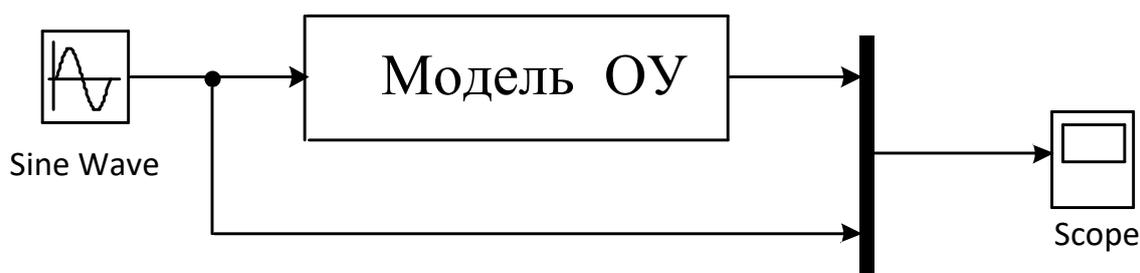


Рисунок 4.10. Схема получения частотных характеристик.

Таблица 4.1.

$\omega$ , рад/с														
$\Delta t_\varphi$ , с														
$Y_m$														

При выполнении моделирования необходимо для каждого диапазона частот задавать свое время моделирования  $t_{\text{мод}}$  (Stop time).

3. Выполнить моделирование и получить частотные характеристики дифференцирующей RC-цепи (рис.4.5) с параметрами, приведенными в таблице 4.3. Результаты занести в таблицу 4.1.

4. Выполнить моделирование и получить частотные характеристики для пассивного четырехполюсника (рис.4.6, рис.4.7) с параметрами, приведенными

в таблице 4.4. Результаты занести в таблицу 4.1

5. Выполнить моделирование и получить частотные характеристики для *RLC*-цепи (рис.4.8, рис.4.9) с параметрами, приведенными в таблице 4.5. Результаты занести в таблицу 4.1

6. По полученным данным рассчитываются частотные характеристики  $A(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$  - используя формулу (4.3), а также  $P(\omega) = A(\omega)\cos\varphi(\omega)$ ;  $Q(\omega) = A(\omega)\sin\varphi(\omega)$ ;  $W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$ . Результаты занести в таблицу 4.2.

Таблица 4.2.

Замер	$\omega$ , рад/с	$A(\omega)$	$\varphi(\omega)$	$P(\omega)$	$Q(\omega)$	$W(j\omega)$

7. Построить экспериментальные частотные характеристики исследуемых звеньев: амплитудную частотную характеристику, фазовую частотную характеристику, действительную и мнимую частотные характеристики, амплитудно-фазовую частотную характеристику.

#### 4.4.СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Краткое описание задачи и метода исследования.
2. Схема получения частотных характеристик.
3. Схемы модели и математическое описание каждого объекта исследования.
4. Результаты эксперимента, сведенные в таблицу.
5. Результаты расчета по экспериментальным данным, сведенные в таблицу.
6. Выводы о работе.

#### 4.5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Определение амплитудно-частотной характеристики.
2. Определение фазо-частотной характеристики.
3. Определение амплитудно-фазовой частотной характеристики.
4. Определение вещественной частотной характеристики.
5. Определение мнимой частотной характеристики.
6. Определение логарифмических частотных характеристик.
7. Приведите формулы связи между частотными характеристиками.
8. Опишите методику экспериментального получения частотных характеристик.

Таблица 4.3. Варианты заданий для исследования RC-цепей

вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$k$	2	3	1,5	5	1,8	9	6	4	5	7,8	4,5	1,7	3,5	2,2	5,5
$T$	2	1,5	2	1,5	2,3	0,9	2,5	3,3	1,3	2,2	3,5	1,7	2	1,5	2,8

вариант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$k$	6	4	5	7,8	4,5	1,7	3,5	2,2	1,2	1,6	1,8	2,7	3,2	7	4
$T$	2	1,5	2	1,5	2,3	1,9	2	3,1	2	3	1,5	5	2	1,7	2,3

Таблица 4.4. Варианты заданий для исследования четырехполюсников

вариант	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
$T_1$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,5	0,35	0,45	0,25	0,3	0,55	0,4	0,35	0,7	0,8	0,45
$T_2$	2	1,5	2	1,5	2,3	0,9	2,5	3,3	1,3	2,2	0,5	1,7	2	1,5	0,8

вариант	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>
$T_1$	0,45	0,25	0,3	0,55	0,4	0,3	0,4	0,5	0,6	0,5	0,35	0,7	0,8	0,45	0,6
$T_2$	2	1,5	2	1,5	2,3	0,9	2	3,1	2	3	1,5	5	2	1,7	2,3

Таблица 4.5. Варианты заданий для исследования RLC-цепи

вариант	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
$T_1$	0,45	0,25	0,3	0,55	0,4	0,3	0,4	0,5	0,6	0,5	0,35	0,7	0,8	0,45	0,6
$T_2$	0,5	0,6	0,9	0,7	0,8	0,9	1,2	1,1	1,2	1,3	1,2	0,8	0,7	1,1	0,8
вариант	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>
$T_1$	0,25	0,3	0,55	0,4	0,35	0,7	0,3	0,4	0,5	0,6	0,5	0,35	0,45	0,25	0,3
$T_2$	0,7	0,9	0,6	0,9	0,8	1,2	1,3	1,1	0,8	1,1	0,7	0,8	0,9	0,8	1,2