**2.** **Аналитические соотношения между параметрами**

**надежности.**

**2.1. Экспоненциальный закон надежности**

Функция, связывающая вероятность безотказной работы и интенсивность отказов, имеет вид (Табл. 1.4)

При нормальных условиях эксплуатации авиационной техники интенсивность отказов можно считать примерно постоянной

*t*

λ(t)

0

2

1

3

Рис. 1.9. Изменение интенсивности отказов во времени

а вероятность безотказной работы

(2.1)

Такое распределение называют экспоненциальным (рис. 2.1). На графике обозначены некоторые характерные точки экспоненты. Так при значение

1,0

1,0

*P*(*x*)

0

0,75

0,69

Рис. 2.1.График экспоненциального

закона надежности

1,0

0,378

0,29

0,1

2,3

После дифференцирования найдем плотность вероятности случайной величины для экспоненциального распределения

(2.2)

Математическое ожидание случайной величины для экспоненциального закона, как момент первого порядка:

Функция экспоненциального распределения вероятности

Для случая надежности вероятность отказа изделия

Получение экспоненциальной функции не представляет трудности. В частности при ее можно представить как сумму ряда

или, для случая , можно считать

При заданной вероятности можно определить логарифмируя (2.1)

При *P*(*t*) > 0,99 из (2.4), как показано выше, можно использовать приближенное равенство:

или

Для ряда законов распределения случайной величины процесс вычисления значения *х* довольно трудоемкий. Поэтому для таких законов имеются таблицы квантилей.

*Квантиль -* это значение аргумента *х,* при котором вероятность случайной величины равна заданному (известному) значению. Так, если *p*(*x*)=*F*(*x*), то квантиль:

где — обратная функция от *F*(*x*)*.*

Индекс *p* при указывает, что является квантилью. По (2.4) можно построить квантиль (рис. 2.2) как функцию от вероятности *p*(*x*).

0,29

0,69

1,00

1,39

*p*(*x*)

*xp*

0

1

0,5

0,75

0,25

Рис. 2.2.Квантили *xp* при экспоненциальном распределении времени безотказной работы

0,378

Математическое ожидание случайной величины для экспоненциального закона, как момент первого порядка:

Дисперсия есть центральный момент второго порядка:

Для экспоненциального закона дисперсия

Среднее квадратическое отклонение

**Пример 2.1.** При испытании изделий, имеющих среднее время наработки на отказ , необходимо определить квантиль уровня для экспоненциальной функции распределения вероятностей.

**Решение.**

Для можно записать квантиль или время, за которое вероятность безотказной работы составит 0,9:

**Пример 2.2.** При испытаниях *N*0 =200 невосстанавливаемых изделий в течение *t*1 = 500 ч получено 6 отказов. Следует найти λи *T*0.

**Решение.**

Областью приемлемости экспоненциального распределения являются наработка до отказа многих невосстанавливаемых изделий и наработка на отказ ряда восстанавливаемых изделий.

**2.2. НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ**

Нормальное или гауссово распределение – наиболее часто используемая статистическая модель. Обоснованием нормального распределения служит центральная предельная теорема, согласно которой распределение среднего *n* независимых случайных величин, распределенных по любому закону с конечными математическим ожиданием и дисперсией при увеличении числа наблюдений в выборке (*n→∞*) приближается к нормальному. К сожалению, в реальных условиях статистика показывает наличие так называемых «хвостов» в законах распределения, например, в погрешностях самолетовождения, связанных с отказами аппаратуры, человеческим фактором или вмешательством непреодолимой силы.

Плотность вероятности нормального распределения случайной величины tимеет вид

Этому распределению соответствует зависимость, приведенная на рис. 2.3.

Функция нормального закона распределения имеет вид

Рис. 2.3.Плотность распределения случайной величины *t* по нормальному закону

0

*f*(*t*)

*t*

T01

*А*

*В*

T02

Поскольку время может изменяться только в пределах от 0 до +∞, то функция нормального закона может рассматриваться только в правой части графика, а интеграл от функции распределения *t*от 0до +∞ должен быть равен единице.

Если кривая *B* распределения *f*(*t*) располагается правее оси ординат так, что заштрихованный участок площади (рис. 2.3) практически ничтожно мал, то для (2.10) справедливо выражение

а расчет характеристик надежности можно производить, используя функцию распределения в виде

где *T*0–математическое ожидание наработки до отказа; σ–среднее квадратическое отклонение наработки до отказа.

Однако, если существенная часть кривой *f*(*t*)смещена в отрицательную область, (заштрихованная часть площади кривой *А*) (рис. 2.3), то для расчета надежности необходимо использовать усеченное распределение случайной величины *Т*:

Нормирующий множитель *g* определяется из условия равенства единице площади кривой распределения *f\**(*t*) в пределах 0≤ *t* ≤ *∞.*

или

С целью приведения интеграла в (2.13) к нормированной форме, для которой имеются таблицы значений, в выражении *f*(*t*)можно сделать замену переменной *t* на *и*:

Тогда и

где Φ (*u*) - нормированная функция Лапласа.

Таблица значений этой функции приведена в Приложении 1.

Таким образом, поскольку для определения значения *g* для верхнего предела следует положить *t* = ∞ т. е. *u* = , **то из (2.14), (2.15) следует:**

Вероятность безотказной работы за время *t*

Интенсивность отказов, учитывая, что

будет

В (2.16)...(2.18) значения T и σсоответствуют полному, т. e. не усеченному распределению *f*(*t*).

Для усеченного распределения значения математического ожидания времени отказа *T*0 и среднего квадратического отклонения σвыражаются в следующем виде:

; (2.19)

Здесь

Для большинства случаев следует учитывать усеченность распределения случайной величины *Т,* если *Т — З*σ *<* 0. В противном случае в вышеприведенных формулах можно положить *g =* 1*,k*0*=* 0*.*

**Пример 2.4.** Наработка до отказа имеет нормальное распределение с *T*0 = 2500 ч, σ= 500 ч. Требуется определить: вероятность безотказной работы *p*(*t* ***=*** 1500ч) через *t* =1500 ч; наработку *t*1при которой p(*t*1) = 0,8.

Решение:

*а*) по условию *T*0 *—* 3σ= 2500 – 1500 = 1000 > 0. Поэтому следует использовать не усеченное распределение ;

*б*) согласно (2.18)

Здесь Φ(2,0)= 0,455 определена по табл. Приложения 1;

*в*) в соответствии с (2.17) и условием задачи

Отсюда

Значение обратной функции Лапласа определяется из табл. Приложения 1:

**Пример 2.5.** При нормальном распределении наработки доотказа

*T*0= 2500 ч, σ *=* 1600 ч.

Определить вероятность безотказной работы через *t*1= 1500 ч, среднее время *T*0 безотказной работы, среднее квадратическое отклонение σ\****.***

Решение. По условию задачи *T*0 – 3σ =2500 – 3600= –900 < 0. Поэтому необходимо использовать усеченное распределение.

*а*) согласно (2.16) и табл. Приложения 1

б) согласно (2.17) и табл. приложения 1

*в*) из (2.21):

*г*) из (2.19) и (2.20)

Нормальное распределение широко используется на практике (погрешности бортового радиооборудования) , наработка до отказа ряда изделий и т. д.).

В технических характеристиках радиосистем зачастую указывается среднеквадратическое отклонение метрологических параметров, при котором подразумевается нормальное распределение.

При малом числе испытаний прибегают к распределению Стьюдента.

**Задание 3.** Для распределения по нормальному закону в каждом варианте заданы следующие значения среднего времени безотказной работы *T*0 и среднее квадратическое отклонение σ\*(табл.1)***.*** Определить, в каком виде следует рассматривать нормальный закон на временно́м интервале от 0 до ∞. Для заданного преподавателем варианта, в случае усеченного нормального распределения найти значения Определить вероятность безотказной работы через промежуток времени *t*1.

Таблица 1.

Варианты заданий для расчета распределения по нормальному закону

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Варианты | *T*0, ч. | σ\*, ч. | *t*1, ч. | Варианты | *T*0, ч. | σ\* ч. | *t*1, ч. |
| 1 | 700 | 380 | 680 | 16 | 1450 | 670 | 1100 |
| 2 | 1000 | 400 | 860 | 17 | 1290 | 620 | 990 |
| 3 | 1200 | 500 | 940 | 18 | 1300 | 780 | 890 |
| 4 | 1600 | 600 | 1400 | 19 | 1600 | 880 | 1100 |
| 5 | 1700 | 700 | 1600 | 20 | 1380 | 740 | 990 |
| 6 | 900 | 120 | 970 | 21 | 1960 | 850 | 1560 |
| 7 | 800 | 450 | 640 | 22 | 2100 | 890 | 1740 |
| 8 | 950 | 420 | 820 | 23 | 2300 | 950 | 1860 |
| 9 | 790 | 410 | 720 | 24 | 2450 | 1200 | 2100 |
| 10 | 1550 | 690 | 1100 | 25 | 2580 | 1500 | 2210 |
| 11 | 2200 | 890 | 1750 | 26 | 2800 | 1200 | 2430 |
| 12 | 3200 | 490 | 2840 | 27 | 3100 | 1600 | 2560 |
| 13 | 2700 | 760 | 2100 | 28 | 3280 | 1860 | 2380 |
| 14 | 2100 | 950 | 1800 | 29 | 1500 | 640 | 1020 |
| 15 | 1900 | 1000 | 1500 | 30 | 1800 | 920 | 1290 |

При выполнении расчетов использовать табл. Приложения 1.

**2.3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЛЕЯ**

|  |
| --- |
| **Распределение Рэлея** |
| Плотность вероятности [Плотность распределения Рэлея](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rayleigh_distributionPDF.png?uselang=ru) |
| Функция распределения [Функция распределения Рэлея](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rayleigh_distributionCDF.png?uselang=ru) |

К распределению Релея относится погрешность определения местоположения на экране индикатора кругового обзора. Если по каждой оси координат погрешности y1, y2 распределены по нормальному закону то случайная величина

(2.22)

будет распределена по релеевскому закону. Распределение Релея широко используется в статистической теории связи.

Плотность вероятности случайной величины *Т* распределения Релея имеет вид:

где μ – наиболее вероятное значение случайной величины, называемое модой распределения.

Вероятность безотказной работы

отказов Функция распределения

Интенсивность отказов

Математическое ожидание случайной величины

Дисперсия

Зависимости *f*(*t*)*, λ*(*t*)*, p*(*t*)для случая распределения Релея приведены на рис. 2.4.

Рис. 2.4.Показатели надежности при распределении Релея: *a –* λ(*t*) и  *f*(*t*)*; б* – *p*(*t*)

*fmax* (*t*)

λ(*t*), *f*(*t*)

*t*

0

*p*(*t*),

*t*

0

1

*a*)

*б*)

*μ*

1

2

Зависимость дисперсии от значения (2.38) показывает, что с возрастанием моды (рис. 2.7) функция плотности вероятности становится более пологой (рис. 2.5).

*x*

0,1

0,2

0,3

0,4

0,5

0,4

0,6

0,8

0,2

0

1,0

1,2

1,4

1,6

1,8

2,0

2,2

2,45

2,6

2,8

0,6

0,7

0,8

0,9

1,0

*f*(*x*)

μ2= 0.5

μ2= 2.0

μ2= 1.0

Рис. 2.5.Плотность вероятности при различных значениях μ2

распределения Релея

Распределению Релея соответствует погрешность определения навигационных параметров на плоскости, когда погрешности в направлениях осей координат независимы и распределены по нормальному закону с одинаковыми дисперсиями.

Другим примером релеевского закона служит распределение огибающей шумового напряжения на выходе узкополосного фильтра при прохождении через него гауссовского шума. Такое напряжение имеет вид синусоиды со случайной амплитудой, фаза которого распределена равномерно от 0 до 360о.

## 9. Распределение Релея

Часто встречается такая задача: проекции некоторого вектора на декартовы координаты х и у независимы, случайны и распределены по Гауссу; нужно найти распределение модуля вектора. Это — пример на применение преобразования

Двухмерное распределение Гаусса со [средним значением](http://sernam.ru/book_e_math.php?id=128), равным нулю, можно написать в любой из двух форм

Так же, как и в левой части могут быть разделены переменные *х* и *у*, в правой части могут быть разделены переменные http://books.alnam.ru/img_page/1.gif

Здесь нет зависимости от. Для того чтобы удовлетворять нормировке, плотность по углу должна быть равна http://books.alnam.ru/img_page/2.gifСледовательно, радиальная плотность есть

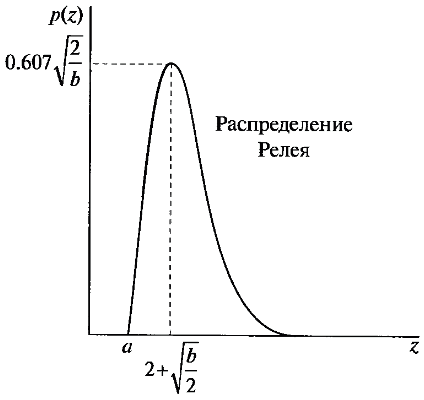
Это — [распределение Релея](http://sernam.ru/book_p_net.php?id=14). Его момент второго порядка используется чаще момента первого порядка. Момент второго порядка равен http://books.alnam.ru/img_page/3.gif Это можно увидеть, если рассматривать http://books.alnam.ru/img_page/4.gif как первоначальные переменные. Так как они складываются, то их [средние значения](http://sernam.ru/book_e_math.php?id=128) также складываются и результат очевиден. Распределение (76) имеет удобное свойство: [вероятность](http://edu.sernam.ru/book_kiber1.php?id=227) того, что радиус-вектор больше http://books.alnam.ru/img_page/5.gif равна 00

Попутно этот результат служит проверкой нормировки по http://books.alnam.ru/img_page/6.gif

В радиоэлектронике [распределение Релея](http://sernam.ru/book_p_net.php?id=14) встречается, в частности, при рассмотрении шума после детектора.

Изображения, подлежащие распознаванию, могут быть зашумлены. Причиной тому могут быть искажения, вносимые в изображение предметами, активно отражающими свет (стекло, железо, водные поверхности), неравномерная прозрачность воздушного слоя, пыль, попавшая в объектив, качество используемой аппаратуры и др. Поэтому необходима дополнительная предварительная фильтрации изображения.

### Шум Релея

[](http://ru.bmstu.wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:8_4.png)

Pис. 4 График плотности распределения шума Релея

Среди важных и часто встречающихся на практике распределений рассмотрим распределение Релея. Впервые оно было введено лордом Релеем в 1880 году при рассмотрении огибающей суммы большого числа гармонических колебаний различных частот. Функция плотности распределения задается выражением:

при 0 при

{┤}{\displaystyle \begin{cases}\frac{2}{b}(z-a)e^{-(z-a)^2/b} \ npu \ z\ge a;\\0 \ npu \ z<a.\\\end{cases}\,\!}

Среднее значение и дисперсия имеют вид:

{\displaystyle \mu=a+\sqrt{\pi b/4}, \ \sigma^2=\frac{b(4-\pi)}{4}.\,\!}

График плотности распределения представлен на рисунке.

Распределение Релея встречается на фотоснимках.

**2.4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЙБУЛЛА**

|  |  |
| --- | --- |
| **Распределение Вейбулла** | |
| Плотность вероятности [Probability distribution function](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Weibull_PDF.svg?uselang=ru) | |
| Функция распределения [Cumulative distribution function](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Weibull_CDF.svg?uselang=ru) | |
| **Обозначение** | {\displaystyle \mathrm {W} (k,\lambda )} |
| **Параметры** | {\displaystyle \lambda >0} |
| [**Носитель**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%BE%D1%81%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C_%D0%BC%D0%B5%D1%80%D1%8B) | {\displaystyle x\in [0;+\infty )} |
| [**Плотность вероятности**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BB%D0%BE%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B2%D0%B5%D1%80%D0%BE%D1%8F%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8) | {\displaystyle (k/\lambda )(x/\lambda )^{(k-1)}e^{-(x/\lambda )^{k}}} |
| [**Функция распределения**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F_%D1%80%D0%B0%D1%81%D0%BF%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F) | {\displaystyle 1-e^{-(x/\lambda )^{k}}} |
| [**Среднее**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5_%D0%BE%D0%B6%D0%B8%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5) **время**  **безотказной работы как математическое ожидание от плотности вероятности** | {\displaystyle \lambda \Gamma \left(1+{\frac {1}{k}}\right)} |
| [**Медиана**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%B0%D0%BD%D0%B0_(%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)) | {\displaystyle \lambda \ln(2)^{1/k}} |
| [**Мода**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D0%B0_(%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)) | {\displaystyle {\frac {\lambda (k-1)^{\frac {1}{k}}}{k^{\frac {1}{k}}}},} {\displaystyle k>1} |
| [**Дисперсия**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D1%81%D0%BF%D0%B5%D1%80%D1%81%D0%B8%D1%8F_%D1%81%D0%BB%D1%83%D1%87%D0%B0%D0%B9%D0%BD%D0%BE%D0%B9_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D1%8B) | {\displaystyle \lambda ^{2}\Gamma \left(1+{\frac {2}{k}}\right)-\mu ^{2}} |
| [**Коэффициент асимметрии**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D1%8D%D1%84%D1%84%D0%B8%D1%86%D0%B8%D0%B5%D0%BD%D1%82_%D0%B0%D1%81%D0%B8%D0%BC%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D0%B8) | {\displaystyle {\frac {\Gamma (1+{\frac {3}{k}})\lambda ^{3}-3\mu \Gamma (1+{\frac {2}{k}})\lambda ^{2}+2\mu ^{3}}{\sigma ^{3}}}} |
| [**Коэффициент эксцесса**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D1%8D%D1%84%D1%84%D0%B8%D1%86%D0%B8%D0%B5%D0%BD%D1%82_%D1%8D%D0%BA%D1%81%D1%86%D0%B5%D1%81%D1%81%D0%B0) | {\displaystyle {\frac {\lambda ^{4}\Gamma \left(1+{\frac {4}{k}}\right)-4\lambda ^{3}\mu \Gamma \left(1+{\frac {3}{k}}\right)+6\lambda ^{2}\mu ^{2}\Gamma \left(1+{\frac {2}{k}}\right)-3\mu ^{4}}{\sigma ^{4}}}} |
| [**Дифференциальная энтропия**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D1%84%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%8D%D0%BD%D1%82%D1%80%D0%BE%D0%BF%D0%B8%D1%8F) | {\displaystyle \gamma \left(1\!-\!{\frac {1}{k}}\right)+\left({\frac {\lambda }{k}}\right)^{k}+\ln \left({\frac {\lambda }{k}}\right)} |
| [**Производящая функция моментов**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D0%B8%D0%B7%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D1%8F%D1%89%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F_%D0%BC%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BE%D0%B2) | {\displaystyle \sum \_{n=0}^{\infty }{\frac {t^{n}\lambda ^{n}}{n!}}\Gamma (1+n/k),\ k\geq 1} |
| [**Характеристическая функция**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A5%D0%B0%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F_%D1%81%D0%BB%D1%83%D1%87%D0%B0%D0%B9%D0%BD%D0%BE%D0%B9_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D1%8B) | {\displaystyle \sum \_{n=0}^{\infty }{\frac {(it)^{n}\lambda ^{n}}{n!}}\Gamma (1+n/k)} |

Функция распределения Вейбулла:

Плотность вероятности (частота отказов) при распределении Вейбулла имеет вид

где *а* и *b –* положительные постоянные величины. Величина *а* имеет размерность времени, *b –* безразмерная величина.

Вероятность безотказной работы

а интенсивность отказов

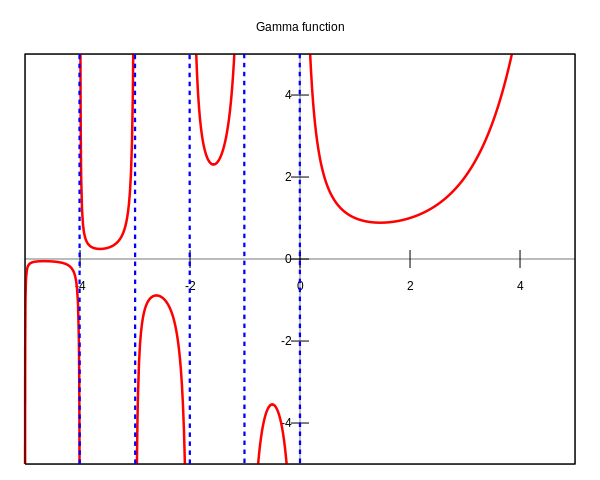
Выражение для интенсивности отказов может быть определено и дифференцированием показателя экспоненты в (2.30), поскольку этот показатель

Среднее время безотказной работы определяется как математическое ожидание от плотности вероятности

где гамма-функция от аргумента

Среднее квадратическое отклонение

где коэффициент (2.34



Если *x* – целое не отрицательное число, то

Значения гамма-функция для вычисления инаходят по таблицам.

При *b=*1получаются и распределение Вейбулла вырождается в экспоненциальное, а при *b=*2 *–* враспределение Релея.

Характерные для распределения Вейбулла зависимости *f*(*t*)*,* λ(*t*)*, p*(*t*)при различных значениях параметра *b* приведены на рис. 2.6.

**Пример 2.3.** Известно, что случайная наработка до отказа имеет распределение Вейбулла, где *а =* 1500 *ч, b =* 2***.***

Найти *р*(*t* = 500 ч). Функция распределения Вейбулла;

**Решение.** Из (2.30): *t/a* = 500/1500 = 0,33;

*p*(*t=* 500) = .

**Пример 2.4.** Для распределения Вейбулла *а* = 3000 ч, *b =* 2***.*** Найти наработку до *p*(*t*) *=* 0,965.

**Решение.**

Из (2.31) ln *p*(*t*)***=*** ;, или

*t* =∙3000 = 566 ч.

*b>*1

*b=*1

*b<*1

*f*(*t*)

*t*

*p*(*t*)

λ(*t*)

*t*

*t*

0

0

0

*b>*1

*b=*1

*b<*1

*b>*1

*b=*1

*b<*1

1

Рис.2.6. Характеристики надежности,

соответствующие распределению Вейбулла

Объектами применения распределения Вейбулла являются подшипники качения, электромагнитные реле и некоторые типы полупроводниковых приборы.

**2.5. БИНОМИНАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ.**

Биноминальное распределениеотносится в виду дискретных распределений, при которых случайная величина принимает целые положительные значения 0, 1, 2, ... *п* с вероятностями

где вероятность того, что случайная величина примет значение *т (т* = 0, 1, 2, …*п)* из *п* возможных, а

число сочетаний из *п* по *т*;

*p –* вероятность рассматриваемого события (например, вероятность безотказной работы); 1*– p = q –* дополнение до вероятности полной группы событий (в принятом случае — вероятность отказа).

Математическое ожидание и дисперсию случайной величины, распределенной по биноминальному закону, можно записать так:

При больших *п* биноминальное распределение становится близким к нормальному с параметрами (2.15). Биноминальное распределение используется при изучении задач резервирования.

**Пример 2.6.** Авиакомпания выполняет по заданному маршруту 10 рейсов в неделю. Вероятность безотказной работы бортового радиооборудования при выполнении одного рейса равна 0,98.

Какова вероятность безотказной работы бортового радиооборудования при выполнении 10 рейсов?

Какова вероятность того, что в течение 10 рейсов произойдет один отказ бортового радиооборудования?

Какова вероятность того, что в течение 10 рейсов произойдет не более одного отказа бортового радиооборудования? Количество рейсов *n* = 10.

Из биномиального закона распределения (2.35) определим вероятность безотказной работы бортового радиооборудования при выполнении 10 рейсов (*n* = 10, *m =*10). Из основной формулы

Имеем *n* = 10, *m =*10, =1. После подстановки получим:

Вероятность того, что в течение 10 рейсов произойдет один отказ бортового радиооборудования(*n* = 10, *m =*9)

Найдем

После подстановки получим

=10·0,83·0,02=0,166.

Вероятность того, что в течение 10 рейсов произойдет не более одного отказабортового радиооборудования, равна сумме вероятностей и

*P* (m ≥ 9) = + = + 0,166 = 0.983.

**Задание 4.** Для рассмотренной задачи определить самостоятельно, какова вероятность того, что в течение 10 рейсов произойдет ровно два (три) отказа бортового радиооборудования?

**2.6, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУАССОНА.**

Случайная величина *х*, принимающая только целые и положительные значения, подчиняется распределению Пуассона, если вероятность того, что она принимает значение *х*, определяется уравнением

Математическое ожидание и дисперсия распределения:

Если *а = n*λ*t,* где *n –* число однотипных изделий; λ *–* интенсивность отказов, то (2.37) дает вероятность того, что число отказов за время *t* будет равно *х.*

Если число отказов *х* = 0, то из (2.37) следует вероятность безотказной работы

Характер изменения вероятности появления ровно *х* событий в зависимости от значения параметра *а* приведен на рис. 2.7, 2.8. Для наглядности дискретные точки при заданном значении *а* соединены отрезками прямых линий.

*x*

*px*

0.5

0

*a=*0.5

2

1

3,5

2

40

6

8

Рис. 2.7. Сравнительные зависимости вероятности появления ровно *х* событий при разных значениях параметра *а* распределения Пуассона

В табл. 2.2. приведены значения вероятности *p*(*x*) и функции распределения *F*(*x*) события *х* = 0; 1;… 9 для параметра *а* = 2.

Таб. 2.2.

**Распределение Пуассона для параметра *а* = 2**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| *p*(*x*) | 0,1353 | 0,2707 | 0,2707 | 0,1804 | 0,0902 | 0,0361 | 0,0121 | 0,0034 | 0,0009 | 0,0002 |
| *F*(*x*) | 0,1353 | 0,4060 | 0,6767 | 0,8571 | 0,9473 | 0,9834 | 0,9955 | 0,9989 | 0,9998 | 0,99995 |

Распределение Пуассона широко используется при оценке случайного числа отказов восстанавливаемых изделий в период приработки, при расчетах количества запасных изделий (ЗИП) и др.

Распределение Пуассона описывает число соединений сотовой связи за единицу времени, количество обращений в системе массового обслуживания.

**2.5. РАВНОМЕРНАЯ ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**

При равномерной плотности распределения (рис. 2.8) случайная величина с равной вероятностью расположена в любой точке отрезка *а – б*.

***a***

***x***

***l***

***l***

1*/*2*l*

*f*(*x*)

***h***

***b***

***d***

***g***

Рис. 2.9. Равномерная плотность распределения случайной величины *x*

Нa рисунке точкой *h* обозначена середина отрезка *а – б*. Плотность вероятности определяется как

Математическое ожидание

Дисперсия

Вероятность попадания в интервал *d – g*

Для случая характеристик надежности: *а =*0, *b* = *t*1:

*F* (*x*) =1/*t*1 при *t* ≤ *t*1,

*F* (*x*) = 0 при *t* > *t*1. (2.43)

Соответствующие показатели надежности приведены на рис. 2.10.

*t*1

*t*

*p*(*t*), λ(*t*), *f*(*t*)

1

0

*p*(*t*)

λ(*t*)

*f*(*t*)

Рис. 2.10. Вид функций *p*(*t*), *f*(*t*), λ(*t*) при равномерном распределении случайной величины *t*

Равномерное распределение имеет место, когда рассматривается погрешность аппаратуры за счет трения, погрешность дискретизации в цифровых приборах. Равномерно распределены номинальные значения емкости конденсаторов или сопротивления резисторов после их селективного отбора из партии, например, в пределах ± 5 %.

Сложение двух равномерных распределений дает трапецеидальное распределение или, при равных параметрах распределений – треугольное распределение (Симпсона).

**Контрольные вопросы**

1. Чем обусловлено применение экспоненциального распределения при оценке надежности авиационного оборудования?

2. Поясните зависимости характеристик распределения Вейбулла.

3. Поясните характеристики нормального и усеченного нормального законов распределения.

4. Поясните биноминальный закон распределения.

5. Поясните характеристики распределения Пуассона.

6. Поясните характеристики распределения Релея.

7. В каких случаях применяется равномерная плотность распределения?

**Интенсивности отказов электрорадиоэлементов аппаратуры**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Элементы | 10–6 (1/ч) | 10–6 (1/ч) | 10–6 (1/ч) |
| Стабилитроны | 0,06 | 0,1 | 0,08 |
| Диоды | 0,05 | 0,1 | 0,07 |
| Транзисторы биполярные | 0,2 | 0,4 | 0,3 |
| Транзисторы полевые | 0,3 | 0,5 | 0,4 |
| Интегральные микросхемы | 0,03 | 0,06 | 0,04 |
| Резисторы | 0,05 | 0,2 | 0,1 |
| Потенциометры | 0,2 | 0,4 | 0,3 |
| Конденсаторы | 0,04 | 0,08 | 0,06 |
| Катушки индуктивности | 0,03 | 0,1 | 0,06 |
| Резонаторы кварцевые | 0,1 | 0,3 | 0,2 |
| Микровыключатели | 0,03 | 0,1 | 0,07 |
| Реле герметичные | 0,02 | 0,1 | 0,05 |
| Направленные ответвители | 0,05 | 0,2 | 0,1 |
| Разъемы высокочастотные | 0,4 | 0,8 | 0,6 |
| Разъемы низкочастотные | 0,5 | 1,0 | 0,7 |
| Индикаторы светодиодные | 0,05 | 0,2 | 0,1 |
| Лампы накаливания | 0,4 | 0,8 | 0,6 |
| Трансформаторы | 0,6 | 1,2 | 0,8 |
| Дроссели | 0,5 | 0,9 | 0,7 |
| Варикапы | 0,06 | 0,1 | 0,08 |
| Стабилитроны | 0,06 | 0,1 | 0,08 |
| Диоды | 0,05 | 0,1 | 0,07 |
| Транзисторы биполярные | 0,2 | 0,4 | 0,3 |
| Транзисторы полевые | 0,3 | 0,5 | 0,4 |
| Интегральные микросхемы | 0,03 | 0,06 | 0,04 |
| Резисторы | 0,05 | 0,2 | 0,1 |
| Потенциометры | 0,2 | 0,4 | 0,3 |
| Конденсаторы | 0,04 | 0,08 | 0,06 |
| Катушки индуктивности | 0,03 | 0,1 | 0,06 |
| Резонаторы кварцевые | 0,1 | 0,3 | 0,2 |
| Микровыключатели | 0,03 | 0,1 | 0,07 |
| Реле герметичные | 0,02 | 0,1 | 0,05 |
| Направленные ответвители | 0,05 | 0,2 | 0,1 |
| Разъемы высокочастотные | 0,4 | 0,8 | 0,6 |
| Разъемы низкочастотные | 0,5 | 1,0 | 0,7 |
| Индикаторы светодиодные | 0,05 | 0,2 | 0,1 |
| Лампы накаливания | 0,4 | 0,8 | 0,6 |
| Трансформаторы | 0,6 | 1,2 | 0,8 |
| Дроссели | 0,5 | 0,9 | 0,7 |
| Варикапы | 0,06 | 0,1 | 0,08 |