

Министерство образования и науки Российской Федерации
Саратовский государственный технический университет

**Б.К. Сивяков, В.С. Джумалиев,
Д.Б. Сивяков**

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Учебное пособие
для студентов неэлектрических профилей обучения
по направлениям бакалавриата и программам подготовки
специалиста дневной, заочной и заочной
сокращенной форм обучения

Издание 3-е, дополненное

Саратов 2012

УДК 621.3
ББК 31.2
С 70

Рецензенты:
Кафедра электротехники
Института механизации и электрификации сельского хозяйства
Саратовского государственного аграрного
университета им. Н.И. Вавилова
Заместитель директора по научной работе
Российского государственного открытого технического
университета путей сообщения,
кандидат технических наук, доцент *А.А. Сатаров*

Одобрено
редакционно-издательским советом
Саратовского государственного технического университета

Сивяков Б.К.

С 34 Электротехника и электроника: учеб. пособие; изд. 3-е, доп. / Б.К. Сивяков,
В.С. Джумалиев, Д.Б. Сивяков. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т им. Гагарина Ю.А.,
2012. 120 с.
ISBN 978-5-7433-2598-6

Учебное пособие содержит краткие теоретические сведения, примеры выполнения и варианты контрольных заданий по курсу «Электротехника и электроника».

Предназначается для студентов неэлектрических профилей обучения по направлениям бакалавриата и программам подготовки специалиста дневной, заочной и заочной сокращенной форм обучения, выполняющих расчетно-графические и курсовые работы по курсу «Электротехника и электроника».

УДК 621.3
ББК 31.2

ISBN 978-5-7433-2598-6

© Саратовский государственный
технический университет, 2012
© Сивяков Б.К., Джумалиев В.С.,
Сивяков Д.Б., 2012



ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие предназначено для студентов неэлектрических профилей обучения по направлениям бакалавриата и программам подготовки специалиста дневной, заочной и заочной сокращенной форм обучения, выполняющих расчетно-графические, курсовые и контрольные работы по курсу «Электротехника и электроника или родственным дисциплинам. На типовых задачах в пособии подробно показан ход выполнения задания с привлечением кратких теоретических сведений, поясняющих решение. Приведены варианты контрольных заданий.

В пособии нашел отражение опыт преподавания курса «Электротехника и электроника», накопленный на кафедре «Электротехника и электроника» Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А.

Главы 1, 2 и 8 пособия написаны проф. Б.К. Сивяковым, глава 9 – доц. В.С. Джумалиевым, главы 6, 10 – доц. Д.Б. Сивяковым, главы 3, 4, 5 и 7 – Б.К. Сивяковым и В.С. Джумалиевым. Общая редакция пособия осуществлена Б.К. Сивяковым.

Вариант контрольного задания определяется двумя последними цифрами номера зачетки. Если получаемое число больше 49, то следует для нахождения номера варианта вычесть 50.



1. ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.1. Контрольное задание

Задача. Для заданной электрической схемы и значений параметров ее элементов выполнить следующее:

1. Составить на основании законов Кирхгофа систему уравнений для расчета токов во всех ветвях схемы. Систему не решать.
2. Определить токи во всех ветвях схемы методом контурных токов (МКТ).
3. Определить токи во всех ветвях схемы методом узловых потенциалов (МУП).
4. Результаты расчета токов, проведенного двумя методами, свести в таблицу и сравнить их между собой.
5. Составить баланс мощностей в исходной схеме (схеме с источником тока), вычислив суммарную мощность источников и суммарную мощность нагрузок (сопротивлений).
6. Определить ток I_I в заданной схеме с источником тока, используя метод эквивалентного генератора.
7. Начертить потенциальную диаграмму для любого замкнутого контура, включающего обе ЭДС.

Указания: 1. Ответвления к источнику тока, ток которого по условию вашего задания равен нулю, на схемах не показывать.

2. Перед выполнением п. 3 рекомендуется преобразовать источник тока в источник ЭДС и вести расчет для полученной схемы.

3. В п. 6 для определения входного сопротивления двухполюсника следует преобразовать схему соединения треугольником в эквивалентную схему соединения звездой.

4. Для достижения необходимой точности расчетов при вычислениях с помощью микрокалькулятора следует учитывать не менее трех цифр в мантиссе числа.

1.2. Методические указания к выполнению задания

Расчет разветвленной цепи с несколькими источниками ЭДС и источником тока рассмотрим на примере схемы рис. 1.1 (параметры в табл. 1.1).

Таблица 1.1

Значения элементов схемы

R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	R_4 , Ом	R_5 , Ом	R_6 , Ом	E_1 , В	E_2 , В	E_3 , В	$I_{к3}$, А
32,5	12,5	5	20	27,5	37,5	—	25	50	0,4

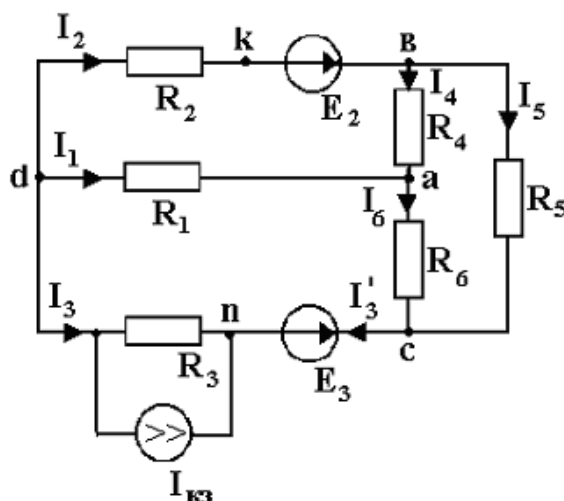


Рис. 1.1. Электрическая схема

1.2.1. Метод уравнений Кирхгофа

1. Выбираем произвольно направления токов во всех ветвях (см. схему рис. 1.1).

2. Составляем уравнения по первому закону Кирхгофа. Число их на единицу меньше числа узлов (для схемы рис. 1.1 с пятью узлами нужно составить четыре таких уравнения):

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_4 - I_6 &= 0 && \text{— для узла } a; \\ I_2 - I_4 - I_5 &= 0 && \text{— для узла } b; \\ -I_3 + I_5 + I_6 &= 0 && \text{— для узла } c; \\ -I_1 - I_2 - I_3 - I_{кз} &= 0 && \text{— для узла } d. \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

3. Выбираем произвольно направление обхода каждого контура (рекомендуется для однообразия по часовой стрелке) и составляем уравнения по второму закону Кирхгофа. Контуры, для которых составляются уравнения, нужно выбирать так, чтобы каждый из них включал в себя хотя бы одну новую ветвь. Только при этом условии уравнения будут независимы друг от друга, а контуры — независимыми. Таким образом, число уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа, должно быть равно числу независимых контуров:

$$\left. \begin{aligned} -I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_4 R_4 &= E_2 && \text{— для контура } adba; \\ I_1 R_1 - I_3 R_3 + I_6 R_6 &= -E_3 && \text{— для контура } acda; \\ I_5 R_5 - I_6 R_6 - I_4 R_4 &= 0 && \text{— для контура } abca. \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

В этих уравнениях все ЭДС и токи, совпадающие с направлением обхода контура, записываются со знаком «плюс»; ЭДС и токи, направленные навстречу обходу, со знаком «минус».

Как видно из данного примера, общее число уравнений, составленных по первому и второму законам Кирхгофа, равно числу неизвестных токов, т.е. числу ветвей за исключением ветвей с источниками тока.

Рассмотренный метод расчета в подавляющем большинстве случаев является достаточно громоздким и потому практически нецелесообразным. Поэтому уравнения (1.1) и (1.2) решать не следует.

Задача значительно упрощается при использовании МКТ и МУП, в основу которых также положены уравнения Кирхгофа.

1.2.2. Метод контурных токов (МКТ)

1. Приписываем каждому независимому контуру свой контурный ток: I_{11} , I_{22} , I_{33} – и выбираем произвольное направление каждого из них (см. рис. 1.2). Удобно выбирать направление контурных токов во всех контурах единообразно – по часовой стрелке, а направления обхода контуров – по контурным токам.

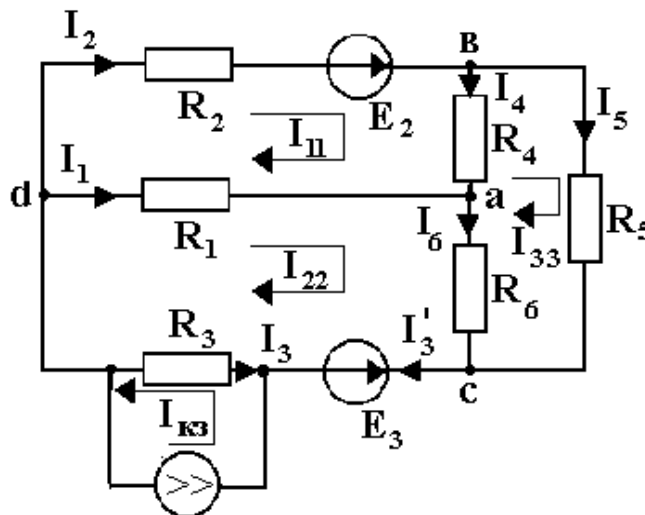


Рис. 1.2. Схема для расчета МКТ

2. Ток источника тока $I_{кз}$ рассматривается как известный контурный ток, замыкающийся по кратчайшему пути (через R_3).

3. Составляем уравнения по второму закону Кирхгофа для каждого контура, которые для схемы рис. 1.2 имеют вид:

$$\begin{aligned} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} + I_{33}R_{13} &= E_{11}, \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} + I_{33}R_{23} + I_{кз}R_3 &= E_{22}, \\ I_{11}R_{31} + I_{22}R_{32} + I_{33}R_{33} &= E_{33}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь R_{11} , R_{22} , R_{33} – собственные сопротивления первого, второго и третьего контуров, равные сумме сопротивлений соответствующих контуров.

$$\begin{aligned} R_{11} &= R_1 + R_2 + R_4 = 65 \text{ Ом}; & R_{12} &= R_{21} = -R_1 = -32,5 \text{ Ом}; \\ R_{22} &= R_1 + R_3 + R_6 = 75 \text{ Ом}; & R_{23} &= R_{32} = -R_6 = -37,5 \text{ Ом}; \\ R_{33} &= R_4 + R_5 + R_6 = 85 \text{ Ом}; & R_{13} &= R_{31} = -R_4 = -20 \text{ Ом}, \end{aligned}$$

где R_{12} , R_{23} и R_{31} – взаимные сопротивления контуров. Знак «минус» у сопротивления берется в случае несовпадения в нем направлений смежных контурных токов, знак «плюс» – в случае их совпадения;

В (1.3) E_{11} , E_{22} , E_{33} – контурные ЭДС, равные алгебраическим суммам ЭДС соответствующих контуров. Знак определяется относительно направления контурного тока: «плюс» при совпадении направлений ЭДС и тока, в противном случае – «минус».

$$E_{11} = E_2 = 25 \text{ В}; E_{22} = -E_3 = -50 \text{ В}; E_{33} = 0.$$

Подставляя численные значения ЭДС, источника тока и сопротивлений, получим:

$$\left. \begin{aligned} I_{11} \cdot 65 - I_{22} \cdot 32,5 - I_{33} \cdot 20 &= 25, \\ -I_{11} \cdot 32,5 + I_{22} \cdot 75 - I_{33} \cdot 37,5 + 0,4 \cdot 5 &= -50, \\ -I_{11} \cdot 20 - I_{22} \cdot 37,5 + I_{33} \cdot 85 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

Полученная система уравнений решается методом Крамера:

$$I_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}; I_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta}; I_{33} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta},$$

где Δ – определитель системы уравнений (1.4);

$$\Delta = \begin{vmatrix} 65 & 32,5 & -20 \\ -32,5 & 75 & -37,5 \\ -20 & -37,5 & 85 \end{vmatrix} =$$

$$= 65 \cdot 75 \cdot 85 + (-32,5) \cdot (-37,5) \cdot (-20) + (-20) \cdot (-32,5) \cdot (-37,5) - (-20) \cdot (75) \cdot (-20) -$$

$$- (-37,5) \cdot (-37,5) \cdot 65 - 85 \cdot (-32,5) \cdot (-32,5) = 414375 - 24375 - 24375 - 30000 -$$

$$- 91406,25 - 89781,25 = 154437,5.$$

Соответствующие определители Δ_{11} , Δ_{22} , Δ_{33} , получаемые из Δ путем замены первого, второго и третьего столбцов столбцом свободных членов, равны:

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} 25 & -32,5 & -20 \\ 52 & 75 & -37,5 \\ 0 & -37,5 & 85 \end{vmatrix} = -58431,25;$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} 65 & 25 & -20 \\ 32,5 & -52 & -37,5 \\ 0 & -37,5 & 85 \end{vmatrix} = -178687,5;$$

$$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} 65 & -32,5 & -25 \\ 32,5 & 75 & -52 \\ -20 & -37,5 & 0 \end{vmatrix} = -92581,25.$$

Найдем контурные токи:

$$I_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = -\frac{58431,25}{154437,5} = -0,378 \text{ A};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = -\frac{178687,5}{154437,5} = -1,157 \text{ A};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = -\frac{92581,25}{154437,5} = -0,599 \text{ A}.$$

1. Значения токов в ветвях находятся как алгебраическая сумма соответствующих контурных токов. Например, ток I_l в смежной ветви совпадает по направлению с I_{22} и направлен навстречу I_{11} , поэтому

$$I_l = I_{22} - I_{11} = -1,157 + 0,378 = -0,779 \approx -0,8 \text{ A}.$$

Ток I_2 во внешней ветви равен контурному току I_{11} :

$$I_2 = I_{11} = -0,378 \approx -0,38 \text{ A}; \quad I'_3 = I_{22} = -1,157 \approx -1,16 \text{ A};$$

$$I_3 = -I_{22} - I_{33} = 1,157 - 0,4 = 0,757 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{11} - I_{33} = -0,378 + 0,599 = 0,219 \approx 0,22 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{33} = -0,599 \approx -0,6 \text{ A}; \quad I_6 = I_{22} - I_{33} = -1,159 + 0,599 = -0,558 \approx -0,56 \text{ A}.$$

Знак «минус» перед токами показывает, что действительное их направление противоположно выбранному в начале расчета. МКТ позволяет уменьшить число уравнений, необходимых для решения задачи, до числа независимых контуров.

1.2.3. Метод узловых потенциалов (МУП)

Перед выполнением этого пункта рекомендуется преобразовать источник тока $I_{к3}$ в источник ЭДС и вести расчет для полученной схемы.

В результате такого преобразования получим схему рис. 1.3, где ЭДС $E_3 = I_{к3} R_3 = 0,4 \cdot 5 = 2 \text{ В}$ и направлена также, как и $I_{к3}$.

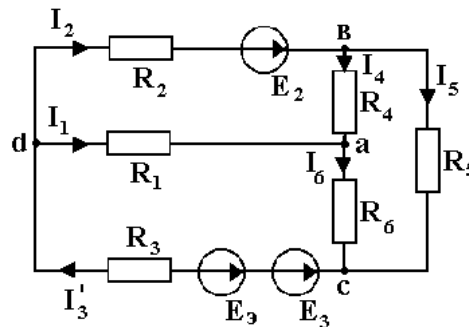


Рис. 1.3. Схема для расчета МУП

1. Полагаем потенциал одного из узлов схемы (например, узла d) равным нулю: $\varphi_d = 0$.

2. Для остальных узлов составляем уравнения вида:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_a G_{aa} + \varphi_b G_{ab} + \varphi_c G_{ac} &= I_{aa} - \text{для узла } a; \\ \varphi_a G_{ba} + \varphi_b G_{bb} + \varphi_c G_{bc} &= I_{bb} - \text{для узла } b; \\ \varphi_a G_{ca} + \varphi_b G_{cb} + \varphi_c G_{cc} &= I_{cc} - \text{для узла } c. \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

Здесь G_{aa} , G_{bb} , G_{cc} – сумма проводимостей ветвей, образующих узлы a , b , c :

$$G_{aa} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{32,5} + \frac{1}{20} + \frac{1}{37,5} = 0,107 \text{ См};$$

$$G_{bb} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{12,5} + \frac{1}{20} + \frac{1}{27,5} = 0,166 \text{ См};$$

$$G_{cc} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{5} + \frac{1}{27,5} + \frac{1}{37,5} = 0,263 \text{ См}.$$

G_{ab} , G_{bc} , G_{ca} – взятые со знаком «минус» суммы проводимостей ветвей, непосредственно соединяющих соответственно узлы: a и b , b и c , c и a :

$$G_{ab} = G_{ba} = -\frac{1}{R_4} = -0,05 \text{ См}; \quad G_{bc} = G_{cb} = -\frac{1}{R_5} = -0,036 \text{ См};$$

$$G_{ca} = G_{ac} = -\frac{1}{R_6} = -0,027 \text{ См}.$$

I_{aa} , I_{bb} , I_{cc} – узловые токи, равные алгебраическим суммам ЭДС ветвей, подходящих к соответствующему узлу, деленному на сопротивление этих ветвей. В эту сумму со знаком «плюс» входят ЭДС, направленные к узлу, и со знаком «минус» ЭДС, направленные от узла:

$$I_{aa} = 0 \text{ А}; \quad I_{bb} = \frac{E_2}{R_2} = \frac{25}{12,5} = 2 \text{ А}; \quad I_{cc} = \frac{E_3 + E_4}{R_3} = \frac{52}{5} = 10,4 \text{ А}.$$

3. В числовых значениях система уравнений (1.5) примет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_a \cdot 0,107 - \varphi_b \cdot 0,05 - \varphi_c \cdot 0,027 &= 0; \\ \varphi_a \cdot 0,05 + \varphi_b \cdot 0,166 - \varphi_c \cdot 0,036 &= 2; \\ -\varphi_a \cdot 0,027 - \varphi_b \cdot 0,036 + \varphi_c \cdot 0,263 &= 10,4. \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

Решение системы уравнений методом Крамера дает следующие значения потенциалов узлов схемы:

$$\varphi_a = \frac{\Delta_a}{\Delta}; \quad \varphi_b = \frac{\Delta_b}{\Delta}; \quad \varphi_c = \frac{\Delta_c}{\Delta}.$$

$$\begin{aligned} \text{Здесь } \Delta &= 0,107 \cdot 0,166 \cdot 0,263 + (-0,05) \cdot (-0,036) \cdot (-0,027) + \\ &+ (-0,027) \cdot (-0,05) \cdot (-0,036) - (-0,027) \cdot 0,166 \cdot (-0,027) - \\ &- (-0,036) \cdot (-0,036) \cdot 0,107 - 0,263 \cdot (-0,05) \cdot (-0,05) = 3,66 \cdot 10^{-3}; \end{aligned}$$

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} 0 & -0,05 & -0,027 \\ 2 & 0,166 & -0,036 \\ 10,4 & -0,036 & 0,263 \end{vmatrix} = 93,944 \cdot 10^{-3};$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 0,107 & 0 & -0,027 \\ 0,05 & 2 & -0,036 \\ -0,027 & 10,4 & 0,263 \end{vmatrix} = 111,658 \cdot 10^{-3};$$

$$\Delta_c = \begin{vmatrix} 0,107 & -0,05 & 0 \\ -0,05 & 0,166 & 2 \\ -0,027 & -0,036 & 10,4 \end{vmatrix} = 169,4 \cdot 10^{-3}.$$

$$\varphi_a = \frac{93,944 \cdot 10^{-3}}{3,66 \cdot 10^{-3}} = 25,69 \text{ В}; \quad \varphi_b = \frac{111,658 \cdot 10^{-3}}{3,66 \cdot 10^{-3}} = 30,543 \text{ В};$$

$$\varphi_c = \frac{169,4 \cdot 10^{-3}}{3,66 \cdot 10^{-3}} = 46,335 \text{ В}.$$

4. Заключительным этапом является расчет токов ветвей по обобщенному закону Ома, где ЭДС и напряжение на зажимах каждой ветви берутся со знаком «плюс», если они совпадают по направлению с током ветви, и со знаком «минус», если не совпадают:

$$I_1 = \frac{\varphi_d - \varphi_a}{R_1} = \frac{-25,69}{32,5} = -0,79 \approx -0,8 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{E_2 + \varphi_d - \varphi_b}{R_2} = \frac{25 - 30,543}{12,5} = -0,4 \text{ А};$$

$$I_3' = \frac{-E_3 - E_3 + \varphi_c - \varphi_d}{R_3} = \frac{-52 + 46,335}{5} = -1,13 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{R_4} = \frac{30,543 - 25,69}{20} = \frac{4,853}{20} = 0,23 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_5} = \frac{30,543 - 46,335}{27,5} = \frac{-15,792}{27,5} = -0,574 \text{ А};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_a - \varphi_c}{R_6} = \frac{25,69 - 46,335}{37,5} = \frac{-20,645}{37,5} = -0,55 \text{ А}.$$

Определим ток I_3 в исходной схеме рис. 1.1. Для узла n составим уравнение по первому закону Кирхгофа: $I_3 + I_{кз} + I_3' = 0$, из него следует, что $I_3 = -I_3' - I_{кз} = 1,13 - 0,4 = 0,73 \text{ А}$.

1.2.4. Сравнение результатов расчетов методами МКТ и МУП

Таблица 1.2

Сравнение результатов расчетов МКТ и МУП

Токи, А	I_1	I_2	I_3	I'_3	I_4	I_5	I_6
МКТ	-0,78	-0,38	0,75	-1,16	0,22	-0,6	-0,56
МУП	-0,79	-0,4	0,73	-1,13	0,23	-0,57	-0,55
Погрешность δ , %	1,28	5,2	2,73	2,65	4,5	5,2	1,8

Относительная погрешность расчета тока δ :

$$\delta = \frac{|\Delta I|}{|I_{\min}|} 100\%,$$

где ΔI – абсолютная погрешность расчета соответствующего тока; I_{\min} – наименьшее из двух значений сравниваемых токов. Например, для тока I_i :

$$|\Delta I_1| = |0,79 - 0,78| = 0,01 \text{ А}; \quad |I_{1\min}| = 0,78 \text{ А};$$

$$\delta = \frac{|\Delta I_1|}{|I_{1\min}|} = \frac{0,01}{0,78} \cdot 100\% = 1,28\%.$$

Точность расчета может считаться удовлетворительной, если $\delta \leq 2\%$. При расчете на микрокалькуляторе следует учитывать не менее трех или четырех значащих цифр. В этом случае легко обеспечивается погрешность менее 1%.

1.2.5. Баланс мощностей

Проверим выполнение баланса мощностей в цепи. Он устанавливает равенство (баланс) алгебраической суммы мощностей, развиваемых источниками энергии, сумме мощностей, расходуемых приемниками энергии.

$$\sum_{\ell=1}^m E_{\ell} I_{\ell} + \sum_{\ell=1}^m U_{\ell} I_{\kappa\ell} = \sum_{\ell=1}^m I_{\ell}^2 R_{\ell},$$

где $\sum_{\ell=1}^m E_{\ell} I_{\ell}$ – алгебраическая сумма мощностей источников ЭДС, причем мощность положительна, если направления E_{ℓ} и I_{ℓ} совпадают, и отрицательна – если не совпадают; $\sum_{\ell=1}^m U_{\ell} I_{\kappa\ell}$ – алгебраическая сумма мощностей источников тока I_{κ} . Мощность положительна, если ток источника тока подтекает к точке с большим потенциалом, и отрицательна, если это условие не выполняется; $\sum_{\ell=1}^m I_{\ell}^2 R_{\ell}$ – сумма мощностей, потребляемых всеми сопротивлениями, где все слагаемые положительны.

Баланс мощностей по условиям задания следует проверить в исходной схеме рис. 1.1, без преобразования источников тока. Поэтому найдем напряжение на зажимах источника тока, воспользовавшись данными предыдущих расчетов:

$$U_{nd} = -I_3 R_3 = -0,73 \cdot 5 = -3,65 \text{ В.}$$

Рассчитаем суммарную мощность источников:

$$\sum P_{ист} = E_2 I_2 - E_3 I_3 + U_{nd} I_{кз} = 25 \cdot (-0,4) - 50 \cdot (-1,13) + 0,4 \cdot (-3,65) = 45,04 \text{ Вт.}$$

Мощность, потребляемая сопротивлениями цепи

$$\begin{aligned} \sum P_{np} &= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = \\ &= 0,79^2 \cdot 32,5 + 0,4^2 \cdot 12,5 + 0,73^2 \cdot 5 + 0,23^2 \cdot 20 + 0,57^2 \cdot 27,5 + 0,55^2 \cdot 37,5 = \\ &= 46,27 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Относительная погрешность баланса мощностей

$$\delta = \frac{|\sum P_{np} - \sum P_{ист}|}{|\sum P_{np}|} \cdot 100\%.$$

$$\delta = \frac{(46,27 - 45,04)}{46,27} \cdot 100\% = \frac{1,23}{46,27} \cdot 100\% = 2,65\%.$$

1.2.6. Метод эквивалентного генератора (МЭГ)

Этот метод удобно применять для нахождения тока в одной ветви.

1. Разрываем ветвь, ток в которой следует определить, и подсчитываем напряжение между точками разрыва (U_{xx}). Полученная схема изображена на рис. 1.4.

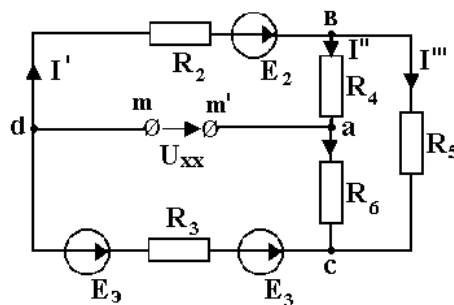


Рис. 1.4. Схема для расчета МЭГ

2. Находим токи в полученной схеме.

Для схемы рис. 1.4 это проще сделать методом узловых потенциалов (МУП). Положим $\varphi_6 = 0 \text{ В}$.

$$\begin{aligned} U_{св} &= \varphi_c - \varphi_6 = \\ &= \frac{(E_3 + E_9 - E_2) \cdot \frac{1}{R_2 + R_3}}{\frac{1}{R_2 + R_3} + \frac{1}{R_4 + R_6} + \frac{1}{R_5}} = \frac{(50 + 2 - 25) \cdot \frac{1}{17,5}}{\frac{1}{17,5} + \frac{1}{57,5} + \frac{1}{27,5}} = \frac{27 \cdot 0,057}{0,057 + 0,0174 + 0,036} = \frac{1,539}{0,11} = \end{aligned}$$

$$= 13,99 \approx 14 \text{ В}; U_{bc} = -U_{cb} = -14 \text{ В}.$$

$$I' = \frac{E_2 - E_3 - E_9 + U_{cb}}{R_2 + R_3} = \frac{25 - 50 - 2 + 14}{17,5} = \frac{-27 + 14}{17,5} = \frac{-13}{17,5} = -0,743 \text{ А};$$

$$I'' = \frac{U_{bc}}{R_4 + R_6} = \frac{-14}{57,5} = -0,243 \text{ А}.$$

По второму закону Кирхгофа для контура acd (аналогично для abd), обходя его по часовой стрелке, подсчитаем напряжение холостого хода:

$$U_{xx} + I'' R_6 + I' R_3 = -E_3 - E_9; U_{xx} = -E_3 - E_9 - I'' R_6 - I' R_3;$$

$$U_{xx} = -52 + 0,243 \cdot 37,5 + 0,743 \cdot 5 = -39,175 \text{ В}.$$

3. Определим входное сопротивление всей схемы относительно разомкнутых зажимов mm' .

Для этого преобразуем один из треугольников сопротивлений, например, $R_4 R_5 R_6$ в эквивалентную звезду сопротивлений $R_a R_b R_c$ (рис. 1.5). В этой схеме:

$$R_a = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{20 \cdot 27,5}{20 + 27,5 + 37,5} = \frac{550}{85} = 6,47 \text{ Ом};$$

$$R_b = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{20 \cdot 37,5}{20 + 27,5 + 37,5} = \frac{750}{85} = 8,823 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{27,5 \cdot 37,5}{20 + 27,5 + 37,5} = \frac{1031,25}{85} = 12,132 \text{ Ом}.$$

В результате этого преобразования схема оказалась приведенной к последовательно-параллельной (рис. 1.5), в которой

$$R_{bx} = \frac{(R_2 + R_a)(R_3 + R_c)}{R_2 + R_a + R_3 + R_c} + R_b = \frac{(12,5 + 6,47) \cdot (5 + 12,132)}{12,5 + 6,47 + 5 + 12,132} +$$

$$+ 8,823 = 8,823 + \frac{324,99}{36,102} = 8,823 + 9 = 17,825 \text{ Ом}.$$

Схема рис. 1.6 эквивалентна для ветви R_1 схеме рис. 1.4. Вычислим ток I_1 :

$$I_1 = \frac{U_{xx}}{R_{bx} + R_1} = \frac{-39,175}{17,825 + 32,5} = \frac{-39,175}{50,325} = -0,778 = -0,8 \text{ А}.$$

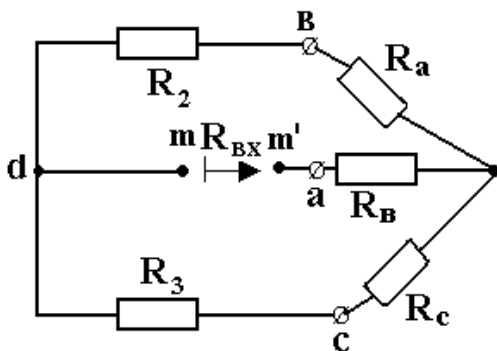


Рис. 1.5. Схема после преобразования схемы треугольника в звезду

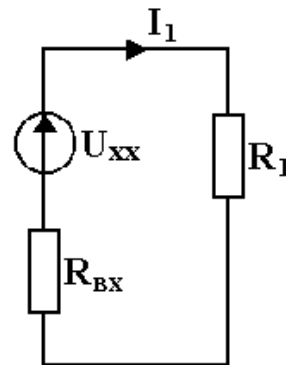


Рис. 1.6. Окончательный вид после преобразований

1.2.7. Потенциальная диаграмма

Так называется график изменения потенциала вдоль замкнутого контура.

Отложим по оси абсцисс (рис. 1.7) все сопротивления контура $dkbacnd$ (рис. 1.1), двигаясь от точки d , потенциал которой принят равным нулю. Перемещаясь вдоль этого контура, подсчитаем потенциалы всех точек. Пройдя сопротивление R_2 и двигаясь по току I_2 (от большего потенциала к меньшему), попадаем в точку k , потенциал которой равен:

$$\varphi_k = \varphi_d - I_2 R_2 = -I_2 R_2 = -(-0,4) \cdot 12,5 = 5 \text{ В}.$$

Потенциал следующей точки b будет больше φ_k на величину ЭДС E_2 :

$$\varphi_b = \varphi_k + E_2 = 5 + 25 = 30 \text{ В}.$$

Так как между точками k и b нет сопротивления, то их абсциссы будут одинаковы.

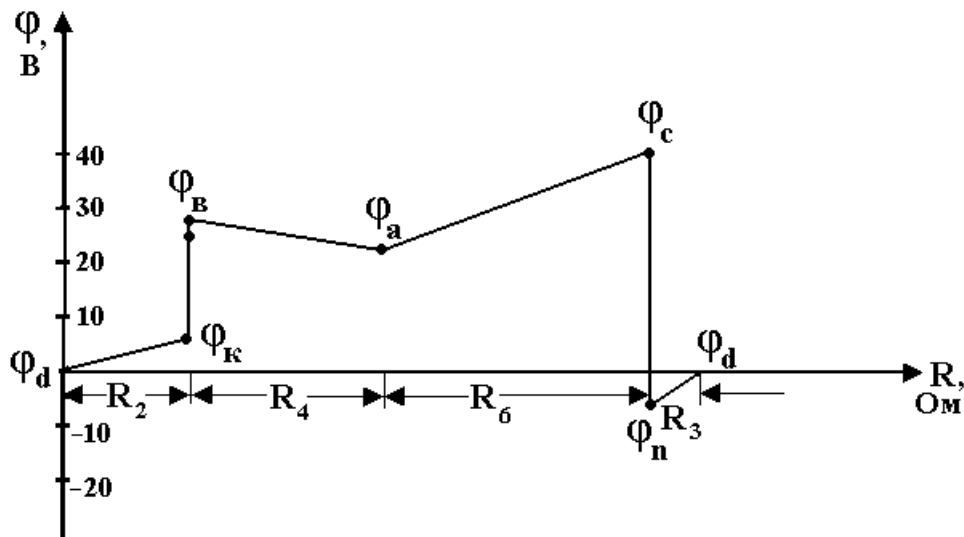


Рис. 1.7. Потенциальная диаграмма

Потенциалы остальных точек определяются аналогично:

$$\varphi_a = \varphi_b - I_4 R_4 = 30 - 0,23 \cdot 20 = 30 - 4,6 = 25,4 \text{ В};$$

$$\varphi_c = \varphi_a - I_6 R_6 = 25,4 - (-0,55) \cdot 37,5 = 25,4 + 20,625 = 46,025 \text{ В};$$

$$\varphi_n = \varphi_c - E_3 = 46,025 - 50 = -3,975 \text{ В};$$

$$\varphi_d = \varphi_n + I_3 R_3 = -3,975 + 0,75 \cdot 5 \approx 0 \text{ В}.$$

Значения потенциалов узлов с достаточной точностью совпадают со значениями, найденными методом узловых потенциалов (МУП).

Контрольное задание выполнено.

2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

2.1. Контрольное задание

Задача. Для заданной электрической схемы и значений параметров ее элементов выполнить следующее:

1. На основании законов Кирхгофа составить в общем виде систему уравнений для расчета токов во всех ветвях цепи, записав ее в двух формах: а) дифференциальной; б) символической.

2. Определить комплексы действующих значений токов во всех ветвях, воспользовавшись одним из методов расчета линейных электрических цепей.

3. По результатам, полученным в п. 2, определить показания ваттметра двумя способами: а) с помощью выражения для комплексов тока и напряжения на ваттметре; б) по формуле $UI \cos \varphi$. С помощью векторной диаграммы тока и напряжения, на которые реагирует ваттметр, пояснить определение угла $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$.

4. Составить баланс активных и реактивных мощностей.

5. Построить топографическую диаграмму, совмещенную с векторной диаграммой токов. При этом потенциал точки *a*, указанной на схеме, принять равным нулю.

6. Используя данные расчетов, полученных в п. 2, записать выражение для мгновенного значения тока i_l .

Указание. Правила действий над комплексными числами пояснены примерами, помещенными в конце раздела.

2.2. Методические указания к выполнению задания

Выполнение контрольного задания рассмотрим применительно к схеме рис. 2.1, где $f = 55 \text{ Гц}$, $R_1 = 17 \text{ Ом}$, $L_2 = 20 \text{ мГн}$, $C_2 = \infty$, $C_3 = 100 \text{ мкФ}$, $e_1 = 113,1 \sin \omega t \text{ В}$, $e_3 = 56,6 \sin (\omega t - 35^\circ) \text{ В}$.

2.2.1. Метод уравнений Кирхгофа

На основании законов Кирхгофа составить в общем виде систему уравнений для расчета токов во всех ветвях цепи, записав ее в двух формах: а) дифференциальной; б) символической.

При выполнении этого пункта задания используется конкретная схема, включающая только те элементы, которые указаны в задании. В эту схему не следует включать ваттметр, показание которого определяется в п. 3 контрольной работы.

Если ветвь схемы содержит две ЭДС (рис. 2.2), есть смысл заменить их одной эквивалентной ЭДС. Если заменяемые ЭДС совпадают по направлению, эквивалентная ЭДС будет равна их сумме; если ЭДС в ветви направлены встречно друг другу – эквивалентная ЭДС равна их разности.

Замену следует проводить в комплексной форме:

$$\dot{E}_1 = \dot{E}'_1 + \dot{E}''_1; \quad \dot{E}_1 = \dot{E}'_1 - \dot{E}''_1.$$

Далее в схеме (рис. 2.1) произвольно задаются положительными направлениями токов в ветвях и направлениями обхода контуров.

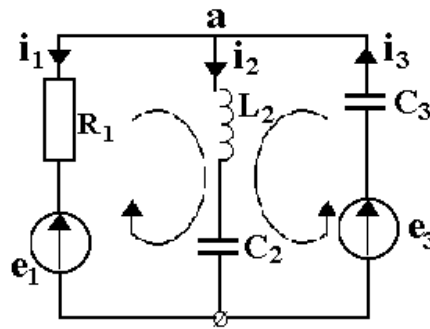


Рис. 2.1. Электрическая схема

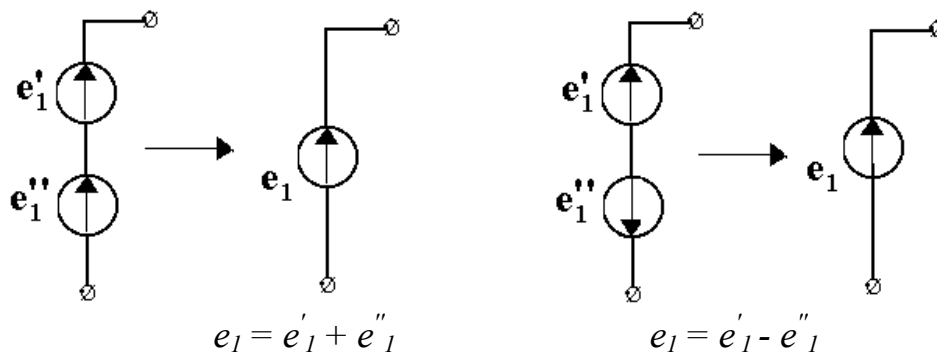
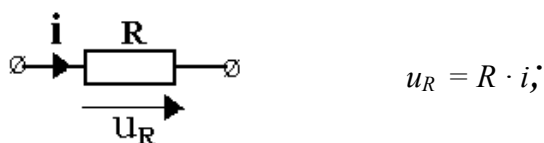


Рис. 2.2. Преобразование двух ЭДС в одну

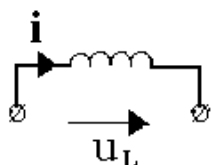
В схеме 2 узла. По первому закону Кирхгофа составляется одно уравнение. Положительными считаются токи, направленные к узлу.

Так как схема содержит два независимых контура, по второму закону Кирхгофа составляется два уравнения. В них знаки «плюс» принимаются для ЭДС и токов, направления которых совпадают с выбранным направлением обхода контура.

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа необходимо помнить, что мгновенные значения напряжения и тока в резисторе связаны между собой законом Ома:

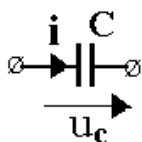


в катушке индуктивности:



$$u_L = L \frac{di}{dt};$$

в конденсаторе:



$$u_C = \frac{1}{C} \int i dt.$$

С учетом вышеизложенного уравнения по законам Кирхгофа имеют вид:

а) для мгновенных значений:

$$\begin{aligned} -i_1 - i_2 + i_3 &= 0, \\ -R_1 i_1 + L_2 \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt &= e_1, \\ \frac{1}{C_3} \int i_3 dt + L_2 \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt &= e_3; \end{aligned}$$

б) в символической форме для действующих значений токов и напряжений:

$$\begin{aligned} -\dot{I}_1 - \dot{I}_2 + \dot{I}_3 &= 0, \\ -R_1 \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2 - j \frac{1}{\omega C_2} \dot{I}_2 &= \dot{E}_1, \\ -j \frac{1}{\omega C_3} \dot{I}_3 + j\omega L_2 \dot{I}_2 - j \frac{1}{\omega C_2} \dot{I}_2 &= \dot{E}_3, \end{aligned}$$

где $\underline{Z}_L = j\omega L = jx_L$ – комплексное индуктивное сопротивление;

$\underline{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C} = -jx_C$ – комплексное емкостное сопротивление.

2.2.2. Символический метод расчета

Определить комплексы действующих значений токов во всех ветвях, используя один из методов расчета линейных электрических цепей.

Выполнение этого пункта целесообразно начать с определения реактивных сопротивлений схемы. Значения индуктивностей и емкостей берутся в основных единицах, соответственно в Γ_n и Φ :

$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 55 = 345 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ – угловая частота,

$x_{L2} = \omega L_2 = 345 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 6,9 \text{ Ом};$

$$x_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{345 \cdot \infty} = \frac{\text{число}}{\infty} = 0 \text{ Ом}; \quad (2.1)$$

$$x_{C3} = \frac{1}{\omega C_3} = \frac{1}{345 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{345 \cdot 100} = 29 \text{ Ом}.$$

Так как расчет проводится в комплексной форме, следует в этой форме записать и ЭДС:

$$e_1 = 113,1 \sin \omega t \text{ В}, \quad \underline{E}_1 = \frac{113,1}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} = 80,2 \text{ В};$$

$$e_3 = 56,6 \sin (\omega t - 35^\circ) \text{ В}, \quad \underline{E}_3 = \frac{56,6}{\sqrt{2}} e^{-j35^\circ} = 40,14 e^{-j35^\circ} = 3288 - j2302 \text{ В}.$$

Схема с учетом (2.1) примет вид рис. 2.3. Ее можно рассчитать либо методом 2 узлов – узлового напряжения (частный случай метода узловых потенциалов), либо методом контурных токов.

Определим токи ветвей методом 2 узлов. Напряжение между узлами *a* и *p*:

$$\dot{U}_{ap} = \frac{\dot{E}_1 \underline{Y}_1 + \dot{E}_3 \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}. \quad (2.2)$$

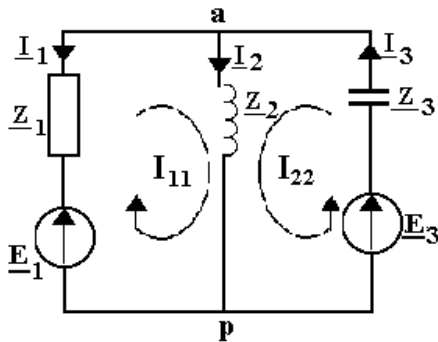


Рис. 2.3. Схема с комплексными параметрами

В этой схеме:

$$\underline{Z}_1 = R_1 = 17 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_2 = jx_{L2} = j6,9 = 6,9 e^{j90^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_3 = -jx_{C3} = -j29 = 29 e^{-j90^\circ} \text{ Ом}.$$

$\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_3$ – комплексные сопротивления первой, второй и третьей ветвей.

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{17} \text{ См}, \quad \underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{j6,9} = \frac{1}{6,9 e^{j90^\circ}} \text{ См},$$

$$\underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3} = \frac{1}{-j29} = \frac{1}{29 e^{-j90^\circ}} \text{ См}$$

См – комплексные проводимости первой, второй и третьей ветвей.

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ap} &= \frac{80,2 \frac{1}{17} + 40,14 e^{-j35^\circ} \frac{1}{-j29}}{\frac{1}{17} + \frac{1}{j6,9} + \frac{1}{-j29}} = \frac{\frac{80,2}{17} + \frac{40,14 e^{-j35^\circ}}{29 e^{-j90^\circ}}}{\frac{1}{17} + \frac{1}{6,9 e^{j90^\circ}} + \frac{1}{29 e^{-j90^\circ}}} = \\ &= \frac{4,72 + 1,38 e^{j55^\circ}}{0,059 + 0,145 e^{-j90^\circ} + 0,034 e^{-j90^\circ}} = \frac{4,72 + 0,79 + j1,13}{0,059 - j0,145 + j0,034} = \\ &= \frac{5,51 + j1,13}{0,059 - j0,111} = \frac{5,62 e^{j11,59^\circ}}{0,125 e^{-j62^\circ}} = 44,96 e^{j73,59^\circ} = 12,7 + j43,13 \text{ В}. \end{aligned}$$

Токи ветвей определяем по обобщенному закону Ома:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{-\dot{E}_1 + \dot{U}_{ap}}{\underline{Z}_1} = \frac{-80,2 + 12,7 + j43,13}{17} = \frac{-67,5 + j43,13}{17} = \\ &= \frac{80,65e^{j147,4^\circ}}{17} = 4,74e^{j147,4^\circ} = -3,97 + j2,54 \text{ A}; \\ \dot{I}_2 &= \frac{\dot{U}_{ap}}{\underline{Z}_2} = \frac{44,96e^{j73,59^\circ}}{6,9e^{j90^\circ}} = 6,52e^{-j16,41^\circ} = 6,25 - j1,84 \text{ A}; \\ \dot{I}_3 &= \frac{-\dot{E}_3 + \dot{U}_{ap}}{\underline{Z}_3} = \frac{32,88 - j23,02 - 12,7 - j43,13}{-j29} = \frac{20,18 - j65,15}{-j29} = \\ &= 2,28 + j0,69 = 2,38e^{j16,83^\circ} \text{ A}. \end{aligned}$$

Проверка проводится по первому закону Кирхгофа:

$$\text{а) } \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0; -3,97 - j2,54 - 6,25 + j1,84 + 2,28 + j0,69 = 0.$$

Токи ветвей в схеме рис. 2.2 можно определить и методом контурных токов. Уравнения будут иметь вид:

$$\begin{cases} (\underline{z}_1 + \underline{z}_2)\dot{I}_{11} + \underline{z}_2\dot{I}_{22} = \dot{E}_1; \\ \underline{z}_2\dot{I}_{11} + (\underline{z}_2 + \underline{z}_3)\dot{I}_{22} = \dot{E}_3. \end{cases} \quad (2.3)$$

Решение системы (2.3) проще провести с помощью метода Крамера. Проиллюстрируем его. Если учесть:

$$\underline{z}_1 + \underline{z}_2 = 17 + j6,9 = 18,34e^{j22,09^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{z}_2 + \underline{z}_3 = j6,9 - j29 = -j22,1 = 22,1e^{-j90^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{z}_2 = j6,9 = 6,9e^{j90^\circ} \text{ Ом},$$

то система (2.3) примет вид:

$$\begin{cases} 18,34e^{j22,09^\circ} \dot{I}_{11} + 6,9e^{j90^\circ} \dot{I}_{22} = 80,2 \\ 6,9e^{j90^\circ} \dot{I}_{11} + 22,1e^{-j90^\circ} \dot{I}_{22} = 40,14e^{-j35^\circ}. \end{cases}$$

Определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} 18,34e^{j22,09^\circ} & 6,9e^{j90^\circ} \\ 6,9e^{j90^\circ} & 22,1e^{-j90^\circ} \end{vmatrix} = 18,35e^{j22,09^\circ} \cdot 22,1e^{-j90^\circ} - 6,9e^{j90^\circ} \cdot 6,9e^{j90^\circ} =$$

$$= 405,31 e^{-j67,91^\circ} - 47,61 e^{j180^\circ} = 152,42 - j 375,55 + 47,61 = 250,03 - j 375,55 = 425,5 e^{-j61,96^\circ}.$$

При этом следует учесть, что $e^{j180^\circ} = -1$, поэтому $-47,61 e^{j180^\circ} = -47,61 (-1) = 47,61$.

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} 80,2 & 6,9e^{j90^\circ} \\ 40,14e^{-j35^\circ} & 22,1e^{-j90^\circ} \end{vmatrix} = 80,2 \cdot 22,1e^{-j90^\circ} - 40,14 e^{-j35^\circ} \cdot 6,9 e^{j90^\circ} =$$

$$= 1772,42 e^{-j90} - 276,96 e^{j55} = -j 1772,42 - 158,86 - j 226,87 = \\ = -158,86 - j 1999,29 = 2005,59 e^{j94,54}.$$

Контурный ток \dot{I}_{11} :

$$\dot{I}_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{2005,59 e^{j94,54^\circ}}{425,5 e^{-j61,96^\circ}} = 4,71 e^{-j32,58^\circ} = 3,97 - j 2,54 \text{ A}.$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} 18,34 e^{j22,09^\circ} & 80,2 \\ 6,9 e^{j90^\circ} & 40,14 e^{-j35^\circ} \end{vmatrix} = 736,17 e^{-j12,91^\circ} - 553,38 e^{j90^\circ} = \\ = 717,56 - j 164,47 - j 553,38 = 717,56 - j 717,85 = 1015 e^{j45^\circ} \text{ A}.$$

Контурный ток \dot{I}_{22} :

$$\dot{I}_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{1015 e^{-j45^\circ}}{425,5 e^{-j61,96^\circ}} = 2,38 e^{j16,96^\circ} = 2,28 + j 0,69 \text{ A}.$$

Находим токи ветвей:

$$\dot{I}_1 = -\dot{I}_{11} = -4,71 e^{-j32,58^\circ} = -4,71 e^{-j32,58^\circ} e^{j180^\circ} = 4,71 e^{j147,4^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_2 = -\dot{I}_{11} + \dot{I}_{22} = 3,97 - j 2,54 + 2,28 + j 0,69 = 6,25 - j 1,85 = 6,52 e^{j16,71^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{22} = 2,28 + j 0,69 = 2,38 e^{j16,83^\circ} \text{ A}.$$

Правильность найденных этим методом токов проверяется с помощью 2-го закона Кирхгофа.

2.2.3. Нахождение показаний ваттметра

По результатам, полученным в п. 2.2.2, требуется определить показания ваттметра рис. 2.4 двумя способами: а) с помощью выражения для комплексов тока и напряжения на ваттметре; б) по формуле $P = UI \cos \varphi$. С помощью векторной диаграммы тока и напряжения, на которые реагирует ваттметр, пояснить определение угла $\varphi = \psi_u - \psi_i$.

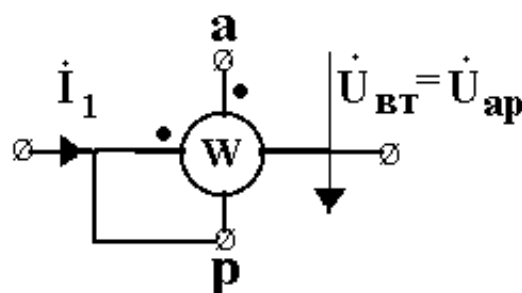
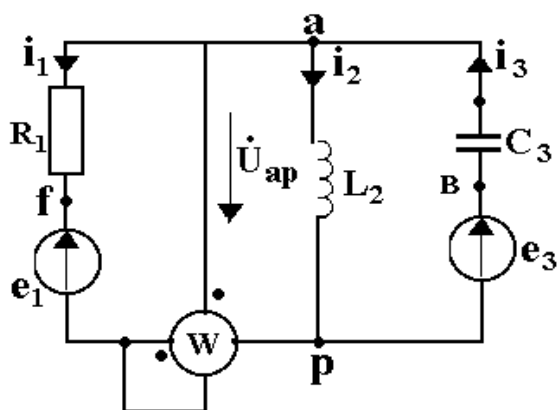
Ваттметром измеряется активная мощность. Этот прибор имеет две обмотки: напряжения, которая включается в цепь параллельно, и тока: включается последовательно.

Если поменять местами зажимы одной из катушек, то вращающий момент вызовет отклонение подвижной части прибора в обратную сторону. Поэтому зажимы катушек размечают, начала обмоток помечают точками.

Направление вращающего момента подвижной части ваттметра зависит от направления токов в катушках напряжения и тока. При этом ваттметр (рис. 2.5) измеряет мощность

$$P = U_{em} I_{em} \cos (\angle \underline{U}_{em} \underline{I}_{em}),$$

Итак:



$$P = \operatorname{Re} \{ \underline{S} \} = \left\{ \operatorname{Re} \dot{U}_{ap}^* I_1 \right\},$$

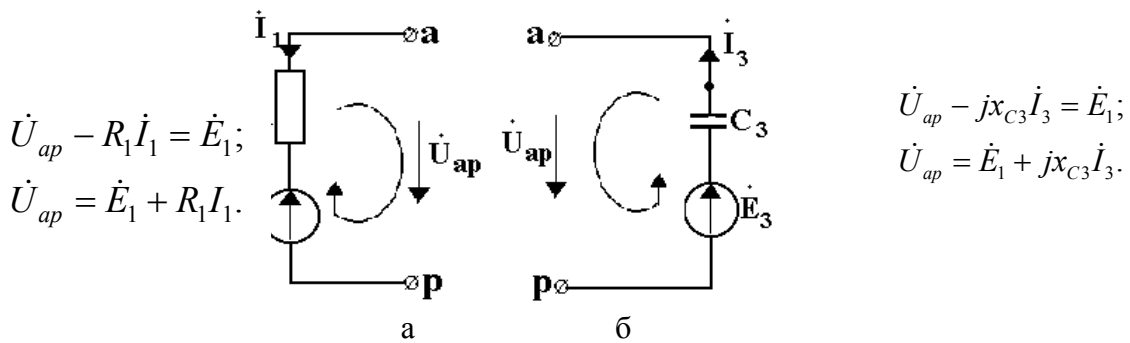


Рис. 2.6. Левый и правый контуры для определения напряжения

Как известно, активная мощность не может быть отрицательной, так как она необратимо преобразуется в другие виды энергии: механическую (двигатели), тепловую (нагрев, осветительная нагрузка).

При определении активной мощности с помощью ваттметра активная мощность может быть отрицательной, в этом случае стрелка ваттметра прибора зашкаливает влево. Чтобы стрелка прибора отклонилась по шкале вправо, необходимо поменять зажимы одной из обмоток. Тогда по положительным направлениям тока последовательной и напряжения параллельной обмоток можно судить о режиме работы включенных в схему источников питания (в генераторе положительные направления тока и напряжения источника противоположны, а в приемнике – совпадают).

В схеме рис. 2.4 источник \dot{E}_1 работает в режиме приемника электрической энергии, а источник \dot{E}_3 – генератора.

2. Определим активную мощность по формуле:

$$\begin{aligned}
 P &= U_{ap} I_1 \cos (\angle \underline{U}_{ap} \underline{I}_1) = 44,96 \cdot 4,71 \cos (73,59^\circ - 147,41^\circ) = \\
 &= 211,76 \cos (-73,82^\circ) = 59 \text{ Вт}.
 \end{aligned}$$

Угол $\varphi = \psi_u - \psi_i = 73,59^\circ - 147,41^\circ = -73,82^\circ$ – угол сдвига по фазе между напряжением \dot{U}_{ap} и током \dot{I}_1 . На векторной диаграмме (рис. 2.7) отсчитывается всегда от вектора тока к вектору напряжения.

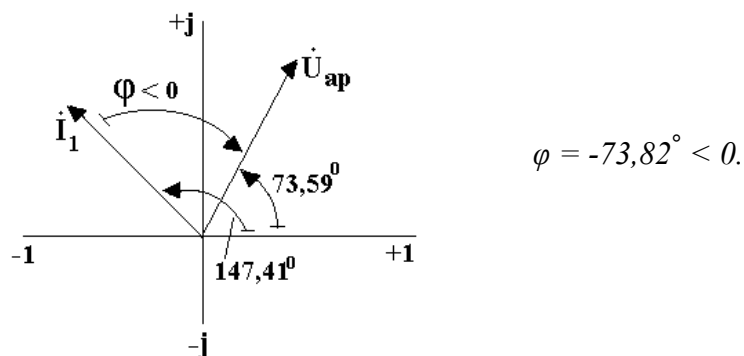


Рис. 2.7. Векторная диаграмма тока и напряжения

2.2.4. Баланс активных и реактивных мощностей

Согласно закону сохранения энергии в электрической цепи мощность, отдаваемая источниками, равна мощности, потребляемой потребителями. Это находит свое выражение в уравнениях баланса мощностей в цепи переменного тока.

Уравнение баланса для комплексных мощностей имеет следующий вид:

$$\underline{S}_{ист} = \underline{S}_{номр} \quad \text{или} \quad \sum \dot{E} I_E^* = \sum I_{номр}^2 \underline{Z}_{номр}.$$

Если разделить в этом уравнении действительные и мнимые части, то получим уравнения баланса активных и реактивных мощностей.

$$\begin{aligned} \sum EI \cos \varphi &= \sum I_{номр}^2 R_{номр}; \\ \sum EI \sin \varphi &= \sum I_{номр}^2 (\pm x_{номр}). \end{aligned}$$

Для индуктивности $+x_{номр}$, для емкости $-x_{номр}$.

В рассматриваемой электрической цепи:

$$\begin{aligned} -E_1 I_1 \cos \varphi_1 + E_3 I_3 \cos \varphi_3 &= I_1^2 R_1; \\ -E_1 I_1 \sin \varphi_1 + E_3 I_3 \sin \varphi_3 &= I_2^2 x_2 - I_3^2 x_3. \end{aligned}$$

Знак «минус» у мощности источника ЭДС E_1 объясняется встречным направлением ЭДС и тока ветви.

Подставим в уравнения баланса численные значения.

$$\begin{aligned} -80,2 \cdot 4,74 \cos(-147,4^\circ) + 40,14 \cdot 2,38 \cos(-51,83^\circ) &= 4,74^2 \cdot 17; \\ 379,3 &= 381,9; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -80,2 \cdot 4,74 \sin(-147,4^\circ) + 40,14 \cdot 2,38 \sin(-51,83^\circ) &= 6,52^2 \cdot 6,9 - 2,28^2 \cdot 29; \\ 129,7 &= 128,4. \end{aligned}$$

Относительная погрешность выполнения баланса менее 1%.

2.2.5. Топографическая диаграмма

Построить топографическую диаграмму, совмещенную с векторной диаграммой токов. При этом потенциал т. а, указанной в схеме, принять равным нулю.

Для выполнения этого пункта воспользуемся схемой рис. 2.4.

Топографическая диаграмма – это диаграмма комплексных потенциалов, причем каждой ее точке соответствует определенная точка в электрической схеме.

При определении потенциалов точек следует помнить, что в пассивном элементе ток направлен от точки с большим потенциалом к точке с меньшим потенциалом.

$$\underline{\varphi}_a = 0.$$

$$\underline{\varphi}_в = \underline{\varphi}_a + (-jx_{сз}) I_3 = -j29 \cdot 2,38 e^{j16,83} = 29 e^{-j90} \cdot 2,38 e^{j16,83} =$$

$$= 69,02 e^{-j73,17} = 19,98 - j66,06 \text{ В.}$$

$$\underline{\varphi}_p = \underline{\varphi}_g - \underline{E}_3 = 19,98 - j66,06 - 32,88 + j23,02 = -12,9 - j43,04 \text{ В.}$$

$$\underline{\varphi}_f = \underline{\varphi}_p + \underline{E}_1 = -12,9 - j43,04 + 80,2 = 67,3 - j43,04 \text{ В.}$$

$$\underline{\varphi}_a = \underline{\varphi}_f + R_1 \underline{I}_1 = 67,3 - j43,04 + 17 \cdot (-3,97 + j2,54) = 67,3 - j43,04 - 67,49 + j43,18 \approx 0 \text{ В.}$$

Правильность найденных потенциалов точек можно проверить, если после обхода контуров определить потенциал т. *a*.

Для построения векторной диаграммы токов комплексы токов можно представить в показательной форме:

$$\underline{I}_1 = 4,74 e^{j147,4} \text{ А; } \underline{I}_2 = 6,52 e^{-j16,41} \text{ А; } \underline{I}_3 = 2,38 e^{j16,83} \text{ А,}$$

но удобнее и точнее использовать алгебраическое представление.

Положительные углы (аргументы) комплексов откладываются от полуоси вещественных чисел «+1» против часовой стрелки, отрицательные – от той же полуоси, но по часовой стрелке (см. рис. 2.8).

При построении потенциалов точек схемы на топографической диаграмме масштабы по вещественной и мнимой осям комплексной плоскости следует выбирать одинаковыми.

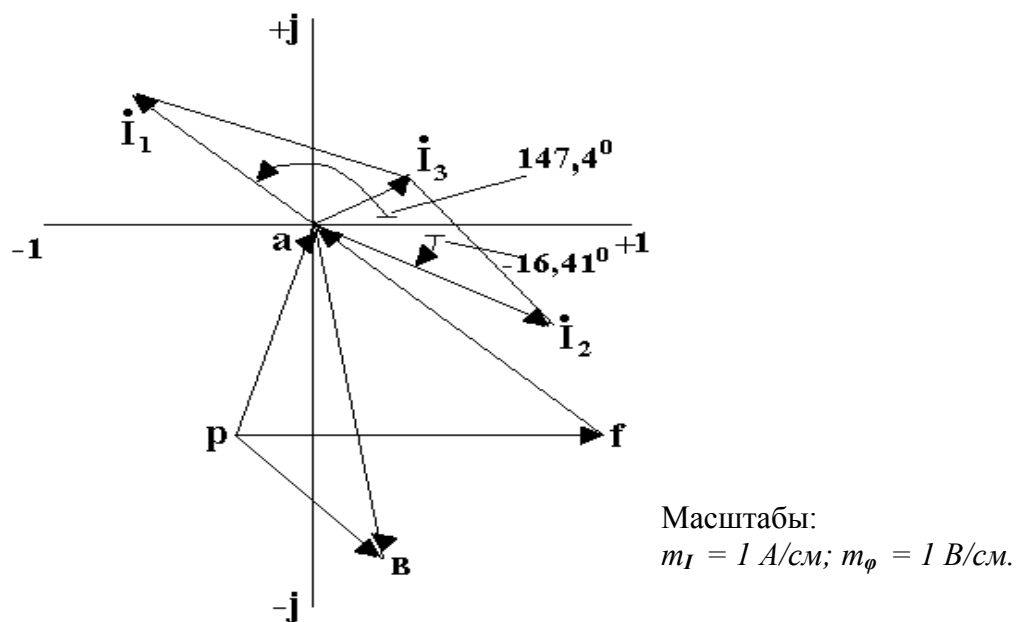


Рис. 2.8. Топографическая диаграмма потенциалов и векторная токов

Отличительными особенностями топографической диаграммы являются:

- 1) положительные направления напряжений на ней противоположны этим направлениям в электрической схеме;
- 2) положительные направления ЭДС в диаграмме совпадают с положительными направлениями этих ЭДС в электрической схеме.

2.2.6. Выражение и график мгновенного значения тока

Используя данные расчетов, полученные в п. 2.2.2, записать выражение мгновенного значения тока i_I . Построить график зависимости указанной величины от времени.

Здесь надо показать умение по комплексу записать мгновенное значение тока, т.е. перейти к синусоидальной функции времени. Синусоидальная функция времени является мнимой частью комплекса:

$$i = Im \left\{ I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} \right\} = I_m \cos(\omega t + \psi_i) + j I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

Если комплекс действующего значения $\dot{I}_1 = 4,74 e^{j147,4^\circ}$, то мгновенное значение тока

$$i_I = 4,74 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 147,4^\circ) \text{ A.}$$

В остальном это обычное построение синусоидальной функции времени и особых трудностей не вызывает. Надо только помнить, что если начальная фаза тока (напряжения) положительна, то начало синусоиды сдвинуто относительно начала координат влево, если отрицательна – то вправо. На графике рис. 2.9 изображена синусоида с положительной начальной фазой.

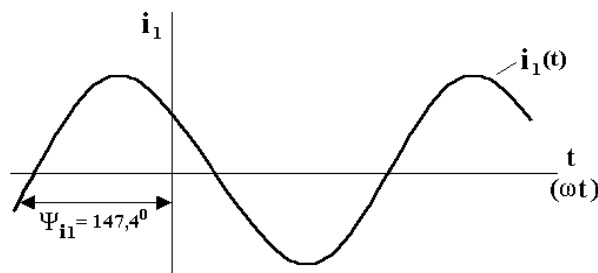


Рис. 2.9. Временная зависимость мгновенного значения тока

Контрольное задание выполнено.

2.2.7. Примечания

При выполнении контрольного задания полезно помнить:

1. Если задана синусоидальная функция времени (i , e , u).

$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ – оригинал, то ее комплекс: $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$ – комплексная амплитуда; $\dot{I} = I e^{j\psi_i}$ – комплекс действующего значения, где I_m и I – модули комплексов (величины комплексов), соответственно равные амплитудному и действующему значению оригинала; ψ_i – аргумент комплекса (начальная фаза оригинала).

2. Комплекс на комплексной плоскости – это вектор, длина которого в некотором масштабе равна модулю комплекса, а сам вектор повернут от-

носителем полуоси «+1» на угол, равный аргументу комплексного числа. Все положительные аргументы откладываются от полуоси «+1» против часовой стрелки, все отрицательные – от той же оси по часовой стрелке.

Примеры (рис. 2.10–2.17):

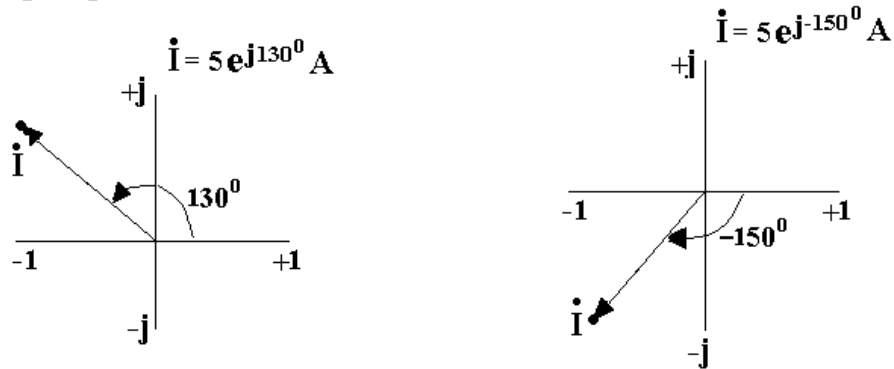
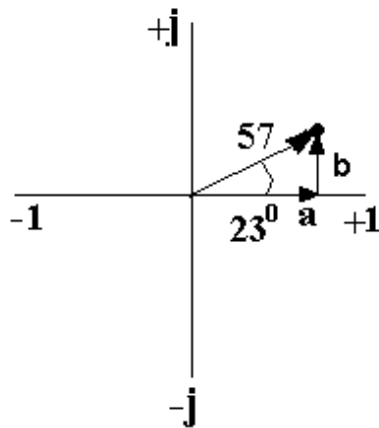


Рис. 2.10. Примеры комплексных векторов на комплексной плоскости

3. Действия над комплексными числами:

Представить в алгебраической форме:

а) $57 e^{j23^\circ} = 57 \cos 23^\circ + j57 \sin 23^\circ = a + jb = 52,47 + j22,27,$

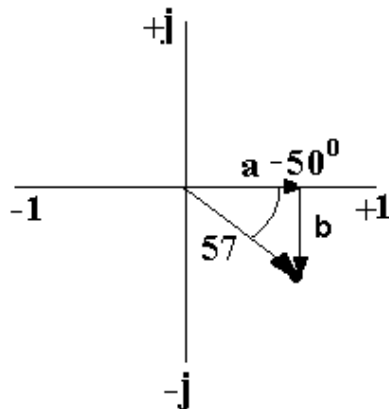


$$a = 57 \cos 23^\circ = 52,47,$$

$$b = 57 \sin 23^\circ = 22,27.$$

Рис. 2.11. Представление вектора на комплексной плоскости

б) $57 e^{-j50^\circ} = a - jb = 36,64 - j43,66,$

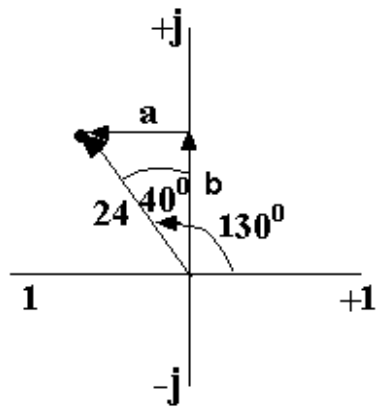


$$a = 57 \cos 50^\circ = 36,64,$$

$$b = 57 \sin 50^\circ = 43,66.$$

Рис. 2.12. Представление вектора на комплексной плоскости

в) $24 e^{j130} = -a + jb = -15,43 + j18,38,$

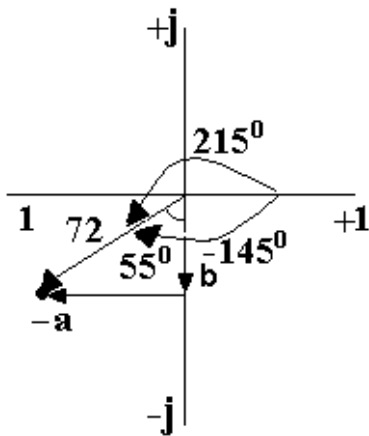


$$a = 24 \sin 40^\circ = 15,43,$$

$$b = 24 \cos 40^\circ = 18,38.$$

Рис. 2.13. Представление вектора на комплексной плоскости

г) $72 e^{j215} = 72 e^{-j145} = -a - jb = -58,98 - j41,3,$



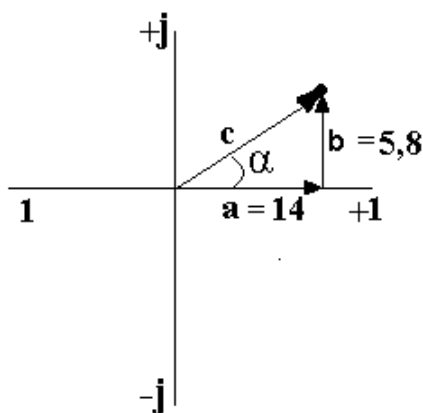
$$a = 72 \sin 55^\circ = 58,98,$$

$$b = 72 \cos 55^\circ = 41,3.$$

Рис. 2.14. Представление вектора на комплексной плоскости

Представить в показательной форме:

а) $14 + j5,8 = ce^{j\alpha} = 15,15 e^{j22,5}$

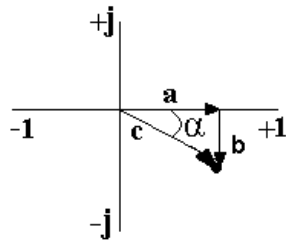


$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{14^2 + 5,8^2} = 15,15,$$

$$\alpha = \arctg \frac{b}{a} = \arctg \frac{5,8}{14} = 22,5^\circ.$$

Рис. 2.15. Представление вектора на комплексной плоскости

$$\text{б) } 18 - j0,57 = 18 e^{j1,81},$$

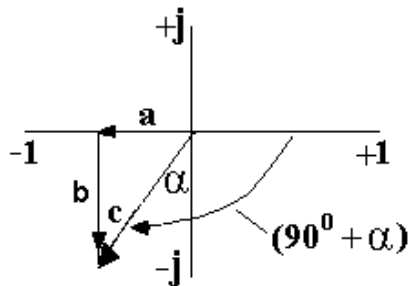


$c = a = 18$ (т.к. действительная часть комплекса отличается от мнимой на 2 порядка);

$$\alpha = -\arctg \frac{b}{a} = -\arctg \frac{0,57}{18} = -1,81^\circ.$$

Рис. 2.16. Представление вектора на комплексной плоскости

$$\text{в) } -1,2 - j5 = ce^{j(90^\circ + \alpha)} = 5,14 e^{j103,5}$$



$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1,2^2 + 5^2} = 5,14,$$

$$\alpha = \arctg \frac{a}{b} = \arctg \frac{1,2}{5} = 13,5^\circ.$$

Рис. 2.17. Представление вектора на комплексной плоскости

Если комплексный вектор (комплексное число) попадает во вторую или третью четверти, есть удобный прием, позволяющий перевести эти числа в первую или четвертую четверти и «работать» с этими числами, определяя аргумент показательного числа как \arctg отношения мнимой части комплекса к вещественной его части.

Примеры:

$$\text{а) } -1,2 - j5 = -1 (1,2 + j5).$$

Если учесть, что «-1» в показательной форме $e^{\pm j180}$, то перевод нашего алгебраического числа будет выглядеть так:

$$-1 (1,2 + j5) = e^{\pm j180} \sqrt{1,2^2 + 5^2} = e^{j \arctg \frac{5}{1,2}} = 5,14 e^{j76,5} e^{j180} = 5,14 e^{j103,5}.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } -5 + j12 &= -1 (5 - j12) = e^{\pm j180} \sqrt{5^2 + 12^2} e^{-j \arctg \frac{12}{5}} = \\ &= 13 e^{j67,38} e^{j180} = 13 e^{j112,62}. \end{aligned}$$

Следует заметить, что угол $+180^\circ$ или -180° берется из того соображения, чтобы результирующий аргумент был $< 180^\circ$.

Умножение и деление комплексных чисел целесообразно проводить в показательной форме, хотя эти операции возможны в алгебраической форме:

$$\begin{aligned} 5 e^{j30} \cdot 10 e^{-j20} &= 50 e^{j[30+(-20)]} = 50 e^{j10}, \\ 2 e^{-j45} \cdot 4 e^{-j15} &= 8 e^{j[-45+(-15)]} = 8 e^{-j60}. \end{aligned}$$

То есть при перемножении модули комплексных чисел перемножаются, а аргументы складываются. Перемножение в алгебраической форме производится обычным, известным из математики, способом:

$$(-2 + j3) \cdot (-5 - j3) = -2 \cdot (-5 - j3) + j3(-5 - j3) = 10 + j6 - j15 + 9 = 19 - j9,$$

где $j^2 = -1$.

При делении комплексных чисел модуль числителя делится на модуль знаменателя, а из аргумента числителя вычитается аргумент знаменателя:

$$\frac{72e^{j48^\circ}}{12e^{j30^\circ}} = \frac{72}{12} e^{j(48^\circ - 30^\circ)} = 6e^{j18^\circ};$$

$$\frac{60e^{-j30^\circ}}{20e^{j-45^\circ}} = \frac{60}{20} e^{j[-30^\circ - (-45)^\circ]} = 3e^{j15^\circ}.$$

Разделить два комплексных числа можно и в алгебраической форме: для этого надо избавиться от комплексности в знаменателе, т.е. умножить числитель и знаменатель на комплекс, сопряженный комплексному знаменателю:

$$\frac{3 + j5}{-2 - j4} = \frac{3 + j5}{-2 - j4} \cdot \frac{-2 + j4}{-2 + j4} = \frac{3(-2 + j4) + j5(-2 + j4)}{2^2 + 4^2} =$$

$$= \frac{-6 + j12 - j10 - 20}{20} = \frac{-76 + j20}{20} = -\frac{76}{20} + j\frac{20}{20} = -3,8 + j.$$

Сложение и вычитание проводят в алгебраической форме:

$$(5 + j8) + (-3 - j2) = 5 + j8 - 3 - j2 = 2 + j6,$$

$$(-5 + j3) - (-8 - j10) = -5 + j3 + 8 + j10 = 3 + j13.$$

3. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

3.1. Контрольное задание

Задача. Для заданной трехфазной электрической цепи с известными параметрами и линейным напряжением определить фазные и линейные токи, ток в нейтральном проводе для четырехпроводной схемы, активную мощность всей цепи и каждой фазы в отдельности. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

3.2. Методические указания к выполнению задания

В конкретной задаче может встретиться один из трех возможных вариантов соединения приемника (нагрузки): звезда, звезда с нейтральным (нулевым) проводом (четырёхпроводная схема) и треугольник. Нагрузка может быть симметричной (симметричный режим) и несимметричной (несимметричный режим).

При симметричной нагрузке комплексные сопротивления всех фаз одинаковы. Расчет трехфазной цепи в симметричном режиме осуществляется для одной фазы и сводится к расчету однофазной цепи с одним источником. Токи и напряжения остальных фаз одинаковы по действующей величине и отстают от рассчитанных по начальной фазе на 120° и 240° (опережает на 120°).

В случае несимметричной нагрузки трехфазная цепь может рассматриваться как разветвленная цепь с тремя источниками питания. Для её расчёта применяются методы, используемые при расчете электрических цепей с несколькими источниками. При соединении звездой с нейтральным проводом цепь распадается на три независимых цепи для каждой фазы. Если несимметричный приемник соединен без нейтрального провода, то для расчета трехфазной цепи применяют метод двух потенциалов (узлового напряжения) в комплексной форме.

1. Рассмотрим четырехпроводную трехфазную цепь (рис. 3.1) с линейным напряжением $U_L = 220 \text{ В}$. Приёмник включен звездой. Активные и индуктивные сопротивления фаз соответственно равны: $R_a = 3 \text{ Ом}$, $X_a = 4 \text{ Ом}$, $R_b = 3 \text{ Ом}$, $X_b = 5,2 \text{ Ом}$, $R_c = 4 \text{ Ом}$, $X_c = 3 \text{ Ом}$. Следовательно, режим работы цепи несимметричный. Требуется определить фазные и линейные токи, ток в нейтральном проводе, активную мощность всей цепи и каждой фазы в отдельности. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

Решение. Расчет трехфазной цепи осуществим комплексным методом. Положим, что вектор фазного напряжения \dot{U}_a фазы a направлен по

действительной оси, тогда $\dot{U}_a = U_{\text{л}} / \sqrt{3} = 127 \text{ В}$, соответственно $\dot{U}_b = 127e^{-j120^\circ} \text{ В}$, $\dot{U}_c = 127e^{j120^\circ} \text{ В}$.

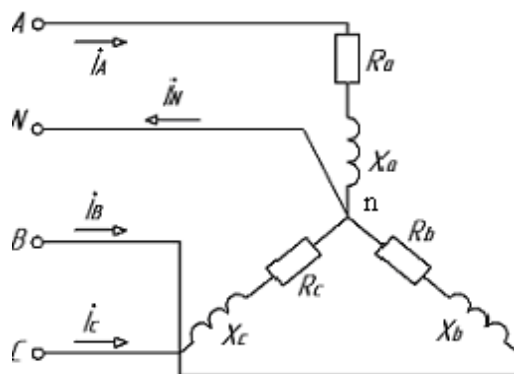


Рис. 3.1. Соединение приемника звездой с нейтральным проводом

В этом случае трехфазная цепь распадается на три однофазные цепи, каждая со своим фазным напряжением. Находим линейные токи:

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / Z_a = 127 / (3 + j4) = 127 / (5e^{j53^\circ}) = 25,4e^{-j53^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_b = \dot{U}_b / Z_b = 127e^{-j120^\circ} / (3 + j5,2) = 127e^{-j120^\circ} / (6e^{j60^\circ}) = 21,2e^{-j180^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_c = \dot{U}_c / Z_c = 127e^{j120^\circ} / (4 + j3) = 127e^{j120^\circ} / 5e^{j37^\circ} = 25,4e^{j83^\circ} \text{ А}.$$

Ток в нейтральном проводе по первому закону Кирхгофа является суммой комплексов линейных токов:

$$\begin{aligned} \dot{I}_N &= \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = (15,29 - j20,29) + (-21,2) + (3,1 + j25,21) = \\ &= -2,81 + j4,92 = 5,67e^{j120^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

Векторная диаграмма приведена на рис. 3.2. На ней показано, что ток нейтрального провода является векторной суммой линейных токов.

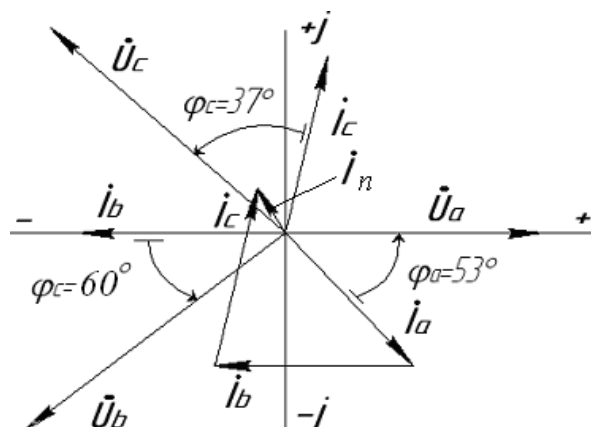


Рис. 3.2. Векторная диаграмма

При несимметричной нагрузке для определения активной мощности можно определить мощность каждой фазы отдельно: $P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi$, а мощность всей трехфазной системы получить как сумму мощностей всех фаз. Однако проще активную мощность вычислить как мощность, рассеиваемую на активном сопротивлении.

$$P_a = I_a^2 R_a = 25,4^2 \cdot 3 = 1935 \text{ Вт};$$

$$P_b = I_b^2 R_b = 21,2^2 \cdot 3 = 1348 \text{ Вт};$$

$$P_c = I_c^2 R_c = 2581 \text{ Вт};$$

$$P = I_a^2 R_a + I_b^2 R_b + I_c^2 R_c = 5864 \text{ Вт}.$$

2. Рассмотрим трёхфазную цепь с линейным напряжением $U_L = 220 \text{ В}$, приемник включен по схеме звезда; активное, индуктивное и емкостное сопротивления фаз приемника равны: $R_a = X_L = X_C = 22 \text{ Ом}$ (рис. 3.3). Требуется определить фазные и линейные токи, активную мощность всей цепи и каждой фазы в отдельности. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

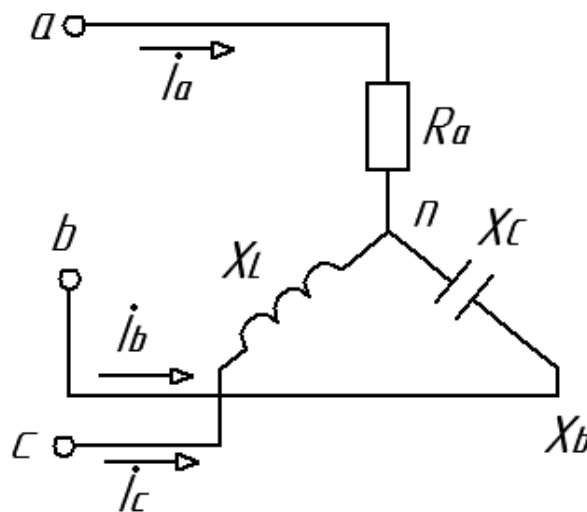


Рис. 3.3. Соединение приемника звездой

Решение. Расчет токов проведем комплексным методом. Найдем фазные напряжения генератора, соединенного по схеме звезда:

$$U_\phi = U_L / \sqrt{3} = 280 / 1,73 = 220 \text{ В};$$

$$\dot{U}_a = 220 \text{ В}; \quad \dot{U}_b = 220 e^{-j120^\circ} = (-110 - j191) \text{ В};$$

$$\dot{U}_c = 220 e^{j120^\circ} = (-110 + j191) \text{ В}.$$

Определим напряжение между нейтральными точками приёмника и генератора (источника питания) по методу двух узлов (узлового напряжения):

$$\begin{aligned}\dot{U}_{nN} &= \frac{Y_a \dot{U}_a + Y_b \dot{U}_b + Y_c \dot{U}_c}{Y_a + Y_b + Y_c} = \\ &= \frac{\frac{1}{22} \cdot 220 + j \frac{1}{22} (-110 - j191) - j \frac{1}{22} (-110 + j191)}{\frac{1}{22} + j \frac{1}{22} - j \frac{1}{22}} = 602 B.\end{aligned}$$

Найдем фазные напряжения приёмника по второму закону Кирхгофа, записанному для контура, включающего фазное напряжения генератора и приемника, напряжение между нейтральными точками:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{an} &= \dot{U}_a - \dot{U}_{nN} = 220 - 602 = -382 B; \\ \dot{U}_{bn} &= \dot{U}_b - \dot{U}_{nN} = (-110 - j191) - 602 = -712 - j191 = 737 e^{j195^\circ} B; \\ \dot{U}_{cn} &= \dot{U}_c - \dot{U}_{nN} = (-110 + j191) - 602 = -712 + j191 = 737 e^{j165^\circ} B.\end{aligned}$$

Вычислим фазные (линейные) токи:

$$\begin{aligned}\dot{I}_a &= \dot{U}_{an} / R_a = -382 / 22 = -17,3 A; \\ \dot{I}_b &= \dot{U}_{bn} / (-jX_C) = (-712 - j191) / (-j22) = 8,68 - j32,4 = 33,54 e^{-j75^\circ} A; \\ \dot{I}_c &= \dot{U}_{cn} / (jX_L) = (-712 + j191) / (j22) = 8,68 + j32,4 = 33,54 e^{j75^\circ} A.\end{aligned}$$

Векторная диаграмма изображена на рис. 3.4. На ней токи приемника отложены от точки n , соответствующей концу вектора напряжения \dot{U}_{nN} . На диаграмме также показаны линейные и фазовые напряжения генератора, соединенного звездой.

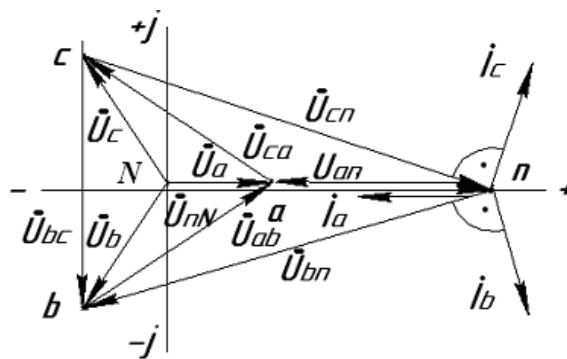


Рис. 3.4. Векторная диаграмма

Активная мощность в данной схеме рассеивается на одном активном сопротивлении R_a :

$$P = P_a = I_a^2 R_a = 17,3^2 \cdot 22 = 6584 Bm.$$

3. Рассмотрим трехфазную цепь с линейным напряжением $U_L = 220 \text{ В}$, приёмник включен треугольником, сопротивление каждой фазы которого $Z = (10 + j10) \text{ Ом}$ (рис. 3.5). Требуется определить фазные и линейные токи, активную мощность всей цепи и каждой фазы в отдельности. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

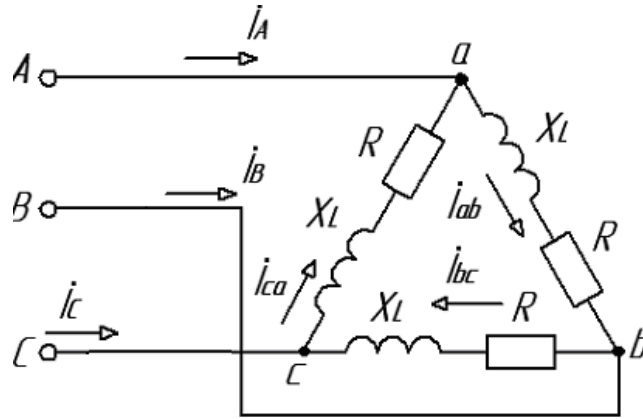


Рис. 3.5. Соединение приемника треугольником

Решение. Примем, что вектор линейного напряжения \dot{U}_{AB} направлен по действительной оси, тогда

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{ab} &= 220 \text{ В}; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{bc} = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}; \\ \dot{U}_{CA} = \dot{U}_{ca} &= 220e^{j120^\circ} \text{ В}.\end{aligned}$$

Определим фазные токи:

$$\begin{aligned}\dot{I}_{ab} &= \dot{U}_{ab} / Z = 220 / (10 + j10) = 15,6e^{-j45^\circ} = 11 - j11 \text{ А}; \\ \dot{I}_{bc} &= \dot{U}_{bc} / Z = 220e^{-j120^\circ} / (10 + j10) = 15,6e^{-j165^\circ} = -15 - j4,03 \text{ А}; \\ \dot{I}_{ca} &= \dot{U}_{ca} / Z = 220e^{j120^\circ} / (10 + j10) = 15,6e^{j75^\circ} = 4,03 + j15 \text{ А}.\end{aligned}$$

Находим линейные токи по первому закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 6,97 - j26 = 26,9e^{-j75^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = -26 + j6,97 = 26,9e^{-j165^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = 19 + j19 = 26,9e^{j45^\circ} \text{ А}.\end{aligned}$$

Активная мощность цепи при симметричной нагрузке может быть определена через линейные напряжение и ток:

$$\begin{aligned}P &= \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 26,9 \cos 45^\circ = \\ &= 3RI_\Phi^2 = 3 \cdot 10 \cdot 15,6^2 = 7300 \text{ Вт}.\end{aligned}$$

На рис. 3.6 приведена векторная диаграмма напряжений и токов.

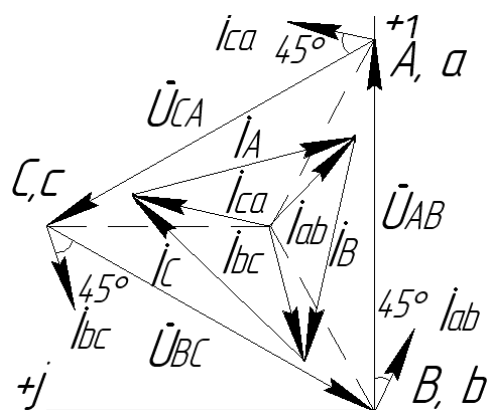


Рис. 3.6. Векторная диаграмма

На векторной диаграмме ось действительных чисел $+1$ направлена вверх, а ось мнимых чисел $+j$ – влево. Векторы фазных токов помещены для наглядности в центр треугольника линейных напряжений.

Контрольное задание выполнено.

4. ТРАНСФОРМАТОРЫ

4.1. Контрольное задание

Задача. Для трёхфазного трансформатора с заданными параметрами: мощность $S_{ном} = 100 \text{ кВА}$, соединение обмоток $Y/Y_0 - 0$, номинальное напряжение на зажимах первичной обмотки трансформатора $U_{1ном} = 6000 \text{ В}$, напряжение холостого хода на зажимах вторичной обмотки трансформатора $U_{20} = 400 \text{ В}$, напряжение короткого замыкания $u_K = 5,5\%$, мощность короткого замыкания $P_K = 2400 \text{ Вт}$, мощность холостого хода $P_0 = 600 \text{ Вт}$, ток холостого хода $I_0 = 0,07 I_{1ном}$. Определить коэффициент мощности холостого хода $\cos \varphi_0$, сопротивления первичной и вторичной обмоток R_1, X_{d1} ; R_2 и X_{d2} , расчетные сопротивления Z_0, R_0 и X_0 , угол магнитных потерь δ . Построить векторную диаграмму трансформатора для нагрузки $\beta = 0,8$ и $\cos \varphi_2 = 0,75$. Построить внешнюю характеристику $U_2 = f_1(\beta)$ и зависимость КПД от нагрузки $\eta = f_2(\beta)$ для $\cos \varphi_2 = 0,75$. Начертить T-образную схему замещения трансформатора.

4.2. Методические указания к выполнению задания

Определим номинальный ток первичной обмотки:

$$I_{1ном} = S_{ном} / (\sqrt{3} U_{1ном}) = 100 \cdot 1000 / (\sqrt{3} \cdot 6000) = 9,6 \text{ А}.$$

Вычислим ток холостого хода и $\cos \varphi_0$:

$$I_0 = 0,07 I_{1ном} = 0,07 \cdot 9,6 = 0,67 \text{ А};$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} U_{1ном} I_0} = \frac{600}{\sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 0,67} = 0,086; \varphi_0 = 85^\circ.$$

Найдем угол магнитных потерь:

$$\delta = 90^\circ - \varphi_0 = 90^\circ - 85^\circ = 5^\circ.$$

Определим сопротивления обмоток:

сопротивления,

короткого замыкания –

$$Z_K = U_{K.\Phi} / I_{K.\Phi} = 0,055 \cdot 6000 / (\sqrt{3} \cdot 9,6) = 19,6 \text{ Ом},$$

$$R_K = P_K / 3 I_K^2 = 2400 / (3 \cdot 9,6^2) = 8,7 \text{ Ом},$$

$$X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2} = \sqrt{19,6^2 - 8,7^2} = 17,9 \text{ Ом};$$

первичной обмотки –

$$R_1 = R_2' = R_K / 2 = 8,7 / 2 = 4,35 \text{ Ом},$$

$$X_{d1} = X_{d2}' = X_K / 2 = 17,9 / 2 = 8,95 \text{ Ом};$$

вторичной обмотки –

$$R_2 = \frac{R'_2}{n^2} = \frac{4,35}{225} = 0,0193 \text{ Ом},$$

$$X_{d2} = \frac{X'_{d2}}{n^2} = \frac{8,95}{225} = 0,0398 \text{ Ом},$$

где $n = U_{1НОМ} / U_{20} = 6000 / 400 = 15$.

Определим сопротивления намагничивающей цепи:

$$Z_0 = \frac{U_{H.Ф}}{I_{O.Ф}} = \frac{6000}{\sqrt{3} \cdot 0,67} = 5180 \text{ Ом};$$

$$R_0 = \frac{P_0}{3I_0^2} = \frac{600}{3 \cdot 0,67^2} = 447 \text{ Ом};$$

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = \sqrt{5180^2 - 447^2} = 5160 \text{ Ом}.$$

Для построения внешней характеристики $U_2 = f_1(\beta)$ находим потерю напряжения во вторичной обмотке трансформатора:

$$\Delta U_2 \% = \beta(u_a \% \cos \varphi_2 + u_p \% \sin \varphi_2), \quad (4.1)$$

где $u_a \%$, $u_p \%$ – соответственно активное и реактивное падения напряжений; β и $\cos \varphi_2$ – коэффициенты нагрузки трансформатора и мощности нагрузки.

$$u_a \% = u_k \% \cos \varphi_k; \cos \varphi_k = R_K / Z_K; u_a \% = 5,5 \frac{8,7}{19,9} = 2,4\%;$$

$$u_p \% = \sqrt{(u_k \%)^2 - (u_a \%)^2} = \sqrt{5,5^2 - 2,4^2} = 4,95\%.$$

Напряжение на зажимах вторичной обмотки трансформатора определим по формуле:

$$U_2 = U_{20} / 100 (100 - \Delta U_2 \%). \quad (4.2)$$

Задаваясь различными значениями β , по формулам (4.1) и (4.2) найдем напряжение U_2 (табл. 4.1).

Для построения зависимости $\eta = f_2(\beta)$ расчет КПД произведем по формуле:

$$\eta = \frac{\beta S_{НОМ} \cos \varphi_2}{\beta S_{НОМ} \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_K}.$$

Результаты расчета сведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Зависимости КПД и напряжения на зажимах вторичной обмотки трансформатора от коэффициента нагрузки

β	$\Delta U_2 \%$	$U_2, \text{В}$	η	β	$\Delta U_2 \%$	$U_2, \text{В}$	η
0,01	–	–	0,555	0,4	2,028	391,89	0,967
0,025	–	–	0,757	0,5	2,535	389,86	0,969
0,05	–	–	0,904	0,6	3,042	287,83	0,967
0,1	0,507	397,97	0,924	0,7	3,549	385,80	0,966

β	$\Delta U_2 \%$	$U_2, \text{В}$	η	β	$\Delta U_2 \%$	$U_2, \text{В}$	η
0,2	1,014	395,94	0,956	0,8	4,056	383,78	0,964
0,3	1,521	393,92	0,965	0,9	4,563	381,75	0,963
				1	5,070	379,72	0,962

Полученные характеристики показаны на рис. 4.1.

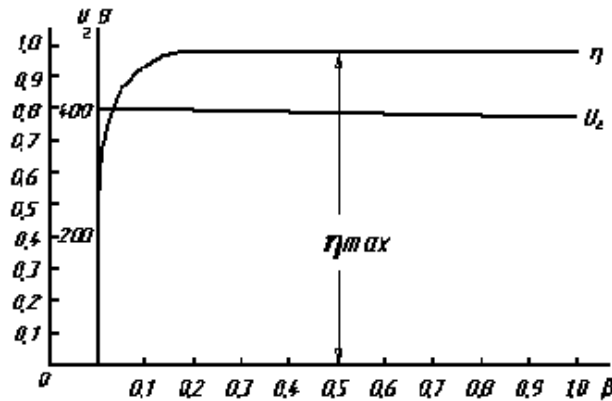


Рис. 4.1. Зависимости КПД и напряжения на зажимах вторичной обмотки трансформатора от коэффициента нагрузки

Определим, при какой нагрузке трансформатор имеет максимальный КПД:

$$\beta_{\max} = \sqrt{P_0 / P_K} = \sqrt{600 / 2400} = 0,5; \quad \eta_{\max} = 0,969.$$

Построение векторной диаграммы начнем с вектора фазного напряжения $\dot{U}_{2\phi} = \dot{U}_2$, значение которого для $\beta = 0,80$ и $\cos \varphi_2 = 0,75$ равно:

$$U_{2\phi} = 383,78 / \sqrt{3} = 222 \text{ В}.$$

Приведенное значение вторичного напряжения

$$U_{2\phi} = U_{2\phi} \cdot n = 222 \cdot 15 = 3330 \text{ В}.$$

Вектор тока $\dot{I}_{2\phi}$ отстает по фазе от вектора $\dot{U}_{2\phi}$ на заданный угол φ_2 и равен:

$$I_2 = 0,8 I_{2\text{НОМ}} = 0,8 \frac{S_{\text{НОМ}}}{\sqrt{3} U_{2\text{НОМ}}} = 0,8 \frac{100 \cdot 1000}{1,73 \cdot 400} = 115,6 \text{ А};$$

$$I_2 = I_2 / n = 115,6 / 15 = 7,72 \text{ А}.$$

Падения напряжения во вторичной обмотке

$$R_2' I_2' = 4,35 \cdot 7,72 = 33,6 \text{ В}; \quad X_{d2}' I_2' = 8,95 \cdot 7,72 = 68,3 \text{ В}.$$

Электрическую силу \dot{E}_2 находим из уравнения электрического состояния, составленного по второму закону Кирхгофа, для вторичной цепи:

$$\dot{E}_2' = \dot{U}_2 + R_2 \dot{I}_2 + jX_{d2}' \dot{I}_2.$$

Вектор магнитного потока $\dot{\Phi}_m$ опережает вектор \dot{E}_2' на 90° , а ток холостого хода \dot{I}_0 опережает магнитный поток $\dot{\Phi}_m$ на угол потерь δ . Ток в первичной обмотке трансформатора \dot{I}_1 получим из уравнения магнитодвижущих сил:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + (-\dot{I}_2'), \text{ где } \dot{I}_2' = \dot{I}_2 / n.$$

Вектор напряжения первичной обмотки трансформатора \dot{U}_1 определим из уравнения электрического состояния, составленного по второму закону Кирхгофа для первичной цепи:

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + R_1 \dot{I}_1 + jX_{d1}' \dot{I}_1.$$

Током холостого хода \dot{I}_0 можно пренебречь (так как он очень мал) и принять $\dot{I}_1 = \dot{I}_2'$ или определить \dot{I}_1 по диаграмме. Тогда падения напряжения в первичной обмотке будут:

$$R_1 \dot{I}_1 = 4,35 \cdot 7,76 = 33,8 \text{ В};$$

$$X_{d1}' I_1 = 8,95 \cdot 7,76 = 69,4 \text{ В}.$$

Векторная диаграмма трансформатора приведена на рис. 4.2. Т-образная схема замещения трансформатора изображена на рис. 4.3.

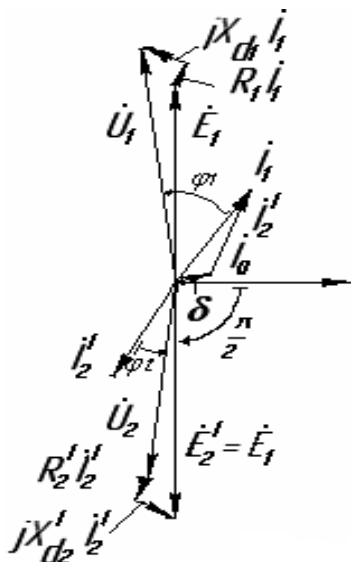


Рис. 4.2. Векторная диаграмма трансформатора

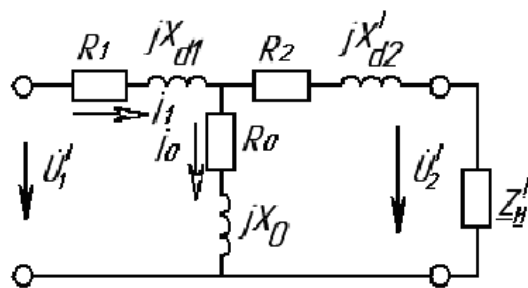


Рис. 4.3. Т-образная схема замещения трансформатора

Контрольное задание выполнено.

5. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ДВИГАТЕЛИ

5.1. Контрольное задание 1

5.1.1. Задача 1

Задача. Номинальная мощность трехфазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором $P_{НОМ} = 10 \text{ кВт}$, номинальное напряжение $U_{НОМ} = 380 \text{ В}$, номинальная частота вращения ротора $n_{НОМ} = 1420 \text{ об/мин}$, номинальный КПД $\eta_{НОМ} = 0,84$ и номинальный коэффициент мощности $\cos \varphi_{НОМ} = 0,85$. Кратность пускового тока $I_{ПУСК} / I_{НОМ} = 6,5$, а перегрузочная способность двигателя $\lambda = 1,8$. Определить: потребляемую мощность; номинальный и максимальный (критический) вращающие моменты; пусковой ток; номинальное и активное скольжение. Построить механические характеристики $M = f(S)$ и $\Omega = f(M)$.

5.1.2. Методические указания к решению задачи

Найдем потребляемую мощность:

$$P_{1НОМ} = P_{НОМ} / \eta_{НОМ} = 10 / 0,84 = 11,9 \text{ кВт}.$$

Рассчитаем номинальный и максимальный вращающие моменты:

$$M_{НОМ} = 9550 \frac{P_{НОМ}}{n_{НОМ}} = 9550 \cdot \frac{10}{1420} = 67,3 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\max} = \lambda M_{НОМ} = 1,8 \cdot 67,3 = 121 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Определим номинальный и пусковой токи:

$$I_{НОМ} = \frac{P_{1НОМ}}{\sqrt{3} U_{НОМ} \cos \varphi_{НОМ}} = \frac{11,9 \cdot 1000}{1,73 \cdot 380 \cdot 0,84} = 21,2 \text{ А};$$

$$I_{ПУСК} = 6,5 I_{НОМ} = 6,5 \cdot 21,2 = 138 \text{ А}.$$

Подсчитаем номинальное и критическое скольжения:

$$S_{НОМx} = (n_0 - n_{НОМ}) / n_0 = (1500 - 1420) / 1500 = 0,053;$$

$$S_{КР} = S_{НОМ} (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) = 0,053 (1,8 + \sqrt{1,8^2 - 1}) = 0,175.$$

Механическую характеристику $M = f(S)$ строим по уравнению $M = 2M_{КР} / (S_{КР} / S + S / S_{КР})$, где $M_{КР}$ – критический (максимальный) вращающий момент двигателя; $S_{КР}$ – скольжение, при котором двигатель развивает критический момент. Отсюда получим:

$$M = \frac{242}{0,175 / S + S / 0,175}.$$

Задаваясь скольжением S от 0 до 1, вычислим вращающий момент. Скорость вращения ротора определим из уравнения: $\Omega = \Omega_0(1 - S)$, где Ω – угловая скорость вращения ротора, 1/с. Расчетные данные приведены в табл. 5.1. Характеристики, построенные по данным табл. 5.1, изображены на рис. 5.1.

Таблица 5.1

Зависимости вращающего момента M и скорости вращения ротора от величины S

S	Ω , 1/с	M , Н·м	S	Ω , 1/с	M , Н·м
0,053	149	67,3	0,5	79	75,5
0,10	142	104,3	0,6	63	65,2
0,175	130	121,0	0,7	48	57,0
0,2	126	120,5	0,8	31,6	50,5
0,3	110	105,3	0,9	15,8	45,5
0,4	94	88,8	1,0	0	41,2

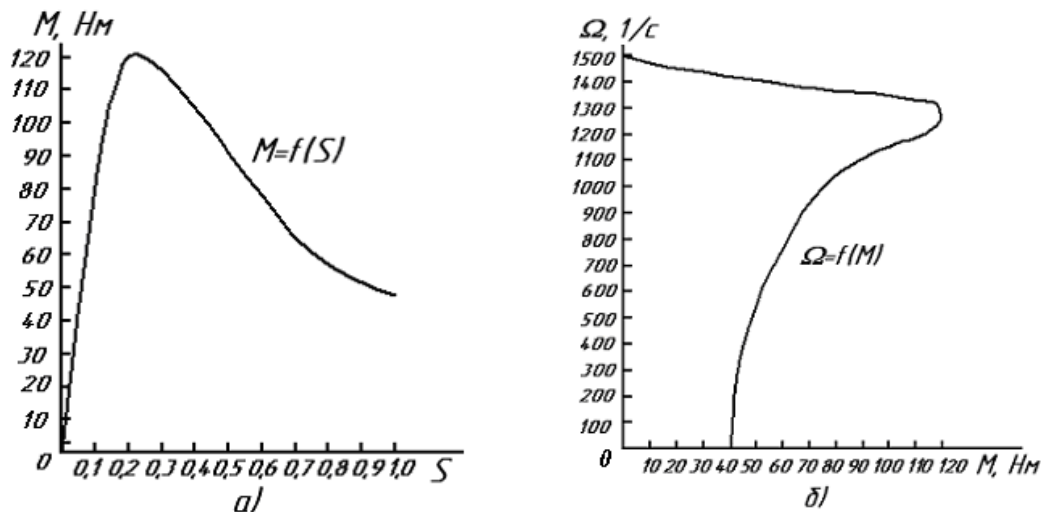


Рис. 5.1. Зависимости вращающего момента M от величины S (а) и скорости вращения ротора от M (б)

5.1.3. Задача 2

Задача. Трёхфазный асинхронный двигатель с фазным ротором, сопротивление фаз обмоток которого $R_1 = 0,46 \text{ Ом}$, $R_2 = 0,02 \text{ Ом}$, $X_1 = 2,24 \text{ Ом}$, $X_2 = 0,08 \text{ Ом}$, соединен треугольником и работает при напряжении $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ с частотой $f = 50 \text{ Гц}$. Число витков на фазу обмоток $\omega_1 = 187$, $\omega_2 = 36$. Число пар полюсов $p = 3$. Определить: пусковые токи статора и ротора, пусковой вращающий момент, коэффициент мощности ($\cos \varphi_n$) при пуске двигателя с замкнутым накоротко ротором; токи ротора и статора и вращающий момент при работе двигателя со скольжением $S = 0,03$; критическое скольжение и критический (максимальный)

момент; величину сопротивления фазы пускового реостата для получения пускового момента, равного максимальному, а также пусковые токи статора и ротора при этом сопротивлении.

5.1.4. Методические указания к решению задачи

Для приведения сопротивления обмотки ротора к обмотке статора определим коэффициент трансформации:

$$n = \omega_1 / \omega_2 = 187 / 36 = 5,2.$$

Приведенные значения сопротивлений роторной обмотки:

$$R_2' = R_2 n^2 = 0,02 \cdot 5,2^2 = 0,54 \text{ Ом};$$

$$X_2' = X_2 n^2 = 0,08 \cdot 5,2^2 = 2,16 \text{ Ом}.$$

Сопротивление короткого замыкания:

$$R_K = R_1 + R_2' = 0,46 + 0,54 = 1,0 \text{ Ом};$$

$$X_K = X_1 + X_2' = 2,24 + 2,16 = 4,4 \text{ Ом};$$

$$Z_K = \sqrt{R_K^2 + X_K^2} = \sqrt{1,0^2 + 4,4^2} = 4,51 \text{ Ом}.$$

Пусковые токи, пусковой момент и $\cos \varphi_{\text{ПУСК}}$ при пуске двигателя с замкнутым накоротко ротором:

$$I_{1\text{ПУСК}} = \frac{U_\Phi}{Z_K} = \frac{220}{4,51} = 48,8 \text{ А};$$

$$I_{2\text{ПУСК}} = n I_{1\text{ПУСК}} = 5,2 \cdot 48,8 = 254 \text{ А};$$

$$M_{\text{ПУСК}} = \frac{3 R_2 I_{2\text{ПУСК}}^2}{\Omega_0} = \frac{3 \cdot 0,02 \cdot 254^2}{104,5} = 37 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

где $\Omega_0 = 2\pi n_0 / 60$; $n_0 = 60 f_1 / p$.

Определим коэффициент мощности:

$$\cos \varphi_{\text{ПУСК}} = \frac{R_K}{Z_K} = \frac{1,0}{4,51} = 0,222.$$

Токи и вращающий момент при работе двигателя со скольжением $S = 0,03$:

$$Z = \sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{S}\right)^2 + (X_1 + X_2')^2} = \sqrt{\left(0,46 + \frac{0,54}{0,03}\right)^2 + 4,4^2} = 18,9 \text{ Ом};$$

$$I_1 = U_\Phi / Z = 220 / 18,9 = 11,6 \text{ А};$$

$$I_2 = n I_1 = 5,2 \cdot 11,6 = 60,3 \text{ А};$$

$$M = \frac{3 \frac{R_2}{S} I_2^2}{\Omega_0} = \frac{3 \cdot \frac{0,02}{0,03} \cdot 60,3^2}{104,5} = 70 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Критическое скольжение и критический (максимальный) момент:

$$S_{KP} = R_2' / \sqrt{R_1^2 + X_K^2} = 0,54 / \sqrt{0,46^2 + 4,4^2} = 0,122 ;$$

$$M_{\max} = \frac{3U_{\Phi}^2}{2\Omega_0[R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_K^2}]} = \frac{3 \cdot 220^2}{2 \cdot 104,5[0,46 + \sqrt{0,46^2 + 4,4^2}]} = 141 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Определим сопротивление пускового реостата. Известно, что пусковой вращающий момент достигает максимального значения при условии, что

$$S_{KP} = (R_2' + R_p') / X_K = 1,0 ,$$

где R_p' – приведенное значение сопротивления пускового реостата.

$$R_p' = X_K - R_2' = 4,4 - 0,54 = 3,86 \text{ Ом} ;$$

$$R_p = \frac{R_p'}{n^2} = \frac{3,86}{5,2^2} = 0,143 \text{ Ом} .$$

Пусковые токи при пуске двигателя с реостатом:

$$Z_{\text{ПУСК}} = \sqrt{(R_K + R_p')^2 + X_K^2} = \sqrt{(1 + 3,86)^2 + 4,4^2} = 6,55 \text{ Ом} ;$$

$$I_{1\text{ПУСК}} = \frac{U_{\Phi}}{Z_{\text{ПУСК}}} = \frac{220}{6,55} = 33,6 \text{ А} ;$$

$$I_{2\text{ПУСК}} = nI_{1\text{ПУСК}} = 5,2 + 33,6 = 174,7 \text{ А} .$$

Контрольное задание 1 выполнено.

5.2. Контрольное задание 2

5.2.1. Задача 1

Задача. Двигатель параллельного возбуждения, присоединённый к цепи с напряжением $U_{НОМ} = 220 \text{ В}$, потребляет при номинальной нагрузке ток $I_{НОМ} = 20,5 \text{ А}$, при холостом ходе – $I_0 = 2,35 \text{ А}$. Сопротивление обмотки якоря $R_{\text{я}} = 0,75 \text{ Ом}$, а в цепи возбуждения $R_B = 258 \text{ Ом}$. Номинальная частота вращения $n_{НОМ} = 1025 \text{ об/мин}$.

Определить: номинальную мощность двигателя (на валу), номинальный КПД, номинальный вращающий момент, пусковой ток при пуске двигателя без пускового реостата, сопротивление пускового реостата для условия $I_{\text{ПУСК}} = 2,5I_{НОМ}$ и пусковой момент при пуске двигателя с реостатом. Построить естественную механическую характеристику двигателя. При решении принять, что магнитные и механические потери не зависят от нагрузки.

5.2.2. Методические указания к решению задачи

Номинальная мощность на валу двигателя

$$P_{НОМ} = P_{1НОМ} - \sum \Delta P,$$

где $\sum \Delta P$ – потери в двигателе; $P_{1НОМ}$ – потребляемая мощность.
 $P_{1НОМ} = U_{НОМ} I_{НОМ} = 220 \cdot 20,5 = 4510 \text{ Вт} = 4,51 \text{ кВт}$.

Для определения потерь в цепи якоря и цепи возбуждения надо знать ток в цепи якоря $I_{Я.НОМ}$ и ток возбуждения I_B :

$$I_B = U_{НОМ} / R_B = 220 / 258 = 0,85 \text{ А};$$

$$I_{Я.НОМ} = I_{НОМ} - I_B = 20,5 - 0,85 = 19,65 \text{ А}.$$

Потери в обмотке якоря и в цепи возбуждения:

$$\Delta P_{Я.НОМ} = R_{Я} I_{Я.НОМ}^2 = 0,75 \cdot 19,65^2 = 290 \text{ Вт};$$

$$\Delta P_B = R_B I_B^2 = 258 \cdot 0,85^2 = 186 \text{ Вт}.$$

Магнитные и механические потери:

$$\Delta P_{МЭХ} + \Delta P_M = P_0 - \Delta P_{Я0} - \Delta P_B,$$

где $P_0 = U_{НОМ} I_0 = 220 \cdot 2,35 = 517 \text{ Вт}$; $\Delta P_{Я0}$ – потери в обмотке якоря при холостом ходе двигателя:

$$\Delta P_{Я0} = R_{Я} (I_0 - I_B)^2 = 0,75 (2,35 - 0,85)^2 = 1,7 \text{ Вт};$$

$$\Delta P_{МЭХ} + \Delta P_M = 517 - 1,7 - 186 = 329,3 \text{ Вт};$$

$$\sum \Delta P = 290 + 186 + 329,3 = 805,3 \text{ Вт};$$

$$P_{НОМ} = 4510 - 805,3 = 3704,7 \text{ Вт} = 3,71 \text{ кВт}.$$

Номинальный КПД

$$\eta_{НОМ} = P_{НОМ} / P_{1НОМ} \cdot 100 = 3,71 / 4,50 \cdot 100 = 82,2\%.$$

Номинальный вращающий момент

$$M_{НОМ} = 9550 \frac{P_{НОМ}}{n_{НОМ}} = 9550 \frac{3,71}{1025} = 34,6 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Пусковой ток двигателя при пуске без реостата

$$I_{ПУСК} = U_{НОМ} / R_{Я} = 220 / 0,75 = 293 \text{ А}.$$

Сопrotивление пускового реостата определяется из равенства

$$I_{ПУСК} = 2,5 I_{Я.НОМ} = U_{НОМ} / (R_{Я} + R_P),$$

откуда

$$R_P = U_{НОМ} / (2,5 I_{Я.НОМ}) - R_{Я} = 220 / (2,5 \cdot 19,65) - 0,75 = 3,73 \text{ Ом}.$$

Определим пусковой момент двигателя при пуске с реостатом. Известно, что вращающий момент двигателя определяется уравнением

$$M_{ВР} = C_M \Phi I_{Я}. \quad (5.1)$$

Для режима номинальной нагрузки выражение (5.1) примет вид:

$$M_{НОМ} = C_M \Phi I_{Я.НОМ},$$

а для пускового режима:

$$M_{\text{ПУСК}} = C_M \Phi I_{\text{ПУСК}}.$$

Полагая магнитный поток в двигателе постоянным, возьмем отношение моментов

$$\frac{M_{\text{НОМ}}}{M_{\text{ПУСК}}} = \frac{I_{\text{Я.НОМ}}}{I_{\text{ПУСК}}},$$

откуда

$$M_{\text{ПУСК}} = M_{\text{НОМ}} \frac{I_{\text{ПУСК}}}{I_{\text{Я.НОМ}}} = 34,6 \frac{2,4 \cdot 19,65}{19,65} = 86,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Естественная механическая характеристика $\Omega = f(M)$ (прямая линия) строится по двум точкам:

1) в режиме холостого хода при $M = 0$ частота вращения

$$n_0 = U_{\text{НОМ}} / (C_E \Phi_{\text{НОМ}}) = U_{\text{НОМ}} / E_{\text{НОМ}} n_{\text{НОМ}} = 220 / 205 \cdot 1025 = 1100 \text{ об/мин},$$

где противоЭДС

$$E_{\text{НОМ}} = U_{\text{НОМ}} - R_{\text{Я}} I_{\text{Я.НОМ}} = 220 - 0,75 \cdot 19,65 = 205 \text{ В}.$$

Угловая скорость вращения якоря $\Omega_0 = \pi n_{\text{НОМ}} / 30 = 115 \text{ 1/с};$

2) при номинальной нагрузке $M = M_{\text{НОМ}}$ угловая скорость вращения $\Omega_{\text{НОМ}} = \pi n_{\text{НОМ}} / 30 = 107 \text{ 1/с}.$

5.2.3. Задача 2

Задача. Двигатель последовательного возбуждения работает от сети напряжением 220 В. Номинальный вращающий момент двигателя и номинальная частота вращения соответственно равны $M_{\text{НОМ}} = 75 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $n_{\text{НОМ}} = 1020 \text{ об/мин}$, сопротивления обмоток якоря и возбуждения $R_{\text{Я}} = 0,4 \text{ Ом}$, $R_{\text{В}} = 0,3 \text{ Ом}$. Номинальный КПД $\eta_{\text{НОМ}} = 81,5\%$.

Определить: мощность на валу двигателя и мощность, потребляемую из сети при номинальной нагрузке; ток двигателя; противоЭДС и электромагнитную мощность (мощность, передаваемую на якорь); потери в двигателе при номинальной нагрузке и сопротивление пускового реостата, при котором пусковой ток превышает номинальный в 2 раза.

5.2.4. Методические указания к решению задачи

Номинальная мощность двигателя

$$P_{\text{НОМ}} = M_{\text{НОМ}} n_{\text{НОМ}} / 9550 = 75 \cdot 1020 / 9550 = 8 \text{ кВт}.$$

Потребляемая мощность

$$P_{\text{1НОМ}} = P_{\text{НОМ}} / \eta_{\text{НОМ}} = 8 / 0,815 = 9,8 \text{ кВт}.$$

Номинальный ток двигателя

$$I_{НОМ} = P_{1НОМ} / U_{НОМ} = 9,8 \cdot 1000 / 220 = 44,5 \text{ A}.$$

Полученный ток является током обмоток якоря и возбуждения

$$I_{Я НОМ} = I_B = 44,5 \text{ A}.$$

ПротивоЭДС, наводимая в обмотке якоря

$$E = U_{НОМ} - (R_{Я} + R_B) I_{НОМ} = 220 - (0,4 + 0,3) \cdot 44,5 = 188,8 \text{ B}.$$

Электромагнитная мощность

$$P_{ЭМ} = EI_{Я.НОМ} = 188,8 \cdot 44,5 = 8400 \text{ Вт} = 8,4 \text{ кВт}.$$

Магнитные и механические потери

$$\Delta P_M + \Delta P_{МЭХ} = P_{ЭМ} - P_{НОМ} = 8,4 - 8 = 0,4 \text{ кВт}.$$

Потери в обмотке якоря и обмотке возбуждения

$$\Delta P_{Я.НОМ} = R_{Я} I_{Я НОМ}^2 = 0,4 \cdot 44,5^2 = 792 \text{ Вт};$$

$$\Delta P_B = R_B I_B^2 = 0,3 \cdot 44,5^2 = 595 \text{ Вт}.$$

Суммарные потери в двигателе

$$\sum \Delta P_{НОМ} = 400 + 792 + 595 = 1787 \text{ Вт} = 1,787 \text{ кВт}.$$

Проверим полученный результат:

$$\sum \Delta P_{НОМ} = P_{1НОМ} - P_{НОМ} = 9,8 - 8 = 1,8 \text{ кВт}.$$

Сопротивление пускового реостата

$$R_P = U_{НОМ} / (2 I_{Я НОМ}) - (R_{Я} - R_B) = 220 / (2 \cdot 44,5) - 0,7 = 1,77 \text{ Ом}.$$

Контрольное задание 2 выполнено.

5.3. Контрольное задание 3

Задача. Для заданного режима нагрузки производственного механизма построить нагрузочную диаграмму $P = f(t)$ и выбрать мощность асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором.

5.3.1. Методические указания к выполнению задания

В зависимости от вида нагрузочной диаграммы двигатель может работать в режиме длительной переменной нагрузки (рис. 5.2) или повторно-кратковременной нагрузки (рис. 5.3).

В начале рассмотрим случай длительной переменной нагрузки. Мощность двигателя при подобных режимах работы подбирают по эквивалентной мощности, которая равна

$$P_{ЭК} = \sqrt{\sum_{k=1}^n (P_k^2 t_k) / t_{Ц}},$$

где $t_{Ц}$ – время цикла работы

$$t_{Ц} = t_1 + t_2 + t_3 = 20 + 30 + 15 = 65 \text{ с};$$

По данным каталога (см. табл. 5.2) в качестве двигателя можно использовать асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором в защищенном исполнении типа $A2-61-6$; $380/220\text{ В}$; $P_{НОМ} = 10\text{ кВт}$; $n_{НОМ} = 965\text{ об/мин}$; $\eta_{НОМ} = 0,870$; $M_{ПУСК} / M_{НОМ} = 1,2$; $M_{\max} / M_{НОМ} = 1,8$.

Асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором (закрытые, обдуваемые)

Синхронная частота вращения 1500 об/мин							
Тип двигателя	$P_{ном}$ кВт	$\eta_{ном}$ %	$n_{ном}$ об/мин	$\cos\varphi_{ном}$	$\frac{M_{max}}{M_{ном}}$	$\frac{M_{пуск}}{M_{ном}}$	$\frac{I_{пуск}}{I_{ном}}$
4A90L4Y3	2,2	1425	80	0,83	2,4	2,1	6,0
4A100L4Y3	4,0	1430	84	0,84	2,4	2,0	6,0
4A132S4Y3	7,5	1455	87,5	0,86	3,0	2,2	7,5
4A132M4Y3	11,0	1460	87,5	0,87	3,0	2,2	7,5
4A160S4Y3	15,0	1465	88,5	0,88	2,3	1,4	7,0
4A180S4Y3	22,0	1470	90,0	0,90	2,3	1,4	6,5
4A180M4Y3	30,0	1470	91,0	0,90	2,3	1,4	6,5
4A200M4Y3	37,0	1475	91,0	0,90	2,5	1,4	7,0
4A200L4Y3	45,0	1475	92,0	0,90	2,5	1,4	7,0
4A225M4Y3	55,0	1480	92,5	0,90	2,5	1,3	7,0
4A250S4Y3	75,0	1480	93,5	0,90	2,3	1,2	7,0
4A250M4Y3	90,0	1480	93,5	0,91	2,3	1,2	7,0
4A100L6Y3	2,2	950	81	0,73	2,2	2,0	5,0
4A112MB6Y3	4,0	950	82	0,81	2,5	2,0	6,0
4A132MB6Y3	7,5	970	85,5	0,81	2,5	2,0	6,5
4A160S6Y3	11,0	975	86,0	0,86	2,0	1,2	6,0
4A160M6Y3	15,0	975	87,5	0,87	2,0	1,2	5,0

Синхронная частота вращения 1500 об/мин							
Тип двигателя	$P_{ном}$ кВт	$\eta_{ном}$ %	$n_{ном}$ об/мин	$\cos\varphi_{ном}$	$\frac{M_{max}}{M_{ном}}$	$\frac{M_{пуск}}{M_{ном}}$	$\frac{I_{пуск}}{I_{ном}}$
4A200M6Y3	22,0	975	90,0	0,90	2,4	1,3	6,5
4A200L6Y3	30,0	980	90,5	0,90	2,4	1,3	6,5
4A225L6Y3	37,0	980	91,5	0,89	2,3	1,2	6,5
4A250S6Y3	45,0	985	91,5	0,89	2,1	1,2	6,5
4A250M6Y3	55,0	985	91,5	0,89	2,1	1,2	6,5
4A280S6Y3	75,0	985	92,0	0,89	2,2	1,4	5,5

Однако может оказаться, что момент нагрузки на отдельных участках диаграммы будет больше максимально допустимого момента двигателя, и асинхронный двигатель остановится. Поэтому после выбора двигателя его необходимо проверить по нагрузочной способности исходя из условия $M_{max} \leq M_{max\text{ доп}}$, где M_{max} – максимальный момент на валу двигателя; $M_{max\text{ доп}}$ – максимально допустимый момент двигателя. Для асинхронного двигателя $M_{max\text{ доп}} = 0,9M_{кр}$. Здесь $M_{кр}$ – критический (максимальный) момент двигателя.

В данном примере:

номинальный момент двигателя

$$M_{НОМ} = 9550P_{НОМ} / n_{НОМ} = 9550 \cdot 10 / 965 = 99 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

максимальный критический момент

$$M_{кр} = \lambda M_{НОМ} = 1,8 \cdot 99 = 178 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

максимальный статический момент

$$M_{СТ} = 9550P_1 / n = 9550 \cdot 12 / 980 = 117 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Перегрузочной способности двигатель удовлетворяет, так как выполняется условие $0,9M_{кр} = 0,9 \cdot 178 = 1260 > M_{СТ} = 117$.

В том случае, когда нагрузочные диаграммы заданы моментом $M = f(t)$ или током $I = f(t)$, мощность двигателя выбирают либо по эквивалентному моменту

$$M_{ЭК} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (M_K^2 t_K)}{t_{ц}}},$$

либо по эквивалентному току

$$I_{ЭК} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (I_K^2 t_K)}{t_{ц}}}.$$

В случае повторно-кратковременной нагрузки определим эквивалентный момент за рабочее время:

$$M_{PAB} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (M_K^2 t_K)}{t_P}} = \sqrt{\frac{100^2 \cdot 10 + 70^2 \cdot 30 + 60^2 \cdot 20 + 40^2 \cdot 10}{10 + 30 + 20 + 10}} = 69,2 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Затем определим мощность, соответствующую эквивалентному моменту за рабочее время:

$$P_{PAB} = M_{PAB} n / 9550 = 69,2 \cdot 720 / 9550 = 5,2 \text{ кВт}.$$

Вычислим относительную продолжительность включения (ПВ):

$$ПВ = t_P / t_{\Sigma} = t_P / (t_P + t_0) = 70 / 130 = 0,54.$$

В каталогах для двигателей повторно-кратковременного режима (табл. 5.3) номинальная мощность указывается для следующих стандартных значений относительной продолжительности включения ПВ: 0,15; 0,25; 0,4; 0,6. В том случае, когда расчетная ПВ, определенная по нагрузочной диаграмме, отличается от стандартного значения, мощность двигателя пересчитывается по формуле:

$$P'_{PAB} = P_{PAB} \sqrt{ПВ_{PAB} / ПВ_{НОМ}}.$$

Для ПВ_{НОМ} = 0,6 получим:

$$P'_{PAB} = 5,2 \sqrt{0,54 / 0,6} = 4,93 \text{ кВт}.$$

По данным каталога по аналогии с ранее рассмотренным случаем может быть подобран двигатель для расчетной мощности 5,0 кВт и ПВ_{НОМ} = 0,6.

Контрольное задание 3 выполнено.

Таблица 5.3

Асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором
с повышенным скольжением

Синхронная частота вращения		1500 об/мин									
Тип двигателя		4AC90L4Y3	4AC112M4Y3	4AC132M4Y3	4AC160S4Y3	4AC180S4Y3	4AC200M4Y3	4AC200L4Y3	4AC225M4Y3	4AC250S4Y3	4AC250M4Y3
$\frac{M_{пуск}}{M_{НОМ}}$		2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
$\frac{M_{max}}{M_{НОМ}}$		2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2
$S_{НОМ}, \%$		5,8	5,6	6,1	6,1	5,7	5,7	5,8	5,7	6,3	6,4
ПВ=0,25	$P_{НОМ}, \text{кВт}$	2,4	6,7	14	19	24	35	47	55	63	71
	$\eta_{НОМ}, \%$	76	77,5	83	83,5	84,5	87	88	87	87	86,5
	$\cos \varphi_{НОМ}$	0,82	0,85	0,86	0,86	0,93	0,93	0,94	0,93	0,93	0,94

Продолжение табл. 5.3

Синхронная частота вращения		1500 об/мин									
Тип двигателя		4AC90L4У3	4AC112M4У3	4AC132M4У3	4AC160S4У3	4AC180S4У3	4AC200M4У3	4AC200L4У3	4AC225M4У3	4AC250S4У3	4AC250M4У3
ПВ=0,4	$P_{ном}, кВт$	2,4	5,6	11,8	17	21	31,5	40	50	56	63
	$\eta_{ном}, \%$	76	79	84	84,5	86	87,5	89	87,5	87,5	87
	$\cos\varphi_{ном}$	0,82	0,83	0,85	0,86	0,92	0,92	0,93	0,92	0,92	0,93
ПВ=0,6	$P_{ном}, кВт$	2,2	5,0	10,5	15	20	28	37	45	53	60
	$\eta_{ном}, \%$	76,5	80	84,5	85,5	86,5	88	89,5	88	88	87
	$\cos\varphi_{ном}$	0,8	0,81	0,83	0,85	0,92	0,92	0,93	0,92	0,92	0,93
ПВ=1,0	$P_{ном}, кВт$	1,9	4,2	9	13	19	26	35	40	50	56
	$\eta_{ном}, \%$	77	81	85	86	87	88	90	88,5	88	87,5
	$\cos\varphi_{ном}$	0,78	0,78	0,81	0,78	0,92	0,92	0,93	0,92	0,92	0,93

Окончание табл. 5.3

Синхронная частота вращения		1000 об/мин									
Тип двигателя		4AC100L6У3	4AC112M6У3	4AC132S6У3	4AC160S6У3	4AC160M6У3	4AC180M6У3	4AC200L6У3	4AC225M6У3	4AC250S6У3	4AC250M6У3
$\frac{M_{пуск}}{M_{ном}}$		1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9
$\frac{M_{max}}{M_{ном}}$		2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1
$S_{ном}, \%$		5,3	8,5	6,4	7,7	7,8	7,6	6,2	6,9	5,4	3,8
ПВ=0,25	$P_{ном}, кВт$	2,9	5	7,5	14	19	20	33,5	35	45	53
	$\eta_{ном}, \%$	74,5	72,5	77,5	80	81,5	83	83,5	85,5	88	88
	$\cos\varphi_{ном}$	0,78	0,83	0,84	0,86	0,86	0,90	0,92	0,92	0,90	0,89
ПВ=0,4	$P_{ном}, кВт$	2,6	4,2	6,3	12	16	19	28	33,5	40	45
	$\eta_{ном}, \%$	75	75	79	82,5	84	84,5	85,5	81	89	86,5
	$\cos\varphi_{ном}$	0,76	0,79	0,80	0,85	0,85	0,90	0,91	0,91	0,90	0,88
ПВ=0,6	$P_{ном}, кВт$	2,2	3,8	6	11	15	17	25	28	36	40
	$\eta_{ном}, \%$	76	76,5	80	83,5	84,5	85	86	87,5	89,5	89
	$\cos\varphi_{ном}$	0,72	0,78	0,79	0,84	0,84	0,89	0,92	0,91	0,90	0,86
ПВ=1,0	$P_{ном}, кВт$	1,8	3,2	4,5	10	13	16	23	25	33,5	36
	$\eta_{ном}, \%$	76,5	77,5	81	84	85,5	85,5	86,5	88	90	89,5
	$\cos\varphi_{ном}$	0,67	0,73	0,72	0,83	0,83	0,89	0,91	0,90	0,89	0,89

6. ВЫПРЯМИТЕЛИ

6.1. Контрольное задание

Задача. Рассчитать однофазный выпрямитель, работающий на емкостную нагрузку.

Исходные данные для расчета: выпрямленное напряжение $U_0 = 12\text{ В}$ и ток $I_0 = 1\text{ А}$, коэффициент пульсаций $k_{\Pi} = 0,1$, напряжение питающей сети $U_1 = 220\text{ В}$, частота $f = 50\text{ Гц}$. Схема выпрямителя – двухполупериодная мостовая (рис. 6.1 в).

В результате расчета должны быть определены: тип диода, обратное напряжение $U_{обр}$, среднее I_{cp} и амплитудное I_m значения тока через диод, напряжение на вторичной обмотке трансформатора U_2 , токи обмоток I_1 , I_2 и емкость конденсатора C ; приведена схема выпрямителя.

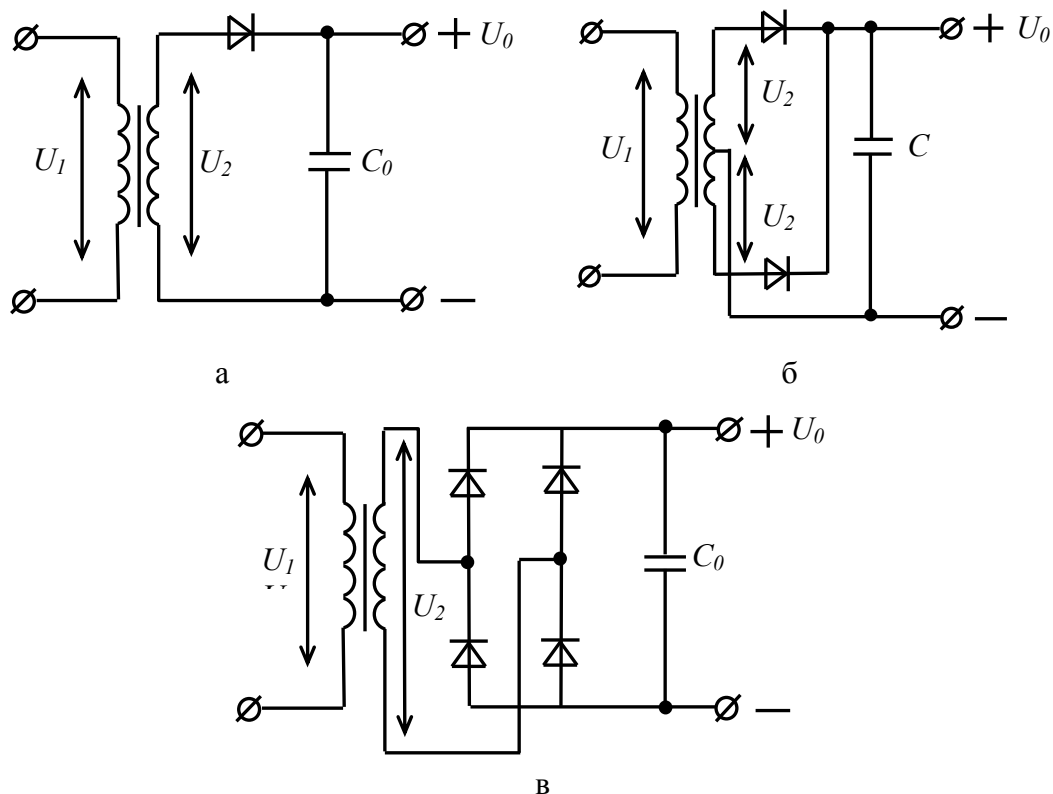


Рис. 6.1. Схемы выпрямителей:

а – однополупериодная; б – двухполупериодная с выводом от средней точки вторичной обмотки трансформатора; в – двухполупериодная мостовая

6.2. Методические указания к выполнению задания

Применим упрощенную методику расчета выпрямителя, работающего на емкостную нагрузку. Она позволяет рассчитывать маломощные выпрямители при выходных мощностях до сотен ватт.

1. Выберем тип вентиля (полупроводникового выпрямительного диода). Для этого по приближенным формулам вычислим значение:

обратного напряжения на диодах –

в мостовой схеме: $U_{обр} \approx 1,5 U_0 = 1,5 \cdot 12 = 18 \text{ В}$;

в остальных схемах: $U_{обр} \approx 3 U_0$;

среднего тока через диод –

в двухполупериодных схемах: $I_{cp} = 0,5 I_0 = 0,5 \cdot 1 = 0,5 \text{ А}$;

в однополупериодной схеме: $I_{cp} = I_0$;

амплитуды тока через диод –

в двухполупериодных схемах: $I_m \approx 3,5 I_0 = 3,5 \cdot 1 = 3,5 \text{ А}$;

в однополупериодной схеме: $I_m \approx 7 I_0$.

В процессе дальнейшего расчета выпрямителя эти значения уточняются. По найденным $U_{обр} \approx 18 \text{ В}$, $I_{cp} = 0,5 \text{ А}$ и $I_m \approx 3,5 \text{ А}$ из табл. 6.1 выбираем диоды типа КД 202 Б, для которых $U_{обр \max} = 50 \text{ В}$, $I_{np \max} = 3,5 \text{ А}$ и $U_{np} = 0,9 \text{ В}$.

Таблица 6.1

Основные параметры выпрямительных диодов

Тип диода	Макс. допустимый прямой ток, А	Макс. допустимое обратное напряжение, В	Пост. прямое напряжение, В	Обратный ток при макс. доп. обр. напр., мА	Интервал рабочих температур, °С	
					от	до
2Д201А	5	100	1	3	-60	+130
2Д201Б	10	100	1	3	-60	+130
2Д201В	5	200	1	3	-60	+130
2Д201Г	10	200	1	3	-60	+130
КД202А	5	50	0,9	0,8	-60	+130
КД202Б	3,5	50	0,9	0,8	-60	+130
КД202В	5	100	0,9	0,8	-60	+130
КД202Г	3,5	100	0,9	0,8	-60	+130
КД202Д	5	200	0,9	0,8	-60	+130
КД202Е	3,5	200	0,9	0,8	-60	+130
КД202Ж	5	300	0,9	0,8	-60	+130
КД202И	3,5	300	0,9	0,8	-60	+130
КД202К	5	400	0,9	0,8	-60	+130
КД203А	10	600	1	1,5	-60	+100
КД206А	10	400	1,2	0,7	-60	+125

2. Определим сопротивление нагрузки $R_H = U_0 / I_0 = 12 / 1 = 12 \text{ Ом}$.

Сопротивление обмоток трансформатора составляет $r_{Tp} = (0,07 \div 0,1) R_H$ для выпрямителей мощностью до 10 Вт и $r_{Tp} = (0,05 \div 0,08) R_H$ для выпрямителей мощностью $10 \div 100 \text{ Вт}$. В данном случае $P_0 = U_0 I_0 = 12 \cdot 1 = 12 \text{ Вт}$ и $r_{Tp} = 0,08 \cdot 12 = 0,96 \approx 1 \text{ Ом}$.

Находим прямое сопротивление диода по приближенной формуле:

$$r_{Пр} \approx U_{np} / 3 I_{cp} = 0,9 / (3 \cdot 0,5) = 0,6 \text{ Ом},$$

где U_{np} – постоянное прямое напряжение на диоде (см. табл. 6.1).

Вычислим активное сопротивление фазы выпрямителя по формулам:

$$\text{для мостовой схемы } r = r_{Tp} + 2r_{np} = 1 + 2 \cdot 0,6 = 2,2 \text{ Ом};$$

$$\text{для остальных схем } r = r_{Tp} + r_{np}.$$

3. Определим расчетный коэффициент A :

$$A = \operatorname{tg} \Theta - \Theta = \frac{I_0}{U_0} \frac{r}{m} \pi = \frac{1}{12} \cdot \frac{2,2}{2} \cdot 3,14 = 0,29.$$

Здесь $m=1$ – для однополупериодной схемы и $m=2$ – для двухполупериодных схем выпрямителя; Θ – угол отсечки импульсов тока через диоды.

4. Решая уравнение $\operatorname{tg} \Theta - \Theta = A$, находим Θ . Результаты решения этого уравнения $\Theta = f(A)$ представлены на графике рис. 6.2. Из графика имеем $\Theta = 50^\circ$.

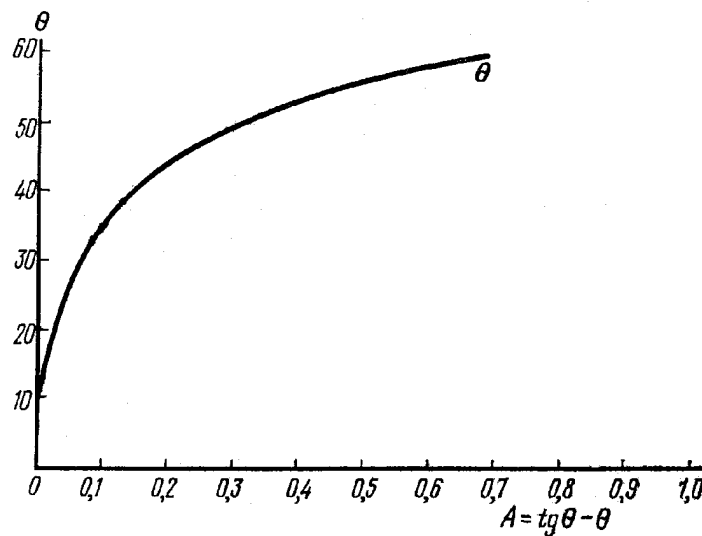


Рис. 6.2. Зависимость угла отсечки Θ от значения коэффициента A

5. Вычислим амплитудное и действующее значения напряжения на вторичной обмотке трансформатора:

$$U_{2m} = U_0 / \cos \Theta = 12 / \cos 50^\circ = 18,7 \text{ В};$$

$$U_2 = U_0 / \sqrt{2} = 18,7 / 1,41 = 13,3 \text{ В}.$$

Определим коэффициент трансформации трансформатора:

$$n_{Tp} = U_2 / U_1 = 13,3 / 220 = 0,06.$$

Найдем максимальное обратное напряжение на диоде:

$$\text{для мостовой схемы: } U_{обр} = U_{2m} = 18,7 \text{ В};$$

$$\text{для остальных схем: } U_{обр} = 2U_{2m}.$$

Вычислим максимальный ток через диод:

$$I_m = \frac{U_{2m} - U_0}{r} = \frac{18,7 - 12}{2,2} = 3,1 \text{ А}.$$

Таким образом, расчет подтверждает правильный выбор типа диодов.

6. Определим действующее значение тока вторичной обмотки трансформатора:

$$I_2 = \frac{I_0}{m} \frac{\sqrt{\pi[\Theta(1 + 0,5 \cos 2\Theta) - 0,75 \sin 2\Theta]}}{\sin \Theta - \Theta \cos \Theta}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\sqrt{3,14[0,873(1 + 0,5 \cos 100^\circ) - 0,75 \sin 100^\circ]}}{\sin 50^\circ - 0,873 \cos 50^\circ} = 1,05 \text{ A.}$$

Здесь $\Theta = 50^\circ = 0,873 \text{ рад}$; $\cos 100^\circ = -\cos 80^\circ = -0,1736$;
 $\sin 100^\circ = \sin 80^\circ = 0,9848$; $\cos 50^\circ = 0,6428$; $\sin 50^\circ = 0,7660$.

7. Вычислим действующее значение тока первичной обмотки:

в двухполупериодных схемах: $I_1 = n_{Tp} I_2 = 0,06 \cdot 1,05 = 0,063 \text{ A}$;

в однополупериодной схеме: $I_1 = n_{Tp} \sqrt{I_2^2 - I_0^2}$.

По вычисленным значениям $U_2 = 13,3 \text{ В}$, $I_2 = 1,05 \text{ А}$, $I_1 = 0,063 \text{ А}$ и заданному значению $U_1 = 220 \text{ В}$ выбирают или рассчитывают трансформатор.

8. Определим емкость конденсатора при заданном коэффициенте пульсаций $k_\Pi = 0,1$ (формула применима для $k_\Pi < 0,15$):

$$C \approx \frac{\pi - m\Theta}{m\omega k_\Pi R_H} = \frac{3,14 - 2 \cdot 0,873}{2 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,1 \cdot 12} = 1,85 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 1850 \text{ мкФ}.$$

Округлим величину $C = 2000 \text{ мкФ}$.

9. Схема двухполупериодного мостового выпрямителя приведена на рис. 6.1в.

Контрольное задание выполнено.



7. УСИЛИТЕЛЬНЫЙ КАСКАД НА БИПОЛЯРНОМ ТРАНЗИСТОРЕ

7.1. Контрольное задание

Задача. Рассчитать каскад транзисторного усилителя напряжения с общим эмиттером, принципиальная схема которого изображена на рис. 7.1 и определить h -параметры выбранного типа транзистора.

Исходные данные для расчета. Амплитуда напряжения на выходе каскада (напряжение на нагрузке) $U_{вых\ m} = 4\ В$; сопротивление нагрузки $R_H = 500\ Ом$; нижняя граничная частота $f_H = 100\ Гц$; допустимое значение коэффициента частотных искажений каскада в области нижних частот $M_H = 1,2$; напряжение источника питания $E_{пит} = 12\ В$.

В результате расчета должны быть определены: тип транзистора; режим работы транзистора; сопротивление коллекторной нагрузки R_K ; сопротивление в цепи эмиттера R_3 ; сопротивления делителя напряжения R_1 и R_2 ; емкость разделительного конденсатора C_P ; емкость блокирующего конденсатора в цепи эмиттера C_3 ; коэффициент усиления каскада по напряжению; коэффициент усиления каскада в малосигнальном режиме работы без нагрузки и с нагрузкой.

Примечание. Считать, что каскад работает в комнатных условиях ($T_{min} = 15^\circ C$; $T_{max} = 25^\circ C$). В связи с этим при расчете влиянием температуры на режим транзистора пренебречь.

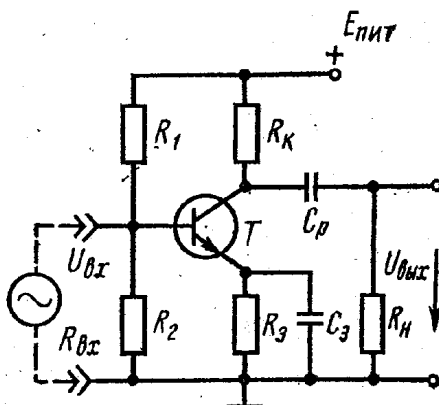


Рис. 7.1. Усилительный каскад с общим эмиттером (ОЭ)

7.2. Методические указания к выполнению задания

1. Выберем тип транзистора, руководствуясь следующими соображениями:

$$U_{КЭ\ доп} \geq (1,1 \div 1,3) E_{пит},$$

где $U_{KЭ доп}$ – наибольшее допустимое напряжение между коллектором и эмиттером, приводится в справочниках;

$$I_{K доп} > 2I_{Hm} = \frac{2U_{вых м}}{R_H},$$

где I_{Hm} – наибольшая возможная амплитуда тока нагрузки; $I_{K доп}$ – наибольший допустимый ток коллектора, приводится в справочниках.

Примечания: а) заданному диапазону температур удовлетворяет любой транзистор; б) для выбранного типа транзистора необходимо выписать из справочника значения коэффициентов усиления по току для схемы с ОЭ β_{min} и β_{max} (или h_{21min} и h_{21max}). В некоторых справочниках дается коэффициент усиления по току α для схемы с общей базой (ОБ) и начальный ток коллектора I_{Kn} , тогда $\beta = \alpha / (1 - \alpha)$. При выборе режима работы транзистора необходимо выполнение условия $I_{K min} \geq I_{Kn}$. в) Для каскадов усилителей напряжения обычно применяют маломощные транзисторы. Выбор конкретного типа транзистора производится по справочной литературе.

В данном случае

$$U_{KЭ доп} \geq E_{num} = 1,2 \cdot 12 = 14,4 \text{ В};$$

$$I_{K доп} > 2I_{Hm} = 2 \frac{U_{вых м}}{R_H} = 2 \frac{4}{500} = 0,016 \text{ А} = 16 \text{ мА}.$$

Выбираем по справочнику транзистор МП**, для которого $I_{K доп} = 30 \text{ мА}$; $U_{KЭ доп} = 15 \text{ В}$; $\beta_{min} = 30$; $\beta_{max} = 50$; $I_{Kn} = 25 \text{ мкА}$.

2. Режим работы транзистора определяют по нагрузочной прямой, построенной на семействе выходных статических характеристик для включения транзистора с ОЭ. Построение нагрузочной прямой показано на рис. 7.2. Нагрузочная прямая строится по двум точкам: 0 – точка покоя (рабочая) и 1, определяемая значением напряжения источника питания E_{num} . Координатами 0 являются ток покоя I_{K0} и напряжение покоя $U_{KЭ0}$ (ток и напряжение, соответствующие амплитуде входного напряжения $U_{вх} = 0$). Можно принять $I_{K0} = (1,05 \div 1,2)I_{вых} \approx (1,05 \div 1,2)I_{Hm}$. Напряжение покоя $U_{KЭ0} = U_{вых м} + \Delta U_{KЭ} = U_{Km} + \Delta U_{KЭ}$, где $U_{вых м}$ – максимальная амплитуда выходного напряжения; $\Delta U_{KЭ}$ – напряжение на коллекторе, соответствующее области нелинейных начальных участков выходных характеристик транзистора. Для маломощных транзисторов можно принять $\Delta U_{KЭ} = 0,5 - 1,0 \text{ В}$.

Для построения нагрузочной прямой на семействе выходных характеристик транзистора МП** определим точку покоя (рабочую точку) транзистора:

$$I_{K0} = 1,2I_{Hm} = 1,2 \cdot 8 = 9,6 \text{ мА};$$

Вторая точка нагрузочной прямой

По этим точкам строится нагрузочная прямая. Нагрузочная характеристика должна быть ниже параболы максимальной мощности (рис. 7.2).

где $P_{K_{доп}}$ – максимальная мощность, рассеиваемая на коллекторе.

3. Определим значения сопротивлений R_K и $R_Э$. По выходным характеристикам (рис. 7.2) определим общее сопротивление в цепи эмиттер – коллектор: $R_{об} = R_K + R_Э$:

где I – ток, определяемый точкой пересечения нагрузочной прямой с осью токов (точка 4).

Принимая $R_{\mathcal{O}} = (0,15 \div 0,25)R_K$, получим: $R_K = R_{o\bar{o}} / (1,15 \div 1,25)$,
 $R_{\mathcal{O}} = R_{o\bar{o}} - R_K$.

По статическим выходным характеристикам транзистора МП** и построенной на них нагрузочной прямой находим $I = 18 \text{ мА}$. Далее вычисляем:

$$R_K = R_{ob} / 1,2 = 670 / 1,2 = 560 \text{ } O_M;$$

4. Определим наибольшие амплитудные значения тока $I_{ex\ m}$ и напряжения $U_{ex\ m}$ входного сигнала, необходимые для обеспечения заданного значения $U_{\text{вхлх м}}$. Задавшись наименьшим значением коэффициента

усиления транзистора по току β_{\min} с учетом максимальной амплитуды тока I_{Km} , определяемой по выходным характеристикам на рис. 7.2, получим:

$$I_{ex\ m} \approx I_{\bar{o}m} = I_{Km} / \beta_{\min},$$

причем ток $I_{ex\ m}$ не должен превышать значения $(I_{\bar{o}\ max\ don} - I_{\bar{o}\ min\ don}) / 2$, где для маломощных транзисторов $I_{\bar{o}\ max\ don} \approx 1 \div 2\ mA$, $I_{\bar{o}\ min\ don} \approx 0,05\ mA$; $I_{\bar{o}m}$ — максимальная амплитуда тока базы.

На входной статической характеристике транзистора (рис. 7.3) определим положение точки покоя (рабочей точки): $U_{\bar{o}\bar{c}0}$ и $I_{\bar{o}0}$. Ток покоя базы $I_{\bar{o}0} = I'_{\bar{o}}$ на рис. 7.2. По входной характеристике для данного значения тока найдем напряжение покоя $U_{\bar{o}\bar{c}0}$.

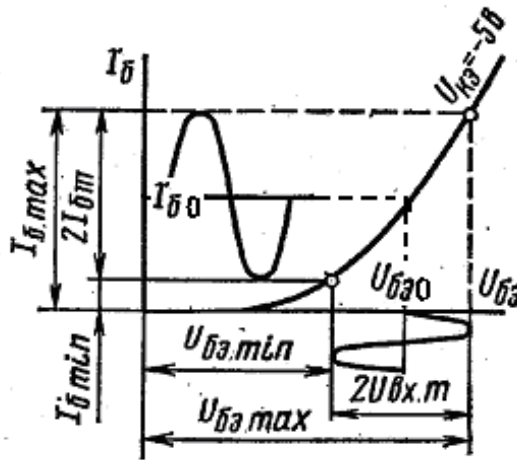


Рис. 7.3. Входная характеристика транзистора

Максимальное и минимальное значения тока базы $I_{\bar{o}\ max}$ и $I_{\bar{o}\ min}$:

$$I_{\bar{o}\ max} = I_{\bar{o}0} + I_{\bar{o}m}; \quad I_{\bar{o}\ min} = I_{\bar{o}0} - I_{\bar{o}m}.$$

Далее по входной характеристике транзистора (рис. 7.3) и найденным значениям $I_{\bar{o}\ min}$ и $I_{\bar{o}\ max}$ находим значение $2U_{ex\ m}$.

Для транзистора МП** наименьший коэффициент усиления по току (для схемы с ОЭ)

$$\beta_{\min} = 30,$$

тогда

$$I_{ex\ m} \approx I_{\bar{o}m} = I_{Km} / \beta_{\min} = 14 / 30 = 0,47\ mA.$$

Из-за малого значения можно принять $I_{\bar{o}\ min\ don} \approx 0$. По выходной характеристике определяем $I_{\bar{o}0} = I'_{\bar{o}} = 0,5\ mA$. Далее вычисляем:

$$I_{\bar{o}\ max} = I_{\bar{o}0} + I_{\bar{o}m} = 0,5 + 0,47 = 0,97\ mA;$$

$$I_{\bar{o}\ min} = I_{\bar{o}0} - I_{\bar{o}m} = 0,5 - 0,47 = 0,03\ mA.$$

По входной характеристике транзистора находим

$$2U_{ex\ m} = 0,15\ В.$$

5. Определим входное сопротивление $R_{\text{вх}}$ каскада по переменному току (без учета делителя напряжения R_1 и R_2):

$$R_{\text{вх}} = 2U_{\text{вх м}} / (2I_{\text{вх м}}) \approx 2U_{\text{вх м}} / (2I_{\text{б м}}) = 0,15 / 0,94 \cdot 10^{-3} = 160 \text{ Ом}.$$

6. Рассчитаем сопротивления делителя R_1 и R_2 . Для уменьшения шунтирующего действия делителя на входную цепь каскада по переменному току принимают: $R_{1-2} \geq (8 \div 12)R_{\text{вх}}$, где $R_{1-2} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$. Тогда

$$R_1 = E_{\text{num}} R_{1-2} / R_{\text{э}} I_{\text{э}} = E_{\text{num}} R_{1-2} / R_{\text{э}} I_{K0};$$

$$R_2 = R_1 R_{1-2} / (R_1 - R_{1-2}).$$

В нашем случае

$$R_{1-2} = 10 R_{\text{вх}} = 10 \cdot 160 = 1600 \text{ Ом};$$

$$R_1 = 12 \cdot 1600 / (110 \cdot 9,6 \cdot 10^{-3}) = 18100 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 18100 \cdot 1600 / (18100 - 1600) = 1760 \text{ Ом}.$$

7. Определим емкость разделительного конденсатора C_P :

$$C_P = \frac{1}{2\pi f_H R_{\text{вых}} \sqrt{M_H^2 - 1}}.$$

Здесь $R_{\text{вых}} = R_{\text{вых Т}} R_K / (R_{\text{вых Т}} + R_K) + R_H$, где $R_{\text{вых Т}}$ – выходное сопротивление транзистора, определяемое по выходным статическим характеристикам для схемы ОЭ. В большинстве случаев $R_{\text{вых Т}} \gg R_K$, поэтому можно принять $R_{\text{вых Т}} \approx R_K + R_H$.

Вычислим $R_{\text{вых Т}} \approx 560 + 500 = 1060 \text{ Ом}$;

$$C_P = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot 1060 \sqrt{1,2^2 - 1}} = 2,28 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \approx 3 \text{ мкФ}.$$

8. Находим емкость конденсатора:

$$C_{\text{э}} = 10 / (2\pi f_H R_{\text{э}}) =$$

$$10 / (2 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot 110) = 159 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 159 \text{ мкФ}.$$

9. Вычислим коэффициент усиления каскада по напряжению:

$$K_u = U_{\text{вых м}} / U_{\text{вх м}} = 4 / 0,075 = 53.$$

10. При анализе транзисторных усилителей широкое распространение получили h -параметры. Электрическое состояние транзистора, включенного по схеме с общим эмиттером, характеризуется четырьмя величинами: $I_{\text{б}}$, $U_{\text{бэ}}$, I_K и $U_{K\text{э}}$. Из практических соображений удобно выбирать в качестве независимых значений $U_{K\text{э}}$ и $I_{\text{б}}$, тогда

$$U_{\text{бэ}} = f_1(I_{\text{б}}, U_{K\text{э}}) \text{ и } I_K = f_2(I_{\text{б}}, U_{K\text{э}}).$$

В усилительных схемах входным и выходным сигналами являются приращения входных и выходных напряжений и токов. В пределах линейной части характеристик для приращений $\Delta U_{\text{бэ}}$ и ΔI_K справедливы равенства:

$$\begin{aligned}\Delta U_{\text{бэ}} &= h_{11\text{э}} \Delta I_{\text{б}} + h_{12\text{э}} \Delta U_{\text{кэ}}; \\ \Delta I_{\text{к}} &= h_{21\text{э}} \Delta I_{\text{б}} + h_{22\text{э}} \Delta U_{\text{кэ}},\end{aligned}\quad (7.1)$$

где h -параметры – это частные производные, которые легко найти по семейству входных и выходных характеристик транзистора, включенного по схеме с ОЭ. На практике производные заменяются отношением малых приращений соответствующих величин, взятых в окрестности рабочей точки: $U_{\text{кэ}} = \text{const}$ $I_{\text{б}} = \text{const}$.

$$\begin{aligned}h_{11\text{э}} &= \Delta U_{\text{бэ}} / \Delta I_{\text{б}} \text{ при } U_{\text{кэ}} = \text{const}, (\Delta U_{\text{кэ}} = 0); \\ h_{12\text{э}} &= \Delta U_{\text{бэ}} / \Delta U_{\text{кэ}} \text{ при } I_{\text{б}} = \text{const}, (\Delta I_{\text{б}} = 0); \\ h_{21\text{э}} &= \Delta I_{\text{к}} / \Delta I_{\text{б}} \text{ при } U_{\text{кэ}} = \text{const}, (\Delta U_{\text{кэ}} = 0); \\ h_{22\text{э}} &= \Delta I_{\text{к}} / \Delta U_{\text{кэ}} \text{ при } I_{\text{б}} = \text{const}, (\Delta I_{\text{б}} = 0).\end{aligned}\quad (7.2)$$

Параметр $h_{11\text{э}}$ представляет собой дифференциальное входное сопротивление транзистора малому переменному току. Он определяется по входной характеристике транзистора. Безразмерный параметр $h_{12\text{э}}$ является коэффициентом обратной связи по напряжению. Его значение очень мало ($h_{12\text{э}} = 0,002 - 0,0002$), поэтому при практических расчетах его можно полагать равным нулю. $h_{21\text{э}}$ – безразмерный коэффициент передачи по току, характеризующий усилительные свойства транзистора при постоянном напряжении на коллекторе. Определяется по выходным характеристикам транзистора. $h_{22\text{э}}$ характеризует дифференциальную выходную проводимость транзистора при постоянном токе базы, определяется по выходным характеристикам транзистора. h -параметры хорошо описывают работу транзистора в области низких и средних частот в малосигнальном режиме работы, когда амплитуды переменных токов и напряжений много меньше их постоянных значений.

В соответствии с уравнением (7.1) на рис. 7.4 приведена схема замещения транзистора для переменных составляющих токов и напряжений при $h_{12\text{э}} = 0$.

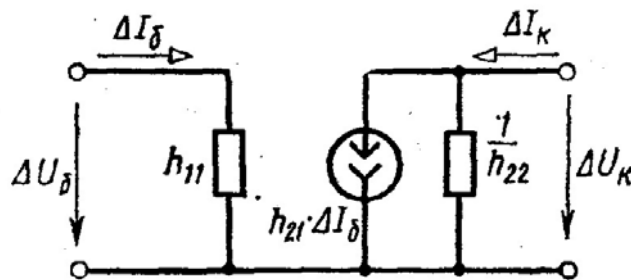


Рис. 7.4. Схема замещения транзистора с h -параметрами

Для расчета усилителя необходимо определить h -параметры вблизи рабочей точки по семействам соответствующих характеристик. При этом

коэффициент усиления усилителя по напряжению в режиме холостого хода будет равен:

$$K_{Ux} = \frac{h_{21Э}}{h_{11Э}} \frac{R_K}{1 + h_{22Э} R_K} \approx \frac{h_{21Э}}{h_{11Э}} R_K, \quad (7.3)$$

а при нагрузке R_H :

$$K_u = K_{Ux} \frac{R_H}{R_H + R_K}. \quad (7.4)$$

Для выбранного при расчете типа транзистора необходимо вычислить по формулам (7.2) h -параметры в рабочей точке и коэффициенты усиления усилителя в малосигнальном режиме по формулам (7.3) и (7.4).

Контрольное задание выполнено.



8. ЛОГИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

8.1. Контрольное задание

Задача. Для заданных схемы логического элемента, типа транзистора, напряжения источника питания, напряжений логических нуля и единицы требуется определить, какую логическую функцию (И, ИЛИ, И-НЕ, ИЛИ-НЕ, исключающее ИЛИ, исключающее ИЛИ-НЕ) выполняет данная схема.

8.2. Методические указания к выполнению задания

На вход схемы логического элемента подаются входные сигналы, которые могут принимать два значения: $U_{\text{вх}} = U_0$ – соответствует логическому нулю, и $U_{\text{вх}} = U_1$ – соответствует логической единице. При этом выходной сигнал также может принимать два значения: $U_{\text{вых}} = U_0$ и $U_{\text{вых}} = U_1$. В схеме имеются транзисторы T , которые работают в ключевом режиме. Транзисторы представляют собой управляемый входным напряжением ключ (рис. 8.1).

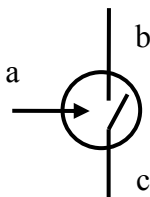


Рис. 8.1. Условное представление транзистора в виде ключа

В зависимости от входного напряжения $U_{\text{вх}}$, подаваемого на контакт a , контакты b и c могут быть разомкнуты или замкнуты. Контакт a во всех случаях не соединен с контактами b и c .

Возможны 4 типа транзисторов:

1) транзистор T_1 – при $U_{\text{вх}} = 0$ контакты b и c разомкнуты, а при $U_{\text{вх}} > 0$ замкнуты;

2) транзистор T_2 – при $U_{\text{вх}} = 0$ контакты b и c замкнуты, а при $U_{\text{вх}} > 0$ разомкнуты;

3) транзистор T_3 – при $U_{\text{вх}} = 0$ контакты b и c разомкнуты, а при $U_{\text{вх}} < 0$ замкнуты;

4) транзистор T_4 – при $U_{\text{вх}} = 0$ контакты b и c замкнуты, а при $U_{\text{вх}} < 0$ разомкнуты.

Транзистор T_1 имитирует работу pnp -транзистора с ОЭ и n -канального транзистора с ОИ, T_2 – работу pnp -транзистора с ОК и p -канального транзистора с ОС, T_3 – работу pnp -транзистора с ОЭ и p -канального транзистора с ОИ, T_4 – работу pnp -транзистора с ОК и n -канального транзистора с ОС.

В соответствии с заданным вариантом анализу подлежит одна из 4 схем логического элемента, представленных на рис. 8.2.

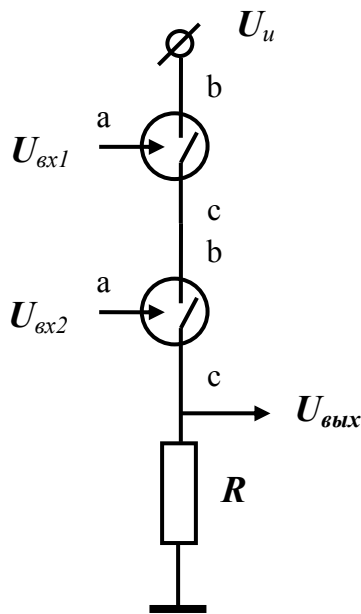


Схема № 1

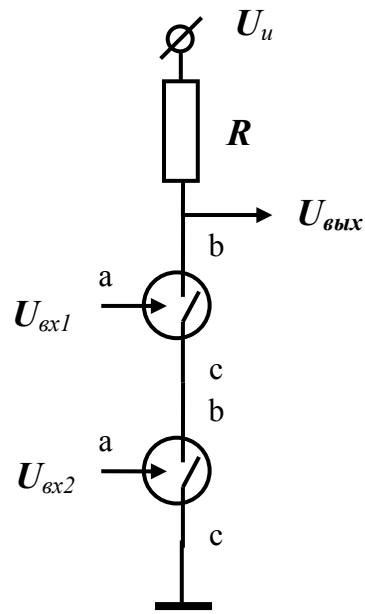


Схема № 2

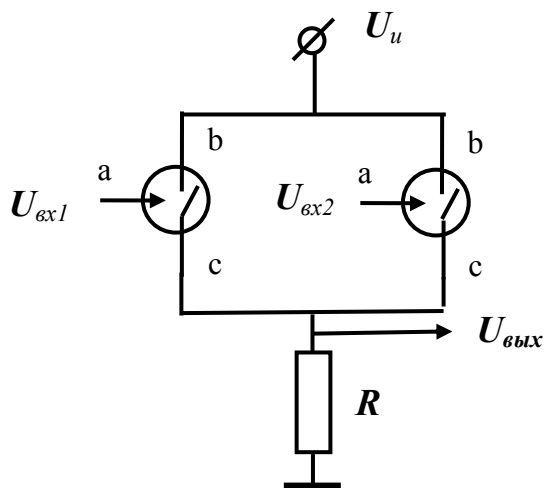


Схема № 3

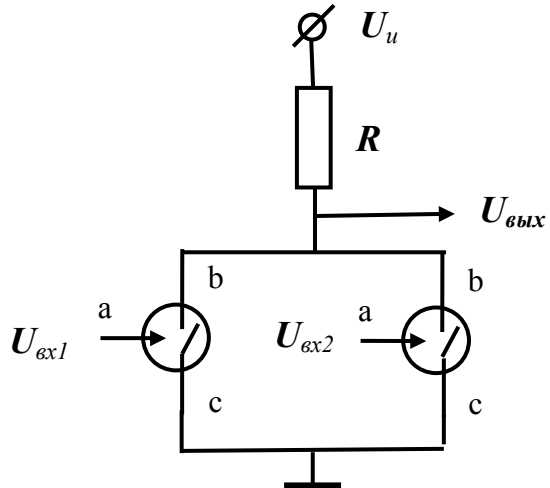


Схема № 4

Рис. 8.2. Схемы логических элементов

Для решения задачи необходимо рассмотреть все возможные комбинации напряжений входных сигналов и определить в соответствии со схемой логического элемента напряжение выходного сигнала. Для этого целесообразно составить таблицу напряжений (табл. 8.1). Затем следует перейти от напряжений к булевым переменным. Напряжение, соответствующее U_0 , заменяется логическим 0, а соответствующее U_1 – логической 1 (табл. 8.2).

По полученной таблице истинности следует определить логическую функцию $y = f(x_1, x_2)$ и, соответственно, тип логического элемента.

Таблица 8.1
Таблица входных и выходного напряжений

$U_{вх1}$	$U_{вх2}$	$U_{вых}$
U_0	U_0	
U_0	U_1	
U_1	U_0	
U_1	U_1	

Таблица 8.2
Таблица истинности логического элемента

$U_{вх1}$	$U_{вх2}$	$U_{вых}$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

В табл. 8.3 приведены таблицы истинности логических элементов.

Таблица 8.3

Таблица истинности логических элементов

0	X_2	Y	Y	Y	Y	Y	Y
0	0	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	0	0	1
Логическая функция	Конъюнкция	Инверсная конъюнкция	Дизъюнкция	Инверсная дизъюнкция	Неэквивалентность	Эквивалентность	
Логическая схема	И	И-НЕ	ИЛИ	ИЛИ-НЕ	Исключающее ИЛИ	Исключающее ИЛИ-НЕ	

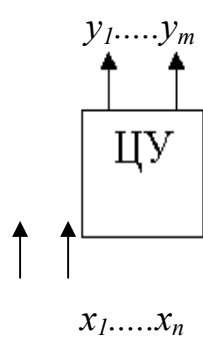
Контрольное задание выполнено.

9. ЦИФРОВЫЕ УСТРОЙСТВА

9.1. Теоретические сведения

9.1.1. Методы анализа и синтеза цифровых устройств

Рассмотрим цифровое устройство, которое имеет N -входов и M -выходов.



$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – входное слово,
 $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ – выходное слово,
 $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ – внутреннее слово.

Устройство называется *конечным автоматом без памяти*, или комбинационной схемой, если выходное слово и все внутренние состояния определяются только входным словом.

Цифровые устройства – это устройства, у которых все входные, выходные и внутренние состояния принимают значения из множества $[0; 1]$.

Функция алгебры логики – функция, которая задает однозначное отображение X в Y .

Для простоты будем рассматривать $m = 1$ (одновыходные).

Две функции алгебры логики (ФЛ)

$$f_1(x_1 \dots x_n) \text{ и } f_2(x_1 \dots x_n)$$

называют равными, если при всех наборах аргумента выполняется равенство:

$$f_1(x) = f_2(x).$$

Функция $f(x_1 \dots x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_n)$ существенно зависит от переменной x_i , если имеет место следующее соотношение:

$$f(x_1 \dots x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n) \neq f(x_1 \dots, 1, \dots)$$

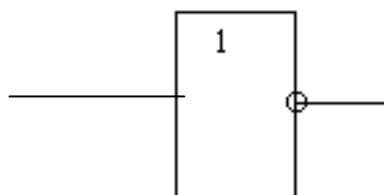
хотя бы для одного набора. В противном случае $f(x_i)$ зависит несущественно от x_i , а переменная x_i является фиктивным аргументом.

Элементарные функции алгебры логики:

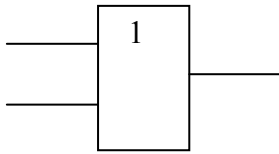
① Функция отрицания, инвертор – «НЕ».

$$y = \bar{x}$$

x	y
0	1
1	0



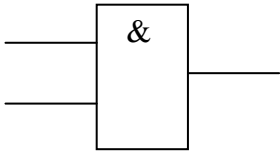
② y_2 – дизъюнкция (+).



$$y_2 = x_1 + x_2 = x_1 \vee x_2$$

«2 ИЛИ»

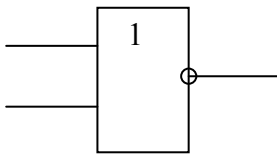
③ y_3 – конъюнкция (·).



$$y_3 = x_1 \& x_2 = x_1 \cdot x_2$$

«2 И»

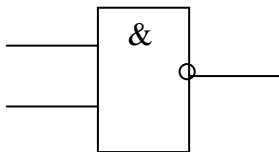
④ y_4 – функция Вебба.



$$y_4(x_1, x_2) = x_1 \bigcirc x_2 = \overline{x_1 \vee x_2} = \overline{x_1 + x_2}$$

«2ИЛИ – НЕ»

⑤ y_5 – функция Шеффера.



$$y_5(x_1, x_2) = x_1 / x_2 = \overline{x_1 \& x_2} = \overline{x_1 \cdot x_2}$$

«2И – НЕ»

Ниже приведены таблицы истинности базовых элементов (табл. 9.1.)

Таблица 9.1

Таблица истинности базисных элементов

x_1	x_2	y_2	y_3	y_4	y_5
0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0

Формулы Де Моргана:

$$\overline{x_1 \vee x_2 \vee \dots x_n} = \overline{x_1} \& \overline{x_2} \& \dots \overline{x_n} ;$$

$$\overline{x_1 \& x_2 \& \dots x_n} = \overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \dots \overline{x_n} .$$

Сочетательный закон:

$$x_1 \& (x_2 \& x_3) = (x_1 \& x_2) \& x_3;$$

$$x_1 \vee (x_2 \vee x_3) = (x_1 \vee x_2) \vee x_3.$$

Переместительный закон:

$$x_1 \& x_2 = x_2 \& x_1;$$

$$x_1 \vee x_2 = x_2 \vee x_1.$$

Распределительный закон:

$$x_1 \& (x_2 \vee x_3) = (x_1 \& x_2) \vee (x_1 \& x_3);$$

$$x_1 \vee (x_2 \& x_3) = (x_1 \vee x_2) \& (x_1 \vee x_3).$$

В соответствии с определением равных функций приведем доказательство последней формулы:

$x_1 x_2 x_3$	$x_2 \& x_3$	$x_1 \vee (x_2 \& x_3)$	$x_1 \vee x_2$	$x_1 \vee x_3$	$(x_1 \vee x_2) \& (x_1 \vee x_3)$
0 0 0	0	0	0	0	0
0 0 1	0	0	0	1	0
0 1 0	0	0	1	0	0
0 1 1	1	1	1	1	1
1 0 0	0	1	1	1	1
1 0 1	0	1	1	1	1
1 1 0	0	1	1	1	1
1 1 1	1	1	1	1	1

Простейшие соотношения:

$$\begin{cases} x \vee x = x; \\ x \& x = x; \end{cases} \quad \begin{cases} x \vee 1 = 1; \\ x \& 1 = x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \vee 0 = x; \\ x \& 0 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \vee \overline{x} = 1; \\ x \& \overline{x} = 0. \end{cases}$$

9.1.2 Методы минимизации функций алгебры логики

Рассмотрим один из способов перехода от табличного задания к аналитическому представлению функции. Алгоритм основан на формировании характеристической функции единицы.

$F_i(x)$ назовем характеристической функцией единицы.

$$F_i(x) = \begin{cases} 1, & \text{если номер входного набора равен } i; \\ 0 & \text{— в остальных случаях.} \end{cases}$$

Теорема.

Любая таблично заданная функция может быть задана в следующей аналитической форме:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = F_{i1} \vee F_{i2} \vee \dots \vee F_{ik} = \bigvee F_{ij}, \quad ij \in T_1,$$

где T_1 – множество наборов, на которых функция обращается в 1.

Введем обозначение x^α :

$$x^\alpha = \begin{cases} x, & \text{если } \alpha = 1; \\ \overline{x}, & \text{если } \alpha = 0. \end{cases}$$

Тогда любой входной набор можно представить обобщенной формулой (как конъюнкцию переменных $x_1...x_n$):

$$x_1^{\alpha_1} \& x_2^{\alpha_2} \& ... \& x_n^{\alpha_n}. \quad (9.1)$$

Выражение (9.1) обращается в 1, когда выполняется соотношение:

$$i = \alpha_1 2^{n-1} + \alpha_2 2^{n-2} + ... + \alpha_n 2^0 = x_1 2^{n-1} + x_2 2^{n-2} + ... + x_n 2^0.$$

Таким образом, выражение (9.1) удовлетворяет определению характеристической функции единицы. Следовательно, можно утверждать, что функция

$$Fi(x_1, x_2, ... x_n) = x_1^{\alpha_1} \& x_2^{\alpha_2} \& ... \& x_n^{\alpha_n} \quad (9.2)$$

является характеристической функцией единицы.

Следствие 1

Любая функция алгебры логики может быть представлена в форме

$$f(x_1, x_2, ... x_n) = \bigvee_1 x_1^{\alpha_1} \& x_2^{\alpha_2} \& ... \& x_n^{\alpha_n}, \quad (9.3)$$

причем дизъюнкция в правой части берется только по тем номерам наборов, на которых функция обращается в 1.

Очевидно, что представленный алгоритм эффективен только, когда количество единиц не больше количества нулей. В случае, когда количество нулей на выходе функции (y) в таблице истинности меньше количества единиц, более эффективным является другой алгоритм, основанный на следствии 2.

Следствие 2

Любая функция алгебры логики может быть представлена в форме

$$\overline{f(x_1, x_2, ... x_n)} = \bigvee_0 x_1^{\alpha_1} \& x_2^{\alpha_2} \& ... \& x_n^{\alpha_n}, \quad (9.4)$$

причем дизъюнкция в правой части берется только по тем номерам наборов, на которых функция обращается в 0.

Таким образом, по формуле (9.4) будет получено инверсное значение выходной функции. Для получения прямого значения достаточно инвертировать полученную формулу.

Рассмотрим простой пример. Пусть задана таблица истинности:

N	x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

В представленной таблице количество «0» на выходе (f) меньше количества «1». Поэтому в соответствии со следствием 2 получим сначала инверсное значение f :

$$\overline{f} = \overline{x_1 \& x_2 \& x_3} \vee \overline{x_1 \& x_2 \& x_3} \vee \overline{x_1 \& x_2 \& x_3} = \overline{x_1 \& x_2} \vee \overline{x_1 \& x_2} \& x_3.$$

Если возьмем инверсию от полученного выражения, получим прямую функцию:

$$f = \overline{\overline{x_2} \& (\overline{x_1} \vee x_1 \& x_3)}.$$

Таким образом, приведенное следствие позволяет уменьшить трудоемкость формирования функции алгебры логики.

Теперь рассмотрим методы минимизации функции алгебры логики.

9.1.3. Карты Карно

Карта Карно является графическим способом представления булевых функций нескольких переменных и получения минимизированных выражений, причем поглощения типа

$$a \vee a \& \overline{b} = a, \quad a \& \overline{b} \vee a \& b = a \quad \text{и} \quad a \vee \overline{a} \& b = a \vee b$$

графически легко различимы.

Таблицу истинности можно перестроить в таблицу, показанную на рис. 9.1, которая очень удобна для целей упрощения функций. Она называется *картой Карно двух переменных*. Каждая из четырех клеток соответствует одной из четырех комбинаций двух переменных. Аналогично, карта трех переменных имеет восемь клеток, как показано на рис. 9.2, а карта функций четырех переменных содержит шестнадцать клеток, как показано на рис. 9.3. Карты организованы таким образом, что соседние (по строке или по столбцу) клетки отличаются значением только одной переменной.

$x_1 x_2$	00	01	11	10

Рис. 9.1. Карта Карно для двух переменных

$x_1 x_2$	00	01	11	10
x_3				
0				
1				

Рис. 9.2. Карта Карно для трех переменных

$X_3 X_4$		00	01	11	10
$X_1 X_2$	00				
	01				
	11				
	10				

Рис. 9.3. Карта Карно для четырех переменных

Кроме того, в картах Карно предполагается, что противоположные концы каждой строки или столбца являются соседними.

Клетки, в которых записаны 1(0), будем называть единичными или Е (нулевыми или N) *клетками*. Каждой Е (N) клетке соответствует своя единичная (нулевая) характеристическая функция.

Две соседние, причем только вертикальные или горизонтальные, Е (N) клетки образуют *одномерный* Е (N) *куб*.

Четыре соседние Е (N) клетки образуют *двумерный* Е (N) *куб*.

Принцип минимизации Карно сводится к тому, что вместо двух или четырех характеристических функций для одномерного или двумерного куба, соответственно, нужно записать одну конъюнкцию только тех переменных, значения которых не изменяются во всех клетках данного куба.

На рис. 9.4 представлена карта Карно для четырех переменных, все клетки данной карты обозначены буквами русского алфавита.

$X_3 X_4$		00	01	11	10
$X_1 X_2$	00	а	д	к	о
	01	б	ж	л	п
	11	в	з	м	р
	10	г	и	н	с

Рис. 9.4. Карта Карно

Единицы (дальнейшие пояснения будем проводить для Е клеток, так как для нулевых N клеток все аналогично) в клетках, например, *а* и *б*; *д* и *ж*, образуют два Е куба. Е клетки *а* и *ж* или *л* и *о* не образуют кубов, поскольку не являются соседними.

Четыре единицы в клетках, например, $\partial, ж, к, л$ или $\partial, ж, з, и$, образуют двумерный Е куб. Кроме того, четыре Е клетки, например, $в, г, р, с$ или $\partial, к, и, н$, образуют двумерные кубы, так как вертикальные и горизонтальные границы являются соседними.

Пусть в данной карте записаны две единицы в клетках, обозначенных буквами $ж, з$. Эти клетки образуют одномерный Е куб, тогда функция может быть представлена следующим соотношением:

$$f = \bar{x}_1 \& x_2 \& \bar{x}_3 \& x_4 \vee \bar{x}_1 \& x_2 \& x_3 \& x_4 = \bar{x}_1 \& x_2 \& x_4.$$

Таким образом, вместо двух характеристических функций карты Карно дают одну конъюнкцию $\bar{x}_1 \& x_2 \& x_4$. Переменная x_3 отсутствует, поскольку она меняет свое значение с 0 на 1.

Пусть теперь заданы единицы в четырех клетках $ж, з, л, м$. Эти четыре Е клетки образуют двумерный Е куб, и вместо четырех характеристических функций единицы (средняя часть равенства) можем записать (правая часть равенства):

$$f = \bar{x}_1 \& x_2 \& \bar{x}_3 \& x_4 \vee \bar{x}_1 \& x_2 \& x_3 \& x_4 \vee x_1 \& x_2 \& \bar{x}_3 \& x_4 \vee x_1 \& x_2 \& x_3 \& x_4 = x_2 \& x_4.$$

Получили минимизированное представление функции f в виде конъюнкции переменных x_2 и x_4 , а переменные x_1 и x_3 отсутствуют, так как изменяют свое значение в клетках куба.

Рассмотрим пример, показанный на рис. 9.5. В левой части рис. 9.5 заданы три единицы, и они образуют два одномерных Е куба. Эти кубы обведены пунктиром.

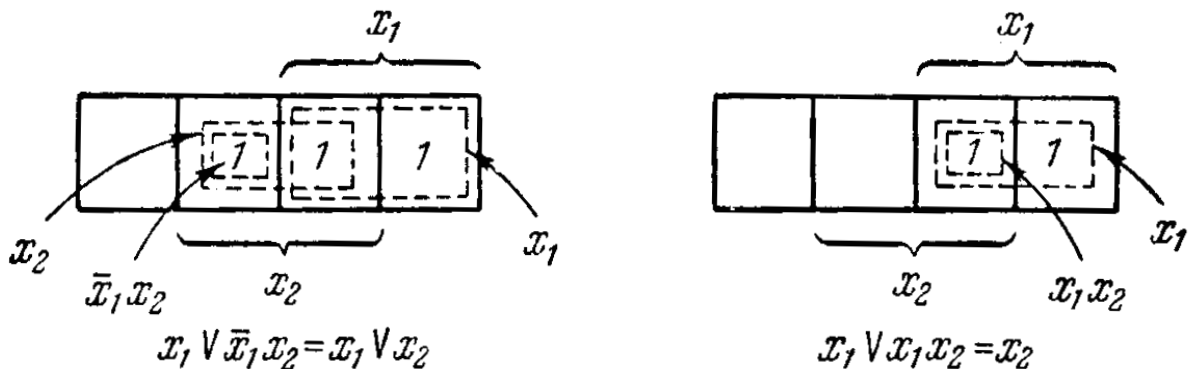


Рис. 9.5. Пример, иллюстрирующий правила образования единичных кубов

Поэтому можно записать

$$y_1 = x_1 \vee x_1 \& x_2 = x_1 \vee x_2.$$

Применяя следствие 2 в этом примере, можно получить соотношение:

$$\overline{y_1} = \overline{x_1} \& \overline{x_2}.$$

После чего, используя формулу Де Моргана, получим y_1 без инверсии. Оно будет полностью совпадать с полученным выше соотношением для y_1 .

В правой части рис. 9.5 заданы две единичные клетки, они образуют одномерный Е куб. В этом случае получим соотношение:

$$x_1 \vee x_1 \& x_2 = x_1.$$

Рассмотрим пример, на котором покажем, как от таблицы истинности перейти к картам Карно. В представленной ниже таблице, как и во всех картах Карно, в первой строке указаны значения переменных x_1x_2 , в первом столбце указано значение переменной x_3 .

Тогда значение выходной функции $f = 0$ для входного набора с номером «0» займет свое место в клетке, находящейся на пересечении второго столбца и второй строки, поскольку переменные x_1x_2 в этом наборе равны 0 и $x_3=0$.

У входного набора с номером два переменные $x_1x_2 = 00$, а $x_3 = 1$, поэтому значение выходной функции $f = 0$ записано в клетку на пересечении второго столбца и третьей строки. Для входного набора $N=3$ переменные $x_1x_2 = 01$, а $x_3 = 0$ и функция $f = 1$ отображена в клетке третьего столбца и второй строки. Аналогично располагаем остальные наборы.

	00	01	11	10
0	0	1a	1a	1b
1	0	1a	1a	0

Из полученной таблицы получим выражение для функции:

$$f = x_2 \vee x_1 \& \overline{x_3}. \quad (9.5)$$

Клетки, помеченные индексами «а», образуют двумерный Е куб, и вместо четырех конъюнкций в f записываются имена переменных, не изменяющих свое значение во всех четырех клетках, то есть x_2 .

Пара клеток с индексами «а» и «б» второй строки также образуют одномерный Е куб, и поэтому в f записывается конъюнкция переменной x_1 и инверсной переменной x_3 .

Можно получить выражение для функции \overline{f} по нулевым клеткам. Действительно, куб из вертикальных нулей даст конъюнкцию инверсных переменных x_1 и x_2 , а куб из горизонтальных нулей (границы таблиц считаются замкнутыми) даст произведение x_3 с инверсной x_2 . Поэтому

$$\overline{f} = \overline{x_1} \& \overline{x_2} \vee \overline{x_2} \& x_3. \quad (9.6)$$

Применяя к выведенному выражению (9.6) формулу Де Моргана и опуская очевидные соотношения, получим выражение (9.5).

9.2. Контрольное задание

Задача. По заданной таблице истинности (ТИ) разработать цифровое устройство (ЦУ). Для этого сформировать функцию алгебры логики (ДСНФ), минимизировав ее с помощью карт Карно. Синтезировать ЦУ по сформированной ДСНФ. Проверить работоспособность ЦУ на соответствие заданной ТИ.

9.3. Методические указания к выполнению задания

Пусть задана таблица истинности (ТИ).

x_1	x_2	x_3	x_4	y_{51}	ЦУ	№
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	2
0	0	1	1	0	0	3
0	1	0	0	0	0	4
0	1	0	1	0	0	5
0	1	1	0	1	1	6
0	1	1	1	0	0	7
1	0	0	0	0	0	8
1	0	0	1	0	0	9
1	0	1	0	1	1	10
1	0	1	1	1	1	11
1	1	0	0	0	0	12
1	1	0	1	0	0	13
1	1	1	0	1	1	14
1	1	1	1	1	1	15

Заполним карту Карно по данной ТИ.

	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1 а	1 а
10	0	1 б	1 в	1 а

Из карты Карно видно, что клетки *a* и *в* образуют двумерный куб, а клетки *б* и *в* – одномерный куб.

Формируем ДСНФ по найденным кубам:

$$y_{51} = x_1 \& x_3 \vee x_2 \& x_3 \overline{x_4} = x_3 \& (x_1 \vee x_2 \overline{x_4}). \quad (9.7)$$

По полученной функции синтезируем ЦУ (рис. 9.6).

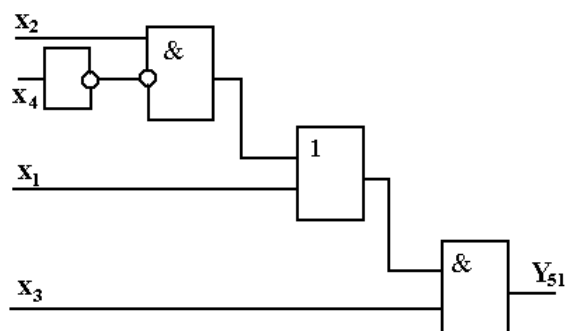


Рис. 9.6. Синтезированное ЦУ

Для синтезированного ЦУ строим таблицу истинности и сравниваем ее с заданной. Из полученной ДСНФ видно, что если $x_3 = 0$, то $y_{51} = 0$. Поэтому в столбце ЦУ в строках с номерами 0, 1, 4, 5, 8, 9, 12, 13 запишем 0.

Если $x_2 = 0$, то второе слагаемое в скобках в (9.7) равно нулю и при $x_1 = 0$ вся функция (9.7) равна нулю. Поэтому в столбце ЦУ в строках с номерами 2 и 3 запишем 0. Кроме того, если $x_4 = 0$ и $x_1 = 0$ функция (9.7) также равна нулю, следовательно, появляется 0 в строке 7. Для остальных наборов на выходе будут сформированы 1. Сравнивая столбцы ЦУ и y_{51} , получаем полное совпадение, что и требовалось доказать, то есть разработанное ЦУ соответствует заданной ТИ.

Контрольное задание выполнено.



10. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

10.1. Контрольное задание

Задача. Дана электрическая цепь, в которой происходит коммутация. Требуется определить закон изменения во времени тока после коммутации в одной из ветвей схемы или напряжение на каком-либо элементе или между заданными точками схемы.

Задачу следует решать двумя методами: классическим и операторным. На основании полученного аналитического выражения требуется построить график изменения искомой величины в функции времени в интервале от $t = 0$ до $t = 3/|p|_{\min}$, где $|p|_{\min}$ – меньший по модулю корень характеристического уравнения.

10.2. Методические указания к выполнению задания

Методику расчета переходных процессов рассмотрим на примере электрической схемы, изображенной на рис.10.1. Параметры схемы: $E = 200 \text{ В}$; $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = 50 \text{ Ом}$; $R_4 = 30 \text{ Ом}$; $L = 1 \text{ мГн} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$; $C = 10 \text{ мкФ} = 10^{-5} \text{ Ф}$. Определить $i_2(t)$.

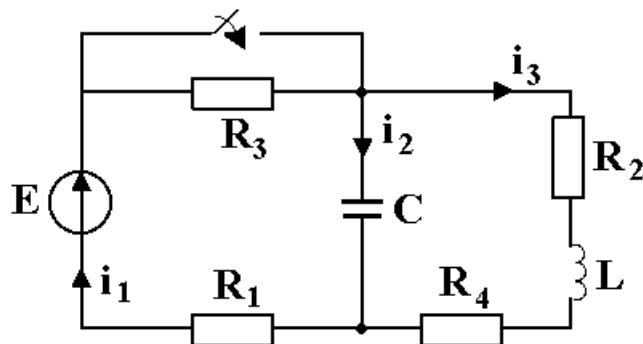


Рис. 10.1. Электрическая схема

Классический метод расчета переходных процессов основан на теории линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Расчет будем проводить в следующей последовательности.

1. Искомый i_2 ток является общим решением неоднородного дифференциального уравнения, описывающего процессы в схеме после коммутации:

$$i_2 = i_{2св} + i_{2нр},$$

где $i_{2св}$ – ток свободного режима работы схемы в отсутствие источников, являющийся общим решением соответствующего однородного дифферен-

циального уравнения; i_{2np} – ток принужденного (установившегося) режима работы схемы, являющийся частным решением неоднородного дифференциального уравнения.

2. Принужденный ток i_{2np} схемы находится путем расчета цепи в установившемся режиме после коммутации.

В данном случае это цепь постоянного тока, поэтому $i_{2np} = 0$ (ток через емкостной элемент равен нулю).

3. Первый $i_L(0+) = i_L(0-)$ и второй $u_c(0+) = u_c(0-)$ законы коммутации являются независимыми начальными условиями.

Они используются при необходимости для нахождения зависимых начальных условий: начальных значений для других токов и напряжений в электрической цепи.

В данной схеме до коммутации имеем:

$$i_3(-0) = i_3(0+) = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{200}{100} = 2 \text{ A};$$

$$u_c(-0) = u_c(0+) = i_3(0)(R_2 + R_4) = 2 \cdot 40 = 80 \text{ В}.$$

4. Характеристическое уравнение однородного дифференциального уравнения переходного процесса получим методом комплексного входного сопротивления.

Для этого разорвем ветвь с источником ЭДС (можно любую ветвь) и вычислим входное сопротивление относительно точек разрыва, заменив $j\omega$ на p .

$$z_{вх}(p) = R_1 + \frac{\frac{1}{pc}(R_2 + R_4 + pL)}{\frac{1}{pc} + R_2 + R_4 + pL}.$$

Приравняв $z_{вх}(p) = 0$, получим характеристическое уравнение:

$$R_1 \left(\frac{1}{pc} + R_2 + R_4 + pL \right) + \frac{1}{pc} (R_2 + R_4 + pL) = 0.$$

Преобразовав и подставив численные значения, получим квадратное уравнение

$$10^{-7} p^2 + 5 \cdot 10^{-3} p + 50 = 0,$$

корни которого $p_1 = -1,388 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ и $p_2 = -3,615 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ – действительные и разные.

5. Свободная составляющая тока при действительных различных корнях имеет вид

$$i_{2св} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

Примечание.

1. При действительных равных корнях характеристического уравнения $p_1 = p_2 = p$ свободная составляющая тока имеет вид

$$i_{2св} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 t e^{p_2 t}.$$

2. При комплексных корнях $p_1 = \delta + j\omega$ и $p_2 = \delta - j\omega$ свободная составляющая тока имеет вид

$$i_{2св} = A e^{-\delta t} \sin (\omega t + \psi).$$

Здесь A и ψ – постоянные интегрирования; ω – частота свободных колебаний; δ – коэффициент затухания.

6. Искомое решение с учетом $i_{2np} = 0$ принимает следующий вид:

$$i_2(t) = i_{2св} + i_{2np} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

7. Для нахождения постоянных интегрирования A_1 и A_2 определим зависимые начальные условия $i_2(0)$ и $di_2(0)/dt$ при $t=0$. С этой целью запишем систему уравнений Кирхгофа для схемы после коммутации

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_3; \\ E &= i_1 R_1 + u_c; \\ u_c &= i_3 (R_2 + R_4) + L \frac{di_3}{dt}. \end{aligned}$$

При $t = 0$ уравнения Кирхгофа примут вид

$$\begin{aligned} i_1(0) &= i_2(0) + i_3(0); \\ E &= i_1(0) R_1 + u_c(0); \\ u_c(0) &= i_3(0) (R_2 + R_4) + L \frac{di_3(0)}{dt}. \end{aligned}$$

С учетом независимых начальных условий $i_3(0) = 2 \text{ A}$ и $u_c(0) = 80 \text{ В}$ эта система представляет собой систему трех алгебраических уравнений с тремя неизвестными. После ее решения находим

$$i_1(0) = 12 \text{ A}; \quad i_2(0) = 10 \text{ A}; \quad \frac{di_3(0)}{dt} = 0 \frac{\text{A}}{\text{с}}.$$

Для нахождения $di_2(0)/dt$ продифференцируем первое и второе уравнения в системе уравнений Кирхгофа и подставим $t = 0$.

$$\begin{aligned} \frac{di_1(0)}{dt} &= \frac{di_2(0)}{dt} + \frac{di_3(0)}{dt}; \\ 0 &= \frac{di_1(0)}{dt} \cdot 10 + \frac{du_c(0)}{dt}. \end{aligned}$$

Так как $c \frac{du_c(0)}{dt} = i_2(0)$, то $\frac{du_c(0)}{dt} = 10^6 \frac{B}{c}$.

Далее из 2-го уравнения получим

$$\frac{di_1(0)}{dt} = -\frac{du_c(0)}{dt} \frac{1}{10} = -10^5 \frac{A}{c}.$$

Из 1-го уравнения определим второе зависимое начальное условие

$$\frac{di_2(0)}{dt} = \frac{di_1(0)}{dt} = -10^5 \frac{A}{c}.$$

8. Для нахождения постоянных интегрирования продифференцируем уравнение $i_2(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$ и получим второе уравнение

$$di_2(t)/dt = p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t}.$$

При $t = 0$ с учетом начальных условий получим систему уравнений для постоянных интегрирования

$$\begin{aligned} i_2(0) &= A_1 + A_2 = 10; \\ \frac{di_2(0)}{dt} &= p_1 A_1 + p_2 A_2 = -10^5. \end{aligned}$$

Решая ее, находим постоянные интегрирования $A_1 = 11,742$; $A_2 = -1,742$.

9. Искомое решение имеет вид

$$i_2(t) = 11,742 e^{-1,388 \cdot 10^4 t} - 1,742 e^{-3,615 \cdot 10^4 t} A.$$

10. Построим кривую $i_2(t)$, с учетом того, что постоянная времени $\tau = \frac{1}{|p_1|}$ (табл. 10.1, рис. 10.2).

Таблица 10.1

Результаты расчета тока $i_2(t)$				
t, c i_2, A	0	$\tau = \frac{1}{ p_1 } =$ $0,72 \cdot 10^{-4} c$	$2\tau = \frac{2}{ p_1 } =$ $1,42 \cdot 10^{-4} c$	$3\tau = \frac{3}{ p_1 } =$ $2,16 \cdot 10^{-4} c$
$p_1 t$	0	-1	-2	-3
$e^{p_1 t}$	1	0,367	0,135	0,05
$A_1 e^{p_1 t}$	11,742	4,3	1,585	0,587
$p_2 t$	0	-2,6	-5,2	-7,8
$e^{p_2 t}$	1	0,074	$5,5 \cdot 10^{-3}$	$4,1 \cdot 10^{-4}$
$A_2 e^{p_2 t}$	1,742	0,129	$9,581 \cdot 10^{-3}$	$7,14 \cdot 10^{-4}$
i_2	10	4,171	1,585	0,587

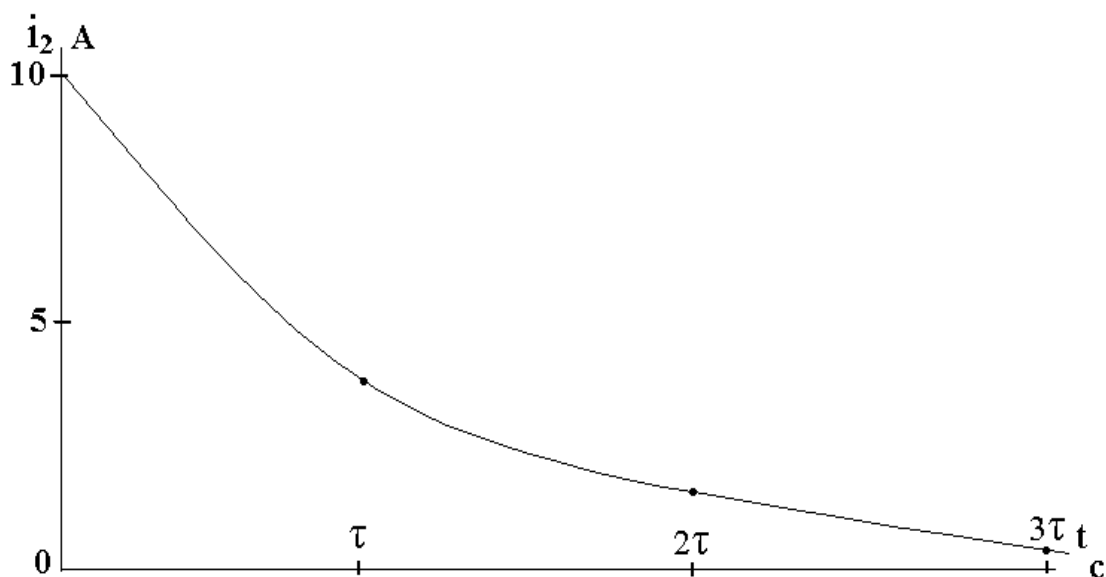


Рис. 10.2. График тока $i_2(t)$

Операторный метод расчета переходных процессов базируется на операционном исчислении, в основе которого лежит преобразование Лапласа.

Расчет будем проводить в следующей последовательности.

1. Заданная схема электрической цепи после коммутации (рис. 10.1) преобразуется в эквивалентную операторную схему, рис. 10.3. Операторная схема для индуктивного элемента L содержит операторное сопротивление pL и источник с ЭДС $Li_L(0)$, направленный по току i_L , а операторная схема для емкостного элемента C содержит сопротивление $\frac{1}{pC}$ и источник постоянной ЭДС $\frac{u_c(0)}{p}$, направленный навстречу току i_C .

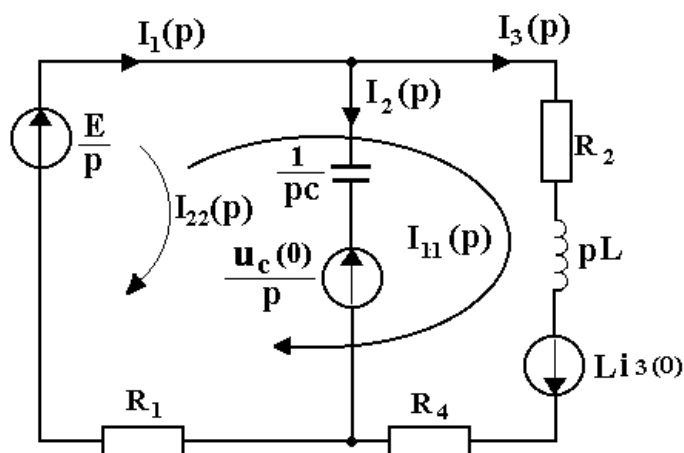


Рис. 10.3. Операторная схема

2. Осуществим расчет операторной схемы любым из известных методов, например, методом контурных токов. Система уравнений по методу контурных токов:

$$I_{11}(p) (R_1 + R_2 + R_4 + pL) + I_{22}(p) R_1 = \frac{E}{p} + Li_3(0);$$

$$I_{11}R_1 + I_{22}(p)(R_1 + \frac{1}{pC}) = \frac{E}{p} - \frac{u_c(0)}{p}.$$

Подставим числовые значения параметров элементов схемы с учетом того, что до коммутации в индуктивном элементе $i_3(0) = 2A$, а в емкостном элементе $u_c(0) = 80B$. Решив систему относительно $I_{22}(p)$, получим

$$I_{22}(p) = \frac{4 \cdot 10^{-2} + 10^{-6} p}{10^{-7} p^2 + 5 \cdot 10^{-3} p + 50} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)};$$

причем

$$I_{22}(p) = I_2(p).$$

3. Перейдем от изображения $I_2(p)$ к оригиналу $i_2(t)$ с помощью теоремы разложения:

$$I_2(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)};$$

$$i_2(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} e^{p_2 t}.$$

Определим производную $F_2'(p) = 10^{-7} p^2 + 5 \cdot 10^{-3} p + 50$:

$$F_2'(p) = 2 p \cdot 10^{-7} + 5 \cdot 10^{-3}.$$

Корни характеристического уравнения получим, приравняв $F_2(p) = 0$.

$$p_1 = -1,388 \cdot 10^4 c^{-1}; p_2 = -3,615 \cdot 10^4 c^{-1}.$$

Вычислим

$$F_2'(p_1) = 2 (-1,388 \cdot 10^4) \cdot 10^{-7} + 5 \cdot 10^{-3} = 2,224 \cdot 10^{-3};$$

$$F_1(p_1) = 4 \cdot 10^{-2} + 10^{-6} (-1,388 \cdot 10^4) = 2,612 \cdot 10^{-2};$$

$$F_2'(p_2) = -2,23 \cdot 10^{-3}; \quad F_1(p_2) = 0,385 \cdot 10^{-2}.$$

Оригинал $i_2(t)$:

$$i_2(t) = \frac{2,612 \cdot 10^{-2}}{2,224 \cdot 10^{-3}} e^{p_1 t} + \frac{0,385 \cdot 10^{-2}}{-2,23 \cdot 10^{-3}} e^{p_2 t} = 11,74 e^{-1,388 \cdot 10^4 t} - 1,73 e^{-3,615 \cdot 10^4 t} A.$$

Таким образом, искомый ток описывается следующим выражением:

$$i_2(t) = 11,74 e^{-1,388 \cdot 10^4 t} - 1,73 e^{-3,615 \cdot 10^4 t} A,$$

которое совпадает с полученным ранее классическим методом.

Контрольное задание выполнено.



11. ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

11.1. Линейные цепи постоянного тока

Задача. Для заданной электрической схемы и значений параметров ее элементов (табл. 11.1) выполнить следующее:

1. Составить на основании законов Кирхгофа систему уравнений для расчета токов во всех ветвях схемы. Систему не решать.
2. Определить токи во всех ветвях схемы методом контурных токов (МКТ).
3. Определить токи во всех ветвях схемы методом узловых потенциалов (МУП).
4. Результаты расчета токов, проведенного двумя методами, свести в таблицу и сравнить между собой.
5. Составить баланс мощностей в исходной схеме (схеме с источником тока), вычислив суммарную мощность источников и суммарную мощность нагрузок (сопротивлений).
6. Определить ток I_I в заданной схеме с источником тока, используя метод эквивалентного генератора.
7. Начертить потенциальную диаграмму для любого замкнутого контура, включающего обе ЭДС.

Таблица 11.1

№ вар.	Рис.	Варианты задания											
		R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	E_1	E_2	E_3	J_1	J_2	J_3
		O_m						B			A		
0	11.5	20	8	3	12	17	30	—	24	30	—	0,8	0
1	11.6	12	15	9	30	32	10	50	—	30	1	—	0
2	11.14	6	200	14	15	8	36	—	32	15	—	0,4	0
3	11.8	18	53	33	10	15	20	—	51	18	—	0,4	0
4	11.9	6	17	7	20	11	15	50	15	—	2	0	—
5	11.15	8	15	18	10	12	24	—	30	38	—	0,5	0
6	11.16	20	60	90	100	165	60	26	38	—	0,1	0	—
7	11.7	83	120	150	60	105	200	—	50	23	—	0,1	0
8	11.19	10	18	6	15	22	20	—	48	15	—	1	0
9	11.20	165	90	68	20	120	100	54	21	—	0,1	0	—
10	11.3	30	120	150	60	225	60	—	210	375	—	0,5	0
11	11.4	23	18	15	12	12	10	24	30	—	0,2	0	—
12	11.12	6	10,5	15	5	30	30	—	51	30	—	2	0
13	11.10	14	30	24	20	45	32	—	75	27	—	1	0
14	11.11	6	3	5	4	5	2	—	6	15	—	0,4	0
15	11.1	6	12	9	5	20	16	—	69	22	—	2	0
16	11.2	15	27	8	16	12	14	—	44	52	—	0,5	0
17	11.17	45	60	33	30	21	20	—	50	20	—	0,3	0
18	11.18	8	10	15	5	224	42	30	—	45	1	—	0
19	11.13	9	7	12	20	10	12	—	45	33	—	2	0

№ вар.	Рис.	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	E_1	E_2	E_3	J_1	J_2	J_3
		$Ом$						$В$			$А$		
20	11.5	7	3	1	4	6	10	—	7	10	—	0,4	0
21	11.1	2	4	3	2	7	7	—	19	74	—	1	0
22	11.3	10	40	50	40	75	20	—	66	125	—	0,4	0
23	11.11	8	3	4	4	5	3	—	8	15	—	0,5	0
24	11.16	220	70	100	200	210	80	24	60	—	0	0,2	—
25	11.1	11	10	8	10	28	20	—	50	40	—	0	0,5
26	11.15	4	6	8	2	6	8	—	10	8	—	0,3	0
27	11.7	28	40	50	12	35	70	—	19	8	—	0,2	0
28	11.20	55	30	22	30	40	50	16	7	—	0,1	0	—
29	11.19	4	6	2	3	8	10	—	13	5	—	0,5	0
30	11.17	15	20	11	5	7	8	—	16	8	—	0,2	0
31	11.8	7	6	5	5	4	3	9	10	—	0,4	0	—
32	11.14	6	18	11	2	5	10	—	14	6	—	0,2	0
33	11.12	2	4	5	5	10	4	—	13	10	—	1	0
34	11.9	2	6	3	6	4	5	15	14	—	1	0	—
35	11.10	5	10	8	20	15	12	—	20	9	—	0,5	—
36	11.15	3	5	6	2	4	8	—	9	12	—	0,3	0
37	11.18	2	4	5	2	8	14	8	—	15	0,2	—	0
38	11.6	4	5	3	12	11	9	14	—	10	0,5	—	0
39	11.11	26	10	18	14	20	9	—	20	96	—	0	2
40	11.5	26	10	4	12	20	40	—	24	48	—	0	2
41	11.1	8	16	12	10	26	22	—	60	36	—	0	0,5
42	11.3	40	160	200	120	300	80	—	200	800	—	0	1,5
43	11.2	30	36	10	8	16	18	—	40	100	—	0	3
44	11.14	8	26	18	17	10	20	—	32	29	—	0	0,5
45	11.16	250	80	120	200	220	90	24	66	—	0	0,2	—
46	11.13	10	10	16	25	14	15	—	40	76	—	0	2
47	11.7	110	170	200	80	140	360	—	50	38	—	0	0,1
48	11.20	240	120	90	150	160	100	50	34	—	0	0,1	—
49	11.19	14	24	8	11	30	25	—	40	30	—	0	1

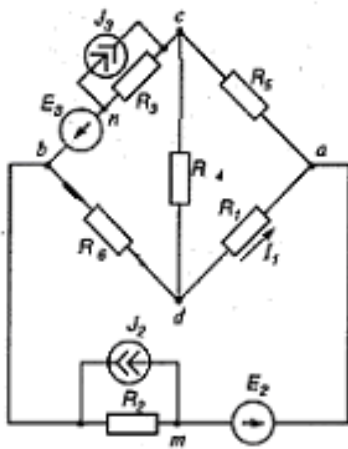


Рис. 11.1

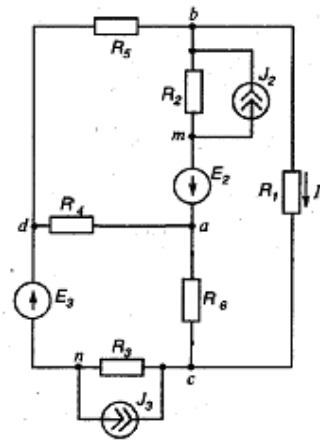


Рис. 11.2

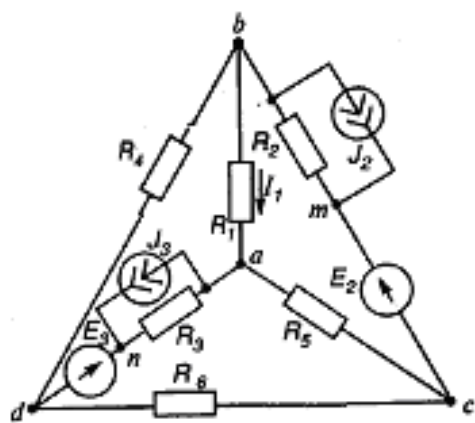


Рис. 11.3

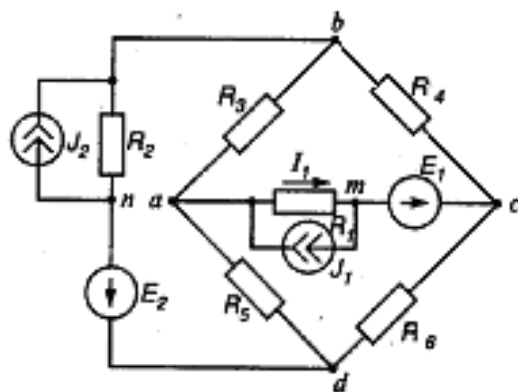


Рис. 11.4

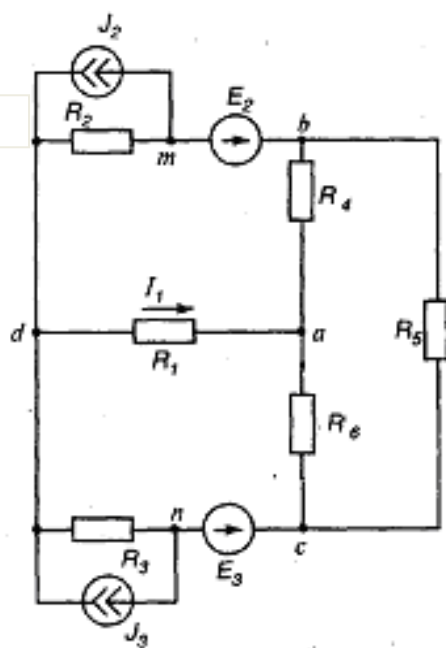


Рис. 11.5

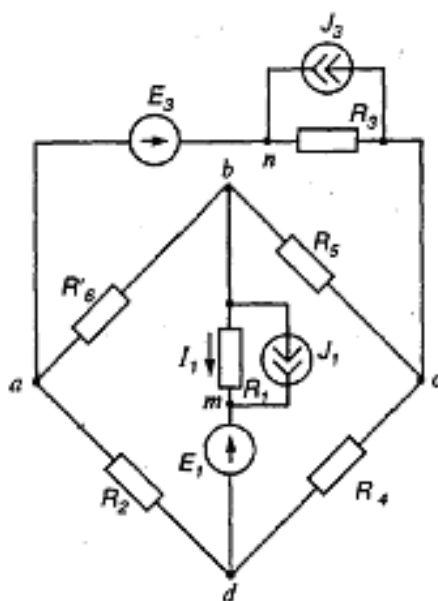


Рис. 11.6

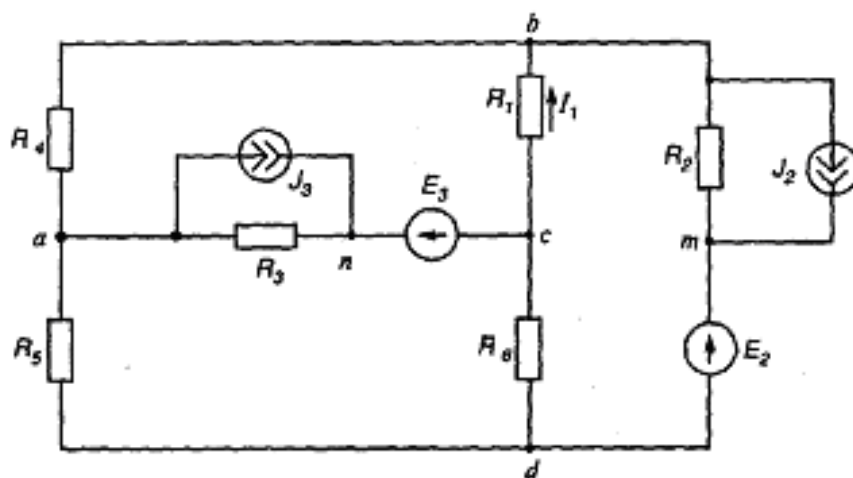


Рис. 11.7

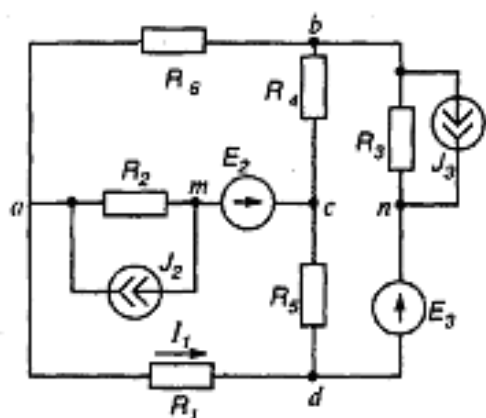


Рис. 11.8

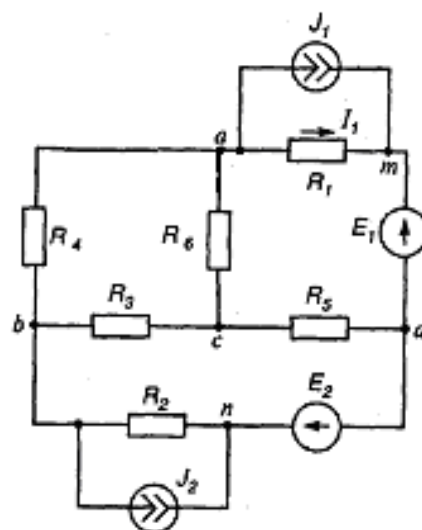


Рис. 11.9

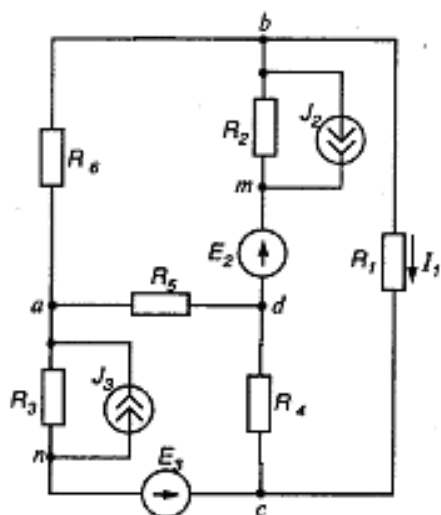


Рис. 11.10

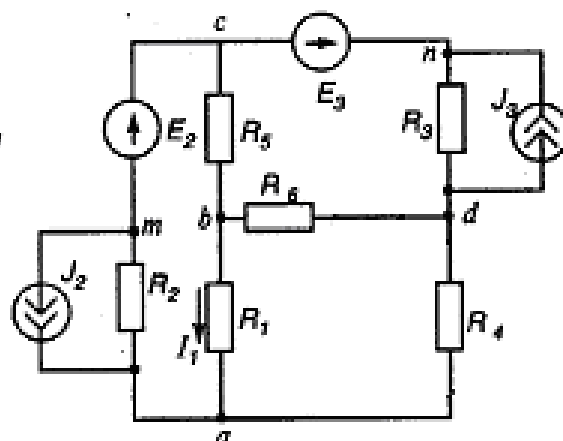


Рис. 11.11

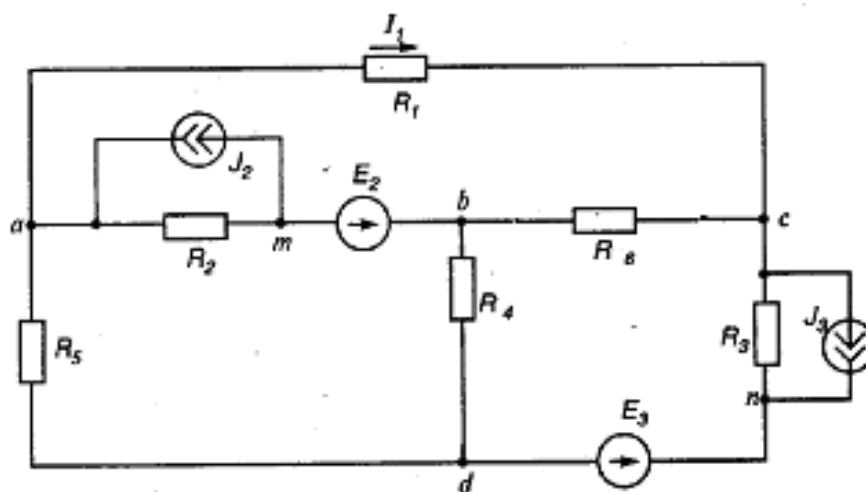


Рис. 11.12

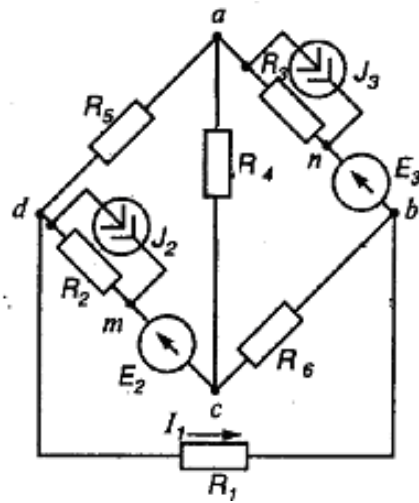


Рис. 11.13

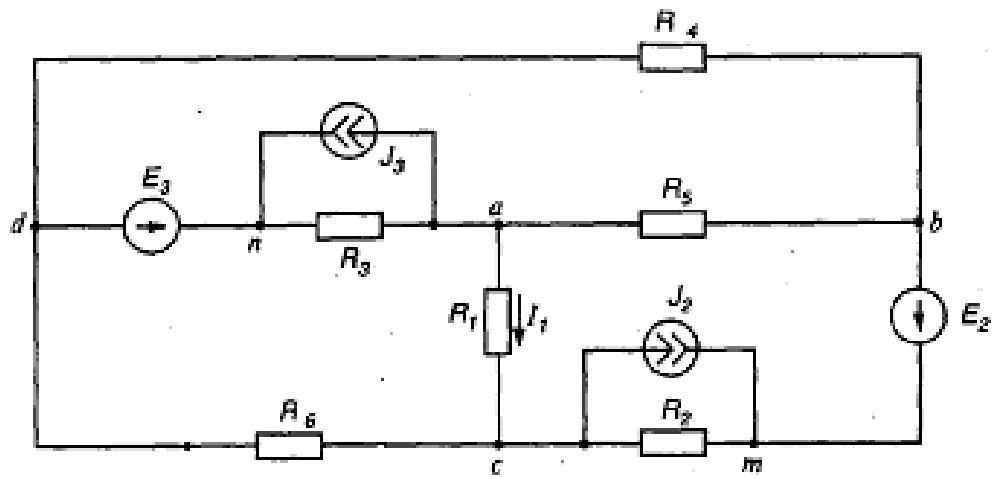


Рис. 11.14

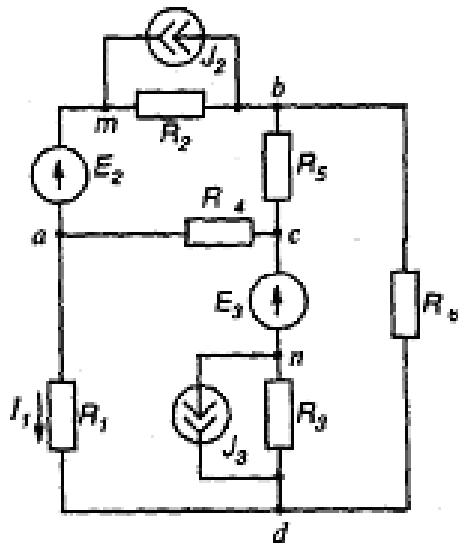


Рис. 11.15

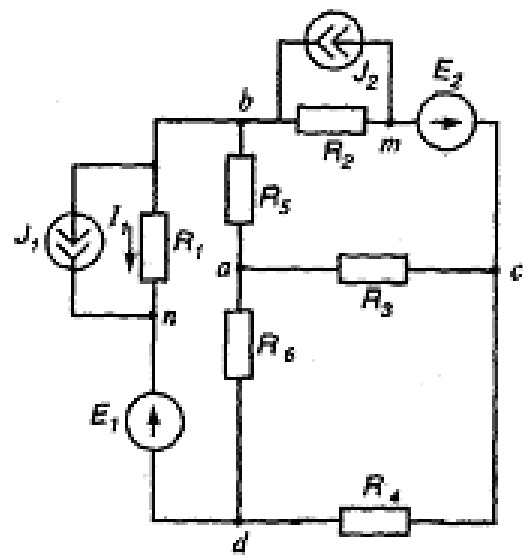


Рис. 11.16

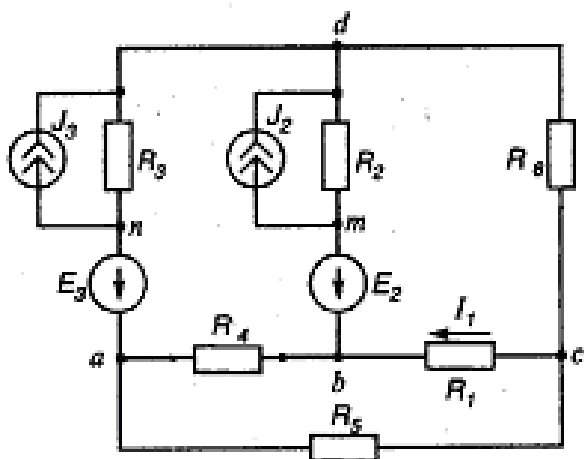


Рис. 11.17

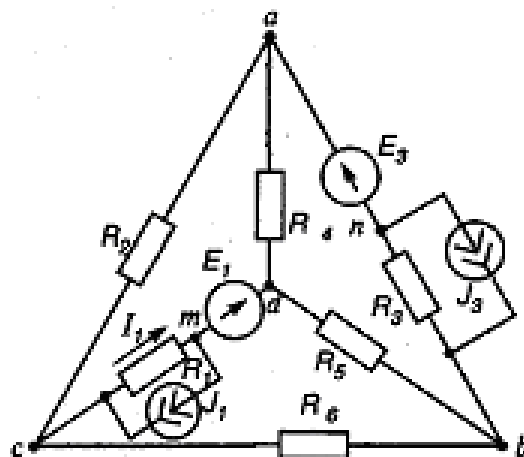


Рис. 11.18

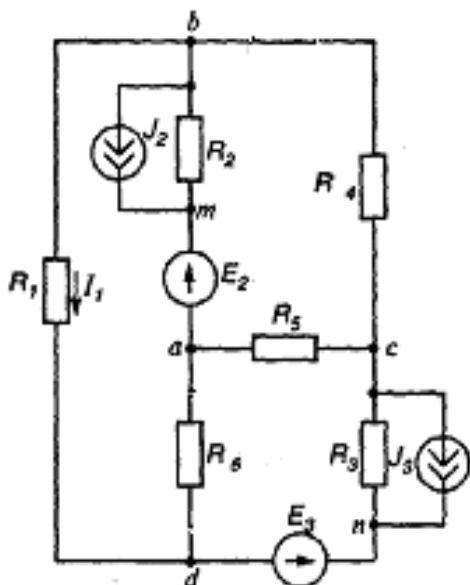


Рис. 11.19

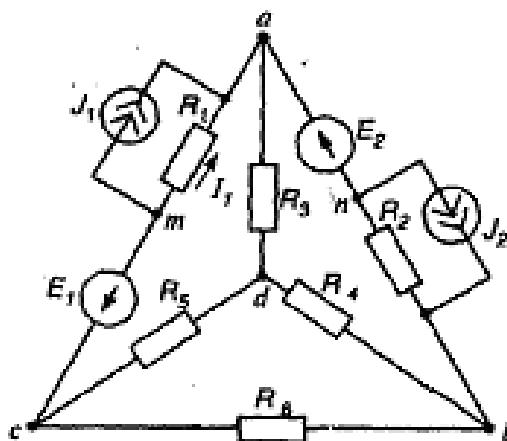


Рис. 11.20

11.2. Электрические цепи синусоидального тока

Задача. Для заданной электрической схемы и значений параметров ее элементов (табл. 11.2) выполнить следующее:

1. На основании законов Кирхгофа составить в общем виде систему уравнений для расчета токов во всех ветвях цепи, записав ее в двух формах: а) дифференциальной; б) символической.

2. Определить комплексы действующих значений токов во всех ветвях, воспользовавшись одним из методов расчета линейных электрических цепей.

3. По результатам, полученным в п. 2, определить показания ваттметра двумя способами: а) с помощью выражения для комплексов тока и напряжения на ваттметре; б) по формуле $UI \cos \varphi$. С помощью векторной диаграммы тока и напряжения, на которые реагирует ваттметр, пояснить определение угла $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$.

4. Составить баланс активных и реактивных мощностей.

5. Построить топографическую диаграмму, совмещенную с векторной диаграммой токов. При этом потенциал точки a , указанной на схеме, принять равным нулю.

6. Используя данные расчетов, полученных в п. 2, записать выражение для мгновенного значения тока i_l .

Таблица 11.2

Варианты задания

№ ва р.	Рис.	L_1	L_2	L_3	C_1	C_2	C_3	$R_{1,2,3}$	f	E_{m1}	φ_1	E_{m2}	φ_2	E_{m3}	φ_3
		мГн			мкФ			Ом	Гц	В	°	В	°	В	°
0	11.27	—	2	—	—	∞	4	20	1100	100	0	—	—	50	-90
1	11.28	—	5	50	1	8	0,4	25	800	500	-90	—	—	700	180
2	11.33	40	—	22	36	—	26	25	150	70	-100	104	320	—	—
3	11.34	1	—	3	1	—	3	65	2600	100	-80	—	—	200	-60
4	11.37	160	20	—	0,5	6	—	100	500	100	-90	—	—	140	90
5	11.38	—	—	32	2	—	1	100	1000	—	—	150	45	140	-45
6	11.21	2	—	—	∞	0,6	—	10	5000	200	-90	280	0	—	—
7	11.22	1,4	—	5,5	3	—	∞	65	700	100	0	—	—	280	150
8	11.29	6	—	0	0,8	—	0,4	100	4000	170	180	200	90	—	—
9	11.30	1,27	0,8	—	—	6,4	—	25	1000	60	20	—	—	85	-10
10	11.23	15,9	4	—	—	1,2	—	100	1000	160	180	120	45	—	—
11	11.24	0	32	58	∞	—	18	60	300	—	—	720	-127	700	-53
12	11.39	—	—	2,6	1,3	—	8,8	65	2000	150	-105	—	—	280	200
13	11.40	—	4,2	2	—	0,8	0,7	17	3000	125	-22	—	—	60	-235
14	11.35	—	6,4	—	10	∞	—	10	500	90	-330	180	270	—	—
15	11.36	—	160	25	—	0,5	6,6	100	500	120	90	—	—	140	0
16	11.31	—	6,8	—	—	0,9	0,5	100	3500	170	-270	170	180	—	—
17	11.32	32	36	0	4	2	∞	70	400	140	-300	160	0	—	—
18	11.25	—	1	2,5	—	—	1,4	17	1800	100	355	—	—	60	-40
19	11.26	1,3	3,2	—	—	4	—	25	1000	90	180	—	—	85	-30
20	11.27	—	3,5	—	—	12	4,1	17	1100	120	0	—	—	56	-35
21	11.28	—	20	200	4	32	1,6	25	200	600	0	—	—	705	-180
22	11.33	10	—	6	9	—	7	25	600	71	-13	144	-43	—	—
23	11.34	2	—	5	1,5	—	6,5	65	1300	40	10	—	—	282	-40
24	11.37	106	41	—	1,8	11	—	100	300	40	-180	—	—	141	-270
25	11.38	—	—	32	3	—	∞	100	500	—	—	120	-270	169	-180
26	11.21	4,8	—	—	2,5	1,1	—	10	2500	190	180	280	0	—	—
27	11.22	0,7	—	2,7	1,6	—	∞	65	1400	140	0	—	—	300	45
28	11.29	6	—	4	0,8	—	0,2	100	4100	170	0	170	90	—	—
29	11.30	0,7	0,4	—	—	3,2	—	25	2000	30	20	—	—	85	-190
30	11.23	10	2,5	—	—	0,8	—	100	1590	170	-180	130	90	—	—
31	11.24	0	16	29	∞	—	9	60	600	—	—	700	-127	700	-53
32	11.39	—	—	6,4	2,5	—	10	65	1000	140	-120	—	—	282	-335
33	11.40	—	17	7,7	—	3,2	3	17	750	110	158	—	—	56	-57
34	11.35	—	5,3	—	8,8	∞	—	10	600	80	200	220	45	—	—

№ вар.	Рис.	L_1	L_2	L_3	C_1	C_2	C_3	$R_{1,2,3}$	f	E_{m1}	φ_1	E_{m2}	φ_2	E_{m3}	φ_3
		мГн			мкФ			Ом	Гц	В	°	В	°	В	°
35	11.36	—	66	10	—	0,2	2,8	100	1200	40	-90	—	—	180	0
36	11.31	—	14	—	—	1,8	1	100	1750	130	-90	240	-135	—	—
37	11.32	8	9	7	1	0,5	1,4	70	1600	141	-300	140	180	—	—
38	11.25	—	2,1	5	—	—	2,8	17	900	60	175	—	—	56	-130
39	11.26	2,1	0	—	—	13	—	25	600	70	0	—	—	85	150
40	11.27	—	7	—	—	24	8,2	17	550	50	0	—	—	57	-35
41	11.28	—	0	50	1	∞	0,4	25	800	560	0	—	—	705	-180
42	11.33	20	—	0	18	—	27	25	300	71	167	80	-43	—	—
43	11.34	2	—	5,3	1,5	—	6,5	65	1300	20	-90	—	—	282	-40
44	11.37	16	25	—	2,1	6,6	—	100	500	20	180	—	—	141	180
45	11.38	—	—	64	3	—	3	100	500	—	—	110	90	169	-180
46	11.21	1,6	—	—	∞	0,5	—	10	5000	80	180	280	180	—	—
47	11.22	0,7	—	5,5	1,6	—	4,7	65	1400	40	180	—	—	280	310
48	11.29	12	—	8	1,6	—	0,4	100	2000	169	-180	170	-90	—	—
49	11.30	0,7	2,4	—	—	1,6	—	25	2000	10	20	—	—	90	30

В табл. 11.2 приведены амплитудные значения и начальные фазы в градусах источников ЭДС E_{mi} и φ_i . Мгновенное значение ЭДС

$$e_i = E_{mi} \sin(\omega t + \varphi_i).$$

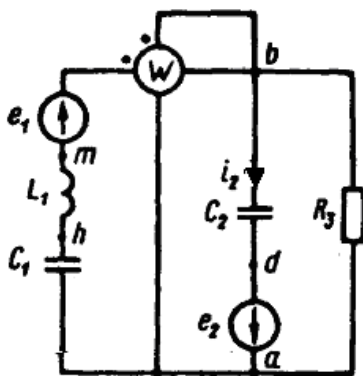


Рис. 11.21

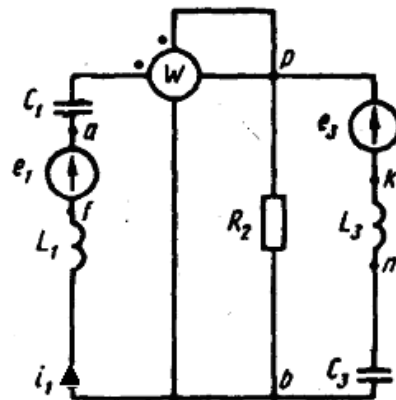


Рис. 11.22

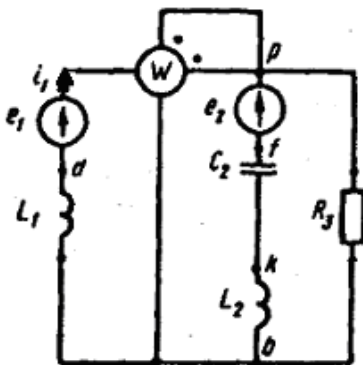


Рис. 11.23

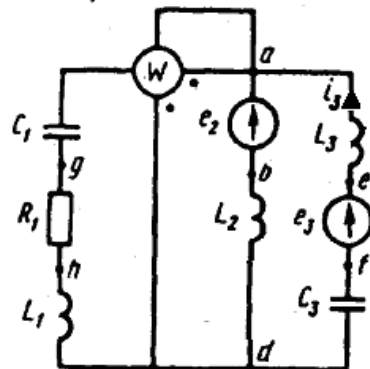


Рис. 11.24

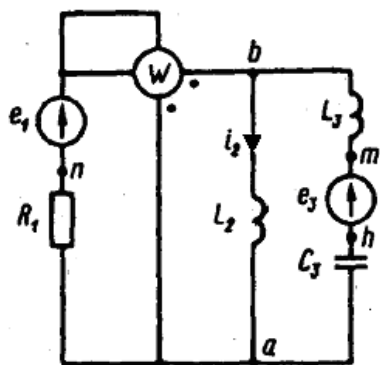


Рис. 11.25

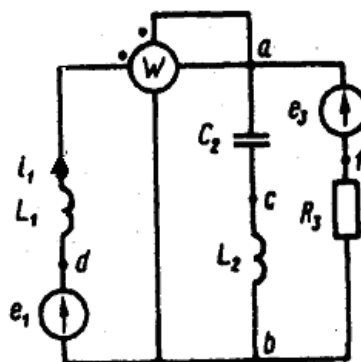


Рис. 11.26

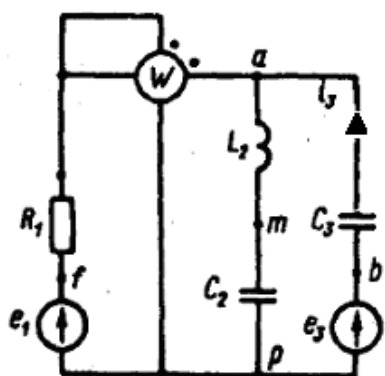


Рис. 11.27

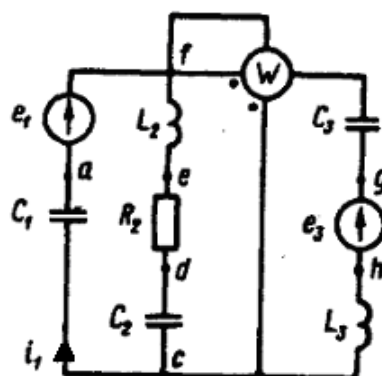


Рис. 11.28

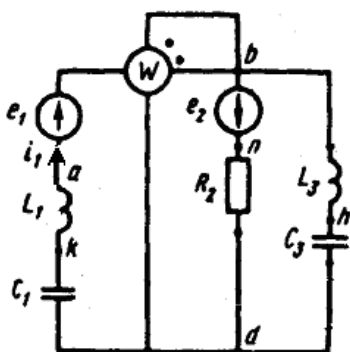


Рис. 11.29

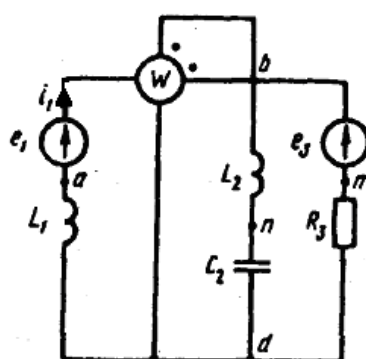


Рис. 11.30

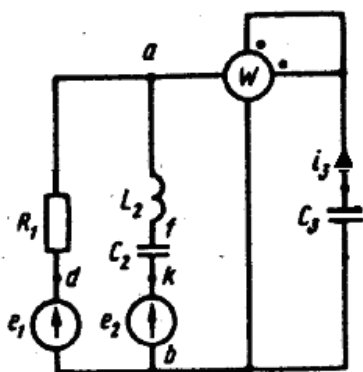


Рис. 11.31

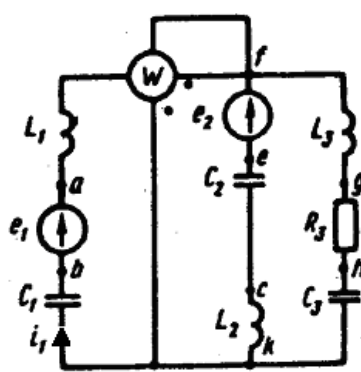


Рис. 11.32

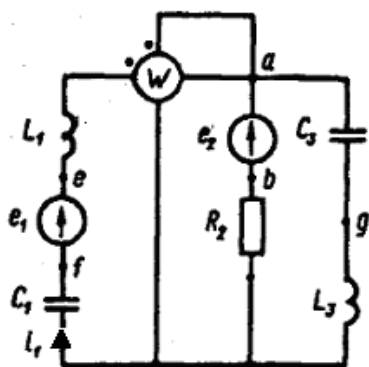


Рис. 11.33

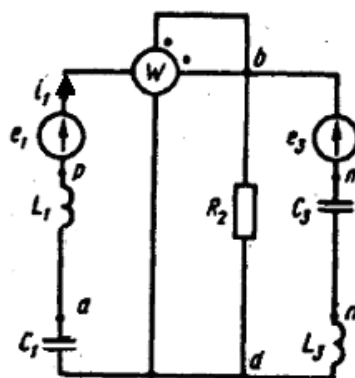


Рис. 11.34

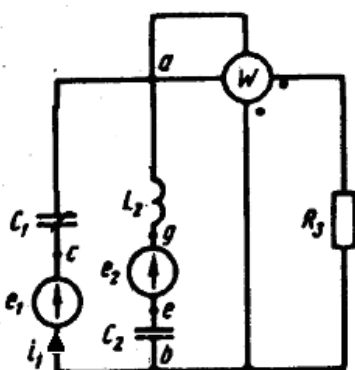


Рис. 11.35

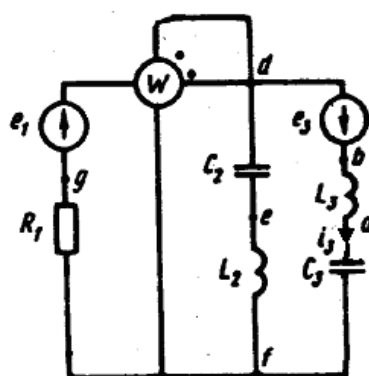


Рис. 11.36

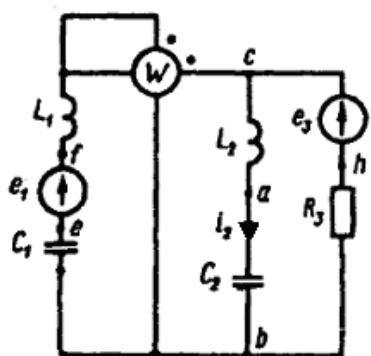


Рис. 11.37

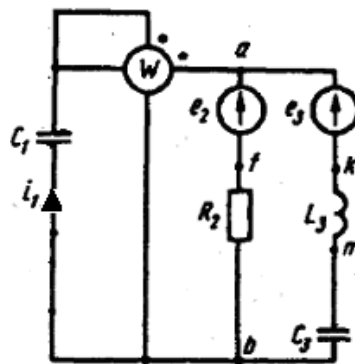


Рис. 11.38

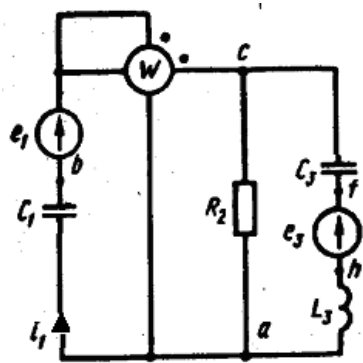


Рис. 11.39

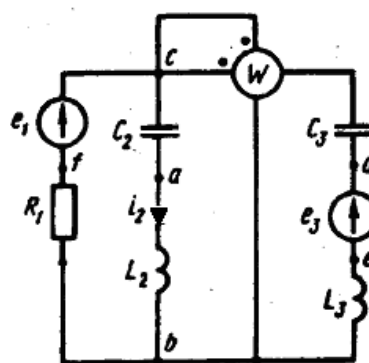


Рис. 11.40

11.3. Трехфазные цепи

Задача. Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 11.41–11.57, по заданным в табл. 11.3 параметрам и линейному напряжению определить фазные и линейные токи, ток в нейтральном проводе (для четырехпроводной схемы), активную мощность всей цепи и каждой фазы отдельно. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

Таблица 11.3

Варианты задания

№ вар.	Рис.	$U_{\text{л}},$ B	$R_a,$ Ом	$R_b,$ Ом	$R_c,$ Ом	$X_a,$ Ом	$X_b,$ Ом	$X_c,$ Ом	$R_{ab},$ Ом	$R_{bc},$ Ом	$R_{ca},$ Ом	$X_{ab},$ Ом	$X_{bc},$ Ом	$X_{ca},$ Ом
0	11.57	380	—	3	—	15	—	10	—	—	—	—	—	—
1	11.56	380	—	—	—	—	—	—	5	—	6	10	8	4
2	11.55	380	—	—	—	—	—	—	—	5	6	5	8	4
3	11.54	380	—	—	—	—	—	—	8	4	8	—	6	10
4	11.53	380	—	—	—	—	—	—	—	3	8	4	6	8
5	11.52	380	15	—	—	—	5	5	—	—	—	—	—	—
6	11.51	380	10	—	—	—	10	10	—	—	—	—	—	—
7	11.50	380	—	—	—	—	—	—	10	—	—	—	10	10
8	11.49	380	—	—	—	—	—	—	16,8	8	3	14,2	6	4
9	11.48	380	—	—	—	—	—	—	4	8	6	3	4	8
10	11.47	380	—	—	—	—	—	—	8	4	6	4	3	8
11	11.46	380	—	—	—	—	—	—	8	8	8	6	6	6
12	11.45	380	10	—	—	—	10	10	—	—	—	—	—	—
13	11.44	380	16,8	8	8	14,2	6	4	—	—	—	—	—	—
14	11.43	380	4	8	6	3	4	8	—	—	—	—	—	—
15	11.42	380	8	4	6	4	3	8	—	—	—	—	—	—
16	11.41	380	8	8	8	6	6	6	—	—	—	—	—	—
17	11.57	220	—	3	—	15	—	10	—	—	—	—	—	—
18	11.56	220	—	—	—	—	—	—	5	—	6	10	8	4
19	11.55	220	—	—	—	—	—	—	—	5	6	5	8	4
20	11.54	220	—	—	—	—	—	—	8	4	8	—	6	10
21	11.53	220	—	—	—	—	—	—	—	3	8	4	6	8
22	11.52	220	15	—	—	—	5	5	—	—	—	—	—	—
23	11.51	220	10	—	—	—	10	10	—	—	—	—	—	—
24	11.50	220	—	—	—	—	—	—	10	—	—	—	10	10
25	11.49	220	—	—	—	—	—	—	16,8	8	3	14,2	6	4
26	11.48	220	—	—	—	—	—	—	4	8	6	3	4	8
27	11.47	220	—	—	—	—	—	—	8	4	6	4	3	8
28	11.46	220	—	—	—	—	—	—	8	8	8	6	6	6
29	11.45	220	10	—	—	—	10	10	—	—	—	—	—	—
30	11.44	220	16,8	8	8	14,2	6	4	—	—	—	—	—	—
31	11.43	220	4	8	6	3	4	8	—	—	—	—	—	—
32	11.42	220	8	4	6	4	3	8	—	—	—	—	—	—

№ вар.	Рис.	$U_{Л},$ B	$R_a,$ $ОМ$	$R_b,$ $ОМ$	$R_c,$ $ОМ$	$X_a,$ $ОМ$	$X_b,$ $ОМ$	$X_c,$ $ОМ$	$R_{ab},$ $ОМ$	$R_{bc},$ $ОМ$	$R_{ca},$ $ОМ$	$X_{ab},$ $ОМ$	$X_{bc},$ $ОМ$	$X_{ca},$ $ОМ$
33	11.41	220	8	8	8	6	6	6	—	—	—	—	—	—
34	11.57	127	—	3	—	15	—	10	—	—	—	—	—	—
35	11.56	127	—	—	—	—	—	—	5	—	6	10	8	4
36	11.55	127	—	—	—	—	—	—	—	5	6	5	8	4
37	11.54	127	—	—	—	—	—	—	8	4	8	—	6	10
38	11.53	127	—	—	—	—	—	—	—	3	8	4	6	8
39	11.52	127	15	—	—	—	5	5	—	—	—	—	—	—
40	11.51	127	10	—	—	—	10	10	—	—	—	—	—	—
41	11.50	127	—	—	—	—	—	—	10	—	—	—	10	10
42	11.49	127	—	—	—	—	—	—	16,8	8	3	14,2	6	4
43	11.48	127	—	—	—	—	—	—	4	8	6	3	4	8
44	11.47	127	—	—	—	—	—	—	8	4	6	4	3	8
45	11.46	127	—	—	—	—	—	—	8	8	8	6	6	6
46	11.45	127	10	—	—	—	10	10	—	—	—	—	—	—
47	11.44	127	16,8	8	8	14,2	6	4	—	—	—	—	—	—
48	11.43	127	4	8	6	3	4	8	—	—	—	—	—	—
49	11.42	127	8	4	6	4	3	8	—	—	—	—	—	—

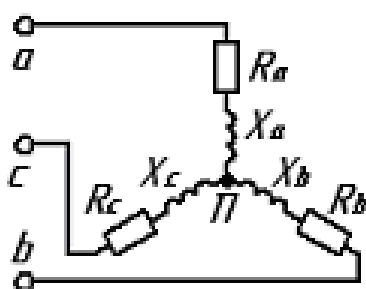


Рис. 11.41

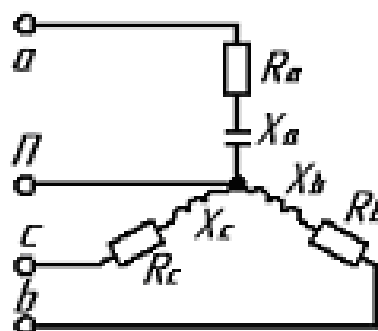


Рис. 11.42

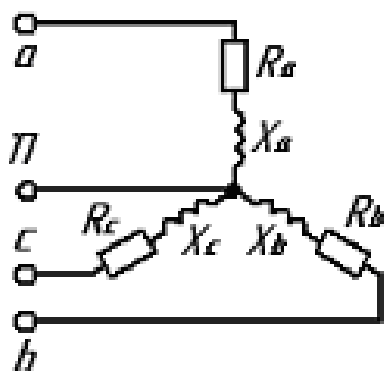


Рис. 11.43

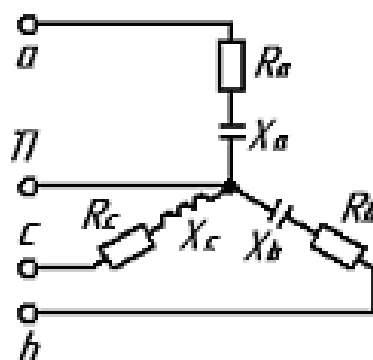


Рис. 11.44

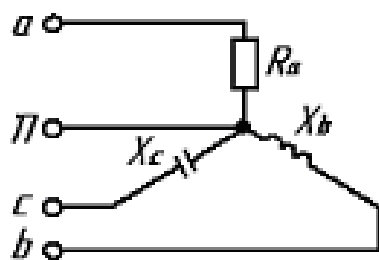


Рис. 11.45

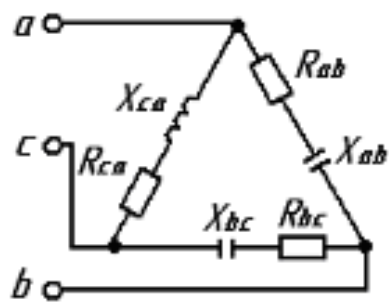


Рис. 11.46

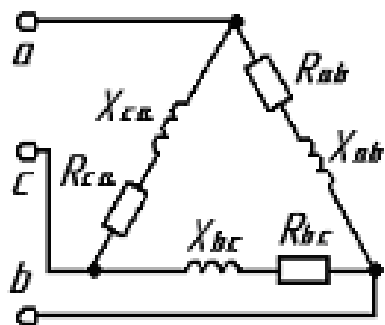


Рис. 11.47

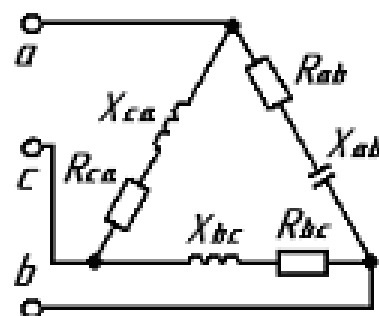


Рис. 11.48

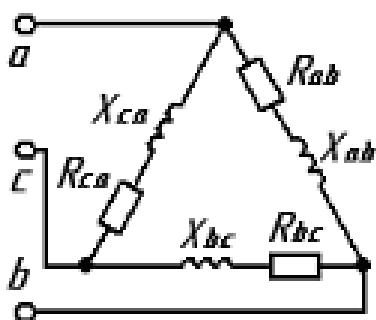


Рис. 11.49

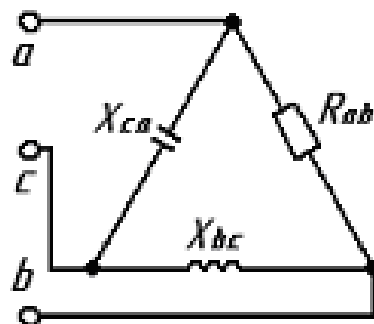


Рис. 11.50

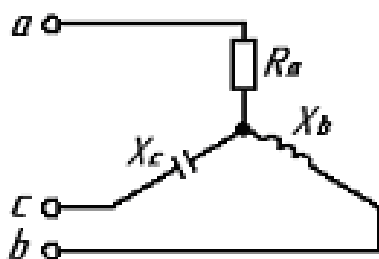


Рис. 11.51

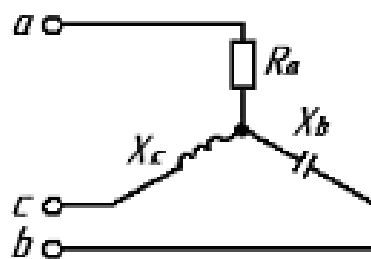


Рис. 11.52

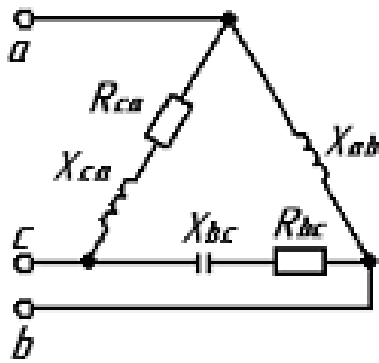


Рис. 11.53

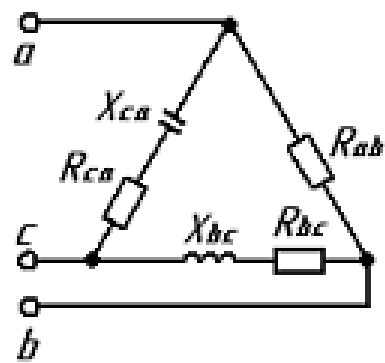


Рис. 11.54

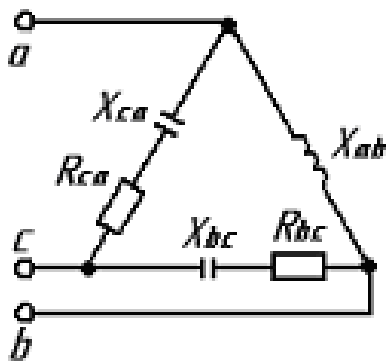


Рис. 11.55

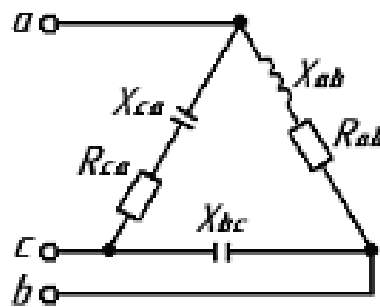


Рис. 11.56

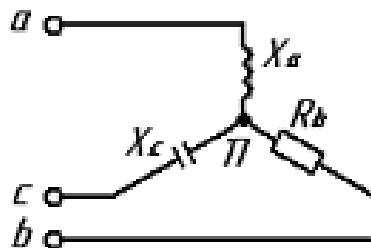


Рис. 11.57

11.4. Трансформаторы

Задача. Для трехфазного трансформатора, параметры которого приведены в табл. 11.4, определить коэффициент мощности холостого хода $\cos \varphi_0$, сопротивления первичной и вторичной обмоток R_1 , X_{d1} ; R_2 и X_{d2} , расчетные сопротивления Z_0 , R_0 и X_0 , угол магнитных потерь δ . Построить векторную диаграмму трансформатора для нагрузки $\beta = 0,8$ и $\cos \varphi_2 = 0,75$. Построить внешнюю характеристику $U_2 = f_1(\beta)$ и зависимость КПД от нагрузки $\eta = f_2(\beta)$ для $\cos \varphi_2 = 0,75$. Начертить T-образную схему замещения трансформатора.

Таблица 11.4

Варианты задания

№ вар.	Группа соедине- ний	Данные для расчёта						
		$S_{НОМ}$ кВ·А	$U_{1НОМ}$, В	U_{20} , В	u_K , %	P_K , Вт	P_0 , Вт	i_0 , %
0	$Y/\Delta-11$	180	10000	525	5,0	4100	1200	7,0
1	Y/Y_0-0	25	6000	400	4,5	600	125	3,0
2	$Y/\Delta-11$	63	6000	230	4,5	1280	260	2,8
3	Y/Y_0-0	63	2000	400	4,5	1280	260	2,8
4	Y/Y_0-0	100	20000	400	4,7	2270	465	2,6
5	Y/Y_0-0	160	10000	400	4,5	3100	540	2,4
6	Y/Y_0-0	400	6000	400	4,5	5500	1080	3,2
7	Y/Y_0-0	630	6000	400	5,0	7600	1680	3,2
8	Y/Y_0-0	100	10000	525	5,0	2400	730	7,5
9	Y/Y_0-0	25	10000	230	4,7	690	125	3,0
10	$Y/\Delta-11$	40	10000	400	4,0	690	125	3,2
11	Y/Y_0-0	63	20000	230	4,7	1470	260	2,8
12	$Y/\Delta-11$	100	20000	230	4,7	2270	465	2,6
13	Y/Y_0-0	160	10000	230	4,5	3100	540	2,4
14	Y/Y_0-0	400	3000	400	4,5	5500	1080	3,2
15	Y/Y_0-0	630	3000	400	5,0	7600	1680	3,2
16	Y/Y_0-0	75	10000	230	5,0	1875	590	7,5
17	Y/Y_0-0	25	6000	230	4,5	600	125	3,0
18	Y/Y_0-0	30	6000	230	4,5	600	125	3,0
19	Y/Y_0-0	63	2000	400	4,7	1470	260	2,8
20	Y/Y_0-0	100	6000	400	4,5	1970	365	2,6
21	$Y/\Delta-11$	160	6000	400	4,5	2650	540	2,4
22	Y/Y_0-0	250	1000	690	4,7	4200	780	2,3
23	Y/Y_0-0	400	10000	690	4,5	5500	1080	3,2
24	Y/Y_0-0	50	10000	400	5,0	1325	440	8,0
25	Y/Y_0-0	420	10000	525	5,5	7000	2100	6,6
26	Y/Y_0-0	40	6000	230	4,5	880	180	3,0
27	Y/Y_0-0	63	10000	400	4,7	1470	260	2,8
28	$Y/\Delta-11$	100	6000	230	4,5	1970	365	2,6
29	$Y/\Delta-11$	160	6000	230	4,5	2650	540	2,4
30	Y/Y_0-0	250	1000	230	4,7	4200	780	2,3
31	Y/Y_0-0	400	10000	400	4,5	5500	1080	3,2
32	Y/Y_0-0	30	10000	400	5,0	850	300	9,0
33	$Y/\Delta-11$	320	35000	10500	6,5	6200	2300	7,5
34	Y/Y_0-0	40	10000	230	4,5	880	180	3,0
35	$Y/\Delta-11$	63	10000	230	4,7	1470	260	2,8
36	$Y/\Delta-11$	100	10000	400	4,7	2270	365	2,6
37	Y/Y_0-0	100	35000	400	4,7	2270	465	2,6
38	$Y/\Delta-11$	250	6000	400	4,5	3700	780	2,3
39	$Y/\Delta-11$	250	6000	230	4,5	3700	780	2,3
40	Y/Y_0-0	400	10000	230	4,5	5500	1080	3,2

№ вар.	Группа соедине- ний	Данные для расчёта						
		$S_{НОМ}$ кВ·А	$U_{1НОМ}$, В	U_{20} , В	u_K , %	P_K , Вт	P_0 , Вт	i_0 , %
41	$Y/\Delta-11$	20	6300	230	5,0	600	180	9,0
42	Y/Y_0-0	240	10000	525	5,0	5100	1600	7,0
43	$Y/\Delta-11$	25	10000	400	4,7	690	125	3,0
44	$Y/\Delta-11$	63	6000	400	4,5	1280	260	2,8
45	$Y/\Delta-11$	100	10000	230	4,7	2270	365	2,6
46	$Y/\Delta-11$	100	35000	230	4,7	2270	465	2,6
47	Y/Y_0-0	10	6300	400	5,0	335	105	10,0
48	$Y/\Delta-11$	160	6000	690	4,5	2650	540	2,4
49	Y/Y_0-0	400	6000	690	4,5	5500	1080	3,2

11.5. Электрические двигатели

11.5.1. Задание 1

Задача 1 (варианты 0–24). Трёхфазный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором, номинальная мощность которого $P_{НОМ}$, включен в сеть на номинальное напряжение $U_{НОМ}$ частотой $f = 50$ Гц. Определить: номинальный $I_{НОМ}$ и пусковой $I_{ПУСК}$ токи, номинальный $M_{НОМ}$, пусковой $M_{ПУСК}$ и максимальный M_{max} моменты, полные потери в двигателе при номинальной нагрузке $\Delta P_{НОМ}$. Как изменится пусковой момент двигателя при снижении напряжения на его зажимах на 15%, и возможен ли пуск двигателя при этих условиях с номинальной нагрузкой? Построить механическую характеристику двигателя. Данные для расчета приведены в табл. 11.5.

Таблица 11.5

Варианты задания

№ вар.	Данные для расчёта								
	$U_{НОМ}$, В	$P_{НОМ}$, кВт	$S_{НОМ}$, %	$\eta_{НОМ}$	$\cos\varphi_{НОМ}$	p	$\frac{M_{max}}{M_{НОМ}}$	$\frac{M_{пуск}}{M_{НОМ}}$	$\frac{I_{пуск}}{I_{НОМ}}$
0	380	75	3,0	0,925	0,92	2	2,0	1,1	7,0
1	380	17	3,0	0,89	0,89	2	2,0	1,3	7,0
2	220	55	3,0	0,90	0,92	1	2,2	1,0	7,0
3	220	13	3,5	0,88	0,89	1	2,2	1,5	7,0
4	220	3,0	3,5	0,845	0,89	1	2,2	1,7	7,0
5	380	55	3,0	0,925	0,92	2	2,0	1,1	7,0
6	380	13	3,0	0,885	0,89	2	2,0	1,3	7,0
7	220	40	3,0	0,89	0,91	1	2,2	1,0	7,0
8	220	10	4,0	0,88	0,89	1	2,2	1,5	7,0
9	220	2,2	4,5	0,83	0,89	1	2,2	1,8	7,0
10	380	40	3,0	0,925	0,92	2	2,0	1,1	7,0

№ вар.	Данные для расчёта								
	$U_{ном},$ B	$P_{ном},$ $кВт$	$S_{ном},$ %	$\eta_{ном}$	$\cos\varphi_{ном}$	p	$\frac{M_{max}}{M_{ном}}$	$\frac{M_{пуск}}{M_{ном}}$	$\frac{I_{пуск}}{I_{ном}}$
11	380	10	3,0	0,885	0,87	2	2,0	1,4	7,0
12	220	30	3,0	0,89	0,90	1	2,2	1,1	7,0
13	220	7,5	3,5	0,87	0,89	1	2,2	1,6	7,0
14	220	1,5	4,0	0,705	0,88	1	2,2	1,8	7,0
15	380	30	3,0	0,91	0,91	2	2,0	1,2	7,0
16	220	10	2,5	0,915	0,92	1	2,2	1,0	7,0
17	220	22	3,5	0,88	0,90	1	2,2	1,1	7,0
18	220	5,5	3,0	0,86	0,89	1	2,2	1,7	7,0
19	220	1,0	3,0	0,795	0,87	1	2,2	1,9	7,0
20	380	22	3,0	0,90	0,90	2	2,0	1,2	7,0
21	220	75	3,0	0,90	0,92	1	2,2	1,0	7,0
22	220	17	3,5	0,88	0,90	1	2,2	1,2	7,0
23	220	4,0	2,0	0,855	0,89	1	2,2	1,7	7,0
24	220	0,8	3,0	0,78	0,86	1	2,2	1,9	7,0

Задача 2 (варианты 25-49). Трёхфазный асинхронный двигатель с фазным ротором, сопротивление фаз обмоток которого $R_1, X_d; R_2, X_2$, соединён треугольником и работает при напряжении $U_{ном}$ с частотой $f = 50 Гц$. Число витков на фазу обмоток – ω_1, ω_2 , число пар полюсов – p . Определить: пусковые токи статора и ротора; пусковой вращающий момент; коэффициент мощности при пуске двигателя без пускового реостата, обеспечивающего максимальный пусковой момент; величину максимального пускового момента и коэффициент мощности при пуске с реостатом. При расчете током холостого хода пренебречь. Построить естественную механическую характеристику двигателя. Данные для расчета приведены в табл. 11.6.

Таблица 11.6

Варианты задания

№ вар.	Данные для расчёта								
	$U_{ном},$ B	$R_1,$ $Ом$	$R_2,$ $Ом$	$X_1,$ B	$X_2,$ $Ом$	ω_1	ω_2	p	$S_{ном},$ %
25	220	0,42	0,03	3,68	0,32	322	58	2	3,0
26	220	0,60	0,055	2,64	0,56	412	68	2	2,0
27	220	0,56	0,045	4,42	0,64	288	54	3	3,0
28	380	0,78	0,04	3,64	0,48	228	42	3	3,0
29	220	0,36	0,045	3,62	0,48	358	62	3	4,0
30	220	0,46	0,07	1,52	0,22	190	64	2	3,0
31	220	0,54	0,045	2,38	0,45	254	48	2	3,0
32	220	0,58	0,035	2,56	0,48	452	82	2	5,0

№ вар.	Данные для расчёта								
	$U_{ном}, B$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	X_1, B	$X_2, Ом$	ω_1	ω_2	p	$S_{ном}, \%$
33	220	0,52	0,055	2,94	0,36	162	43	2	3,0
34	380	0,84	0,06	4,24	0,52	254	46	3	3,0
35	380	0,78	0,06	4,12	0,62	424	74	3	2,5
36	380	0,82	0,07	2,52	0,64	180	45	2	4,0
37	380	0,66	0,05	2,92	0,64	384	68	2	5,0
38	220	0,48	0,03	3,48	0,62	458	92	2	2,5
39	220	0,82	0,07	3,82	0,48	362	65	2	5,0
40	380	0,74	0,07	3,52	0,37	216	48	3	2,5
41	380	0,42	0,065	1,82	0,45	368	48	3	4,0
42	380	0,76	0,045	3,72	0,54	356	72	3	5,0
43	220	0,58	0,06	2,32	0,35	260	82	2	3,5
44	380	0,76	0,065	2,24	0,54	372	78	2	2,5
45	220	0,64	0,06	3,12	0,65	412	82	2	5,0
46	220	0,68	0,075	3,48	0,32	282	54	3	2,0
47	380	0,62	0,06	3,54	0,46	204	62	3	3,0
48	380	0,86	0,05	3,48	0,78	316	54	2	2,5
49	220	0,42	0,05	2,82	0,34	184	42	2	4,5

11.5.2. Задание 2

Задача 1 (вариант 0-24) . Двигатель параллельного возбуждения, номинальное напряжение которого $U_{ном}$, при номинальной нагрузке потребляет ток $I_{ном}$, а при холостом ходе I_0 . Номинальная частота вращения $n_{ном}$, сопротивление обмотки якоря $R_я$, сопротивление цепи возбуждения $R_в$. Магнитные и механические потери принять постоянными при всех режимах работы двигателя (табл. 11.7). Определить: номинальную мощность двигателя $P_{ном}$ на валу, номинальный вращающий момент $M_{ном}$, номинальный КПД $\eta_{ном}$, значение пускового момента при токе $I_{пуск} = 2I_{ном}$ и соответствующее сопротивление пускового реостата, а также частоту вращения якоря при $I_{я ном}$, но при введенном в цепь возбуждения добавочном сопротивлении, увеличивающем заданное в условии задачи значение $R_в$ на 30%. Построить естественную механическую характеристику двигателя.

Таблица 11.7

№ вар.	Данные для расчета					
	$U_{ном}, B$	$I_{ном}, A$	I_0, A	$R_я, Ом$	$R_в, Ом$	$n_{ном}, об / мин$
0	220	151	15	0,07	75	1000
1	110	28	3,2	0,55	80	875

№ вар.	Данные для расчета					
	$U_{ном}, В$	$I_{ном}, А$	$I_0, А$	$R_я, Ом$	$R_B, Ом$	$n_{ном}, об / мин$
2	220	40	4,2	0,52	190	1420
3	110	9,5	0,9	1,9	200	850
4	110	7,8	0,7	0,8	210	1240
5	220	15	1,6	1,2	180	1025
6	220	102	9,5	0,12	110	750
7	220	32	3,5	0,62	200	1350
8	220	20,5	2,35	0,74	258	1025
9	220	34	3,0	0,45	110	1100
10	220	16,3	1,78	1,16	75	1025
11	220	50	5,7	0,40	150	1340
12	220	16	1,8	0,6	270	1600
13	110	8,2	0,8	1,4	220	1450
14	220	32	2,8	0,94	120	1600
15	110	267	30,0	0,04	27,5	1100
16	220	60	6,8	0,40	130	935
17	110	18,6	2,0	0,9	120	825
18	220	15	1,8	0,82	200	1350
19	110	35	3,2	0,6	60	1400
20	115	100	9,5	0,11	50	1000
21	110	25	2,6	0,58	90	1110
22	110	10,5	1,2	1,2	160	960
23	110	20	1,8	0,7	80	940
24	220	19,9	2,0	1,8	150	960

Задача 2 (вариант 25-49). Двигатель параллельного возбуждения, номинальное напряжение которого $U_{ном}$, развивает номинальную мощность $P_{ном}$. Номинальная частота вращения якоря $n_{ном}$ и номинальный КПД $\eta_{ном}$. Потери мощности в цепи якоря $\Delta P_я$ и в цепи возбуждения ΔP_B заданы в процентах от потребляемой мощности двигателя $P_{1ном}$ (табл. 11.8). Определить: ток в цепи возбуждения, ток якоря при номинальной нагрузке $I_{я ном}$, пусковой вращающий момент при пуске двигателя с пусковым реостатом, скорость вращения якоря при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления, равного $3R_я$. Построить естественную и реостатную механические характеристики двигателя.

Таблица 11.8

Варианты задания

№ вар.	Данные для расчета					
	$U_{ном}, В$	$P_{ном}, кВт$	$\Delta P_я, \%$	$\Delta P_B, \%$	$n_{ном}, об / мин$	$\eta_{ном}, \%$
25	110	60	5,0	4,0	1150	84,5
26	220	13,5	4,8	4,2	1050	85,5

№ вар.	Данные для расчета					
	$U_{ном}, В$	$P_{ном}, кВт$	$\Delta P_J, \%$	$\Delta P_B, \%$	$n_{ном}, об / мин$	$\eta_{ном}, \%$
27	220	46,5	5,4	4,8	1025	82,2
28	220	15	5,0	4,0	1000	84,5
29	110	80	5,4	4,5	1150	85,8
30	220	6,6	6,2	4,1	2400	85,5
31	220	33,5	5,5	4,0	1000	84,5
32	220	8,5	4,0	4,1	2250	85,5
33	220	29	5,0	4,3	2520	86,0
34	110	45	5,7	4,6	1500	85,0
35	110	77	5,0	4,2	1050	85,5
36	220	4,0	6,2	4,2	1025	82,2
37	220	19	4,8	4,5	980	86,5
38	110	35	6,3	5,2	2200	84,5
39	220	10,0	5,3	4,4	2250	83,0
40	220	20,0	5,1	4,2	2100	85,5
41	220	5,8	6,0	5,0	2200	84,0
42	110	66	6,2	5,0	1050	85,5
43	220	2,5	5,8	4,8	1000	85,0
44	220	10	5,0	4,8	2250	86,0
45	110	60	5,2	4,8	980	86,5
46	220	14,0	4,0	4,6	2400	84,0
47	220	10	5,2	4,2	970	85,5
48	220	4,4	6,5	4,8	2100	84,5
49	110	92	5,3	4,1	970	86,5

11.5.3. Задание 3

Задача. Для заданного в табл. 11.9 режима нагрузки производственного механизма построить нагрузочную диаграмму $P = f(t)$ и выбрать мощность асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором. При четной сумме двух последних цифр номера зачетки синхронная частота вращения ротора – 1500 об/мин, при нечетной сумме – 1000 об/мин (0 считать четным числом).

Таблица 11.9

№ вар.	Варианты задания									
	Данные для расчета									
	$t_1, с$	$t_2, с$	$t_3, с$	$t_4, с$	$t_5, с$	$P_1, кВт$	$P_2, кВт$	$P_3, кВт$	$P_4, кВт$	$P_5, кВт$
0	35	35	20	15	10	15	4	30	15	10
1	20	35	35	25	25	30	0	25	25	10
2	40	30	30	15	10	25	10	0	18	30
3	15	20	20	30	30	20	10	6	8	8
4	30	45	30	15	20	8	5	0	25	10
5	15	25	10	35	30	0	4	8	0	5

№ вар.	Данные для расчета									
	t_1, c	t_2, c	t_3, c	t_4, c	t_5, c	$P_1,$ кВт	$P_2,$ кВт	$P_3,$ кВт	$P_4,$ кВт	$P_5,$ кВт
6	20	10	50	10	15	8	6	0	4	3,5
7	20	15	15	10	5	0	4	8	0	5
8	15	15	20	25	15	20	10	6	8	8
9	10	45	50	60	60	0	4	8	0	5
10	20	10	15	15	20	30	5	0	15	25
11	1	4	2,5	3,5	3	0	4	8	0	50
12	50	20	40	50	45	15	4	30	15	10
13	30	15	60	60	10	30	5	0	15	25
14	40	30	30	20	15	20	10	6	8	8
15	16	5	3	2	12	15	10	0	10	8
16	25	5	50	5	10	30	5	0	15	25
17	50	10	15	20	35	8	4	15	10	25
18	1	1,5	2,5	1,5	1,5	8	5	0	25	10
19	1	4	2,5	3,5	3	8	5	15	10	25
20	30	20	40	50	45	30	10	0	15	25
21	1,5	4	2,5	3,5	3	20	10	6	8	8
22	50	20	40	50	45	0	4	8	0	5
23	1	1,5	2,5	1,5	1,5	10	20	0	18	30
24	30	15	60	60	10	6	4	13	15	30
25	1	1,5	2,5	1,5	1,5	8	6	0	4	3,5
26	30	15	60	60	10	25	10	0	18	30
27	7	3	15	4	20	0	10	8	0	5
28	60	100	10	45	3,0	8	4	15	10	25
29	7	3	15	4	12	6	20	3	15	30
30	60	100	10	45	30	8	4	15	10	25
31	10	75	60	50	10	15	6	30	15	10
32	18	30	10	20	23,5	8	6	0	4	3,5
33	10	75	60	50	10	30	5	0	15	25
34	18	30	10	20	23,5	8	5	0	25	10
35	60	100	10	45	30	26	20	13	15	30
36	7	3	15	4	2	25	10	0	13,5	8
37	20	10	10	20	30	8	5	0	25	10
38	10	20	20	15	15	8	6	10	6	5
39	8	8	10	10	12	8	4	15	10	25
40	15	30	35	40	40	8	6	0	4	3,5
41	20	10	50	20	15	25	10	0	13,5	8
42	15	25	20	35	30	15	4	30	15	10
43	20	10	50	10	15	20	10	6	8	8
44	15	25	10	35	30	8	4	0	4	3,5
45	18	30	10	20	23,5	20	10	6	8	8
46	20	75	60	50	10	30	5	0	15	25
47	10	15	20	40	40	20	10	6	8	4
48	20	15	15	25	25	8	6	0	4	3,5
49	20	15	15	10	5	8	6	0	6	5

11.6. Выпрямители

Задача. Рассчитать однофазный выпрямитель, работающий на емкостную нагрузку (табл. 11.10).

В результате расчета должны быть определены: тип диода, обратное напряжение $U_{обр}$, среднее I_{cp} и амплитудное I_m значения тока через диод, напряжение на вторичной обмотке трансформатора U_2 , токи обмоток I_1 , I_2 и емкость конденсатора C . Приведена схема выпрямителя.

Для всех вариантов напряжение питающей сети $U_1 = 220 \text{ В}$, частота $f = 50 \text{ Гц}$. В табл. 11.10 схема выпрямителя выбирается соответственно номеру варианта по порядку в строке, например, вар. 1, рис. 6.1 б.

Таблица 11.10

Варианты задания

№ вар.	Данные для расчета				№ вар.	Данные для расчета			
	Схема выпрямителя рис. 6.1	$U_0, \text{ В}$	$I_0, \text{ А}$	$k_{П}$		Схема выпрямителя рис. 6.1	$U_0, \text{ В}$	$I_0, \text{ А}$	$k_{П}$
0,1,2	а, б, в	6	0,5	0,15	27,28,29	а, б, в	60	1	0,05
3,4,5	а, б, в	12	1,2	0,15	30,31,32	а, б, в	66	0,5	0,1
6,7,8	а, б, в	18	1	0,1	33,34,35	а, б, в	72	1	0,15
9,10,11	а, б, в	24	1	0,1	36,37,38	а, б, в	78	0,5	0,05
12,13,14	а, б, в	30	0,5	0,05	39,40,41	а, б, в	84	1	0,1
15,16,17	а, б, в	36	0,5	0,1	42,43,44	а, б, в	90	0,5	0,05
18,19,20	а, б, в	42	1	0,05	45,46,47	а, б, в	96	1	0,1
21,22,23	а, б, в	48	0,5	0,05	48,49	а, б	100	0,5	0,05
24,25,26	а, б, в	54	1	0,1					

11.7. Усилительный каскад на биполярном транзисторе

Задача. Рассчитать каскад транзисторного усилителя напряжения с общим эмиттером (табл. 11.11) и определить h – параметры выбранного типа транзистора.

В результате расчета должны быть определены: тип транзистора; режим работы транзистора; сопротивление коллекторной нагрузки R_K ; сопротивление в цепи эмиттера $R_Э$; сопротивления делителя напряжения R_1 и R_2 ; емкость разделительного конденсатора C_P ; емкость блокирующего конденсатора в цепи эмиттера $C_Э$; коэффициент усиления каскада по напряжению; коэффициент усиления каскада в малосигнальном режиме работы без нагрузки и с нагрузкой.

Таблица 11.11

Варианты задания

№ вар.	Данные для расчета				
	$U_{ВЫХ\ m}, B$	$R_H, Ом$	$f_H, Гц$	$E_{ПИТ}, B$	M_H
0	3,0	600	100	12	1,20
1	2,0	400	90	16	1,20
2	1,0	250	120	9	1,25
3	5,0	450	200	27	1,30
4	8,0	350	150	12	1,30
5	2,4	600	180	3	1,25
6	3,4	550	160	12	1,25
7	1,6	280	160	6	1,20
8	4,0	590	170	17	1,20
9	2,2	440	110	9	1,40
10	3,4	600	150	12	1,40
11	1,5	200	60	3	1,30
12	1,7	250	70	6	1,,30
13	1,8	300	80	9	1,30
14	2,0	350	90	12	1,20
15	2,1	400	120	15	1,20
16	2,3	450	140	18	1,20
17	2,5	480	150	24	1,40
18	2,7	500	160	27	1,40
19	2,8	520	170	24	1,40
20	3,0	540	180	20	1,35
21	3,1	550	200	18	1,35
22	3,2	580	220	15	1,25
23	3,5	560	230	12	1,25
24	3,6	480	250	9	1,20
25	1,8	320	270	6	1,30
26	3,0	600	300	15	1,20
27	4,0	500	200	12	1,30
28	5,0	520	250	10	1,30
29	6,5	640	280	18	1,25
30	2,5	480	300	16	1,25
31	4,5	350	230	15	1,40
32	5,0	450	270	20	1,50
33	5,0	430	350	9	1,50
34	6,0	420	250	12	1,40
35	6,0	560	150	24	1,40
36	5,5	480	170	27	1,30
37	4,0	550	190	15	1,20
38	4,0	450	200	18	1,25
39	2,5	350	220	10	1,25
40	3,0	420	230	12	1,40
41	2,0	320	250	9	1,30
42	2,5	400	270	15	1,30



№ вар.	Данные для расчета				
	$U_{ВЫХ}, В$	$R_H, Ом$	$f_H, Гц$	$E_{ПИТ}, В$	M_H
43	3,5	480	220	12	1,20
44	4,5	520	210	19	1,20
45	5,0	590	200	15	1,35
46	3,0	270	90	20	1,40
47	4,0	340	150	24	1,40
48	2,0	250	170	12	1,30
49	3,0	400	180	18	1,30

Таблица 11.12

Предельные значения параметров транзисторов

Тип транзистора	$U_{КЭ доп}, В$	$I_K доп, мА$	$P_K доп, мВт$	$\beta_{min} - \beta_{max}$
МП25 <i>p-n-p, Ge</i>	40	50	200	13 – 25
МП36А <i>n-p-n, Ge</i>	15	20	150	15 – 45
МП39 <i>p-n-p, Ge</i>	15	40	150	20 – 60
МП42А <i>p-n-p, Ge</i>	15	40	200	30 – 50
МП111 <i>n-p-n, Si</i>	20	20	150	10 – 25
МП113 <i>n-p-n, Si</i>	20	20	150	15 – 45

Выходная и входная характеристика транзисторов показаны на рис. 11.58–11.63.

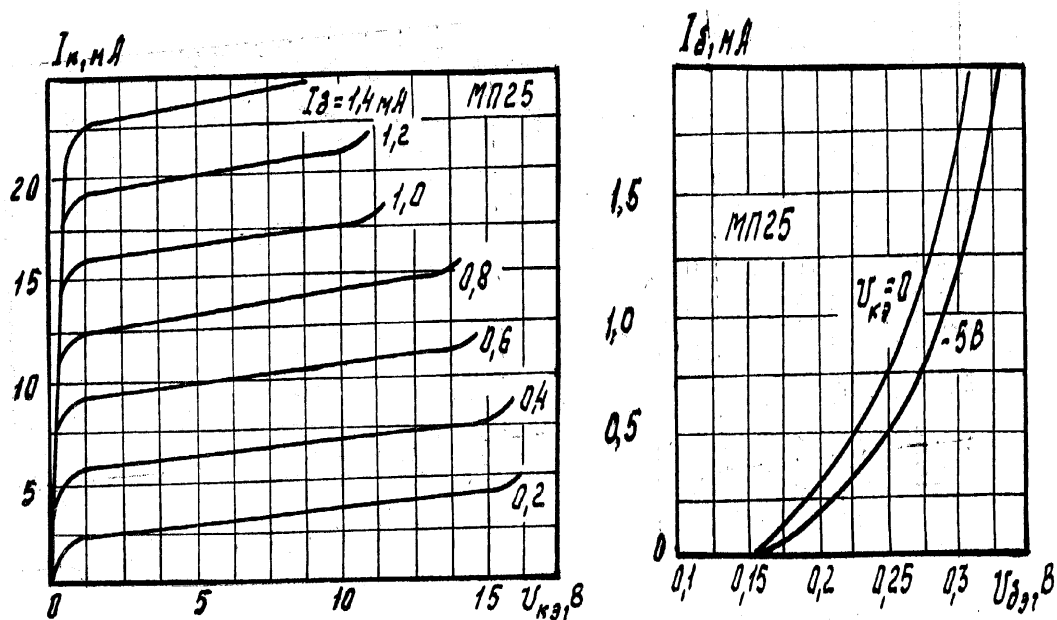


Рис. 11.58. Выходная и входная характеристики транзистора МП25

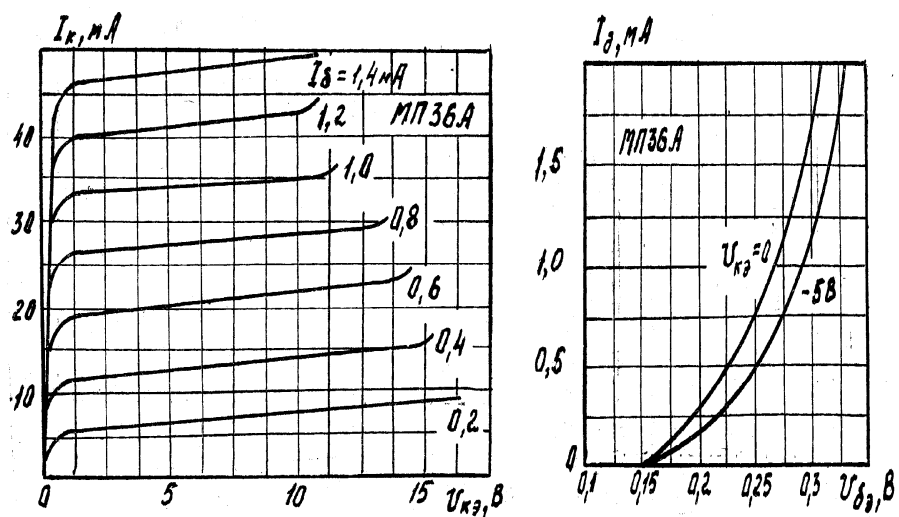


Рис. 11.59. Выходная и входная характеристики транзистора МП36А

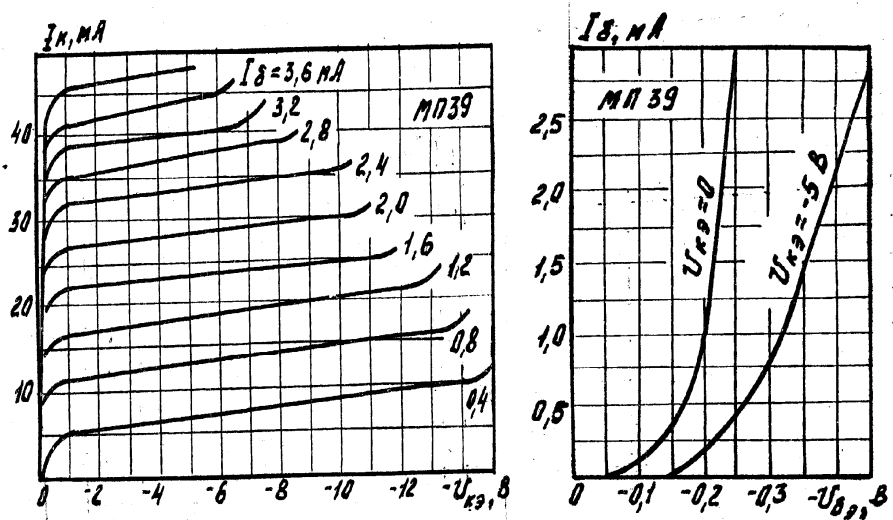


Рис. 11.60. Выходная и входная характеристики транзистора МП39

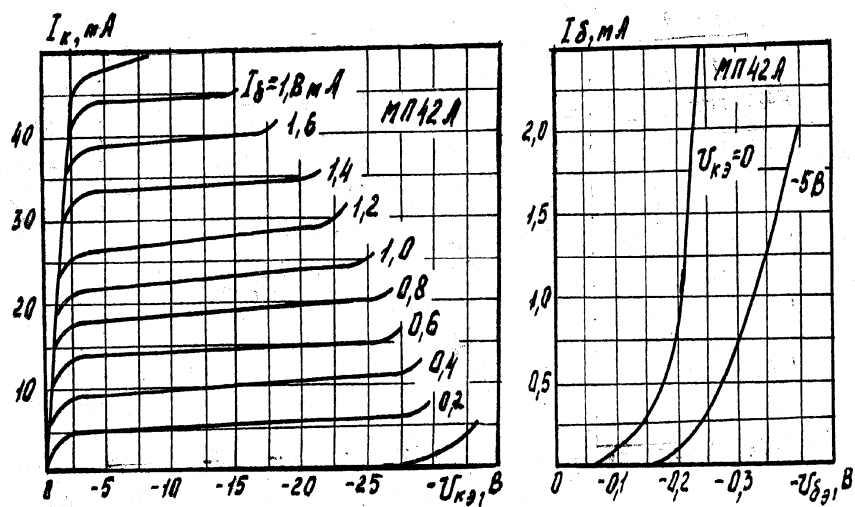


Рис. 11.61. Выходная и входная характеристики транзистора МП42А

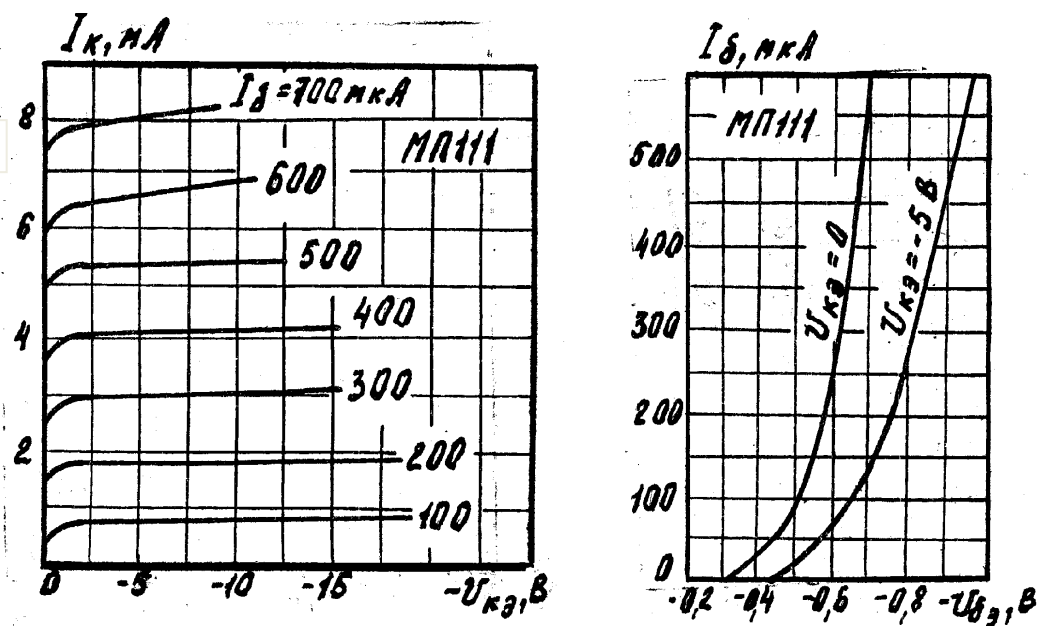


Рис. 11.62. Выходная и входная характеристики транзистора МП111

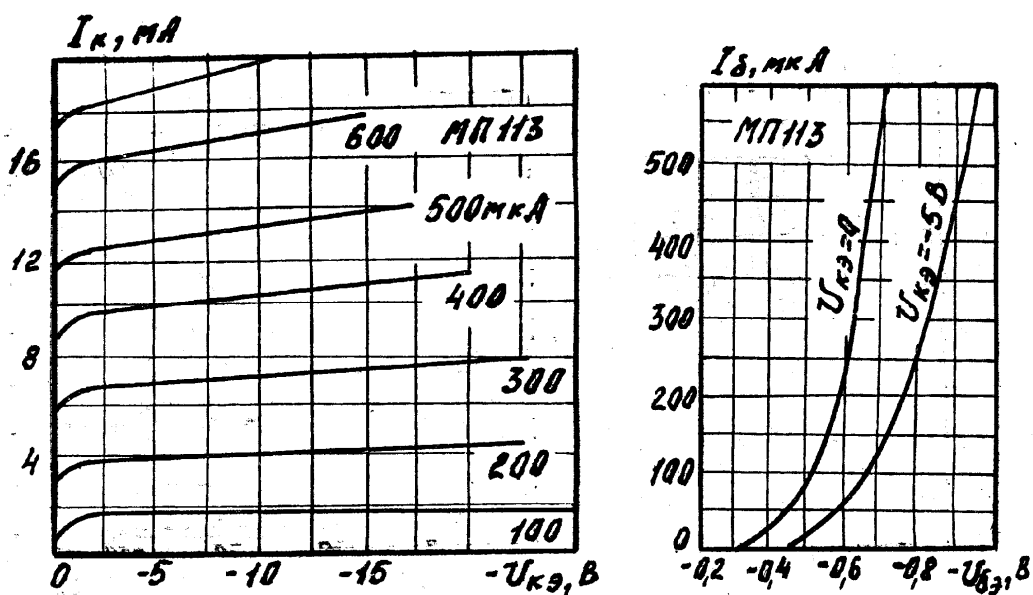


Рис. 11.63. Выходная и входная характеристики транзистора МП113

11.8. Логические элементы

Задача. Для заданных схемы логического элемента, типа транзистора, напряжения источника питания, напряжений логических нуля и единицы (табл. 11.13) требуется определить, какую логическую функцию (И, ИЛИ, И-НЕ, ИЛИ-НЕ, исключающее ИЛИ, исключающее ИЛИ-НЕ) выполняет данная схема.

Таблица 11.13

Варианты задания

№ вар.	№ схе- мы рис. 8.2	Тип тран- зис- тора Т	Напр. ист. пит. U_u, B	Напр. логич. нуля U_0, B	Напр. логич. едини- цы U_1, B	№ вар.	№ схе- мы рис. 8.2	Тип тран- зис- тора Т	Напр. ист. пит. U_u, B	Напр. логич. нуля U_0, B	Напр. логич. еди- ни-цы U_1, B
0	1	T ₁	5	0	5	25	2	T ₂	5	0	5
1	2	T ₁	5	0	5	26	3	T ₃	-5	-5	0
2	3	T ₁	5	0	5	27	4	T ₄	-5	-5	0
3	4	T ₁	5	0	5	28	1	T ₄	-5	-5	0
4	1	T ₂	5	0	5	29	2	T ₃	-5	-5	0
5	2	T ₂	5	0	5	30	3	T ₂	5	0	5
6	3	T ₂	5	0	5	31	4	T ₁	5	0	5
7	4	T ₂	5	0	5	32	1	T ₁	5	0	5
8	1	T ₃	-5	-5	0	33	2	T ₂	5	0	5
9	2	T ₃	-5	-5	0	34	3	T ₃	-5	-5	0
10	3	T ₃	-5	-5	0	35	4	T ₄	-5	-5	0
11	4	T ₃	-5	-5	0	36	1	T ₂	5	0	5
12	1	T ₄	-5	-5	0	37	2	T ₃	-5	-5	0
13	2	T ₄	-5	-5	0	38	3	T ₄	-5	-5	0
14	3	T ₄	-5	-5	0	39	4	T ₁	5	0	5
15	4	T ₄	-5	-5	0	40	1	T ₄	-5	-5	0
16	1	T ₃	-5	-5	0	41	2	T ₃	-5	-5	0
17	2	T ₁	5	0	5	42	3	T ₂	5	0	5
18	3	T ₃	-5	-5	0	43	4	T ₂	5	0	5
19	4	T ₂	5	0	5	44	1	T ₁	5	0	5
20	1	T ₁	5	0	5	45	2	T ₂	5	0	5
21	2	T ₃	-5	-5	0	46	3	T ₂	5	0	5
22	3	T ₂	5	0	5	47	4	T ₄	-5	-5	0
23	4	T ₃	-5	-5	0	48	1	T ₄	-5	-5	0
24	1	T ₄	-5	-5	0	49	2	T ₃	-5	-5	0

11.9. Цифровые устройства

Задача. Для заданного варианта (табл. 11.14) по таблице истинности (ТИ) разработать цифровое устройство (ЦУ). Для этого сформировать функцию алгебры логики (ДСНФ), минимизировав ее с помощью карт Карно. Синтезировать ЦУ по сформированной ДСНФ. Проверить работоспособность ЦУ на соответствие заданной ТИ.

Таблица 11.14

Варианты задания

Входные наборы				Столбец – номер варианта (показывает выходной сигнал y для каждого варианта)									
x_1	x_2	x_3	x_4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

Продолжение табл. 11.14

Входные наборы				Столбец – номер варианта (показывает выходной сигнал y для каждого варианта)									
x_1	x_2	x_3	x_4	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

Продолжение табл. 11.14

Входные наборы				Столбец – номер варианта (показывает выходной сигнал y для каждого варианта)									
x_1	x_2	x_3	x_4	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1



Продолжение табл. 11.14

Входные наборы				Столбец – номер варианта (показывает выходной сигнал y для каждого варианта)									
x_1	x_2	x_3	x_4	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0

Продолжение табл. 11.14

Входные наборы				Столбец – номер варианта (показывает выходной сигнал y для каждого варианта)									
x_1	x_2	x_3	x_4	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

Продолжение табл. 11.14

Входные наборы				Столбец – номер варианта (показывает выходной сигнал y для каждого варианта)									
x_1	x_2	x_3	x_4	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0

Входные наборы				Столбец – номер варианта (показывает выходной сигнал y для каждого варианта)									
x_1	x_2	x_3	x_4	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1

11.10. Переходные процессы в линейных электрических цепях

Задача. Дана электрическая цепь, в которой происходит коммутация. Требуется определить закон изменения во времени тока после коммутации в одной из ветвей схемы или напряжение на каком-либо элементе или между заданными точками схемы.

Задачу следует решать двумя методами: классическим и операторным. На основании полученного аналитического выражения требуется построить график изменения искомой величины в функции времени в интервале от $t = 0$ до $t = 3/|p|_{\min}$, где $|p|_{\min}$ – меньший по модулю корень характеристического уравнения.

Варианты к контрольному заданию 1 (§ 10.1) приведены в табл. 11.15

Таблица 11.15

Параметры элементов электрической цепи							
Вариант	Рисунок	E ,В	L ₁ ,мГн	C ₁ ,мкФ	R ₁	R ₂	Определить
					Ом		
0	11.21	50	2	1670	10	20	u _{L₁}
1	11.22	300	5	4	30	20	u _{L₁}
2	11.15	120	1	10	10	20	u _{R₁}
3	11.8	50	1	1500	20	130	u _{R₁}
4	11.23	200	1	50	20	100	i ₂
5	11.9	150	2	5	100	100	i ₁
6	11.20	150	4	5	90	100	i ₁

Продолжение табл. 11.15

Вариант	Рисунок	E ,В	L ₁ ,мГн	C ₁ ,мкФ	R ₁	R ₂	Определить
					Ом		
7	11.18	100	1	10	10	30	i ₂
8	11.5	100	1	10	50	20	i ₃
9	11.17	50	1	100	30	70	i ₃
10	11.9	150	2	5	40	100	u _{L₁}
11	11.7	30	1	2,5	50	100	i ₄
12	11.4	100	5	50	30	80	i ₃
13	11.19	100	1	10	20	17	u _{L₁}
14	11.18	50	1	1500	20	13	u _{L₁}
15	11.10	120	10	10	20	80	i ₂
16	11.12	200	10	10	25	75	u _{L₁}
17	11.21	50	2	1670	10	20	u _{C₁}
18	11.16	120	1	10	24	48	u _{C₁}
19	11.74	200	1	10	10	10	i ₃
20	11.65	100	1	10	50	10	i ₁
21	11.76	120	1	10	15	15	u _{C₁}
22	11.82	300	5	4	15	20	i ₁
23	11.74	200	1	10	10	18	i ₁
24	11.78	100	1	10	15	25	u _{L₁}
25	11.80	150	4	5	30	100	u _{R₁}
26	11.66	100	1	10	20	20	u _{C₁}
27	11.71	100	1	10	50	15	u ₃
28	11.73	120	10	10	20	80	i ₃
29	11.17	50	1	100	50	50	u _{C₁}
30	11.72	200	10	10	45	50	u _{C₁}
31	11.67	30	1	2,5	15	10	i ₂
32	11.64	100	5	50	10	80	u _{L₁}
33	11.79	100	1	10	20	80	u _{C₁}
34	11.82	300	5	4	40	20	u _{C₁}
35	11.70	120	10	10	30	70	u _{L₁}
36	11.66	100	1	10	20	10	i
37	11.81	50	2	1670	10	20	i ₁
38	11.76	120	1	10	80	80	i ₁
39	11.73	200	1	10	10	25	u _{L₁}
40	11.69	150	2	5	80	10	i ₂

Вариант	Рисунок	E ,В	L ₁ ,мГн	C ₁ ,мкФ	R ₁	R ₂	Определить
					Ом		
41	11.75	120	1	10	30	20	i ₂
42	11.68	50	1	1500	20	13	i
43	11.83	200	1	50	90	10	i ₁
44	11.73	120	10	10	30	70	u _{L₁}
45	11.80	150	4	5	60	10	u _{L₁}
46	11.72	200	10	10	100	20	u _{R₁}
47	11.71	100	1	10	25	50	i ₂
48	11.76	120	1	10	22	60	i ₃
49	11.77	50	1	100	20	80	i ₃

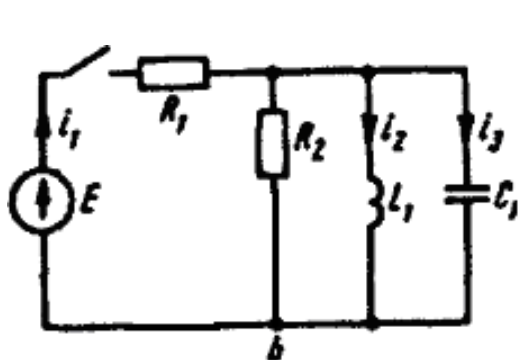


Рис. 11.64

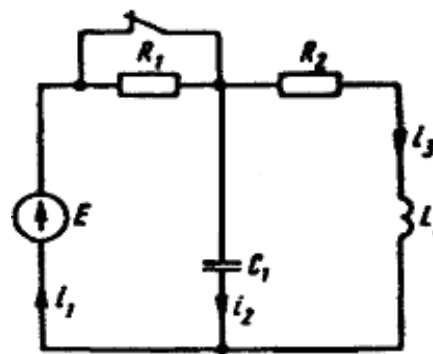


Рис. 11.65

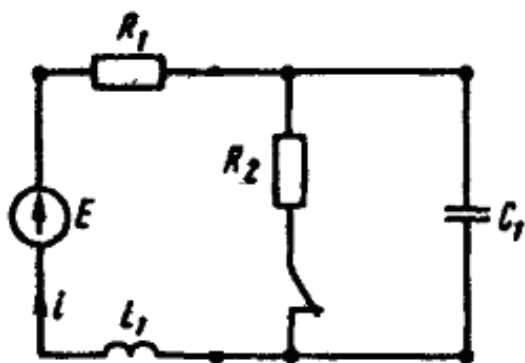


Рис. 11.66

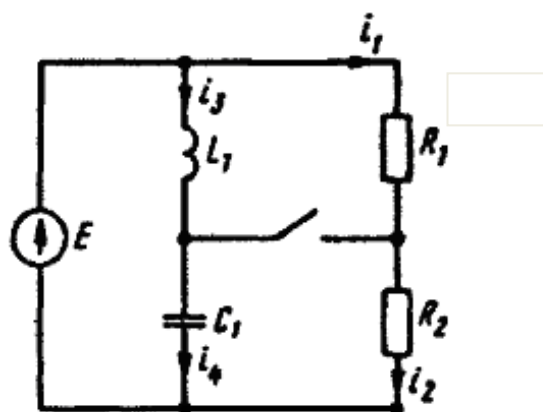


Рис. 11.67

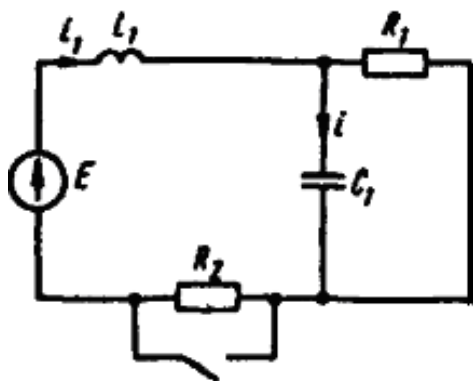


Рис. 11.68

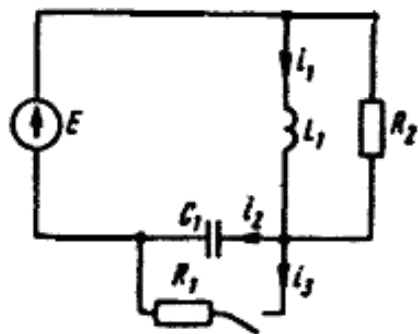


Рис. 11.69

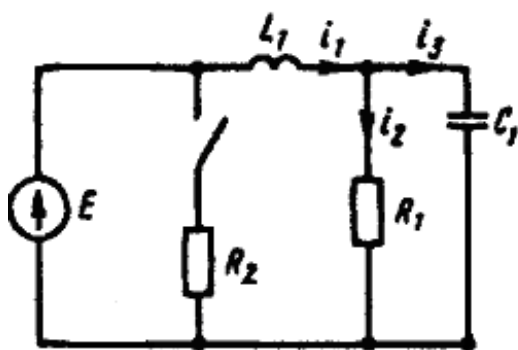


Рис. 11.70

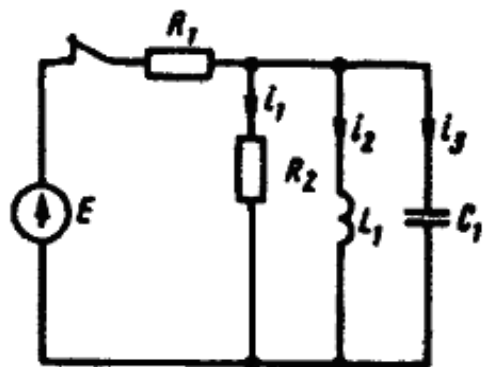


Рис. 11.71

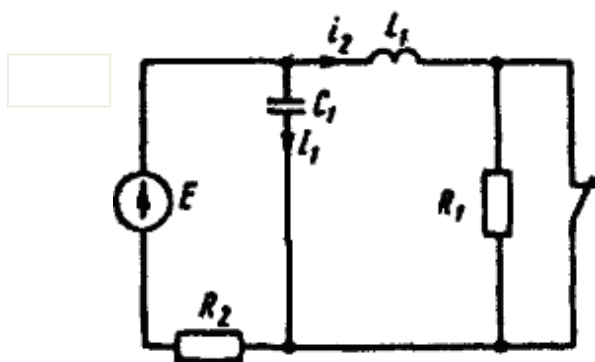


Рис. 11.72

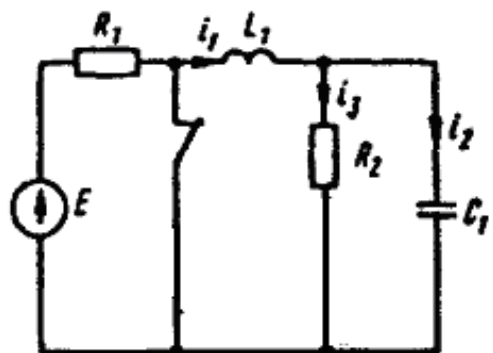


Рис. 11.73

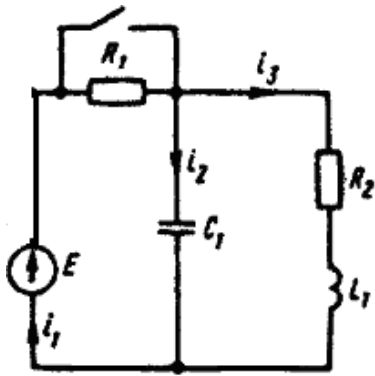


Рис. 11.74

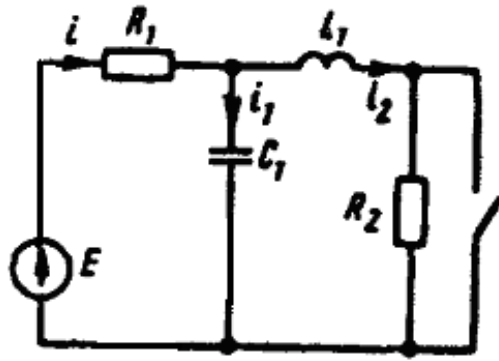


Рис. 11.75

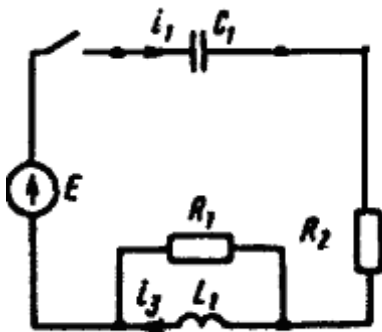


Рис. 11.76

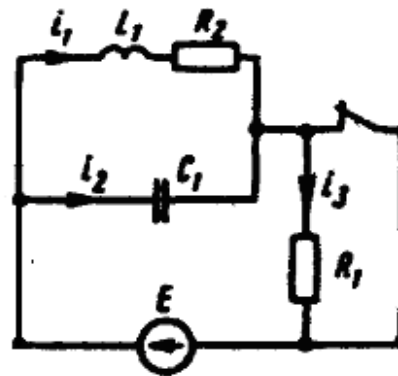


Рис. 11.77

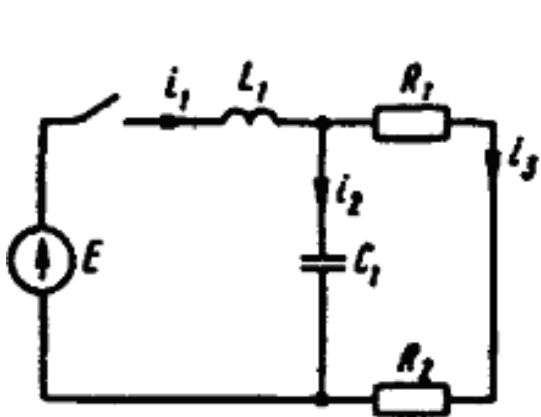


Рис. 11.78

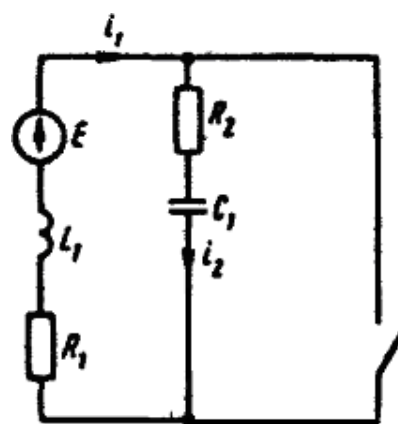


Рис. 11.79

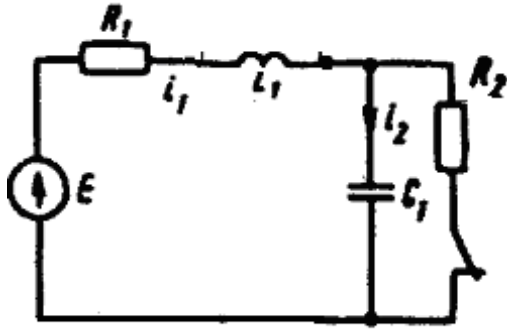


Рис. 11.80

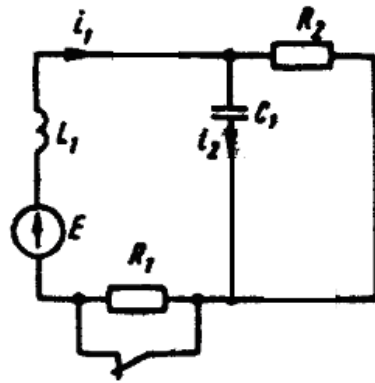


Рис. 11.81

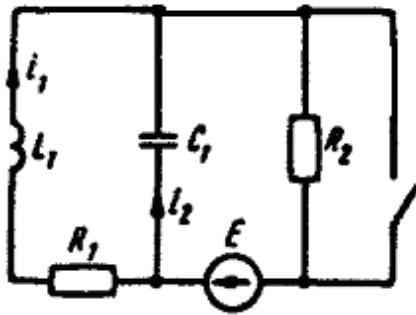


Рис. 11.82

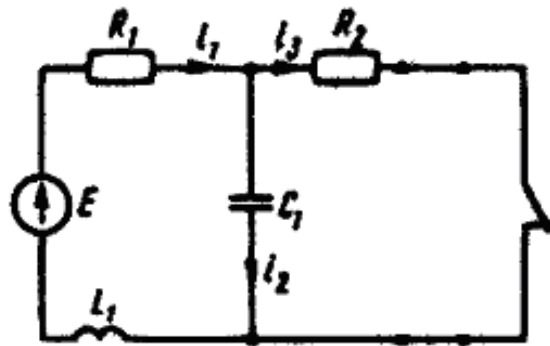


Рис. 11.83

Примечание. В момент времени $t = 0$ – ключ на рис. 11.64 находится в положении выключено, а на рис. 11.65 – включено, аналогично на остальных рисунках.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Касаткин А.С. Электротехника: учебник для вузов / А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – 9-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2007. – 542 с.
2. Касаткин А.С. Электротехника: учебник для вузов / А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – 12-е изд., стер. – М.: ИЦ «Академия», 2008. – 544 с.
3. Иванов И.И. Электротехника: учебник для вузов / И.И. Иванов, Г.И. Соловьев, В.С. Равдоник. – 3-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2005. – 496 с.
4. Иванов И.И. Электротехника: учеб. пособие / И.И. Иванов, Г.И. Соловьев. – 6-е изд., стер. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2009. – 496 с.
5. Жаворонков М.А. Электротехника и электроника: учеб. пособие / М.А. Жаворонков, А.В. Кузин. – М.: ИЦ «Академия», 2005. – 400 с.
6. Мурзин Ю.М. Электротехника: учеб. пособие / Ю.М. Мурзин, Ю.И. Волков. – М.: Питер, 2007. – 443 с.
7. Савилов Г.В. Электротехника и электроника: курс лекций / Г.В. Савилов. – М.: ИТК «Дашков и К», 2008. – 324 с.
8. Жаворонков М.А. Электротехника и электроника: учеб. пособие / М.А. Жаворонков, А.В. Кузин. – 3-е изд., стер. – М.: ИЦ «Академия», 2010. – 400 с.
9. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник / Л.А. Бессонов. – 11-е изд., испр. и доп. – М.: Гардарики, 2007. – 701 с.
10. Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: учебник / К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин. – 5-е изд. – СПб.: Питер, Т. 1. – 2009. – 512 с.
11. Электротехника и основы электроники: метод. указания и контрольные задания / сост. Б.П. Соколов, В.Б. Соколов. М.: Высшая школа, 1985. 128 с.
12. Теоретические основы электротехники: метод. указания и контрольные задания / сост. Л.А. Бессонов, И.Г. Демидова, М.Е. Заруди и др. М.: Высшая школа, 1982. 159 с.
13. Паначевный Б.И. Курс электротехники: учебник для студентов / Б.И. Паначевный. – 2-е изд., дораб. – Ростов н/Д; Харьков: Феникс: Торсинг, 2002. – 287 с.
14. Сивяков Б.К. Электротехника и электроника: учеб. пособие / Б.К. Сивяков, В.С. Джумалиев, Д.Б. Сивяков. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2007. 120 с.



Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА	4
1.1. Контрольное задание	4
1.2. Методические указания к выполнению задания	4
1.2.1. Метод уравнений Кирхгофа	5
1.2.2. Метод контурных токов (МКТ)	6
1.2.3. Метод узловых потенциалов (МУП)	8
1.2.4. Сравнение результатов расчетов МКТ и МУП	11
1.2.5. Баланс мощностей	11
1.2.6. Метод эквивалентного генератора (МЭГ)	12
1.2.7. Потенциальная диаграмма	14
2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА	15
2.1. Контрольное задание	15
2.2. Методические указания к выполнению задания	15
2.2.1. Метод уравнений Кирхгофа	15
2.2.2. Символический метод расчета	17
2.2.3. Нахождение показаний ваттметра	20
2.2.4. Баланс активных и реактивных мощностей	23
2.2.5. Топографическая диаграмма	23
2.2.6. Выражение и график мгновенного значения тока	25
2.2.7. Примечания	25
3. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ	30
3.1. Контрольное задание	30
3.2. Методические указания к выполнению задания	30
4. ТРАНСФОРМАТОРЫ	36
4.1. Контрольное задание	36
4.2. Методические указания к выполнению задания	36
5. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ДВИГАТЕЛИ	40
5.1. Контрольное задание 1	40
5.1.1. Задача 1	40
5.1.2. Методические указания к решению задачи	40
5.1.3. Задача 2	41
5.1.4. Методические указания к решению задачи	42
5.2. Контрольное задание 2	43
5.2.1. Задача 1	43
5.2.2. Методические указания к решению задачи	44
5.2.3. Задача 2	45
5.2.4. Методические указания к решению задачи	45
5.3. Контрольное задание 3	46
5.3.1. Методические указания к выполнению задания	46
6. ВЫПРЯМИТЕЛИ	51
6.1. Контрольное задание	51
6.2. Методические указания к выполнению задания	51
7. УСИЛИТЕЛЬНЫЙ КАСКАД НА БИПОЛЯРНОМ ТРАНЗИСТОРЕ	55
7.1. Контрольное задание	55
7.2. Методические указания к выполнению задания	55

8. ЛОГИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ.....	62
8.1. Контрольное задание	62
8.2 Методические указания к выполнению задания	62
9. ЦИФРОВЫЕ УСТРОЙСТВА	65
9.1. Теоретические сведения	65
9.1.1. Методы анализа и синтеза цифровых устройств.....	65
9.1.2. Методы минимизации функций алгебры логики	67
9.1.3. Карты Карно.....	69
9.2. Контрольное задание	73
9.3. Методические указания к выполнению задания	73
10. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ.....	75
10.1. Контрольное задание	75
10.2. Методические указания к выполнению задания	75
11. ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ.....	82
11.1. Линейные цепи постоянного тока	82
11.2. Электрические цепи синусоидального тока	87
11.3. Трехфазные цепи	92
11.4. Трансформаторы.....	95
11.5. Электрические двигатели	97
11.5.1. Задание 1.....	97
11.5.2. Задание 2.....	99
11.5.3. Задание 3.....	101
11.6. Выпрямители	103
11.7. Усилительный каскад на биполярном транзисторе	103
11.8. Логические элементы.....	107
11.9. Цифровые устройства	108
11.10. Переходные процессы в линейных электрических цепях.....	111
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	117

Учебное издание

СИВЯКОВ Борис Константинович
ДЖУМАЛИЕВ Владимир Сергеевич
СИВЯКОВ Дмитрий Борисович

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Учебное пособие

Редактор К.А. Кулагина
Компьютерная верстка Т.В. Семёновой

Подписано в печать 29.12.12

Бум. офсет.

Тираж 100 экз.

Усл. печ. л. 6,96 (7,5)

Заказ 253

Формат 60×84 1/16

Уч.-изд. л. 6,9

С 70

Саратовский государственный технический университет
410054, Саратов, Политехническая ул., 77

Отпечатано в Издательстве СГТУ. 410054, Саратов, Политехническая ул., 77.

Тел.: 24-95-70, 99-87-39, E-mail: izdat@sstu.ru