



# Kursovaya 10var - Курсовая работа ТОЭ 10 вариант

Теоретические основы электротехники (СПБГЭТУ ЛЭТИ)

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)»  
(СПбГЭТУ)

## **КУРСОВАЯ РАБОТА**

По дисциплине: «Теоретические основы электротехники»

На тему: «Исследование характеристик и фильтрующих свойств линейных  
электрических цепей»

10 вариант

Выполнила:

Группа

Преподаватель:

Санкт-Петербург

2019 г.

Оглавление

Техническое задание.....	4
1. Передаточная функция цепи.....	5
2. Частотные характеристики цепи.....	8
3. Спектральные характеристики входного сигнала.....	10
4. Определение реакции.....	12
5. Расчёт ряда Фурье периодического воздействия.....	13
6. Вычисление ряда Фурье реакции.....	16
Заключение.....	20
Список литературы.....	19

### **Аннотация**

В курсовой работе выполнен расчёт электрической цепи операторным и частотным методами для апериодического сигнала, даны прогнозы на форму реакции, которые подтверждаются точным расчётом. Для периодического воздействия произведён расчет методом Фурье.

### **Summary**

In the course work, the calculation of the electrical circuit operator and frequency methods for the aperiodic signal, forecasts for the form of the reaction are given, which are confirmed by an accurate calculation. The Fourier method was calculated for periodic exposure.

### Техническое задание

Вариант 10

Дано:  $R_2 = R_3 = R_5 = 1$   $C = 1/30$

Найти:  $u_5$

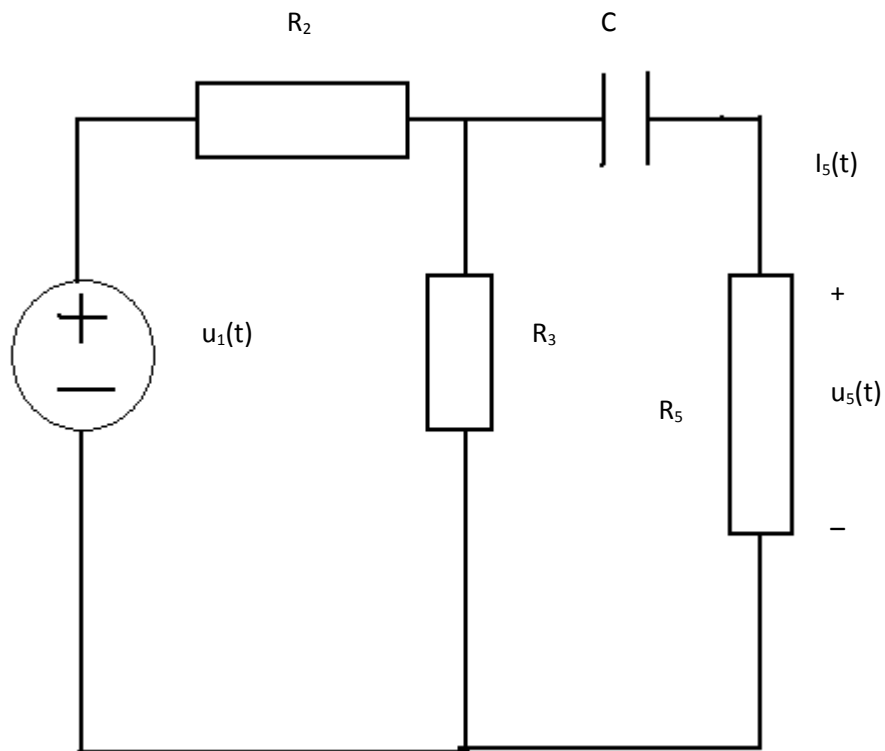


Рис. 1. Исходная цепь.

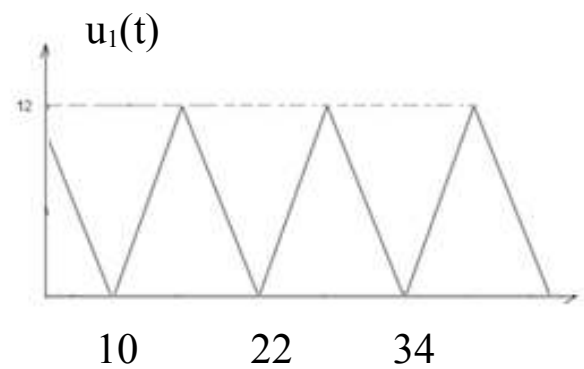
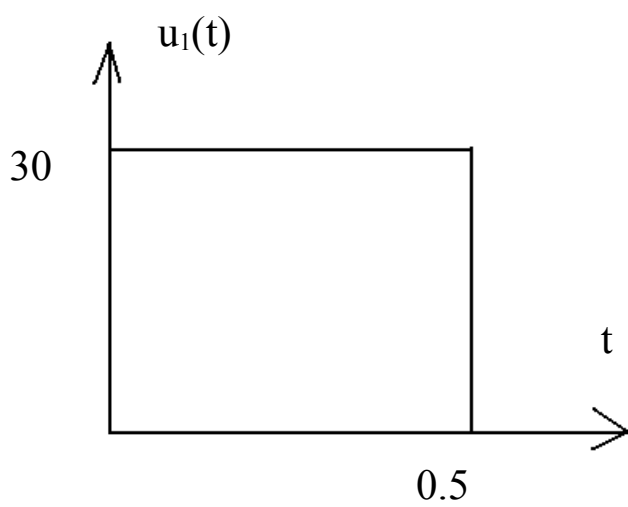


Рис. 2. Входной сигнал.

## 1. Передаточная функция

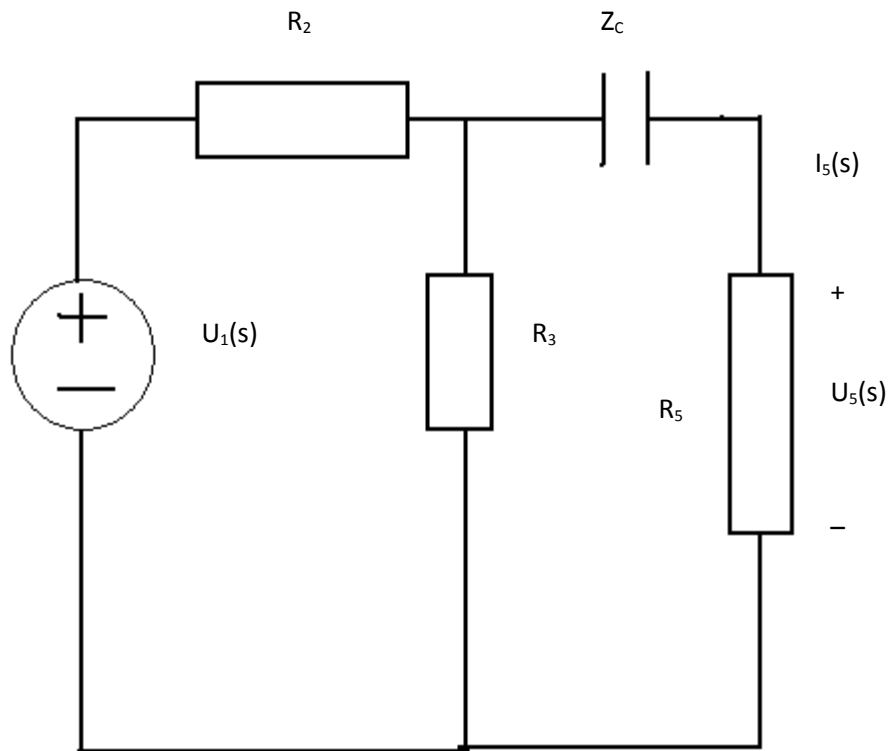


Рис. 3. Операторная схема замещения.

$$Z_C = 1/Cs = 30/s$$

$$H(s) = \frac{U_5(s)}{U_1(s)}$$

Пусть  $U_5(s)=1$ , то  $I_5(s)=1$

$$U_3(s) = I_5(s)(Z_C + R_5) = \frac{30}{s} + 1$$

$$I_3(s) = \frac{U_3(s)}{R_3} = \frac{30}{s} + 1$$

$$I_1(s) = I_3(s) + I_5(s) = \frac{30}{s} + 2$$

$$U_1(s) = I_1(s)R_2 + U_3(s) = \frac{30}{s} + 2 + \frac{30}{s} + 1 = \frac{60}{s} + 3$$

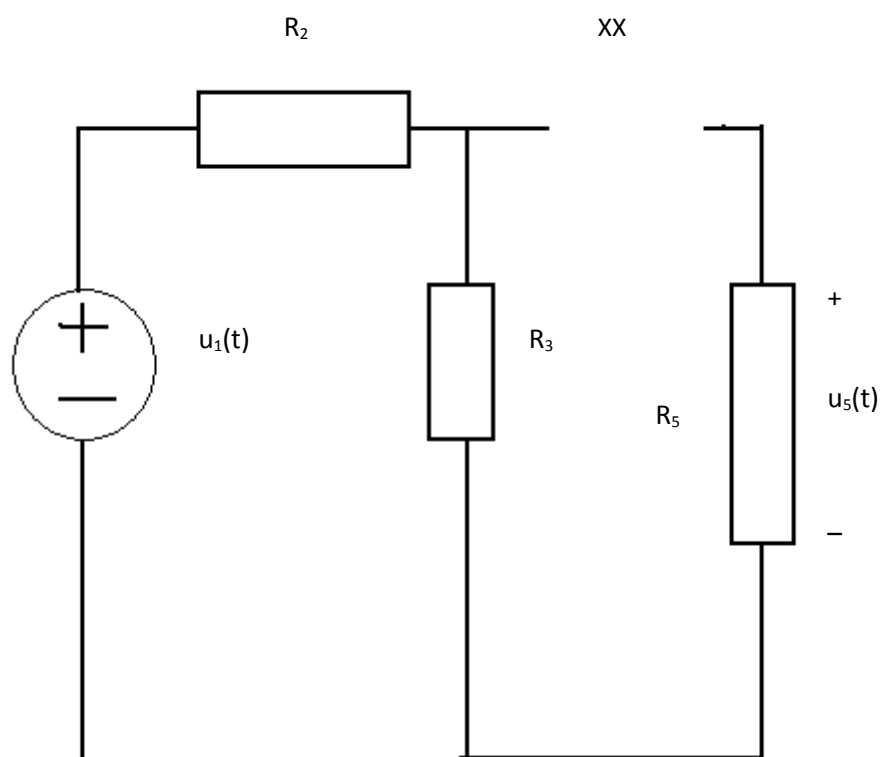
$$H(s) = \frac{U_5(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{\frac{60}{s} + 3} = \frac{s}{3s + 60}$$

Проверка передаточной функции:

A)  $\omega=0$

Из передаточной функции:  $H(0)=0$

Из цепи:

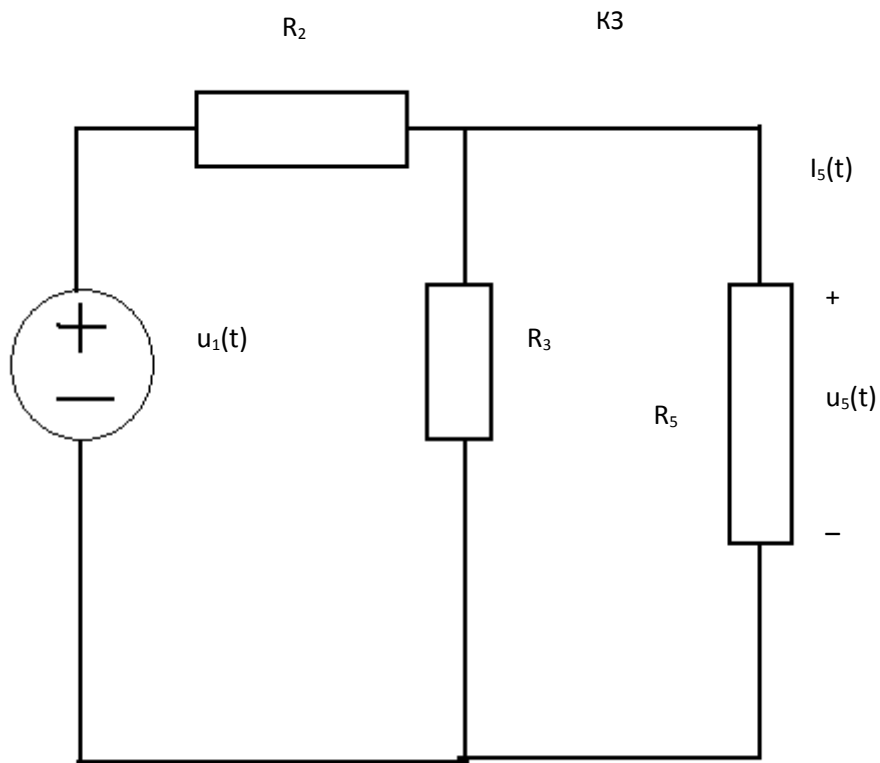


$$U_5=0$$

Б)  $\omega = \infty$

Из передаточной функции:  $H(\infty) = 0.333$

Из цепи:



$$\frac{U_5}{U_1} = \frac{\frac{U_1/R_2}{1/R_2 + 1/R_3 + 1/R_5}}{U_1} = \frac{1/R_2}{1/R_2 + 1/R_3 + 1/R_5} = 0.333$$

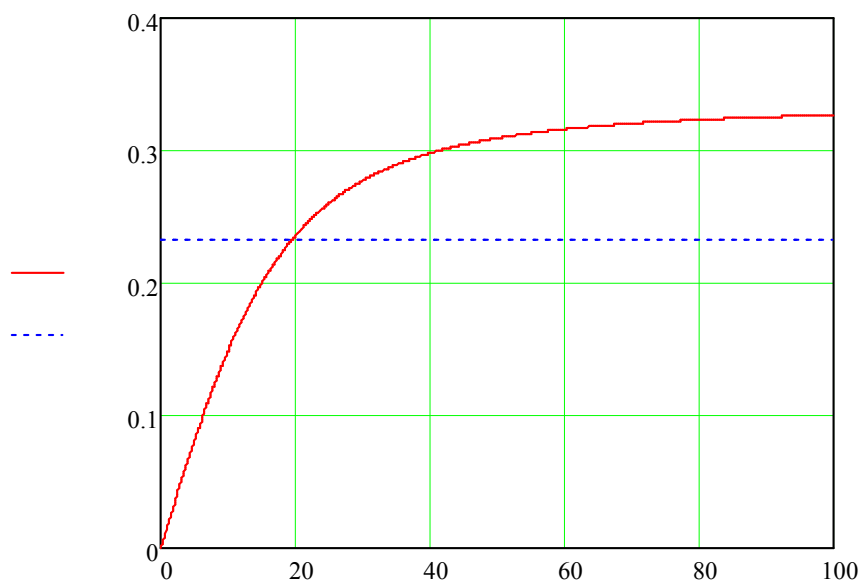


## 2. Частотные характеристики цепи

$$H(j\omega) = \frac{j\omega}{3j\omega + 60}$$

$$A(\omega) = \frac{\omega}{\sqrt{9\omega^2 + 3600}}$$

$$\Phi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctg(\omega/20)$$



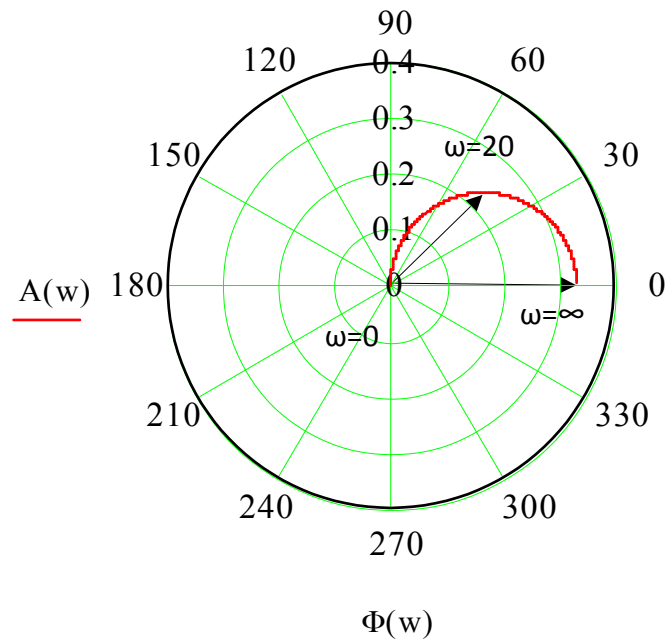


Рис. 6. АФХ.

Так как  $A(0)=0$ , то  $A(0) = \frac{S_{\text{вых}}}{S_{\text{вх}}} = 0$  (Суммарная площадь выходного сигнала равна нулю).  $A(\infty) = 1/3$ , следовательно, в выходном сигнале будут наблюдаться скачки в 3 раза меньшие по амплитуде, чем во входном сигнале.

### 3. Спектральные характеристики входного сигнала

$$u_1(t) = 30\delta_1(t) - 30\delta_1(t-0.5)$$

$$U_1(s) = \frac{30}{s} - \frac{30}{s} e^{-0.5s}$$

$$U_1(j\omega) = \frac{30}{j\omega} - \frac{30}{j\omega} e^{-0.5j\omega} = \frac{30}{j\omega} (1 - e^{-0.5j\omega}) = \frac{30}{j\omega} e^{-0.25j\omega} (e^{0.25j\omega} - e^{-0.25j\omega}) =$$

$$i \frac{60j}{j\omega} e^{-0.25j\omega} \left( \frac{e^{0.25j\omega} - e^{-0.25j\omega}}{2j} \right) = \frac{60}{\omega} \sin(0.25\omega) e^{-0.25j\omega}$$

$$A_1(\omega) = \left| \frac{60}{\omega} \sin(0.25\omega) \right|$$

$$\Phi_1(\omega) = \begin{cases} -0.25\omega & \text{если } \frac{60}{\omega} \sin(0.25\omega) \geq 0 \\ -0.25\omega + \pi & \text{если } \frac{60}{\omega} \sin(0.25\omega) < 0 \end{cases}$$

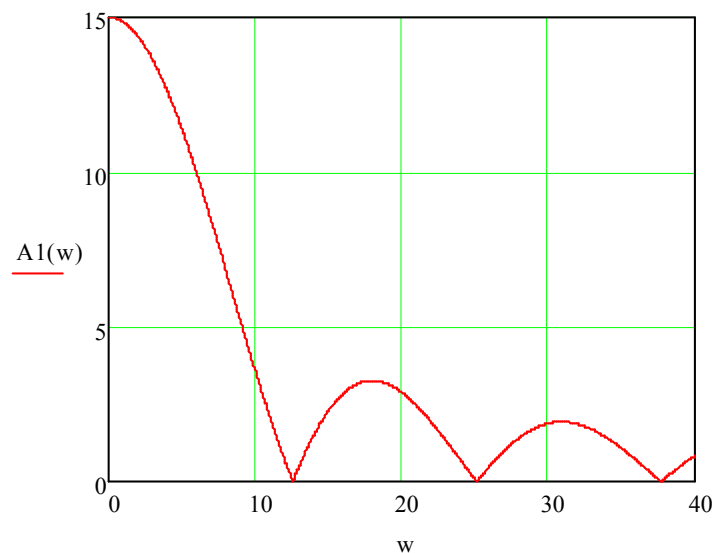


Рис. 7. Входной амплитудный спектр.

Ширина спектра по критерию первого лепестка [0;12.6]

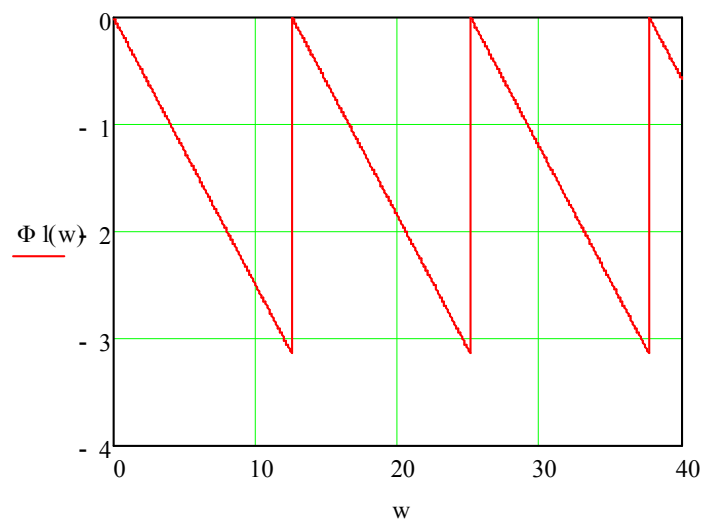


Рис. 8. Входной фазовый спектр.

Сравнивая полосу пропускания цепи и спектр входного сигнала, видно, что он не укладывается в полосу пропускания цепи, а попадает в зону дифференцирования. Следовательно, сигнал будет проходить с сильными искажениями. Будет наблюдаться частичное дифференцирование сигнала.

#### 4. Определение реакции

$$U_5(s) = U_1(s)H(s) = \frac{s}{3s+60} \left( \frac{30}{s} - \frac{30}{s} e^{-0.5s} \right) = \frac{10}{s+20} - \left( \frac{10}{s+20} \right) e^{-0.5s}$$

$$u_5(t) = L^{-1} \left\{ \frac{10}{s+20} - \left( \frac{10}{s+20} \right) e^{-0.5s} \right\} = 10 e^{-20t} \delta_1(t) - 10 e^{-20(t-0.5)} \delta_1(t-0.5)$$

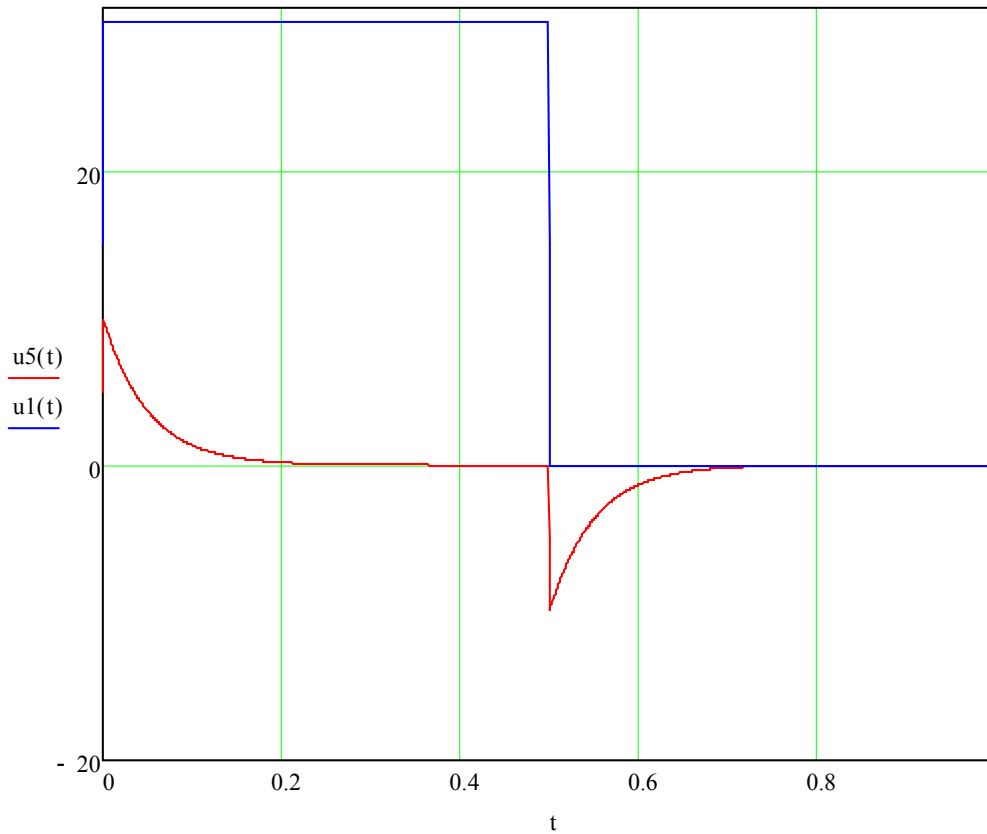


Рис. 9. Реакция и воздействие.

Форма сигнала подтвердилась с предположениями в пункте 3, наблюдается дифференцирование сигнала.

## 5. Расчёт ряда Фурье периодического воздействия

Определение ряда Фурье входного сигнала:

Определение изображения по Лапласу одиночного импульса:

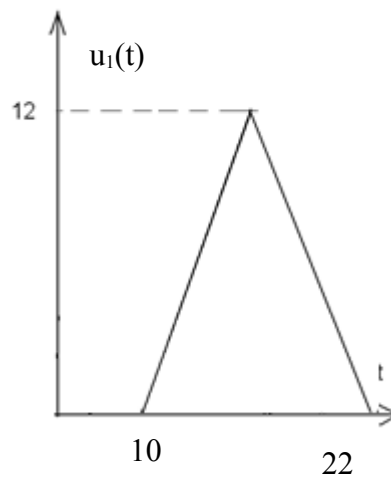


Рис. 10 Одиночный импульс по Лапласу.

После двойного дифференцирования получим:

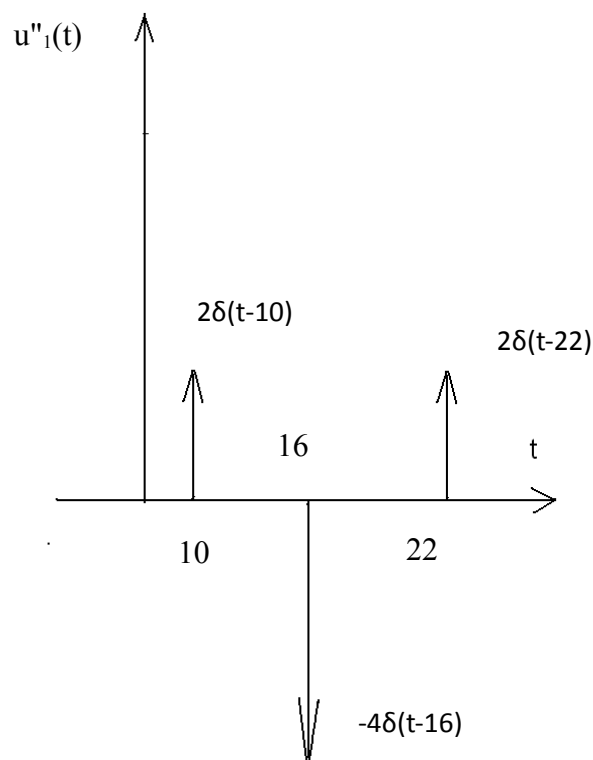


Рис. 11 Изображения по Лапласу после двойного дифференцирования.

$$U_1(s) = \frac{2}{s^2} e^{-10s} - \frac{4}{s^2} e^{-16s} + \frac{2}{s^2} e^{-22s}$$

Для разложения в ряд Фурье периодической последовательности импульсов найдем комплексные амплитуды гармоник ряда:

$$A_{1K} = \frac{2}{T} U(j\omega) \Big|_{\omega=k\omega_1} = A_K e^{j\alpha_K},$$

где  $\omega_1 = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{6}$  - частота первой гармоники,  $k=0,1,2,3\dots$

$$A_{1K} = \frac{2}{12} \frac{8}{(k\omega_1)^2} \sin^2(3k\omega_1) e^{-j16k\omega_1} = \frac{48}{\pi^2 k^2} \sin^2\left(\frac{\pi k}{2}\right) e^{-j\frac{16}{6}\pi k}$$

Амплитудный спектр:

$$A_{1K} = \frac{48}{\pi^2 k^2} \sin^2\left(\frac{\pi k}{2}\right)$$

Фазовый спектр:

$$\alpha_{1K} = -\frac{16\pi k}{6} = -\frac{2\pi k}{3}, \text{ так как } \cos(\omega t + 2\pi) = \cos(\omega t)$$

$k$	$A_{1K}$	$\alpha_{1K}$
0	12	
1	4.863	-2.094
2	0	-4.189
3	0.54	0

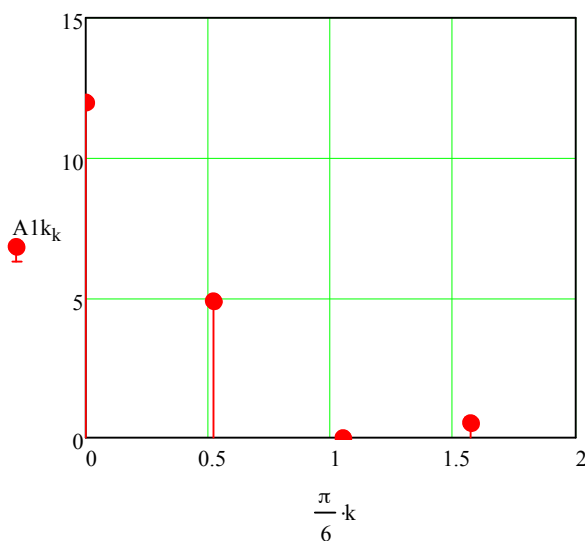


Рис. 12. Амплитудный дискретный спектр входного сигнала.

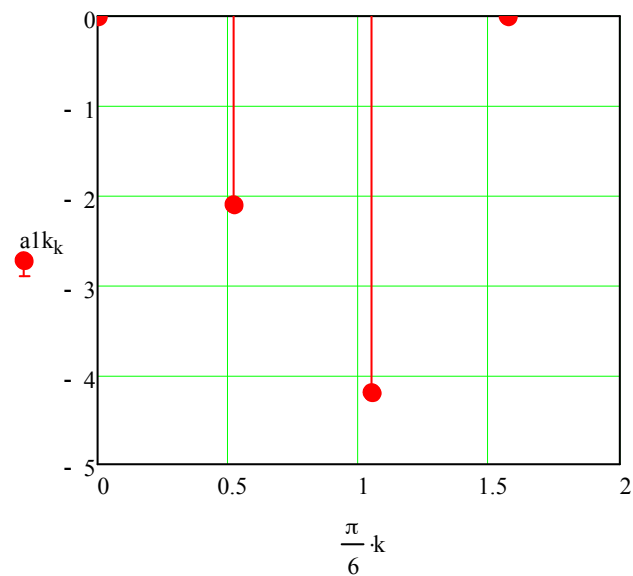


Рис. 13. Фазовый дискретный спектр входного сигнала.

$$u_1(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^n A_k \cos(k\omega_1 t + \alpha_k) = 6 + 4.86 \cos(0.524t - 2.094) + 0.54 \cos(1.571t)$$

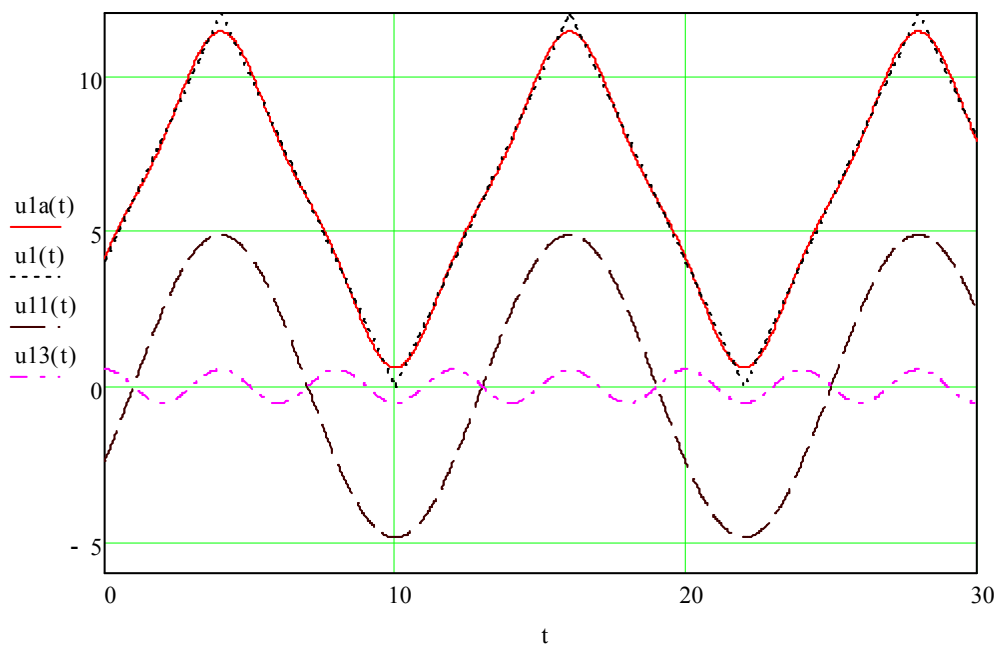


Рис. 14 Аппроксимация входного сигнала.

На рисунке 14 показаны входной сигнал, его аппроксимация рядом Фурье, а также отдельные составляющие ряда Фурье.



## 6. Вычисление ряда Фурье реакции

$$A_{2K} = A \cdot A_1 \quad \alpha_2 = \phi(k\omega_1) + \alpha_{1K}$$

$k$	$k\omega_1$	$A(k)$	$\Phi(k)$	$A_{1K}$	$\alpha_{1K}$	$A_{2K}$	$\alpha_{2K}$
0	0	0		12		0	
1	0.524	0.009	1.545	4.86	-2.094	0.042	-0.55
2	1.047	0.017	1.518	0	-4.189	0	-2.67
3	1.571	0.026	1.492	0.54	0	0.014	1.492

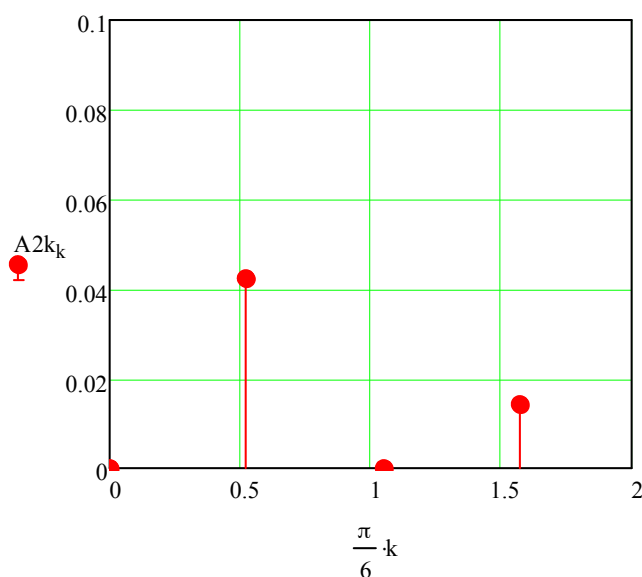


Рис. 15. Амплитудный дискретный спектр выходного сигнала.

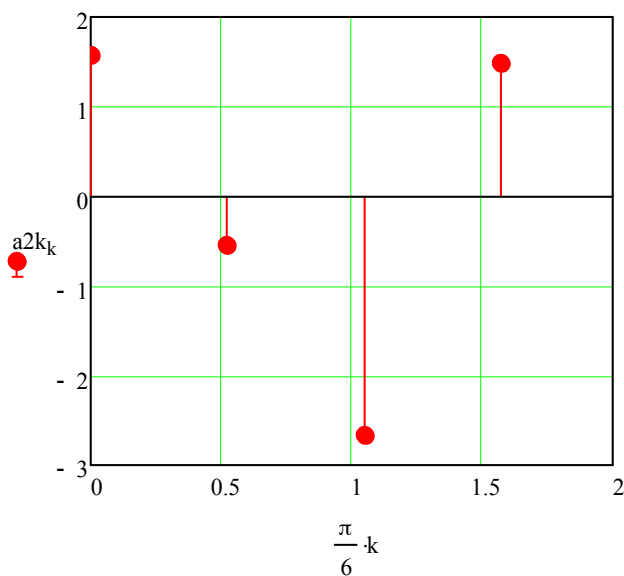


Рис. 16. Фазовый дискретный спектр выходного сигнала.

Выходная реакция запишется в виде:

$$u_5(t) = \frac{A_{20}}{2} + \sum_1^n A_2 \cos(k\omega_1 t + \alpha_2) = 0.042 \cos(0.524t - 0.55) + 0.014 \cos(1.571t + 1.492)$$

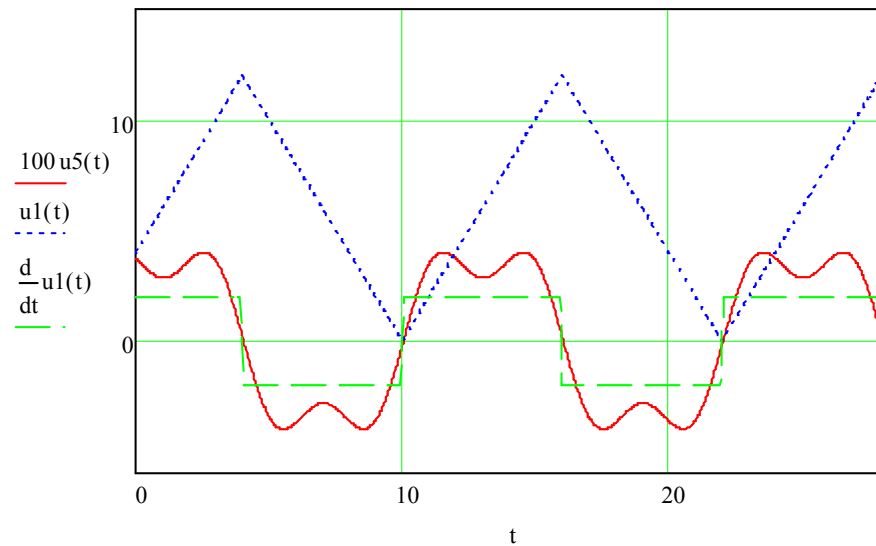


Рис. 17. Воздействие, реакция и производная воздействия ( $u_5(t)$  представлена с коэффициентом 100 для наглядности).

Как видно из последнего графика, наблюдается дифференцирование входного воздействия, что подтверждает прогноз, сделанный в пятом пункте.

## Заключение

В курсовой работе был выполнен качественный анализ цепи частотным методом при апериодическом воздействии, а также точный расчёт реакции цепи на входной прямоугольный импульс операторным методом.

В ходе выполнения данной курсовой работы был сделан следующий вывод: сравнивая полосу пропускания цепи  $[20; \infty]$ , и спектр входного сигнала  $[0; 12.6]$ , видно, что он не укладывается в полосу пропускания цепи, а попадает в зону дифференцирования. Следовательно, сигнал будет проходить с сильными искажениями. Будет наблюдаться частичное дифференцирование сигнала.

Для периодического воздействия расчёт был произведён методом Фурье. Сравнивая полосу пропускания цепи  $[20; \infty]$  и спектр входного сигнала  $[0; 1.05]$ , видно, что он не входит в полосу пропускания цепи, а попадает в зону дифференцирования, следовательно, будет наблюдаться дифференцирование сигнала, уменьшится амплитуда. Эти выводы подтвердились при расчёте методом Фурье.

## Список литературы

1. Ю. А. Бычков, В. М. Золотницкий, Э. П. Чернышев Сборник задач и практикум по теории электрических цепей: учеб. пособие для вузов. СПб.: Питер, 2007
2. Ю. А. Бычков, В. М. Золотницкий, Э. П. Чернышев Справочник по теории электрических цепей: учеб. пособие для вузов. СПб.: Питер, 2008

Спектр входного воздействия:

$$U_1(j\omega) = \frac{2}{- \omega^2} e^{-10j\omega} - \frac{4}{- \omega^2} e^{-16j\omega} + \frac{2}{- \omega^2} e^{-22j\omega} = \frac{2}{- \omega^2} e^{-10j\omega} (1 - 2e^{-j6\omega} + e^{-j12\omega}) = \frac{2}{- \omega^2} e^{-10j\omega} (1 - e^{-j6\omega})^2 =$$

$$= \frac{2}{- \omega^2} e^{-10j\omega} (e^{-j3\omega} (e^{j3\omega} - e^{-j3\omega}))^2 = \frac{-8}{- \omega^2} e^{-10j\omega} (e^{-j3\omega} (\frac{e^{j3\omega} - e^{-j3\omega}}{2j}))^2 = \frac{8}{\omega^2} \sin^2(3\omega) e^{-j16\omega}$$

Из полученного выражения следует, что амплитудный спектр

$$A_1(\omega) = \frac{8}{\omega^2} \sin^2(3\omega)$$

фазовый спектр

$$\Phi_1(\omega) = -16\omega$$

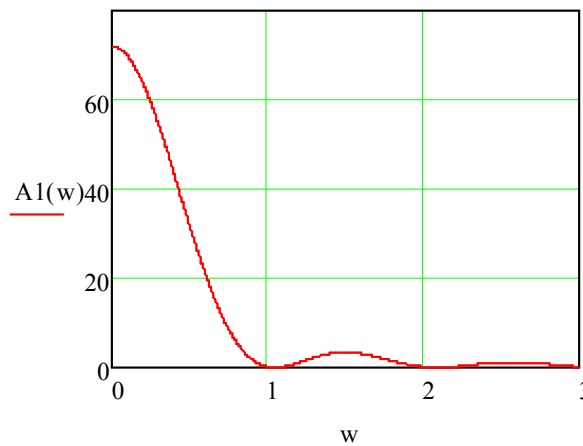


Рис. 10. Амплитудный спектр входного сигнала

Ширина спектра по критерию первого лепестка [0;1.05]

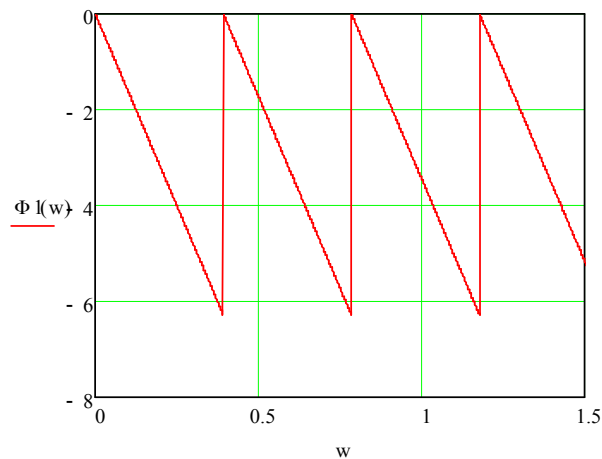


Рис. 11. Фазовый спектр входного сигнала

Сравнивая полосу пропускания цепи и спектр входного сигнала, видно, что он попадает в зону дифференцирования, следовательно, будет наблюдаться частичное дифференцирование сигнала.

Ряд Фурье входного сигнала:

$$u_1(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t + \alpha_k)$$

