

1. Задачи линейного программирования в Microsoft Excel 2010.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Общая характеристика задач оптимизации

Задачи линейной оптимизации относятся к широко распространённому классу задач, встречающихся в различных сферах деятельности: в бизнесе, на производстве, в быту. Как оптимально распорядиться бюджетом или за минимальное время добраться до нужного места в городе, как наилучшим образом спланировать деловые встречи, минимизировать риски капитальных вложений, определить оптимальные запасы сырья на складе – это те задачи, в которых нужно найти наилучшее из всех возможных решений.

Различают следующие типы линейных оптимизационных задач:

- задачи о перевозках, например, минимизация расходов по доставке товаров с нескольких фабрик в несколько магазинов с учетом спроса;
- задачи распределения рабочих мест, например, минимизация расходов на содержание штата с соблюдением требований, определенных законодательством;
- управление ассортиментом товаров: извлечение максимальной прибыли с помощью варьирования ассортиментным набором товаров (при соблюдении требований клиентов). Аналогичная задача возникает при продаже товаров с разной структурой затрат, рентабельностью и показателями спроса;
- замена или смешивание материалов, например, манипуляция материалами с целью снижения себестоимости, поддержания необходимого уровня качества и соблюдения требований потребителей;
- задача о диете. Из имеющихся в распоряжении продуктов требуется составить такую диету, которая, с одной стороны, удовлетворяла бы минимальным потребностям организма в питательных веществах (белки, жиры, углеводы, минеральные соли, витамины), с другой — требовала бы наименьших затрат;
- задача распределения ресурсов, например, распределение ресурсов между работами таким образом, чтобы максимизировать прибыль, или минимизировать затраты, или определить такой состав работ, который можно выполнить, используя имеющиеся ресурсы, и при этом достичь максимума опре-

деленной меры эффективности, или рассчитать, какие ресурсы необходимы для того, чтобы выполнить заданные работы с наименьшими издержками.

Математическая постановка задачи линейного программирования

Рассмотрим наиболее распространенный класс оптимизационных задач – задачи линейного программирования. К такому классу относятся задачи, описываемые линейными математическими моделями.

Общей задачей линейного программирования называется задача, которая состоит в определении максимального (минимального) значения функции

$$F = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

при условиях:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i = 1, \dots, k), \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad (i = k + 1, \dots, m), \quad (3)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, \dots, l, \quad l \leq n), \quad (4)$$

где a_{ij}, b_i, c_j – заданные постоянные величины и $k \leq m$.

Функция (1) называется *целевой функцией* задачи, а условия (2)–(4) – *ограничениями* задачи. Совокупность чисел $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, удовлетворяющих ограничениям задачи, называется *допустимым решением*. Решение, при котором целевая функция задачи принимает максимальное (минимальное) значение, называется *оптимальным*.

Использование надстройки Excel

для решения задач линейного программирования

Поиск решения – это надстройка EXCEL, которая позволяет решать оптимизационные задачи. Если команда Поиск решения или группа Анализ отсутствует, необходимо загрузить надстройку Поиск решения.

На вкладке Файл выберите команду Параметры, а затем – категорию Надстройки (рис. 1).

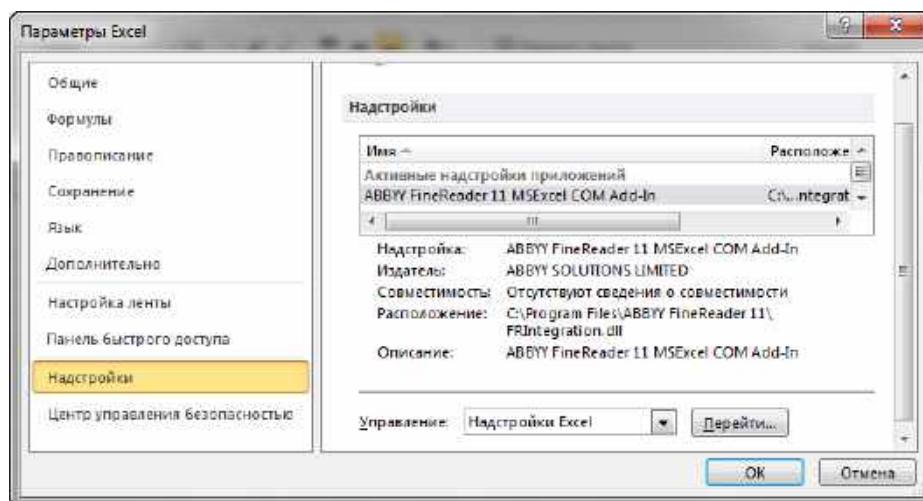


Рис. 1

В поле Управление выберите значение Надстройки Excel и нажмите кнопку Перейти.

В поле Доступные надстройки установите флажок рядом с пунктом Поиск решения (рис. 2) и нажмите кнопку ОК.

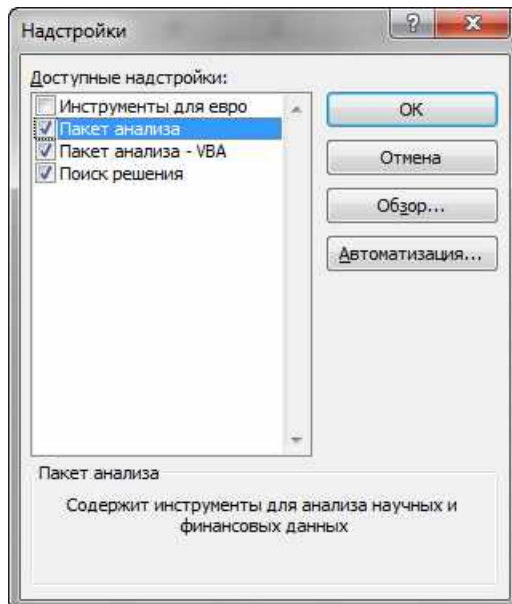


Рис. 2

Пример решения оптимизационных линейных задач в MS Excel 2010

Схема решения задач линейного программирования в MS Excel 2010 следующая:

1. Составить математическую модель.
2. Ввести на рабочий лист Excel условия задачи:
 - а) создать форму на рабочем листе для ввода условий задачи;
 - б) ввести исходные данные, целевую функцию, ограничения и граничные условия.
3. Указать параметры в диалоговом окне Поиск решения.
4. Проанализировать полученные результаты.

Рассмотрим решение задачи оптимизации на примере.

Пример. Задача определения оптимального ассортимента продукции

Предприятие изготавливает два вида продукции – P_1 и P_2 , которая поступает в оптовую продажу. Для производства продукции используются два вида сырья – А и В. Максимально возможные запасы сырья в сутки составляют 9 и 13 ед. соответственно. Расход сырья на единицу продукции вида P_1 и P_2 – табл. 1.

Таблица 1

Сырье	Расход сырья на 1 ед. продукции		Запас сырья, ед.
	P_1	P_2	
А	2	3	9
В	3	2	13

Опыт работы показал, что суточный спрос на продукцию P_1 никогда не превышает спроса на продукцию P_2 более чем на 1 ед. Кроме того, известно, что спрос на продукцию P_2 никогда не превышает 2 ед. в сутки. Оптовые цены единицы продукции равны: 3 д. е. – для P_1 и 4 д. е. – для P_2 .

Какое количество продукции каждого вида должно производить предприятие, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

Решение. Построим математическую модель для решения поставленной задачи.

Предположим, что предприятие изготовит x_1 единиц продукции P_1 и x_2 единиц продукции P_2 . Поскольку производство продукции ограничено имеющимися в распоряжении предприятия сырьем каждого вида и спросом на данную продукцию, а также учитывая, что количество изготавливаемых изделий не может быть отрицательным, должны выполняться следующие неравенства:

$$\begin{aligned}
2x_1 + 3x_2 &\leq 9, \\
3x_1 + 2x_2 &\leq 13, \\
x_1 - x_2 &\leq 1, \\
x_2 &\leq 2, \\
x_1 &\geq 0, \\
x_2 &\geq 0.
\end{aligned}$$

Доход от реализации x_1 единиц продукции Π_1 и x_2 единиц продукции Π_2 составит

$$F = 3x_1 + 4x_2.$$

Среди всех неотрицательных решений данной системы линейных неравенств требуется найти такое, при котором функция F принимает максимальное значения F_{\max} .

Рассматриваемая задача относится к разряду типовых задач оптимизации производственной программы предприятия. В качестве критериев оптимальности в этих задачах могут быть также использованы: прибыль, себестоимость, номенклатура производимой продукции и затраты станочного времени.

Создадим на рабочем листе форму для ввода исходных данных (рис. 3). Заливкой выделены ячейки для ввода функций.

	A	B	C	D	E	F	G
1		Переменные					
2		x1	x2				
3	Значения искомых переменных						
4					Целевая функция		
5	Коэффициенты в уравнении целевой функции	3	4				
6							
7		Ограничения		Левая			
8		Расход сырья на 1 ед. продукции		часть		Запас	
9	Сырье	П1	П2	неравенст	Знак	сырья	
10	A	2	3		<=	9	
11	B	3	2		<=	13	

Рис. 3

В ячейку E5 введем формулу для целевой функции $F = 3x_1 + 4x_2$ (рис. 4). Используя обозначения соответствующих ячеек в Excel, формулу для расчета целевой функции можно записать как сумму произведений каждой из ячеек, отведенной для значений переменных задачи (B3, C3), на соответствующие ячейки, отведенные для коэффициентов целевой функции (B5, C5).

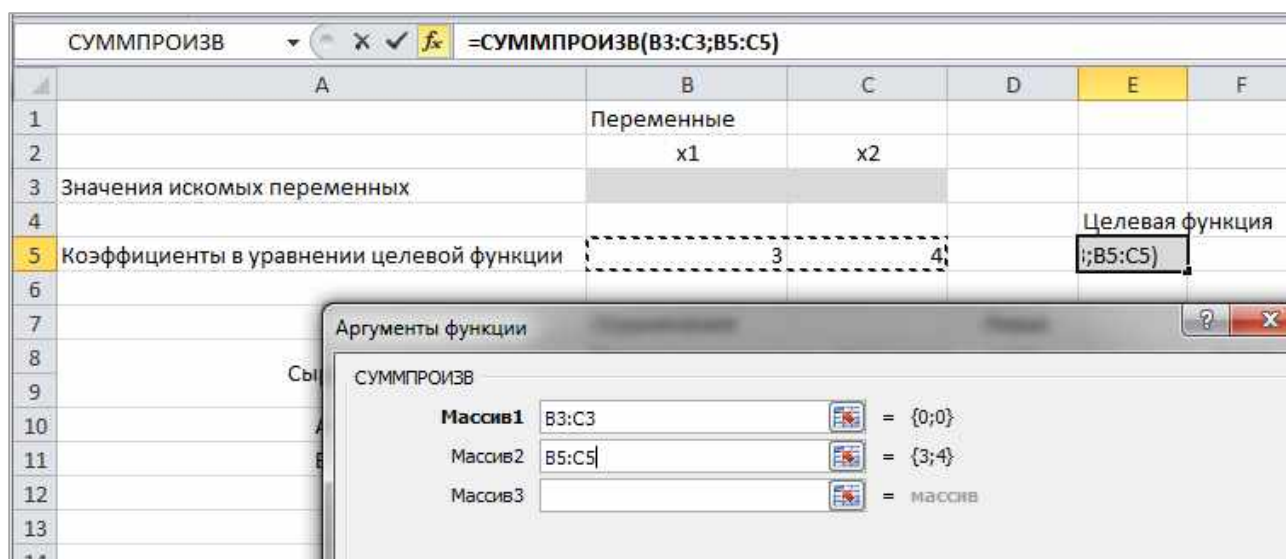


Рис. 4

Аналогично в ячейки D10:D11 введены формулы для расчета левой части ограничений (рис. 5).

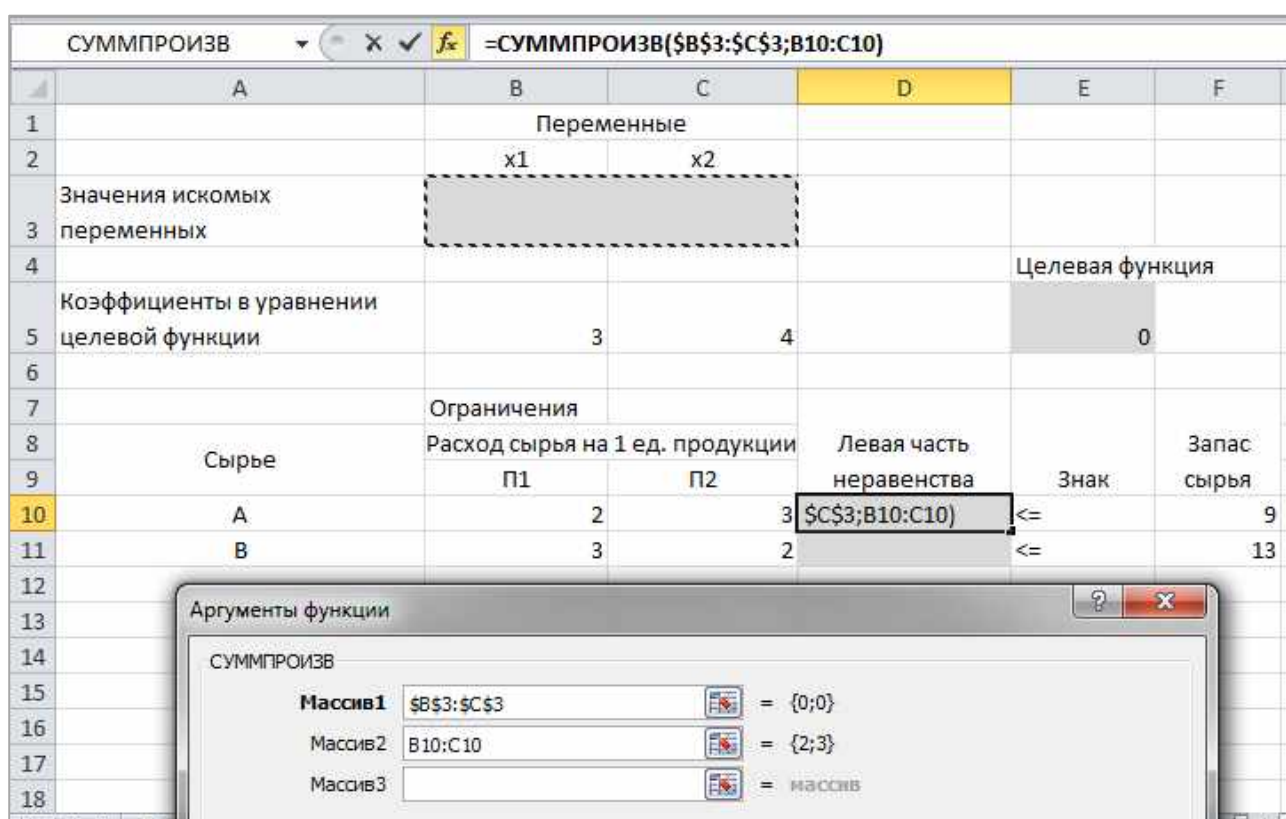


Рис. 5

На вкладке Данные в группе Анализ выберем команду Поиск решения. В диалоговом окне Параметры поиска решения установим следующее (рис. 6):

- в поле Оптимизировать целевую функцию выбираем ячейку со значением целевой функции – E5;
- выбираем, максимизировать или минимизировать целевую функцию;
- в поле Изменяя ячейки переменных выбираем ячейки со значениями искомых переменных B3:C3 (пока в них нули или пусто);
- в области В соответствии с ограничениями с помощью кнопки Добавить размещаем все ограничения нашей задачи (рис. 7);
- в поле Выберите метод решения указываем Поиск решения линейных задач симплекс-методом;
- нажимаем кнопку Найти решение.

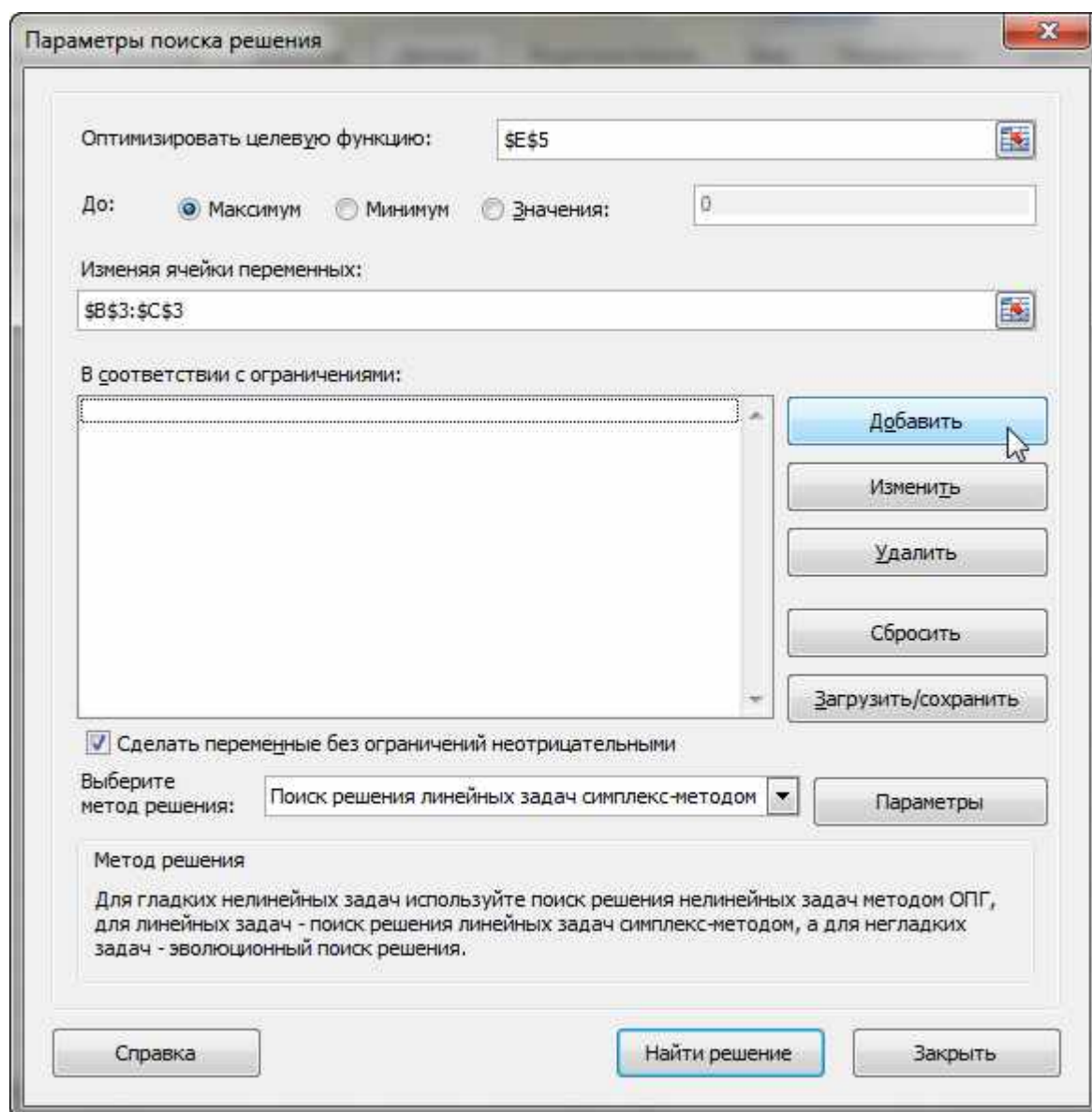


Рис. 6

Добавляем ограничения для нашей задачи. Для неравенств

$$2x_1 + 3x_2 \leq 9,$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 13$$

указываем в поле Ссылка на ячейки диапазон D10:D11, выбираем в раскрывающемся списке знак неравенства, в поле Ограничение выделяем диапазон F10:F11 и нажимаем кнопку Добавить (рис. 7), чтобы принять ограничение и добавить следующее ограничение. Для принятия ограничения и возврата к диалоговому окну Поиск решения нажмите кнопку Ok.

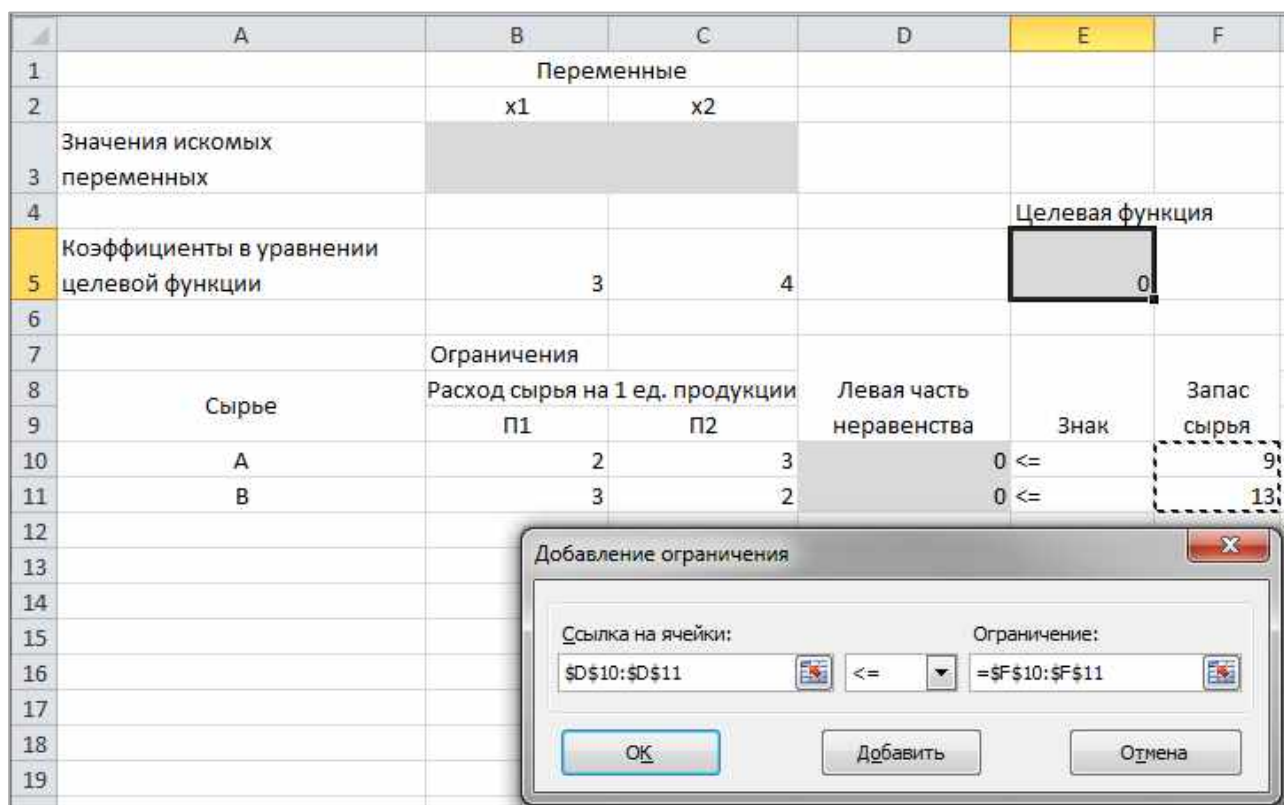


Рис. 7

Покажем окна для добавления ограничений :

$x_1 - x_2 \leq 1$ преобразуем в $x_1 \leq x_2 + 1$ (рис. 8);

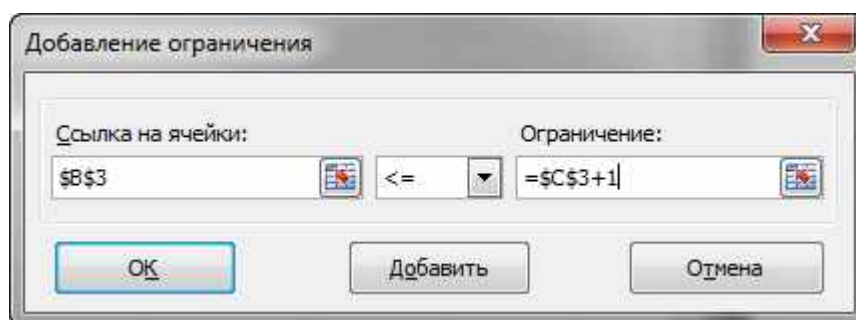


Рис. 8

$x_2 \leq 2$ (рис. 9);

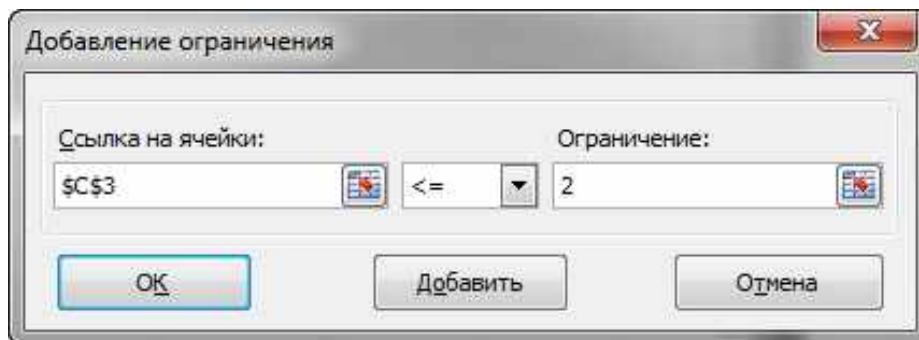


Рис. 9

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ (рис. 10).

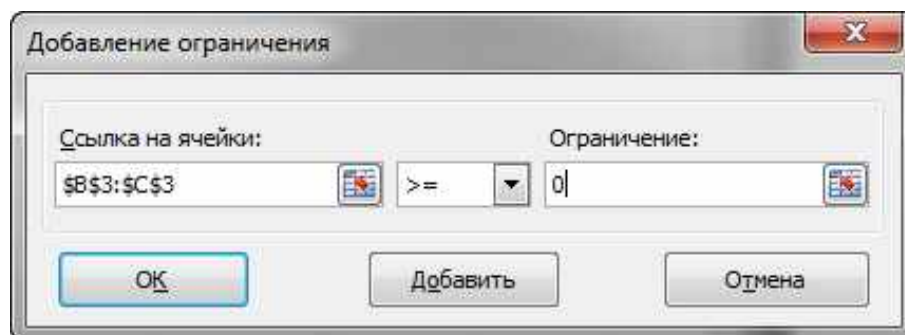


Рис. 10

После выбора кнопки Найти решение появляется окно Результаты поиска решения (рис. 11).

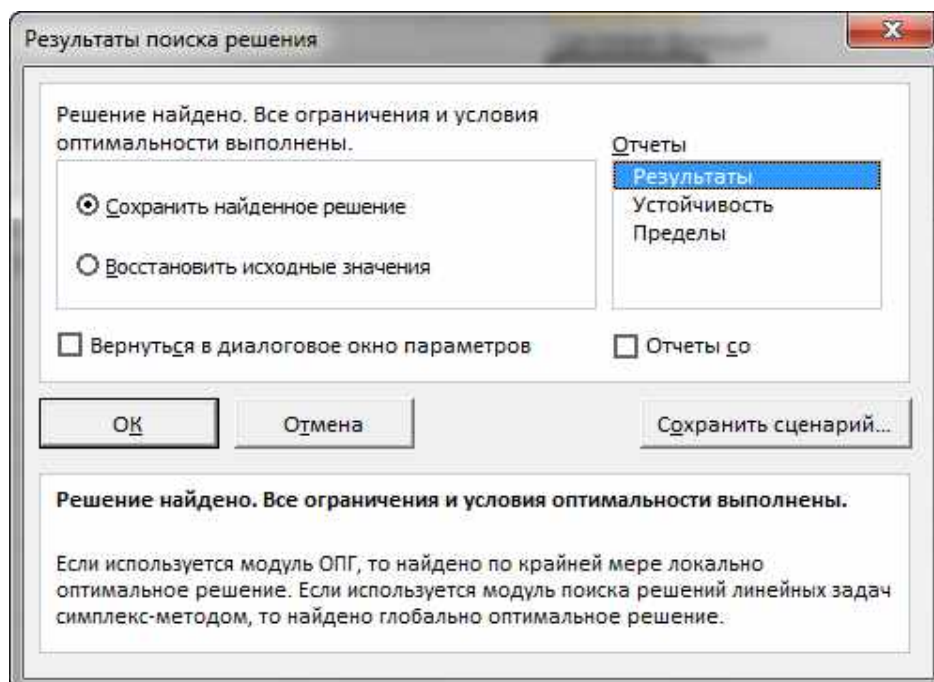


Рис. 11

Для сохранения полученного решения необходимо использовать переключатель Сохранить найденное решение в открывшемся окне диалога Результаты поиска решения. После чего рабочий лист примет вид, представленный на рис. 12.

	A	B	C	D	E	F
1		Переменные				
2		x1	x2			
3	Значения искомых переменных	2,4	1,4			
4					Целевая функция	
5	Коэффициенты в уравнении целевой функции	3	4		12,8	
6						
7		Ограничения				
8	Сырье	Расход сырья на 1 ед. продукции		Левая часть неравенства	Знак	Запас сырья
9		П1	П2			
10	A	2	3	9 <=		9
11	B	3	2	10 <=		13
12						

Рис. 12

Сохранить модель поиска решения можно следующим образом:

1) при сохранении книги Excel после поиска решения все значения, введенные в окнах диалога Поиск решения, сохраняются вместе с данными рабочего листа. С каждым рабочим листом в рабочей книге можно сохранить один набор значений параметров Поиска решения;

2) если в пределах одного рабочего листа Excel необходимо рассмотреть несколько моделей оптимизации (например, найти максимум и минимум одной функции или максимальные значения нескольких функций), то удобнее сохранить эти модели, используя кнопку Загрузить/Сохранить окна Параметры поиска решения. Диапазон для сохраняемой модели содержит информацию о целевой ячейке, об изменяемых ячейках, о каждом из ограничений и все значения диалога Параметры. Выбор модели для решения конкретной оптимизационной задачи осуществляется с помощью кнопки Загрузить/сохранить диалогового окна Параметры поиска решения;

3) сохранить модель можно в виде именованных сценариев, для этого необходимо нажать на кнопку Сохранить сценарий диалогового окна Результаты поиска решений (см. рис. 11).

Кроме вставки оптимальных значений в изменяемые ячейки, Поиск решения позволяет представлять результаты в виде трех отчетов (Результаты,

Устойчивость и Пределы). Для генерации одного или нескольких отчетов необходимо выделить их названия в окне диалога Результаты поиска решения (рис. 11). Рассмотрим более подробно каждый из них.

Отчет по устойчивости (рис. 13) содержит информацию о том, насколько целевая ячейка чувствительна к изменениям ограничений и переменных. Этот отчет имеет два раздела: один – для изменяемых ячеек, а второй – для ограничений. Правый столбец в каждом разделе содержит информацию о чувствительности. Каждая изменяемая ячейка и ограничения приводятся в отдельной строке. При использовании целочисленных ограничений Excel выводит сообщение Отчеты об устойчивости и Пределы не применимы для задач с целочисленными ограничениями.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 14.0 Отчет об устойчивости							
2	Лист: [Книга1]Лист1 (3)							
3	Отчет создан: 08.03.2015 21:36:50							
4								
5								
6	Ячейки переменных							
7			Окончательное	Приведенн.	Целевая функция	Допустимое	Допустимое	
8	Ячейка	Имя	Значение	Стоимость	Коэффициент	Увеличение	Уменьшение	
9	\$B\$3	Значения искомых переменных x1	2,4	0	3	1E+30	0,333333333	
10	\$C\$3	Значения искомых переменных x2	1,4	0	4	0,5	7	
11								
12	Ограничения							
13			Окончательное	Тень	Ограничение	Допустимое	Допустимое	
14	Ячейка	Имя	Значение	Цена	Правая сторона	Увеличение	Уменьшение	
15	\$B\$3	Значения искомых переменных x1	2,4	0,2	0	3	1,5	
16	\$D\$10	А Левая часть неравенства	9	1,4	9	3	7	
17	\$D\$11	В Левая часть неравенства	10	0	13	1E+30	3	
18								

Рис. 13

Отчет по результатам (рис. 14) содержит три таблицы: в первой приведены сведения о целевой функции до начала вычисления, во второй – значения искомых переменных, полученные в результате решения задачи, в третьей – результаты оптимального решения для ограничений.

Этот отчет также содержит информацию о таких параметрах каждого ограничения, как статус и разница. Статус может принимать три состояния: связанное, несвязанное или невыполненное. Значение разницы – это разность между значением, выводимым в ячейке ограничения при получении решения, и числом, заданным в правой части формулы ограничения. Связанное ограничение – это ограничение, для которого значение разницы равно нулю. Несвязанное

ограничение – это ограничение, которое было выполнено с ненулевым значением разницы.

	A	B	C	D	E	F	G
4			Результат: Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.				
5			Модуль поиска решения				
6			Модуль: Поиск решения линейных задач симплекс-методом				
7			Время решения: 0,25 секунд.				
8			Число итераций: 3 Число подзадач: 0				
9			Параметры поиска решения				
10			Максимальное время Без пределов, Число итераций Без пределов, Precision 0,000001, Использовать автоматическое масштабирование				
11			Максимальное число подзадач Без пределов, Максимальное число целочисленных решений Без пределов, Целочисленное				
12			отклонение 1%, Считать неотрицательными				
13							
14			Ячейка целевой функции (Максимум)				
15			<u>Ячейка</u>	<u>Имя</u>	<u>Исходное значение</u>	<u>Окончательное значение</u>	
16			\$E\$5	Коэффициенты в уравнении целевой функции	Целевая функция	0	12,8
17							
18							
19			Ячейки переменных				
20			<u>Ячейка</u>	<u>Имя</u>	<u>Исходное значение</u>	<u>Окончательное значение</u>	<u>Целочисленное</u>
21			\$B\$3	Значения искоемых переменных x1	0	2,4	Продолжить
22			\$C\$3	Значения искоемых переменных x2	0	1,4	Продолжить
23							
24							
25			Ограничения				
26			<u>Ячейка</u>	<u>Имя</u>	<u>Значение ячейки</u>	<u>Формула</u>	<u>Состояние</u> <u>Допуск</u>
27			\$B\$3	Значения искоемых переменных x1	2,4	\$B\$3<=1+\$C\$3	Привязка 0
28			\$D\$10	А Левая часть неравенства	9	\$D\$10<=\$F\$10	Привязка 0
29			\$D\$11	В Левая часть неравенства	10	\$D\$11<=\$F\$11	Без привязки 3
30			\$B\$3	Значения искоемых переменных x1	2,4	\$B\$3>=0	Без привязки 2,4
31			\$C\$3	Значения искоемых переменных x2	1,4	\$C\$3>=0	Без привязки 1,4
32			\$C\$3	Значения искоемых переменных x2	1,4	\$C\$3<=2	Без привязки 0,6

Рис. 14

Отчет по пределам (рис. 15) содержит информацию о том, в каких пределах значения изменяемых ячеек могут быть увеличены или уменьшены без нарушения ограничений задачи. Для каждой изменяемой ячейки этот отчет содержит оптимальное значение, а также наименьшие значения, которые ячейка может принимать без нарушения ограничений.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Microsoft Excel 14.0 Отчет о пределах									
2	Лист: [Книга1]Лист1 (3)									
3	Отчет создан: 08.03.2015 21:36:50									
4										
5										
6	Целевая функция									
7	Ячейка	Имя	Значение							
8	\$E\$5	Коэффициент	12,8							
9										
10										
11	Переменная			Нижний	Целевая функция	Верхний	Целевая функция			
12	Ячейка	Имя	Значение	Предел	Результат	Предел	Результат			
13	\$B\$3	Значения иско	2,4	0	5,6	2,4	12,8			
14	\$C\$3	Значения иско	1,4	1,4	12,8	1,4	12,8			
15										

Рис. 15

Полученное решение означает, что объем производства продукции вида P_1 должен быть равен 2,4 ед., а продукции P_2 – 1,4 ед. продукции. Доход, получаемый в этом случае, составит 12,8 д. е.

Допустим, что к условию задачи добавилось требование целочисленности значений всех переменных. В этом случае описанный выше процесс ввода условия задачи необходимо *дополнить* следующими шагами.

В окне Поиск решения нажмите кнопку **Добавить** и в появившемся окне **Добавление ограничений** введите ограничения следующим образом (рис. 16):

- в поле **Ссылка на ячейки** введите адреса ячеек переменных задачи B3:C3;
- в поле ввода знака ограничения установите **целое**;
- подтвердите ввод ограничения нажатием кнопки **ОК**.

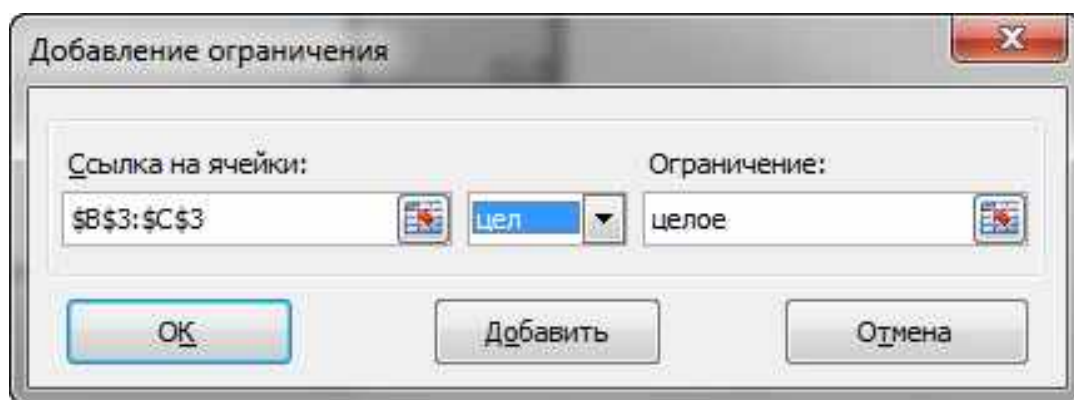


Рис. 16

Решение задачи при условии целочисленности ее переменных – рис. 17.

	A	B	C	D	E	F	
1		Переменные					
2		x1	x2				
3	Значения искомых переменных						
4		1	2				
5	Коэффициенты в уравнении целевой функции				Целевая функция		
6							
7		Ограничения					
8	Сырье	сырья на 1 ед. про					
9		P1	P2	Левая часть неравенства	Знак	Запас сырья	
10	A	2	3	8	<=	9	
11	B	3	2	7	<=	13	
12							

Рис. 17

2. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторная работа 1

Задание

Найти максимум линейной функции при заданной системе ограничений.

Вариант	Целевая функция F	Ограничения
1	$F = 2x_1 + 3x_2$	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ x_1 + x_2 \leq 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
2	$F = 3x_1 + 2x_2$	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
3	$F = 2x_1 + 3x_2$	$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
4	$F = 3x_1 + 2x_2$	$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
5	$F = x_1 + x_2$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
6	$F = x_1 + 3x_2$	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
7	$F = 2x_1 + 3x_2$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 + x_2 \leq 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
8	$F = 2x_1 + 3x_2$	$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 + 3x_2 \leq 18 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
9	$F = 3x_1 + 5x_2$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
10	$F = x_1 + x_2$	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
11	$F = 3x_1 + 5x_2$	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 9 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
12	$F = 10x_1 + 3x_2$	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 33 \\ x_1 - 2x_2 \leq 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
13	$F = x_1 + x_2$	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 1 \\ 2x_1 + x_2 \leq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
14	$F = 5x_1 + 2x_2$	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \leq 11 \\ x_1 + 2x_2 \leq 13 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
15	$F = 25x_1 + 13x_2$	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ 2x_1 + x_2 \leq 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$

Лабораторная работа 2

Задание

1. Построить математическую модель задачи.
2. Представить ее в табличной форме на листе Excel.
3. Найти решение задачи средствами надстройки Поиск решения.
4. Вывести отчеты по результатам и устойчивости.

Вариант 1

Для производства столов и шкафов мебельная фабрика использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида – табл. 2.

Таблица 2

Ресурсы	Нормы затрат ресурсов на одно изделие		Общее количество ресурсов
	Стол	Шкаф	
Древесина, м ³ :			
1-го вида	0,2	0,1	40
2-го вида	0,1	0,3	60
Трудоемкость, чел.ч	1,2	1,5	371,4
Прибыль от реализации одного изделия, р.	6	8	

Определить, сколько столов и шкафов следует изготавливать фабрике, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

Ответ. Прибыль 1 940 р. при количестве столов и шкафов 102 и 166.

Вариант 2

Для производства двух видов изделий А и В используется токарное, фрезерное и шлифовальное оборудование. Нормы затрат времени для каждого из типов оборудования на одно изделие данного вида, общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия – табл. 3.

Таблица 3

Тип оборудования	Затраты времени, стан.-ч, на обработку одного изделия		Общий фонд полезного рабочего времени оборудования, ч
	A	B	
Фрезерное	10	8	168
Токарное	5	10	180
Шлифовальное	6	12	144
Прибыль от реализации одного изделия, р.	14	18	

Найти план выпуска изделий А и В, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.

Ответ. Прибыль 276 р. при выпуске изделий 12 и 6.

Вариант 3

Для изготовления трех видов изделий А, В и С используется токарное, фрезерное, сварочное и шлифовальное оборудование. Затраты времени на обработку одного изделия для каждого из типов оборудования, общий фонд рабочего времени каждого из типов используемого оборудования, прибыль от реализации одного изделия данного вида – табл. 4.

Таблица 4

Тип оборудования	Затраты времени, стан.-ч, на обработку одного изделия вида			Общий фонд рабочего времени оборудования, ч
	A	B	C	
Фрезерное	2	4	5	120
Токарное	1	8	6	280
Сварочное	7	4	5	240
Шлифовальное	4	6	7	360
Прибыль, р.	10	14	12	

Требуется определить, сколько изделий и какого вида следует изготовить предприятию, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

Ответ. Прибыль 492 р. при выпуске изделий 24, 18, 0.

Вариант 4

Для поддержания нормальной жизнедеятельности человеку ежедневно необходимо потреблять не менее 118 г белков, 56 г жиров, 500 г углеводов, 8 г минеральных солей. Количество питательных веществ, содержащихся в 1 кг каждого вида потребляемых продуктов, а также цена 1 кг каждого из этих продуктов – табл. 5

Таблица 5

Питательные вещества	Содержание, г, питательных веществ в 1 кг продуктов						
	Мясо	Рыба	Молоко	Масло	Сыр	Крупа	Картофель
Белки	180	190	30	10	260	130	21
Жиры	20	3	40	865	310	30	2
Углеводы	–	–	50	6	20	650	200
Минеральные соли	9	10	7	12	60	20	10
Цена 1 кг продуктов, р.	1,8	1,0	0,28	3,4	2,9	0,5	0,1

Составить дневной рацион, содержащий не менее минимальной суточной нормы потребности человека в необходимых питательных веществах при минимальной общей стоимости потребляемых продуктов.

Ответ. Минимальная общая стоимость 0,565947 р. при количестве продуктов: мясо – 0; рыба – 0; молоко – 0; масло – 0,03335; сыр – 0; крупа – 0,90513; картофель – 0.

Вариант 5

Кондитерская фабрика для производства трех видов карамели А, В, и С использует три вида основного сырья: сахарный песок, патоку и фруктовое пюре. Нормы расхода сырья каждого вида на производство 1 т карамели данного вида, общее количество сырья каждого вида, прибыль от реализации 1 т карамели – табл. 6.

Таблица 6

Вид сырья	Нормы расхода сырья, т, на 1 т карамели			Общее количество сырья, т
	А	В	С	
Сахарный песок	0,8	0,5	0,6	800
Патока	0,4	0,4	0,3	600
Фруктовое пюре	—	0,1	0,1	120
Прибыль от реализации 1 т продукции, р.	108	112	126	

Найти план производства карамели, обеспечивающий максимальную прибыль от ее реализации.

Ответ. Максимальная прибыль 162 000 р. при выпуске карамели 100, 0, 1 200 т.

Вариант 6

На швейной фабрике для изготовления четырех видов изделий может быть использована ткань трех артикулов. Нормы расхода тканей всех артикулов на пошив одного изделия, имеющегося в распоряжении фабрики общее количество тканей каждого артикула и цена одного изделия данного вида – табл. 7.

Таблица 7

Артикул ткани	Норма расхода ткани, м, на одно изделие вида				Общее количество ткани, м
	1	2	3	4	
I	1	—	2	1	180
II	—	1	3	2	210
III	4	2	—	4	800
Цена одного изделия, р.	9	6	4	7	

Определить, сколько изделий каждого вида должна произвести фабрика, чтобы стоимость изготовленной продукции была максимальной.

Ответ. Максимальная стоимость продукции 2 115 р. при выпуске изделий 95, 210, 0, 0.

Вариант 7

Предприятие выпускает четыре вида продукции и использует три типа основного оборудования: токарное, фрезерное и шлифовальное. Затраты времени на изготовление единицы продукции для каждого из типов оборудования, общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования и прибыль от реализации одного изделия данного вида – табл. 8.

Таблица 8

Тип оборудования	Затраты времени, стан.-ч, на единицу продукции вида				Общий фонд рабочего времени, стан.-ч
	1	2	3	4	
Токарное	2	1	1	3	300
Фрезерное	1	—	2	1	70
Шлифовальное	1	2	1	—	340
Прибыль от реализации единицы продукции, р.	8	3	2	1	

Определить такой объем выпуска каждого из изделий, при котором общая прибыль от их реализации является максимальной.

Ответ. Максимальная прибыль 965 р. при выпуске изделий 70, 135, 0, 0.

Вариант 8

Торговое предприятие планирует организовать продажу четырех видов товара, используя при этом только два вида ресурсов: рабочее время продавцов в количестве 840 ч и площадь торгового зала 180 м².

При этом известны плановые нормативы затрат этих ресурсов в расчете на единицу товаров и прибыль от их продажи – табл. 9.

Таблица 9

Показатели	Товар				Общее количество ресурсов
	A	B	C	D	
Расход рабочего времени на единицу товара, ч	0,6	0,8	0,6	0,4	840
Использование площади торгового зала на единицу товара, м ²	0,1	0,2	0,4	0,1	180
Прибыль от продажи единицы товара, р.	5	8	7	9	

Требуется определить оптимальную структуру товарооборота, обеспечивающую торговому предприятию максимальную прибыль.

Ответ. Максимальная прибыль 16 200 р. при продаже товаров 0, 0, 0, 1800.

Вариант 9

Из трех видов сырья необходимо составить смесь, в состав которой должно входить не менее 26 ед. химического вещества А, 30 ед. – вещества В и 24 ед. – вещества С. Количество единиц химического вещества, содержащегося в 1 кг сырья каждого вида, цена 1 кг сырья каждого вида – табл. 10

Таблица 10

Вещество	Количество единиц вещества, содержащегося в 1 кг сырья вида			
	1	2	3	4
А	1	1	—	4
В	2	—	3	5
С	1	2	4	6
Цена 1 кг сырья, р.	5	6	7	4

Составить смесь, содержащую не менее нужного количества веществ данного вида и имеющую минимальную стоимость.

Ответ. Минимальная стоимость 26 р. при количестве 0; 0; 0; 6,5 кг.

Вариант 10

Для производства трех видов продукции предприятие использует два типа технологического оборудования и два вида сырья. Нормы затрат сырья и времени на изготовление одного изделия каждого вида, общий фонд рабочего времени каждой из групп технологического оборудования, объемы имеющегося сырья каждого вида, цена одного изделия каждого вида, ограничения на возможный выпуск каждого из изделий – табл. 11.

Таблица 11

Ресурсы	Нормы затрат на одно изделие вида			Общее количество ресурсов
	1	2	3	
Производительность оборудования в нормочасах:				
I типа	2	–	4	
II типа	4	3	1	200
Сырье, кг:				500
1-го вида	10	15	20	
2-го вида	30	20	25	1 495
Цена одного изделия, р.	10	15	20	4 500
Выпуск, шт.:				–
минимальный	10	20	25	
максимальный	20	40	100	–

Составить план производства продукции, по которому будет изготовлено необходимое количество изделий каждого вида, при максимальной общей стоимости всей изготавливаемой продукции.

Ответ. Общая стоимость 1 495 р. при выпуске продукции 10, 33, 45.

Вариант 11

При производстве четырех видов кабеля выполняется пять групп технологических операций. Нормы затрат на 1 км кабеля данного вида для каждой из групп операций, прибыль от реализации 1 км каждого вида кабеля, а также общий фонд рабочего времени, в течение которого могут выполняться эти операции, – табл. 12

Таблица 12

Технологическая операция	Нормы затрат времени, ч, на обработку 1 км кабеля вида				Общий фонд рабочего времени, ч
	1	2	3	4	
Волочение	1,2	1,8	1,6	2,4	7 200
Наложение изоляций	1,0	0,4	0,8	0,7	5 600
Скручивание элементов в кабель	6,4	5,6	6,0	8,0	11 176
Освинцовывание	3,0	–	1,8	2,4	3 600
Испытание и контроль	2,1	1,5	0,8	3,0	4 200
Прибыль от реализации 1 км кабеля, р.	1,2	0,8	1,0	1,3	

Определить план выпуска кабеля, при котором общая прибыль от реализации изготавливаемой продукции является максимальной.

Ответ. Общая прибыль от реализации 1 939,428 571 р. при выпуске 1 200; 624,28 571; 0; 0.

Вариант 12

Стальные прутья длиной 110 см необходимо разрезать на заготовки длиной 45, 35 и 50 см. Требуемое количество заготовок данного вида составляет соответственно 40, 30 и 20 шт. Возможные варианты разреза и величина отходов при каждом из них – табл. 13.

Таблица 13

Длина заготовки, см	Варианты разреза					
	1	2	3	4	5	6
45	2	1	1	—	—	—
35		1	—	3	1	—
50	—	—	1	-	1	2
Величина отходов, см	20	30	15	5	25	10

Определить, сколько прутьев по каждому из возможных вариантов следует разрезать, чтобы получить не менее нужного количества заготовок каждого вида при минимальных отходах.

Ответ. Минимальные отходы равны 550 см при количестве прутьев 10, 0, 20, 10, 0, 0 шт.

Вариант 13

Для производства трех видов изделий А, В, С предприятие использует четыре вида сырья. Нормы затрат сырья каждого вида на производство единицы продукции данного вида, прибыль от реализации одного изделия каждого вида – табл. 14.

Таблица 14

Вид сырья	Нормы затрат сырья, кг, на единицу продукции		
	А	В	С
I	2	3	—
II	—	4	6
III	5	5	2
IV	4	—	7
Прибыль от реализации одного изделия	25	28	27

Изделия А, В и С могут производиться в любых соотношениях (сбыт обеспечен), но для их производства предприятие может использовать сырье I вида не более 200 кг, II вида – не более 120 кг, III вида – не более 180 кг, IV вида – не более 138 кг.

Определить план производства продукции, при котором общая прибыль предприятия от реализации всей продукции была бы наибольшей.

Ответ. План производства изделий 17, 15, 10 кг при общей прибыли 1 115 кг.

Вариант 14

Туристическое агентство собирается заказать издательству выпуск художественных альбомов трех типов А, В, С. Их изготовление лимитируется затратами ресурсов трех видов, удельные расходы которых приведены в табл. 15.

Таблица 15

Вид ресурса	Удельные затраты ресурсов на выпуск альбомов		
	А	В	С
Финансы, \$	2	1	4
Бумага, л.	4	2	2
Трудозатраты, чел. ч	1	1	2

Издательство для выполнения заказа получило финансовые средства в объеме \$ 3 600, имеет в наличии 52 000 л. бумаги и может использовать трудовые ресурсы в объеме 2 200 чел. ч.

Агентство платит за выпуск одного альбома типа А – 22 дол., за альбом В – 18 дол., за альбом С – 30 дол.

Сколько альбомов каждого типа должно выпустить издательство, чтобы получить наибольшую прибыль?

Ответ. Максимальный суммарный доход – 45 200 дол., количество альбомов: 1 400; 800; 0 шт.

Вариант 15

Предприятие оптовой торговли может реализовать $T_j, j = \overline{1,4}$ группы товаров. Для этого используется несколько видов ресурсов. Исходные данные для построения математической модели – табл. 16.

Таблица 16

Лимитирующие ресурсы и показатели	Товарная группа				Объем ресурса	Вид ограничения
	T_1	T_2	T_3	T_4		
Складские площади, м ²	18	26	16	10	110 000	\leq
Трудовые ресурсы, чел.ч	150	140	50	80	950 000	\leq
Издержки обращения, ден. ед.	170	230	280	120	1 200 000	\leq
Товарные запасы, ден. ед.	31	42	30	20	180 000	\leq
План товарооборота, ден. ед.	200	150	170	50	750 000	\geq
Минимально допустимые значения товарооборота по j -й группе, ед.	1 200	1 000	1 500	1 200		\geq
Прибыль в расчете на единицу товарооборота j -й группы, ден. ед.	120	50	30	100		

Требуется рассчитать план хозяйственной деятельности торгового предприятия, обеспечивающий максимум прибыли при заданных ограничениях на складские площади, трудовые ресурсы, издержки обращения, товарные запасы, величину товарооборота, если торговая прибыль в расчете на единицу товарооборота j -й группы задана.

Ответ. Максимальна прибыль – 518 000 ден. ед. Товарооборот по группам: T_1 – 1 200 ед., T_2 – 1 000 ед., T_3 – 1 500 ед., T_4 – 2 790 ед.

3. РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Акулич, И. Л.* Математическое программирование в примерах и задачах : учеб. пособие для студентов экон. спец. сузов / И. Л. Акулич. – М. : Высш. шк., 1986. – 319 с.
2. *Леоненков, А. В.* Решение задач оптимизации в среде MS Excel / А. В. Леоненков. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 704 с.
3. *Васильев, А. Н.* Финансовое моделирование и оптимизация средствами Excel2007 / А. Н. Васильев. – СПб. : Питер, 2009. – 320 с.
4. *Уокенбах, Дж.* Microsoft Excel 2010. Библия пользователя : пер. с англ. / Дж. Уокенбах. – М. : И. Д. Вильямс, 2011. – 912 с.
5. *Уокенбах, Дж.* Формулы в Microsoft Excel 2010 : пер. с англ. / Дж. Уокенбах. – М. : И. Д. Вильямс, 2011. – 704 с.
6. *Иванов, И.* Microsoft Excel 2010 для квалифицированного пользователя / И. Иванов. – М. : Академия АЙТИ, 2011. – 244 с.
7. *Справка и инструкции по Excel // Поддержка по Microsoft Office [Электронный ресурс].* – Режим доступа: <http://office.microsoft.com/ru-ru/excel-help> (дата обращения: 14.08.2014).
8. *Решение задач оптимизации управления с помощью MS Excel 2010 // НОУ «ИНТУИТ» [Электронный ресурс].* – Режим доступа: <http://www.intuit.ru/studies/courses/4751/1020/info> (дата обращения: 09.03.2015).

Оглавление

1. Задачи линейного программирования в Microsoft Excel 2010. Общие сведения	3
Общая характеристика задач оптимизации.....	3
Математическая постановка задачи линейного программирования	4
Использование надстройки Excel для решения задач линейного программирования	4
Пример решения оптимизационных линейных задач в MS Excel 2010 ..	5
2. Лабораторные работы	16
Лабораторная работа 1	16
Лабораторная работа 2	17
3. Рекомендательный библиографический список.....	27